ISSN 1819-2440

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
Институт проблем управления
им. В.А. Трапезникова

Волгоградский научно-образовательный центр проблем управления (ВолГУ)

Воронежский научно-образовательный центр проблем управления (ВГАСУ)

Липецкий научно-образовательный центр проблем управления (ЛГТУ)

Самарский научно-образовательный центр проблем управления (СГАУ)

УПРАВЛЕНИЕ БОЛЬШИМИ СИСТЕМАМИ

СБОРНИК ТРУДОВ

Выпуск 15

С А М А Р А
Издательство СГАУ
2006

УДК 519 ISSN 1819-2440
ББК 32.81
У 67

Инновационная образовательная программа "Развитие центра компетенции и подготовка специалистов мирового уровня в области аэрокосмических и геоинформационных технологий"

У 67 **Управление большими системами:** Сборник трудов. Вып. 15. Самара: СГАУ, 2006. – 217 с.

Настоящий сборник является одним из печатных органов сети научно-образовательных центров (НОЦ) проблем управления, созданной совместно Институтом проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН и рядом ведущих ВУЗов России: Волгоградским государственным университетом (ВолГУ), Воронежским государственным архитектурно-строительным университетом (ВГАСУ), Липецким государственным техническим университетом (ЛГТУ), Самарским государственным аэрокосмическим университетом (СГАУ).

В сборнике представлены статьи ученых, специализирующихся в области разработки и внедрения математических моделей и методов управления сложными социально-экономическими и организационно-техническими системами.

На интернет-сайте **www.mtas.ru** доступны электронные версии этого и всех предыдущих выпусков сборника. С 2006 года сборник включен в **Российский индекс научного цитирования (РИНЦ)** и размещается в открытом доступе в Научной Электронной Библиотеке **www.elibrary.ru**.

Утверждено Редакционно-издательским советом университета в качестве сборника трудов

ISBN 5-7883-0507-1

СОДЕРЖАНИЕ

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В ОДНОУРОВНЕВОЙ ОРГАНИЗАЦИОННО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ И ПЕРСПЕКТИВНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ РАЗРАБОТКИ ИНСТРУМЕНТАРИЯ

Богатырев В.Д.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
samelev@rambler.ru

Рассматривается задача управления одноуровневой системой для случаев трансферабельной и нетрансферабельной полезности. Приводятся реальные примеры одноуровневых организационно-экономических систем, а также интерфейс программы согласования взаимодействия.

Ключевые слова: одноуровневая система, согласованное взаимодействие, область компромисса, комбинированная система стимулирования, механизм управления взаимодействием.

Введение

Взаимодействие независимых юридических лиц в процессе хозяйственной деятельности в теории рассматривается как одноуровневая игра с сильно связанными элементами [2-4]. Однако механизмы управления одноуровневыми системами, предлагаемые в теории, на практике используются на объектах со слабо связанными элементами, когда полезность каждого не зависит от действий других, но при этом существует одно общее для всех ограничение. Такими ограничениями в системе с независимыми юридическими лицами могут быть следующие: на всех поставщиков делится ограниченный объем заказа, на всех подрядчиков делится ограниченный объем работ проекта, либо на всех перевозчиков существует один причал с ограниченной пропускной способностью и т.д. Кроме того, на практике среди всех элементов системы, как правило, можно выделить одно лицо, которое не может управлять остальными, но, в то же время, оно является системообразующим – с ним взаимодействуют все элементы и с ним связано одно общее на всех ограничение. Это лицо в ряде случаев может посчитать целесообразным и предложить остальным изменить условия контракта. Все это вызывает необходимость исследования механизмов управления взаимодействием, обеспечивающих устойчивость системы в новом состоянии и заинтересованность всех участников в переходе к новым условиям контракта.

1. Управление взаимодействием в системе с трансферабельной полезностью

Рассмотрим одноуровневую систему, состоящую из множества $I = \{1,2,3,...,N\}$ элементов, стратегией каждого из которых является выбор действия $y_n \in Y_n$ ($n \in I$). Пусть целевая функция каждого элемента $f_n(y): Y \to \Re^1$, где $y^d \in Y$ – первоначальная игровая ситуация, $Y = \prod_{n \in I} Y_n$.

Определим «выигрыш» *n*-го элемента при переходе от первоначальной игровой ситуации $y^d \in Y$ к ситуации $x \in Y$: $\varphi_n(x, y^d) = f_n(x) - f_n(y^d) \geq 0$. Если $\varphi_n(x, y^d) < 0$, то такую ситуацию будем называть «проигрыш». Условие, при котором игровая ситуация $x \in Y$ обеспечивает большую суммарную полезность: $\Phi(x, y^d) = \sum_{n=1}^{N} \varphi_n(x, y^d) > 0$.

Тогда постановка задачи формирования механизма управления в одноуровневой экономической системе будет следующей:

(1) $$\max_{\eta \in \Theta(y^d)} \sum_{n=1}^{N} \max_{y \in Y} \left[f_n(y, \eta) - f_n(y^d) \right],$$

где $\eta \in \Theta(y^d)$ – система стимулирующих воздействий, обеспечивающая каждому элементу «выигрыш».

Решение данной задачи согласованного взаимодействия предлагается разбить на два этапа. На первом этапе выбирается новый оптимальный план x: $x \in Arg \max\limits_{y \in Y} \sum\limits_{n=1}^{N} f_n(y)$. На втором этапе (задача согласованного взаимодействия) выбираются стимулирующие воздействия η^*:

(2) $\max\limits_{y_n \in Y_n} f_n(y_n, \eta^*, x_{-n}) = x_n$ и $f_n(x, \eta^*) > f_n(y^d)$,

то есть такие, которые обеспечивают заинтересованность всех элементов в выполнении плана и не меньшую полезность по сравнению со старым контрактом.

Для решения задачи второго этапа найдем разницу для целевой функции каждого элемента при реализации стратегии x_n при условии, что все остальные реализуют стратегию

$$x_{-n} = (x_1, x_2, ..., x_{n-1}, x_{n+1}, ..., x_{N-1}, x_N) \in Y_{-n}:$$

(3) $\Delta g_n(x) = \left[\max\limits_{y_n \in Y_n} f_n(y_n, x_{-n}) - f_n(x) \right]$.

