УДК 629.78

Асланов В.С., Стратилатов Н.Р.

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ТРОСОВОЙ СИСТЕМОЙ С УЧЕТОМ РАБОТЫ ДВИГАТЕЛЕЙ ОРИЕНТАЦИИ

1. Постановка задачи. В большинстве работ, посвященных анализу космиче ских тросовых систем (ТС), объект исследований – трос и груз, причем космический аппарат (КА) рассматривается как материальная точка [1-4]. Такое упрощение для большинства задач вполне оправдано, поскольку масса КА существенно больше массы троса и груза, а его линейные размеры значительно меньше длины троса. Однако, по крайней мере, в двух случаях такие упрощения не допустимы: во-первых, когда речь идет об уровне микроускорений на борту КА в процессе развертывания ТС и, во-вторых, когда рассматриваются нештатные ситуации на начальном этапе развертывания ТС, связанные с заклиниваем или отрывом троса.

В предлагаемой работе изучаются колебания КА как твердого тела под действи ем силы натяжения троса, гравитационного момента и силы тяги двигательной уста новки (ДУ) системы ориентации. Закон силы натяжения троса и траектория груза, за крепленного на тросе, считаются известными. Рассматривается динамическое развер тывание ТС, при котором трос выпускается быстрее по сравнению со статическим спо собом [2, 3]. Под действием кориолисовой силы капсула отклоняется от вертикали, затем, после того, как трос развернут на полную длину, начинается возвратное движе ние к вертикали. Характерной особенностью динамического развертывания троса [2 является большой угол φ отклонения троса от местной вертикали ($\varphi_{max} \approx \pi / 4$). Опре деляющее влияние на движение ТС оказывают гравитационные и кориолисовы сил лежащие в плоскости орбиты КА, поэтому вполне оправданно рассмотрение плоског движения ТС, груза и аппарата.

Целью является построение математической модели, описывающей движение вокру центра масс КА с тросовой системой для доставки груза на Землю с учетом работы Д системы ориентации. Математическая модель предназначена для анализа нештатны ситуаций, определения уровня микроускорений на борту КА и выбора характеристи системы ориентации.

Существенным является вопрос выбора модели троса. Известны три основны модели: трос моделируется как тяжелая гибкая нить с помощью уравнений в частны производных [5]; трос заменяется совокупностью N сосредоточенных точечных мас соединенных отрезками невесомого вязкоупругого троса [2, 3]; рассматривается нев сомый, упругий и тонкий трос [1]. В задаче об определении конфигурации троса и положения груза, как правило, используют вторую модель, которая при относительно небольшом числе точечных масс дает хорошее согласование с результаты моделирования троса как непрерывной, тяжелой нити [2, 3, 6]. Тем не менее, при этом требуется значительный объем вычислений. Поскольку в рассматриваемой задаче объектом исследования является КА в его движении относительно центра масс, то воспользуемся простейшей моделью – моделью невесомого, тонкого, упругого троса.

2. Математическая модель. Рассмотрим механическую систему, показанную на рис. 1 и состоящую из КА с центром масс в точке C, троса AB и груза B. Запишем уравнения движение центра масс КА в виде [4]:

$$\begin{aligned}
&\dot{V} = -\frac{X_C}{m_C} - g_C \sin\theta - \frac{T}{m_C}\sin(\theta-\varphi),\\
&\dot{\theta} = \Omega - \frac{1}{V}\left(g_C \cos\theta + \frac{T}{m_C}\cos(\theta-\varphi)\right),\\
&\dot{H} = V\sin\theta,\\
&\dot{L} = \frac{R_з}{R_з+H}V\cos\theta,
\end{aligned} \tag{1}$$

где V – скорость, θ – угол наклона траектории, $R_З$ – радиус Земли, m_C – масса КА, g_C – ускорение свободного падения на высоте КА, X_C – сила аэродинамического сопротивления, T – сила натяжения троса, H, L – высота и дальность полета.

Рис. 1. Связка КА-трос-груз

Для вывода уравнений относительного движения груза воспользуемся подвижной системой координат Cxy и введем ряд допущений. Будем считать, что 1) отклонение груза от местной вертикали мало по сравнению с расстоянием от центра масс КА до центра Земли и скорость выпуска троса мала по сравнению со скоростью движения КА; 2) направления ускорений свободного падения КА g_C и груза g_B совпадают, а скорости КА V и груза V_B параллельны; 3) масса КА m_C существенно превосходит массу груза m_B и тогда: $1/m_B + 1/m_C \approx 1/m_B$. Введем новые независимые переменные ρ, φ: $x = \rho\sin\varphi + \Delta\sin\alpha, \quad y = -\rho\cos\varphi - \Delta\cos\alpha,$

где $\rho = AB$ – длина троса, φ – угол отклонения троса от вертикали, $\Delta = CA$ (рис. 1).

