свойств область "грубости" системы расширяется; повышение же жесткостных свойств системы наоборот эту область сужает.

В известной степени фрагменты областей D_p являются робастным D-разбиением для системы (1), являющимся не только двумерной областью устойчивости системы, но и областью реализации заданных динамических свойств /6/.

Список литературы

1. Андронов А.А., Понтрягин Л.С. Грубые системы //Докл. АН СССР. 1937. т.14. N5. С.247-251.

2. Харитонов В.Л. Асиптотическая устойчивость семейства систем линейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. 1978. т.14. N11. С. 2086-2089.

3. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Робастная устойчивость линейных дискретных систем //Докл. АН СССР. 1991. т.316. N4. С. 842-846.

4. Джури Э.И. Робастность дискретных систем //АиТ. 1990. N5. С. 3-28.

5. Титов Б.А., Сычев В.В. Применение метода ФП-матриц при модальном формировании проектных параметров упругих космических аппаратов //Труды XXVI Чтений, посвященных разработке научного наследия и развитию идей К.Э.Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и косми ческой техники". М.: ИИЕТ АН СССР. 1991. С. 19-21.

6. Петров Н.П., Поляк Б.Т. Робастное D-разбиение // АиТ. 1991. N11. С. 41-53.

УДК 629.76:78.02

Б.А.Титов, Ван Тянь-шу

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИМ АППАРАТОМ С УПРУГИМИ ПАНЕЛЯМИ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

Динамика движения упругого космического аппарата (КА) относительно центра масс в предположении о малости угловых скоростей движения и упругих перемещений точек конструкции может быть описана в классе конечно-мерных стационарных систем вида / 1 /

$$\dot{\bar{X}}(t)=A\bar{X}(t)+B\bar{U}(t), \qquad (1)$$

где матрицы A и B определяют соответственно собственную динамику системы и структуру ее входного устройства, а векторы $\bar{X}(t)$ и $\bar{U}(t)$ - соответственно состояние системы и управление. Если для (1) $Rank[B;AB;\ldots;A^{n-1}B]=n$, то всегда можно найти такую стационарную линейную обратную связь по состоянию (ЛОСС) $\bar{U}=-K\bar{X}(t)$, что характеристический полином системы (1) будет совпадать с заданным полиномом $\mathcal{H}(S)$, определяющим требуемые динамические свойства: $\det(sE-A+BK)=\mathcal{H}(S)$.

В представленной редакции управление $\bar{U}(t)$ называется модальным /2/. Возможности модального управления упругим КА реализуются в полной мере лишь в том случае, если весь вектор состояния $\bar{X}(t)$ является измеримым. На практике это весьма проблематично, особенно, если размерность $X(t)$ за счет большого числа учтенных мод колебаний велика. Кроме того, анализ показывает, что не все моды колебаний в одинаковой мере влияют на динамические свойства аппарата. Например,если упругий КА схематизирован в виде центрального абсолютно жесткого тела и ряда упругоприсоединенных на периферии элементов конструкции, то каждый элемент будет вносить свой вклад в общую картину движения аппарата пропорционально своей модальной массе и коэффициенту инерционной связи. Отсюда следует, что модальное управление упругим КА может быть организовано не по всем составляющим вектора состояния, а только по доминирующим. Выделение доминирующих мод колебаний представляет собой некоторую новую задачу в проблеме модального управления упругим КА. В общей постановке идея использования минимальных затрат ресурсов измерений и управлений была впервые выдвинута А.М.Летовым и получила название "задачи о структуре минимальных полей управления"/3/.

Определим минимальное поле управления в задаче модального управления упругим КА как совокупность полюсов системы (1), не входящую в область гарантированного качества /4/ и некомпенсированную нулями.

Выделение доминирующих мод можно осуществить на основе анализа спектра полюсов и нулей системы (1) и ее реакции на эталонное воздействие. При этом факт компенсации полюсов нулями проверяется по неравенству $|S_i-\overset{\circ}{S}_j|\leq\delta|S_i|\approx\delta|\overset{\circ}{S}_j|$, $i=\overline{1,n}$, $j=\overline{1,n-1}$, где $S_i,\overset{\circ}{S}_j$ - соответственно полюса и нули системы, а δ - норма компенсации.

Рассмотрим далее процедуру определения скалярного модального управления упругим КА на минимальном поле управлений. Представим (1) в канонической форме, используя канонизирующую матрицу вида

$$P=[\hat{\bar{B}};\hat{A}\hat{\bar{B}};\ldots;\hat{A}^{n-1}\hat{\bar{B}}][\bar{B};A\bar{B};\ldots A^{n-1}\bar{B}]^{-1}. \tag{2}$$

Здесь матрица $\hat{A}$ является сопровождающей для характеристического полинома $\varphi_A(S)$ матрицы A

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \ldots & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -\alpha_n & -\alpha_{n-1} & -\alpha_{n-2} & \ldots & -\alpha_1 \end{vmatrix}, \tag{3}$$

где α_i, $i=\overline{1,n}$ – коэффициенты этого полинома, а вектор-столбец $\hat{\bar{b}} = [0,0,\ldots,1]^T$.