Далее все элементы делятся на три группы:

(4) $I_1 = \left\{ n \in I \middle| f_n(x) + \Delta g_n(x) \le f_n(y^d) \right\}$,

(5) $I_2 = \left\{ n \in I \middle| f_n(x) + \Delta g_n(x) > f_n(y^d), \Delta g_n(x) > 0 \right\}$,

(6) $I_3 = \left\{ n \in I \middle| \varphi_n(x, y^d) \ge 0 \quad u \quad \Delta g_n(x) = 0 \right\}$.

(7) $I = I_1 \bigcup I_2 \bigcup I_3$ и $I_1 \bigcap I_2 \bigcap I_3 = \varnothing$.

Предлагается следующая система стимулирующих воздействий:

(8) $\eta = u = \left(\left\| u_{nm}^1 \right\|_{\substack{n \in I_1 \\ m \in I_3}}, \left\| u_{nm}^2 \right\|_{\substack{n \in I_2 \\ m \in I_3}} \right)$,

(9) $u_{nm}^1(x_n, y_n) = \begin{cases} u_{nm}^1, & y_n = x_n \\ 0, & y_n \ne x_n \end{cases}$,

(10) $u_{nm}^2(x_n, y_n) = \begin{cases} u_{nm}^2, & y_n = x_n \\ 0, & y_n \neq x_n \end{cases}$,

то есть элементы из третьей группы «выплачивают» полезность в пользу элементов из первой и второй групп, только если последние выполняют план x.

При изменении параметров новые целевые функции элементов примут следующий вид:

(11) $\forall n \in I_1 \quad F_n(x, u_n^1, y) = f_n(y) + \sum_{m \in I_3} u_{nm}^1(x_n, y_n)$,

(12) $\forall n \in I_2 \quad F_n(x, u_n^2, y) = f_n(y) + \sum_{m \in I_3} u_{nm}^2(x_n, y_n)$,

(13) $\forall m \in I_3 \quad F_m(x, u_m, y) = f_m(y) - \sum_{n \in I_1} u_{nm}^1(x_n, y_n) - \sum_{n \in I_2} u_{nm}^2(x_n, y_n)$.

Система стимулирующих воздействий должна отвечать ряду условий. Дополнительная полезность при выплате полезности, полученная каждым элементом из первой группы, должна обеспечивать достижение уровня $f_n(y^d)$:

(14) $\forall n \in I_1 \quad \sum_{m \in I_3} u_{nm}^1 \geq -\varphi_n(x, y^d)$.

Для второй группы дополнительная полезность должна быть не меньше потерь от реализации действия x_n:

(15) $\forall n \in I_2 \quad \sum_{m \in I_3} u_{nm}^2 \geq \Delta g_n(x)$.

Элементы из третьей группы согласятся на новый контракт, только если дополнительный эффект, получаемый каждым из них при переходе от ситуации y^d к ситуации x, не меньше, чем потери полезности при выплатах элементам из первой и второй группы:

(16) $\forall m \in I_3 \quad \varphi_m(x, y^d) \geq \sum_{n \in I_1} u_{nm}^1 + \sum_{n \in I_2} u_{nm}^2$.

В [1] доказываются следующие утверждения:

Утверждение 1. Для любого элемента при фиксированном виде стимулирующих воздействий (8-10), удовлетворяющих неравенствам (14-16), вектор действий x является равновесием Нэша:

(17) $E_N(x) = \left\{ x \in Y \middle| \forall n \in I \quad \forall y_n \in Y_n \quad F_n(x, u, x) \geq F_n(x, u, y_n, x_{-n}) \right\}$.

Утверждение 2. Условие реализации согласованного взаимодействия в системе следующее:

(18) $\Phi(x, y^d) \geq \sum\limits_{n \in I_2} \left[\varphi_n(x, y^d) + \Delta g_n(x) \right]$.

2. Комбинированная система стимулирования

На практике, как правило, элементы не могут в явном виде делиться друг с другом полезностью (доходом). Тогда предлагается использовать комбинированную систему стимулирования и реализовать перераспределение полезности путем изменения ряда существенных параметров всей системы, например, в качестве таких параметров могут выступать цены и тарифы, объемы заказа, длительность рассрочки в оплате за выполняемые элементами работы или поставляемые ими товары, размер авансовых выплат.

В этом случае целевая функция каждого элемента системы $f_n(r_n, r^n, y)$ зависит от двух векторов $r_n = (r_{n1}, \ldots, r_{nm}, \ldots, r_{nN})$ и $r^n = (r_{1n}, \ldots, r_{mn}, \ldots, r_{Nn})$, которые, соответственно, являются строкой и столбцом матрицы параметров контракта $r = \left\| r_{nm} \right\|_{n \in I, m \in I} \in R$, где r_{nm} – параметр, выбираемый n-ым элементом и общий с m-ым элементом. То есть вектор параметров r_n выбирает сам элемент, а вектор параметров r^n выбирают остальные. Далее для краткости будем записывать целевую функцию n-го элемента следующим образом – $f_n(r, y)$. Предположим, что условия старого контракта включают вектор плановых действий $y^d = (y_1^d, \ldots, y_n^d, \ldots, y_N^d)$ и матрицу параметров r^0.

В соответствии с алгоритмом, определенным ранее в первом варианте, когда перераспределение полезности происходило в явном виде, найдем потери каждого элемента

(19) $\Delta g_n(r^*,x)=\left[\max_{r_n\in R_n}\max_{y_n\in Y_n} f_n(r_n,r^*_{-n},y_n,x_{-n})-f_n(r^*,x)\right]$

и разобьем множество I на три группы.