Тогда, если полагать, что линейные размеры КА существенно меньше длины троса ($\Delta / \rho \to 0$), получим:

$$\ddot{\rho} = -2\Omega\rho\dot{\varphi} - \frac{T}{m_B} + \left(\frac{X_C}{m_C} + \frac{X_B}{m_B}\right)\sin(\varphi - \theta) + 3\Omega^2\rho\cos^2\varphi + \rho\dot{\varphi}^2,$$
$$\ddot{\varphi} = 2\Omega\frac{\dot{\rho}}{\rho} + \dot{\Omega} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{X_C}{m_C} - \frac{X_B}{m_B}\right)\cos(\varphi - \theta) - 3\Omega^2\rho\cos\varphi\sin\varphi - 2\dot{\varphi}^2\frac{\dot{\rho}}{\rho}, \quad (2)$$

где X_B – сила аэродинамического сопротивления, действующая на груз; $\Omega = V\cos\theta / r_C$ – угловая скорость вращения КА по орбите.

Для вывода уравнения, описывающего движение КА относительно его центра масс воспользуемся теоремой об изменении кинетического момента в проекции на ось Cz перпендикулярную плоскости движения Cxy (рис. 1):

$$\dot{K}_z = M_T + M_G + M_{ДУ}, \quad (3)$$

где $K_z = J_Z(\dot{\alpha} - \Omega)$ – кинетический момент КА относительно оси Cz, M_T – момент силы натяжения троса, M_G – гравитационный момент, $M_{ДУ}$ – момент, создаваемый ДУ, который будем определять как пару сил:

$M_{ДУ} = P \cdot h$.

Здесь P – тяга ДУ, h – плечо.

Пусть ДУ имеет постоянную тягу, а длительность включения зависит от угла отклонения оси КА от вертикали α и угловой скорости $\dot{\alpha}$:

$T_{ДУ} = k_\alpha \alpha + k_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}$,

где $\mathrm{sgn}(K_\alpha) = -\mathrm{sgn}(\alpha)$, $\mathrm{sgn}(K_{\dot{\alpha}}) = -\mathrm{sgn}(\dot{\alpha})$.

Для орбиты КА, близкой к круговой $(\Omega = const)$, уравнение (3) примет вид:

$$J_Z\ddot{\alpha} = T\Delta\sin(\varphi - \alpha) + 3n^2(J_X - J_Y)\sin\alpha\cos\alpha + M_{ДУ} \quad ($$

где J_X, J_Y, J_Z – главные компоненты тензора инерции КА, $n = \sqrt{\gamma m_з / (R_з + H)}$ γ – универсальная гравитационная постоянная, $m_з$ – масса Земли.

Полное ускорение, возникающее в процессе развертывания ТС на борту КА, мож найти по формуле:

$W = r\sqrt{(\ddot{\alpha})^2 + (\dot{\alpha})^4}$,

где r – расстояние от центра масс КА до точки, в которой определяются дополните ные ускорения.

3. Моделирование движения. Уравнения (1), (2) и (4) описывают плоское движение системы: груз-трос-КА с учетом работы ДУ системы ориентации. Пусть данная система имеет параметры: $L_T = 3.1 \cdot 10^4$ м – длина троса, $J_X = 10^3$ кг·м^2, $J_Y = J_Z = 10^3$ кг·м^2, $m_C = 6000$ кг, $m_B = 15$ кг, $\Delta = 2$, $k_{\alpha=0}$ при следующих начальных условиях: $V_0 = 7.7 \cdot 10^3$ м/с, $\theta_0 = 0.15°$, $H_0 = 2.8 \cdot 10^5$ м, $x_0 = 0$, $y_0 = 4$ м, $\dot{x}_0 = 0$, $\dot{y}_0 = 2.5$ м/с, $\alpha_0 = 0$, $\dot{\alpha}_0 = 0$.

Будем рассматривать динамическое развертывание троса по схеме [2], которая состоит из трех фаз (рис. 2): медленного развертывания (до точки 1); быстрого развертывания, приводящего к отклонению троса от местной вертикали в направлении полета (до точки 3); и возвратного колебательного движения троса (до точки 4). Точка 2 (рис. 2) соответствует максимальному углу отклонения троса от вертикали. На рис. 3 показан закон управления силой натяжения троса $T(t)$, которому соответствует траектория движения груза в связанной с КА системе координат Cxy (рис. 2).