Если систему $\{\hat{A},\hat{b}\}$ замкнуть скалярной ЛОСС, то в результате будем иметь

$$\hat{A} - \hat{\bar{b}}\,\hat{\bar{K}} = \hat{A}^{*}. \tag{4}$$

Здесь матрица $\hat{A}^{*}$ имеет также канонический вид (3), но является сопровождающей для потребного характеристического полинома

$$\varphi_{\hat{A}^*}(S)=S^n+\gamma_1 S^{n-1}+\gamma_2 S^{n-2}+\ldots+\gamma_{n-1}S+\gamma_n .$$

Из приравнивания элементов нижних строк матриц $\hat{A} - \hat{\bar{b}}\,\hat{\bar{K}}^T$ и $\hat{A}^{*}$ получим соотношения для определения матрицы ЛОСС:

$$\hat{K}_{n-i+1}=\gamma_i-\alpha_i\ , \qquad i=\overline{1,n} \tag{5}$$

Полученное модальное управление определено в каноническом базисе системы, поэтому чтобы получить управление в исходном базисе, результат необходимо справа умножить на канонизирующую матрицу P:

$$U(t)=-\hat{\bar{K}}^T P\bar{X}(t). \tag{6}$$

Разработанный алгоритм иллюстрируется на примере управления упругим КА с двумя панелями солнечных батарей.

Уравнения движения аппарата в этом случае (канал рыскания) имеют вид

$$J_x\ddot{\varphi} + \sum_{k=1}^{2}\sum_{n=1}^{N}(ra_k^n + b_k^n)\ddot{q}_k^n = M_x ,$$

$$\mu_k^n\left[\ddot{q}_k^n + \delta_k^n\frac{\omega_k^n}{\pi}\dot{q}_k^n + (\omega_k^n)^2 q_k^n\right] + (ra_k^n + b_k^n)\ddot{\varphi} = 0 , \quad n=\overline{1,N} \tag{7}$$

Здесь J_x - момент инерции КА относительно оси OX; φ - угол рыскания; q_k^n - обобщенная координата, характеризующая упругие колебания k-той панели солнечных батарей (ПСБ) по n-ной моде; μ_k^n, δ_k^n, ω_k^n - соответственно модальная масса, логарифмический декремент и собственная частота колебаний ПСБ; a_k^n и b_k^n -коэффициенты инерционных связей.

Введем обозначения:

$$A_k^n = ra_k^n + b_k^n ; \quad B_k^n = \mu_k^n\delta_k^n\frac{\omega_k^n}{\pi} ; \quad C_k^n = \mu_k^n(\omega_k^n)^2 ;$$

а численные значения параметров представим в таблице.

n		1	2	1	2
k		1	1	2	2
M	кг	34.04	38.95	35.70	39.91
B	кг/с	0.217	0.514	0.214	0.498
C	кг/с	36.82	204.49	35.40	191.82
A	кгм	230.096	-111.797	243.893	-114.718

Анализ системы (7) дает следующие спектры полюсов и нулей:

полюса	нули
$S_{1,2}=\pm 0.00432+0.00000$,	
$S_{3,4}=-0.10778\pm 5.99429$,	$S^{0}_{1,2}=-0.10850\pm 6.03906$,
$S_{5,6}=-0.18715+8.00840$,	$S^{0}_{3,4}=-0.25700\pm 14.29769$,
$S_{7,8}=-0.25349\pm 14.04411$,	$S^{0}_{5,6}=-0.10700\pm 5.94908$,
$S_{9,10}=-0.33616\pm 15.76796$,	$S^{0}_{7,8}=-0.24900\pm 13.84778$.

Отсюда видно, что первая пара вещественных полюсов соответствует движению упругого КА как твердого тела (она отлична от нуля в силу погрешностей вычислительной процедуры), а вторая и четвертая пара полюсов компенсируется при $\delta = 0.1$ третьей и второй парами нулей. Полагая в качестве границы ОГК значения $\eta = -0.5$, примем на основе вышесказанного минимальное поле управления в виде: $S^{*}_{5,6}=-0.58715+8.00840$;

$\bar{S}_{9,10}=-0.53616\pm15.76796$. Тогда матрица скалярного модального управления $\bar{K}^{T}$ будет равна:

$$\bar{K}^{T}=[\ -87.56;\ -258.05;\ 363.09;\ 75.29;\ -75.68;\ -256.75;\ 258.76;\ 16.11\ ]$$

Результаты расчета переходных процессов $\ddot{\phi}(t)$ при M_x=209.6 нм в системе (7) определили длительность управляемого модальным регулятором переходного процесса в 4.49 с против 13.20 с в неуправляемом переходном процессе.

Список литературы

1. Титов Б.А., Сычев В.В. Модальное формирование требуемых динамических свойств упругого КА //Труды XXIV чтений, посвященных разработке научного наследия и развития идей К.Э.Циолковского. Секция "Проблемы ракетной и космической техники". - М.:ИИЕТ АН СССР, 1990. - С. 97-103.

2. Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства. - М.: Машиностроение, 1976. - 183 с.

3. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. - М.: Наука, 1981. - 255 с.

4. Титов Б.А., Горелова О.И. Совершенствование динамических свойств упругого КА посредством модального управления //Труды XV научных чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П.Королева и других советских ученых - пионеров освоения космического пространства. - М.: ИИЕТ АН СССР, I99I. - С. 48-52.

УДК 629.7.0I5

Е.А.Филиппов

ПРИМЕНЕНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОГО МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ КОМБИНИРОВАННЫМ МАНЕВРОМ ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ

I. Рассматривается маневр поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата, находящегося на низкой околоземной орбите. Траектория