Тогда новые целевые функции элементов примут следующий вид:

(20) $\forall n\in I_1 \quad F_n(r^*,x,\eta,r\ ,y)=f_n(r\ ,y)+\sum_{m\in I_3}u^1_{nm}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)+$
$$+\Delta f_n(r^*,x,\Delta r,r\ ,y)\,,$$

(21) $\forall n\in I_2 \quad F_n(r^*,x,\eta,r\ ,y)=f_n(r\ ,y)+\sum_{m\in I_3}u^2_{nm}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)+$
$$+\Delta f_n(r^*,x,\Delta r,r\ ,y)\,,$$

(22) $\forall m\in I_3 \quad F_m(r^*,x,\eta,r\ ,y)=f_m(r\ ,y)-\sum_{n\in I_1}u^1_{nm}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)-$
$$-\sum_{n\in I_2}u^2_{nm}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)+\Delta f_m(r^*,x,\Delta r,r\ ,y)\,,$$

где используется следующая комбинированная система

(23) $\eta=(u,\Delta r)$, $u=\left(\left\|u^1_{nm}\right\|_{\substack{n\in I_1\\ m\in I_3}},\left\|u^2_{nm}\right\|_{\substack{n\in I_2\\ m\in I_3}}\right)$, $\Delta r=\left\|\Delta r_{nm}\right\|_{n\in I,m\in I}$,

(24) $u^1_{nm}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)=\begin{cases}u^1_{nm}, & y_n=x_n\wedge r_n=r^*_n\\ 0, & y_n\neq x_n\vee r_n\neq r^*_n\end{cases}$,

(25) $u^2_{nm}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)=\begin{cases}u^2_{nm}, & y_n=x_n\wedge r_n=r^*_n\\ 0, & y_n\neq x_n\vee r_n\neq r^*_n\end{cases}$,

(26) $\forall n\in I_1\bigcup I_2,\forall m\in I_3$
$$\Delta r_{mn}(r^*_n,x_n,r_n,y_n)=\begin{cases}\Delta r_{mn}, & y_n=x_n\wedge r_n=r^*_n\\ 0, & y_n\neq x_n\vee r_n\neq r^*_n\end{cases},$$

то есть элементы из третьей группы изменяют параметры и отдают часть своей полезности, повышающие полезность для элементов из первой и второй групп, только если последние выполняют план x и соблюдают параметры контракта r^*.

При использовании комбинированной системы можно рекомендовать последовательное применение стимулирующих воздействий, в первую очередь следует использовать выплаты в явном виде, а уже при достижении допустимых границ изменять параметры в допустимой области.

Система стимулирующих воздействий (23-26) должна отвечать ряду требований.

Сумма полезностей, полученная каждым элементом из первой группы, и дополнительная полезность от изменения параметров должны обеспечивать достижение уровня $f_n(y^d)$:

$$(27)\ \forall n \in I_1 \quad \sum_{m \in I_3} u_{nm}^1 + \Delta f_n(r^*, x, \Delta r, r^*, x) \geq -\varphi_n(r^*, x, r^0, y^d).$$

Для второй группы суммарная полезность, перераспределяемая в пользу каждого из них, и дополнительная полезность при изменении параметров должны быть не меньше потерь от реализации действия x_n при векторе параметров r^*:

$$(28)\ \forall n \in I_2 \quad \sum_{m \in I_3} u_{nm}^2 + \Delta f_n(r^*, x, \Delta r, r^*, x) \geq \Delta g_n(r^*, x).$$

Элементы из третьей группы согласятся на новый контракт, только если дополнительный эффект, получаемый каждым из них при переходе от ситуации y^d к ситуации x, не меньше, чем сумма полезности, перераспределяемой в пользу элементов из первой и второй групп, и потери полезности при изменении параметров:

$$(29)\ \forall m \in I_3 \quad \varphi_m(r^*, x, r^0, y^d) \geq \sum_{n \in I_1} u_{nm}^1 + \sum_{n \in I_2} u_{nm}^2 - \Delta f_m(r^*, x, \Delta r, r^*, x).$$

Утверждение 3 [1]. Для любого элемента при фиксированном виде стимулирующих воздействий (23-26), удовлетворяющих неравенствам (27-29), вектор действий x является равновесием Нэша:

$$(30)\quad E_N(x) = \left\{ x \in Y \,\middle|\, \begin{array}{l} \forall n \in I, \forall y_n \in Y_n, \forall r_n \in R_n \\ F_n(r^*, x, \eta, r^*, x) \geq F_n(r^*, x, \eta, r_n, r^*_{-n}, y_n, x_{-n}) \end{array} \right\}.$$

В качестве практического примера можно рассматривать взаимодействие предприятия оптовой торговли, являющегося одновременно заказчиком и поставщиком у целого ряда независимых друг от производителей и потребителей (см. рис. 1). Инвестор-заказчик инвестиционного проекта и предприятия подрядчики, поставщики, проектировщики (см. рис. 2), лизингодатель и агенты – лизингополучатель, производитель оборудования, сервисная компания (см. рис. 3), – всё это примеры взаимодействия в одноуровневой системе. Еще одним примером могут стать логистический центр (перевозчик), занимающийся хранением, перевалкой и транспортировкой грузов, с одной стороны, и его клиенты – независимые организации, с другой стороны (см. рис. 4).

Фактически, в приведенных примерах одноуровневых систем инициатором изменения контракта могут быть предприятие оптовой торговли, логистический центр, заказчик проекта, которые предлагают остальным участникам системы изменить условия или перезаключить контракт с учетом новых оптимальных планов и параметров. При этом инициаторы нового контракта должны разработать и предложить такие новые условия, которые заинтересовали бы остальных участников системы. Как правило, изменение полезности элементов в третьей группе при новом контракте существенно превышает изменение полезности у остальных, поэтому они имеют возможность различными способами «делиться» полезностью с остальными. На практике данная схема согласования взаимодействия, как правило, используется в системах со слабо связанными элементами. Тогда все элементы делятся на группы: в первой – элементы, получающие дополнительную полезность, в третьей – элементы, перераспределявшие полезность. Второй группы нет, так как $\forall n \in I \quad \max\limits_{y_n \in Y_n} f_n(y_n) = f_n(y_n^d)$.