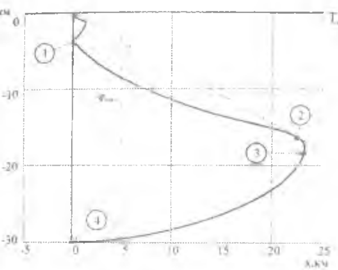

Рис. 2. Траектория движения груза в системе координат Cxy

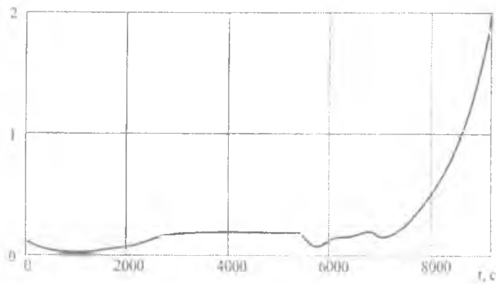

Рис. 3. Закон управления силой натяжения троса

На рис. 4 приведены закон отклонения троса от вертикали $\varphi(t)$ (штрихпунктирная кривая) и зависимости угла отклонения КА от вертикали с учетом работы системы ориентации ($\alpha_{ДУ}(t)$ – штриховая кривая) и без нее ($\alpha(t)$ – сплошная кривая), полученные численным интегрирование уравнения (4).

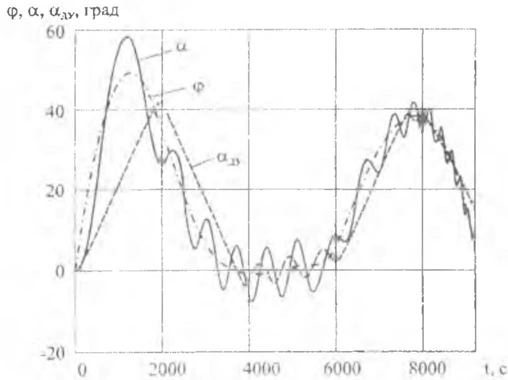

Рис. 4. Углы отклонения троса $\varphi(t)$ и КА $\alpha(t)$, $\alpha_{ДУ}(t)$ от вертикали

На рис. 5 показана зависимость полного ускорения от времени для точки, находящейс на расстоянии r=1 м от центра масс при свободном движении КА ($M_{ДУ}=0$). Очевидно что максимальные дополнительные ускорения наблюдаются на завершающем этап движения ТС, когда сила натяжения троса имеет наибольшее значение.

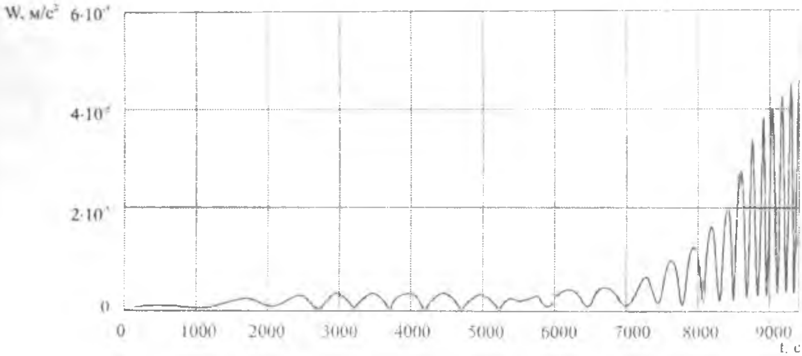

Рис. 5. Полное ускорение W от времени

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследовани (06-01-00355-а).

Библиографический список

3. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наук 1990.
4. Frank Zimmermann, Ulrich M. Schottle, Ernst Messerschmid. Optimization of the tethe assisted return mission of a guided re-entry capsule. Aerospace Science and Technology (2005), 713–721.

5. Ф. Дигнат, В. Шилен. Управление колебаниями орбитальной тросовой системы. Прикладная математика и механика, 2000, т. 64, вып. 5, с. 747-754.
6. Сидоров И.М. Об использовании тросовых систем для создания постоянно действующего транспортного канала в космическом пространстве. Полет, 2000, № 8, с. 36-39.
7. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. М.: Наука, 1980.
8. Асланов В.С., Ледков А.С., Стратилатов Н.Р. Пространственное движение космической тросовой системы, предназначенной для доставки груза на Землю. Полет, 2007, № 2, с. 28-33.