Рис. 1. Схема взаимодействия предприятия оптовой торговли «М-Маркет» и его контрагентов

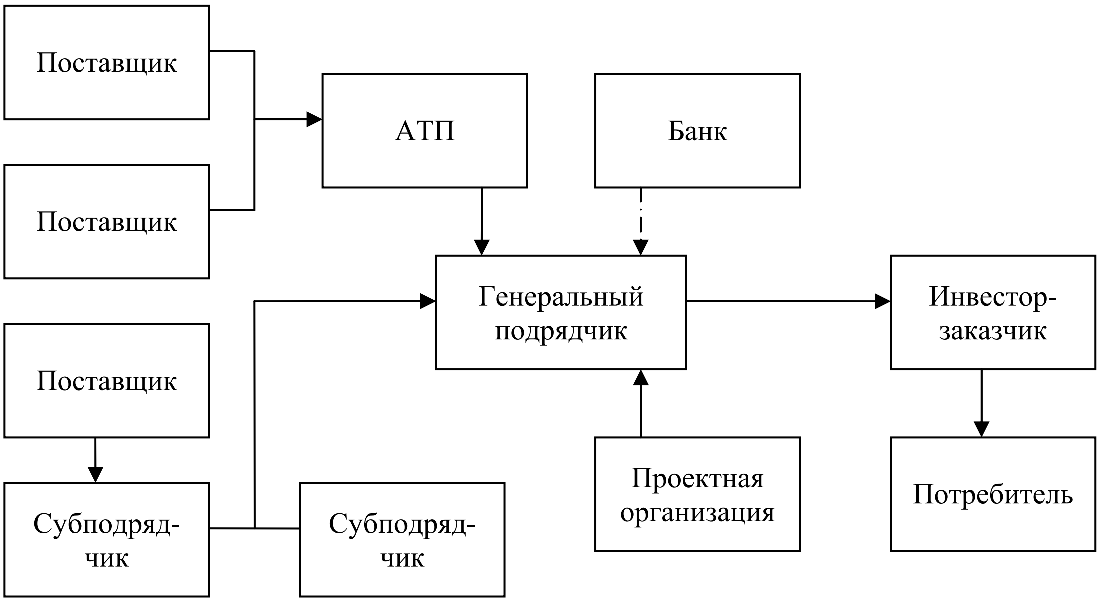

Рис. 2. Схема взаимодействия участников инвестиционного проекта

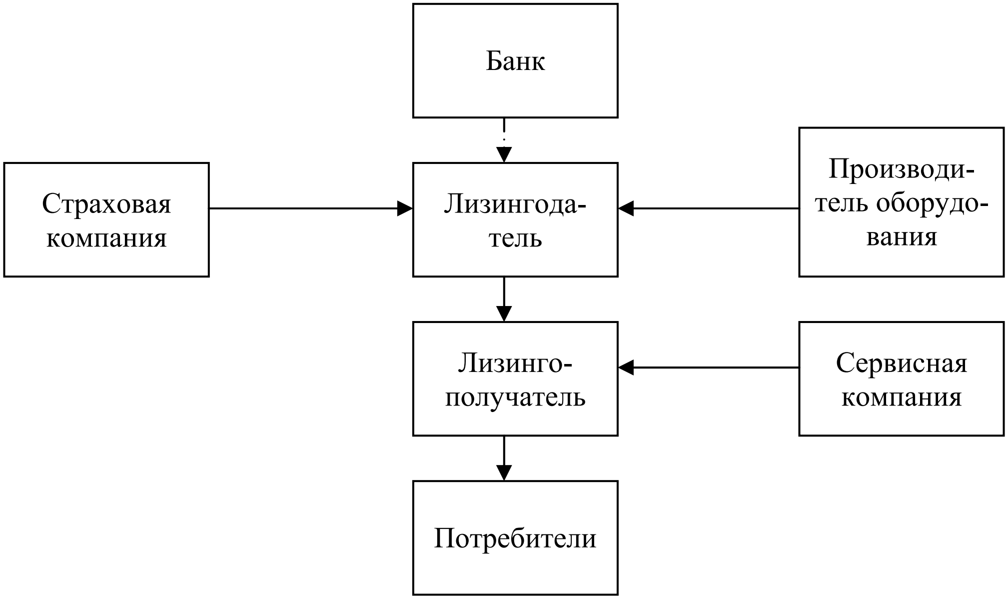

Рис. 3. Схема взаимодействия участников лизинговой сделки

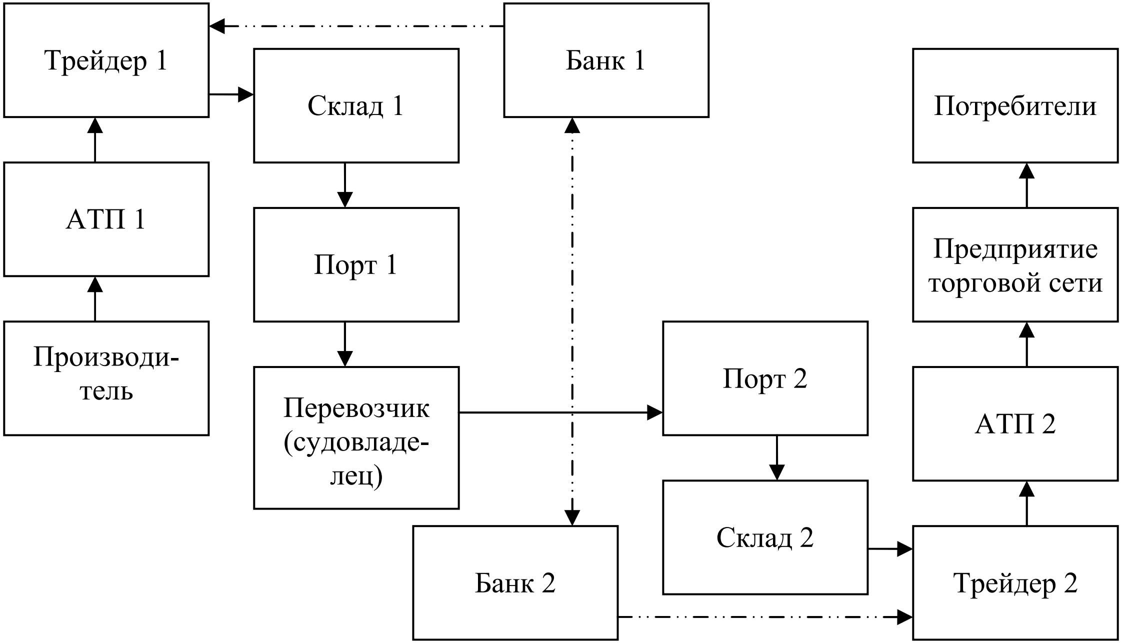

Рис. 4. Схема взаимодействия контрагентов при экспорте продукции, перевозимой водным транспортом

Другим направлением дальнейшего развития является разработка компьютерной программы, проводящей расчеты с использованием экономико-математических моделей управления взаимодействием. Данная программа должна быть универсальной, то есть должна иметь возможность работы с изменяемым числом элементов, любыми целевыми функциями, в том числе, изменяющимися дискретно, а также со свободно настраиваемым множеством переменных и ограничений.

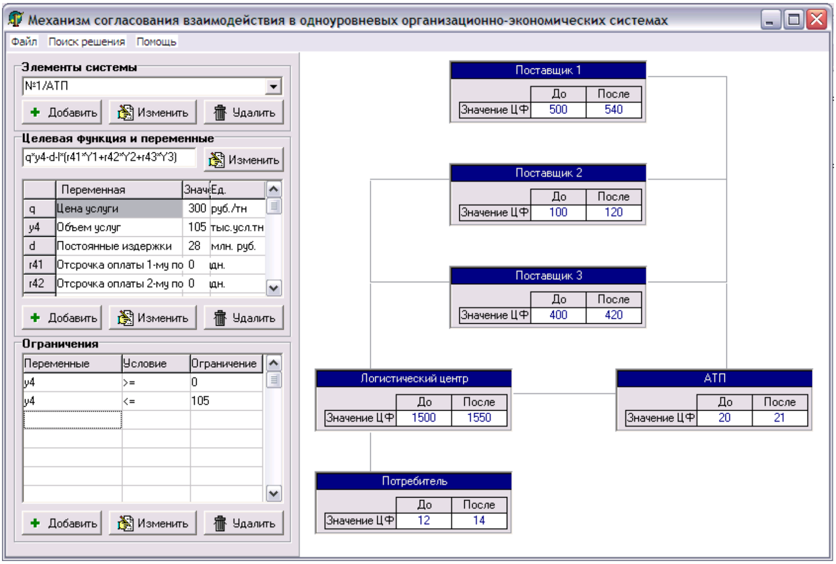

Рис. 5. Интерфейс программы согласования взаимодействия (общий вид)

Пример интерфейса такой программы предлагается на рис. 5. В левой части экрана программы предусмотрен ввод элементов системы, для каждого из них вводится целевая функция, эндогенные и экзогенные переменные, ограничения. В правой части экрана элементы и связи между ними представлены графически. Необходимо отметить, что так как элементы связаны друг с другом и с внешней средой материальными, финансовыми и информационными связями, то параметры, характеризующие эти связи, являются для одних элементов входными, а для других выходными переменными.

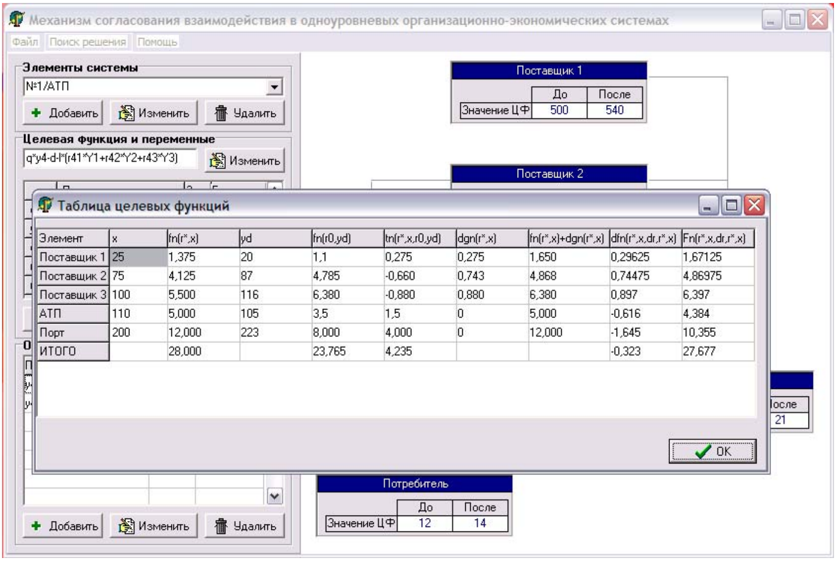

Рис. 6. Интерфейс программы согласования взаимодействия (результат)

Так как при приведенных способах решения задачи управления взаимодействием результат получается в виде набора неравенств, так называемой, области компромисса, то для выбора конкретного решения пользователю программы необходимо выбрать вариант распределения дополнительного эффекта, получаемого при согласованном взаимодействии. В качестве таких вариантов могут быть следующие – распределение эффекта поровну между элементами, пропорционально выручке, в соответствии с одинаковой нормой рентабельности, либо весь эффект могут получать только элементы третьей группы («выигравшие»), либо элементы первой и второй группы («проигравшие»). После выбора варианта распределения эффекта между элементами подпрограмма оптимизации целевых функций и подбора системы стимулирования предлагает окончательное конкретное решение в виде нового набора оптимального планового действия и параметров. Пример вывода результата приведен на рис. 6, слева направо в таблице указаны: оптимальный план, значения целевых функций при оптимальном плане, предыдущие значения вектора действий и целевых функций, изменения целевых функций при переходе от предыдущего действия к оптимальному плану, потери каждого элемента при выборе им оптимального плана, значения целевых функций при выборе оптимального плана с учетом потерь, перераспределение полезности между элементами при подборе системы стимулирования.

Выводы

Результаты заключаются в следующем: показано, что построение механизма управления одноуровневой системой определяется целевыми функциями и множествами допустимых действий элементов; в формализованном виде выведены условия согласованного взаимодействия; предложено в качестве стимулирующих воздействий использовать не только выплаты в явном виде, но и изменения ряда существенных параметров системы, то есть комбинированный вариант, что позволило расширить возможности управления одноуровневой системой. Перспективным направлением дальнейших исследований является изучение взаимодействия для максимально широкого круга систем с целью построения механизмов управления организационными системами, удобных для использования на практике.

Литература

1. БОГАТЫРЕВ В.Д. *Механизм управления взаимодействием в одноуровневой организационной системе.* Автоматика и телемеханика. №5. 2005. С. 156-174.
2. ГУБКО М.В., НОВИКОВ Д.А. *Теория игр в управлении организационными системами.* М.: Синтег, 2002.
3. ГЕРМЕЙЕР Ю.Б. *Игры с непротивоположными интересами.* М.: Наука, 1976.
4. НОВИКОВ Д.А. *Стимулирование в организационных системах.* М.: Синтег, 2003.

ОБ ОСНОВНЫХ ФАКТОРАХ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ВЛИЯНИЕ ЭНЕРГОТАРИФОВ НА ЦЕНЫ ГОТОВОЙ ПРОДУКЦИИ: ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Богачкова Л.Ю., Васильева Е.В.
(Волгоградский государственный университет, Волгоград)
bogachkova@mail.ru, evasiljeva@t-k.ru

Развивается аналитический подход к оценке влияния цен энергоносителей на отраслевые цены в промышленности. Его можно порекомендовать для дополнения и уточнения эмпирических (эконометрических) подходов. В отношении рынка конечной продукции приняты предпосылки традиционного анализа Курно. Для учета вертикальной связи отраслевого рынка с рынком энергоносителя используются приемы, предложенные С. Брауном и Д. Сиблеем (1986). Приведен вывод соотношения, связывающего отклик цены готовой продукции с изменением цены энергоносителя. Дан анализ факторов, влияющих на характер и величину отклика цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя.

Ключевые слова: влияние цен энергоносителей на цены конечной продукции; моделирование эффектов вертикальных рыночных связей.

Введение

Актуальность анализа влияния цен энергоносителей, потребляемых в процессе производства, на цены готовой продукции предприятий обусловлена необходимостью адаптации ценовой политики к непрерывно изменяющимся условиям функционирования рынков в российской энергетике.

Реакция цен конечных товаров на изменение энерготарифов[1] в нашей стране изучается, как правило, эконометрически-

---

[1] *В качестве энерготарифов рассматриваются регулируемые цены электроэнергии и газа. Газ служит первичным энергоносителем для*

ми методами[2]. Однако непродолжительность истории развития и стремительность преобразования национальных отраслевых рынков, а также непрерывное совершенствование правил и методов ценового регулирования энергоотраслей – все это объективно затрудняет построение несмещенных оценок эконометрическими методами.

Вместе с тем, развитая к настоящему времени в мировой экономической науке методология исследования данной проблемы опирается на сочетание эконометрического подхода с аналитическим подходом, основанным на качественных методах микроэкономического анализа, используемых в теории организации промышленности и теории естественной монополии при исследовании эффектов вертикальных рыночных связей[3]. Качественные методы анализа используются для выявления и разграничения основных факторов, влияющих на ценовое поведение предприятий в отрасли. Представляется, что они заслуживают внимательного изучения и более широкого применения к анализу современной динамики цен в России.

Данная работа дополняет и продолжает начатое в [1] описание и развитие аналитического подхода к оценке влияния цен энергоносителей на отраслевые цены в промышленности. Рассматривается модель, концептуально предложенная в монографии [9]. Она основана на предпосылках традиционного анализа Курно [3, 10] при учете вертикальной связи отраслевого рынка готовой продукции с рынком энергоносителя. На основе предпосылок указанной модели в данной работе приведен вывод соотношения, связывающего отклик цены готовой продукции с изменением цены энергоносителя. При некоторых предположениях о функции издержек, об эластичности производственного спроса на энергоноситель и о функции конечного спроса дан

выработки электроэнергии на большинстве российских ТЭЦ, а электроэнергия – универсальный энергоноситель, потребляемый в процессе производства любого товара.

[2] *См., например, [2, 5].*

[3] *Соответствующие краткие обзоры литературы можно найти в [2, 5]. См. также [6-8].*

анализ факторов, влияющих на характер и величину отклика цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя.

1. Описание модели

Рассматривается отрасль промышленного производства, в отношении которой выполняются предпосылки модели количественной олигополии Курно. В отрасли оперируют n фирм; Q – совокупный объем выпуска; P – цена готовой продукции; $P=P(Q)$ – обратная функция отраслевого спроса на готовую продукцию. Отрасль свободна от государственного регулирования.

В зависимости от типа олигополистического поведения и от количества фирм модель позволяет описать следующие состояния отраслевого равновесия: конкурентное олигополистическое равновесие Курно; совершенно конкурентное равновесие, в которое переходит равновесие Курно при неограниченном возрастании количества фирм-производителей; равновесие чистой монополии, которое достигается при картельном сговоре фирм.

Функция экономических издержек отдельной фирмы является достаточно гладкой и имеет вид $C = C(q, P_0, \omega)$, где q – объем выпуска фирмы, P_0 – цена энергоносителя (электроэнергии или газа), потребляемого в процессе производства, ω – вектор цен на другие используемые виды сырья. Экономические издержки являются суммой бухгалтерских издержек и альтернативных издержек; последние приравниваются к величине нормальной прибыли для данной отрасли.

Энергоноситель потребляется предприятиями отрасли в совокупном объеме X по цене P_0. Его потребление отдельной фирмой в среднем по отрасли обозначается $\chi = \frac{X}{n}$. Зависимость χ от q представляет собой функцию производственного спроса предприятия на энергоноситель $\chi = \chi(q)$. Эластичность этой функции по объему выпуска готовой продукции фирмы обозначается $e = \frac{q}{\chi} \cdot \frac{d\chi}{dq}$.

Каждая фирма максимизирует экономическую прибыль

(1) $$\pi(q) = P(Q) \cdot q - C(q, P_0, \omega) .$$

Согласно логике модели Курно, в состоянии отраслевого равновесия все фирмы зарабатывают одинаковую положительную бухгалтерскую прибыль, уровень которой является нормальным для данной отрасли. Поэтому экономическая прибыль фирмы (1), являющаяся разностью между бухгалтерской и нормальной прибылью, равна нулю. Признаком равновесного состояния отрасли является выполнение следующей системы уравнений:

(2) $$\begin{cases} q \cdot \nu \cdot P'_Q + P - C'_q = 0; \\ q \cdot P(nq) - C(q, P_0, \omega) = 0. \end{cases}$$

Здесь первое уравнение выражает необходимое условие максимизации экономической прибыли, определенной соотношением (1). Второе уравнение – это одинаковое для всех фирм условие нулевой экономической прибыли. Буквой ν обозначена переменная $\nu = \dfrac{dQ}{dq}$ – предположительная вариация совокупного объема выпуска [4, 10], вызванная изменением объема выпуска отдельной фирмы q. Эта переменная принимает значения, зависящие от типа рынка и от поведения фирм:

$\nu = 1$ – при конкурентном поведении фирм;

$\nu = 0$ – в условиях совершенной конкуренции (при конкурентном поведении фирм и неограниченном увеличении их числа);

$\nu = n$ – в условиях картельного сговора, эквивалентного случаю чистой монополии.

Достаточное условие максимизации прибыли фирмы можно представить в виде

(3) $$\pi''_{qq} < 0 \Leftrightarrow \nu^2 q P''_{QQ} + 2\nu P'_Q - C''_{qq} < 0 .$$

Пусть dP_0 – произвольное малое отличное от нуля приращение цены энергоносителя, а dP – соответствующий отклик цены готовой продукции. Допустим, что после изменения цены энергоносителя отрасль переходит из первоначального состояния равновесия, которое характеризовалось определенными значениями переменных q, n, P_0, в близкое к нему положение равновесия, описываемое новыми значениями этих переменных $q+\delta q$, $n+\delta n$, $P_0+\delta P_0$. Здесь δq – достаточно малая возможная вариация переменной q, а δn – единичная (минимальная) возможная вариация переменной n; $\delta P_0 = dP_0$. Заметим, что в равновесии соотношение $Q=nq$ выполняется как в случае конкурентной стратегии фирм, так и при их сговоре, поскольку доли рынка распределяются между фирмами равномерно. Следовательно, отклик цены готовой продукции dP на изменение цены энергоносителя dP_0 приближенно можно представить так:

$$dP = d\big(P(Q)\big) = d\big(P(nq)\big) = P'_Q \cdot \big(\delta n \cdot q + n \cdot \delta q\big).$$

Поделив левую и правую части этого соотношения на $dP_0 = \delta P_0$, получаем выражение отклика цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя:

(4) $$\frac{dP}{dP_0} = P'_Q \cdot \left(\frac{\delta n}{\delta P_0} \cdot q + n \cdot \frac{\delta q}{\delta P_0} \right), \text{ где } \delta P_0 = dP_0.$$

Правую часть этого соотношения можно привести к более удобному для дальнейшего анализа виду, выразив относительные вариации $\delta n / \delta P_0$ и $\delta q / \delta P_0$ через переменные, характеризующие структуру рынка, поведение фирм и издержки производства. С этой целью рассмотрим необходимые условия равновесия отрасли (2) и представим левые части этих уравнений как функции F и G от трех переменных q, n, P_0. С использованием этих соотношений условия равновесия (2) в двух близких друг другу точках с координатами (q, n, P_0) и ($q+\delta q$, $n+\delta n$, $P_0+\delta P_0$) примут вид:

$$\begin{cases} F(q, n, P_0) = 0, \\ G(q, n, P_0) = 0; \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} F(q+\delta q, n+\delta n, P_0+\delta P_0) = 0, \\ G(q+\delta q, n+\delta n, P_0+\delta P_0) = 0. \end{cases}$$

Вычтем из уравнений второй системы соответствующие уравнения первой системы и получим следующие представления вариаций функций F и G:

$$\delta F = F(q+\Delta q, n+\Delta n, P_0+\Delta P_0) - F(q, n, P_0) = 0;$$

$$\delta G = G(q+\Delta q, n+\Delta n, P_0+\Delta P_0) - G(q, n, P_0) = 0.$$

Приближая вариации функций F и G их полными дифференциалами, придем к системе уравнений, которую можно представить в следующей матричной форме:

$$(5) \qquad \begin{bmatrix} F'_q & F'_n \\ G'_q & G'_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q / \delta P_0 \\ \delta n / \delta P_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F'_{P_0} \\ -G'_{P_0} \end{bmatrix}.$$

Здесь частные производные берутся в точке (q, n, P_0). Как уже отмечалось, для равновесного состояния справедливо равенство $Q=nq$ и поэтому выполняются также соотношения

$$\frac{\partial Q}{\partial q} = \frac{\delta Q}{\delta q} = n \,.$$

Определитель Якоби для матрицы системы (5) приводится к виду

$$(6) \qquad J = q^2 \cdot P'_Q \cdot \left[q\nu^2 P''_{QQ} + 2\nu P' - C''_{qq} \right].$$

Для его представления в виде (6) выражение производной F'_{P_0} было преобразовано с учетом леммы Шепарда[4], согласно которой спрос на фактор производства может быть определен как производная от функции издержек по цене этого фактора: $\chi = C'_{P_0}$. Кроме того, при вычислении производной G'_q была использована формула $P = C'_q - \nu q P'_Q$, являющаяся следствием необходимого условия максимизации фирмой чистой прибыли (первое уравнение системы (2)).

Определитель Якоби (6) является положительным, поскольку: 1) $q^2 > 0$; 2) фирмы производят товар, подчиняющийся закону спроса: $P'_Q < 0$; 3) в положении равновесия выполняется достаточное условие максимизации чистой прибыли (3), согласно которому содержимое квадратных скобок в правой части уравнения (6) есть величина отрицательная.

Решение системы (5) можно получить методом Крамера и привести его к виду:

---

[4]См., например, [10, pp. 74-75].

$$(7)\ \frac{\delta q}{\delta P_0}=\frac{-F'_{P_0}\cdot G'_n+G'_{P_0}\cdot F'_n}{J}=\frac{P'_Q\cdot q\cdot e\cdot\chi-q\cdot\chi\left(\nu\cdot q\cdot P''_{QQ}+P'_Q\right)}{J},$$

$$(8)\qquad \frac{\delta n}{\delta P_0}=\frac{-F'_qG'_{P_0}+G'_qF'_{P_0}}{J}=\frac{\chi\cdot F'_q-e\cdot\chi\cdot P'_Q\cdot(n-q)}{J}.$$

Подставляя соотношения (7) и (8) в уравнение (4), приходим к окончательному выражению отклика цены конечной продукции на изменение цены энергоносителя:

$$(9)\qquad \frac{dP}{dP_0}=\frac{\chi}{q}\cdot\frac{\nu\cdot P'\cdot(e+1)-C''_{qq}}{\left(2P'\cdot\nu-C''_{qq}+\nu^2\cdot q\cdot P''\right)}.$$

Полученное соотношение (9) показывает, что отклик цены конечной продукции на изменение цены энергоносителя пропорционален удельной энергоемкости производства этой продукции $\frac{\chi}{q}$. При этом величина коэффициента пропорциональности зависит от структуры и типа рынка конечной продукции, определяемых параметрами ν и n, от эластичности производственного спроса на энергоноситель по объему выпуска e, от свойств функции издержек C и от свойств функции спроса на готовую продукцию $P(Q)$.

2. Анализ факторов, определяющих характер и величину отклика цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя

Для упрощения анализа допустим, что выполняются следующие предположения:

- функция издержек производства C линейна по объему выпуска q, и, следовательно, $C''_{qq}=0$;
- эластичность производственного спроса на энергоноситель по объему выпуска готовой продукции равна единице: $e=1$.

Тогда соотношение (9) переписывается в виде

(10) $$\frac{dP}{dP_0} = \frac{\chi}{q} \cdot K, \quad \text{где} \qquad K = \frac{1}{\left(1 + v\dfrac{M}{2n}\right)},$$

$M \equiv QP''/P'$.

Рассмотрим сначала простейшие случаи линейной функции спроса на конечный продукт и совершенной конкуренции на рынке этого продукта.

Линейная функция спроса. В этом случае, поскольку $M = \dfrac{QP''}{P'} = 0$, коэффициент K в соответствии с формулой (10) равен единице, и отклик цены конечной продукции на изменение цены энергоносителя при любой структуре рынка (независимо от v, n), полностью определяется удельной энергоемкостью производства конечной продукции:

(11) $$\frac{dP}{dP_B} = \frac{\chi_B}{q}.$$

Совершенная конкуренция на рынке готовой продукции. В этом случае имеем $v = 0$, и по формуле (10) коэффициент K также равен единице. Отклик цены готовой продукции вновь определяется формулой (11), которая выполняется при любой функции спроса на готовую продукцию, независимо от вида этой функции.

В других случаях, отличных от двух простейших, коэффициент K, а с ним и отклик цены P, зависят как от вида функции спроса, так и от структуры рынка готовой продукции.

Рассмотрим изоэластичную функцию спроса на конечный продукт и допустимые моделью типы и структуры рынка, отличные от уже рассмотренного случая совершенной конкуренции: конкурентное равновесие Курно и ситуацию сговора, эквивалентную случаю чистой монополии.

Изоэластичная функция спроса имеет вид:

(12) $Q = AP^{-\eta}$, или $P = A^{-1}Q^{-1/\eta}$, где $A>0$, $A=const.$

Здесь $\eta = \left|E_P(Q_D)\right|$ – модуль, или коэффициент ценовой эластичности спроса. Для функции спроса (12) значение η не зависит от цены P. Переменная M, характеризующая эластичность наклона линии спроса, в данном случае имеет вид

$$M = E_Q\left(P'_Q\right) = -\frac{1}{\eta} - 1\,. \tag{13}$$

Как в конкурентном равновесии Курно, так и при сговоре фирмы-производители готовой продукции обладают определенной степенью нерегулируемой рыночной власти. Поскольку нерегулируемые монополии обслуживают, как правило, рынки с эластичным спросом, естественно предположить, что $\eta>1$. Случай не эластичного спроса ($\eta < 1$) и случай спроса единичной эластичности ($\eta = 1$) также будут рассмотрены, хотя полученные результаты смогут послужить не столько для объяснения вариаций цен электроэнергии и готовой продукции, сколько для подтверждения необходимости государственного регулирования рынков несовершенной конкуренции с неэластичным спросом.

2.1. ЭЛАСТИЧНЫЙ СПРОС НА КОНЕЧНЫЙ ПРОДУКТ

При эластичном спросе на конечный продукт имеем $\eta > 1$ ($\eta = const$); $-2 < M < -1$. Поэтому с учетом возможных значений переменных ν и n ($\nu = 1$ или $\nu = n$; $n \geq 2$) по формуле (10) получаем, что $K > 0$. Коэффициент пропорциональности отклика цены готовой продукции изменению цены энергоносителя принимает положительные значения. Значит, динамика цены энергоносителя и цены готовой продукции однонаправлена: повышение цены электроэнергии вызовет повышение цены продукции и наоборот.

2.1.1. КОНКУРЕНТНОЕ РАВНОВЕСИЕ В УСЛОВИЯХ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО ПРИ ЭЛАСТИЧНОМ КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

В этом случае $\eta > 1$; $\nu = 1$; $2 \leq n < \infty$ (n – конечное число). Подставляя выражение (13) в формулу (10) для коэффициента K и учитывая, что $\nu = 1$, получаем:

(14) $$K = \frac{1}{1 - \frac{1 + 1/\eta}{2n}}.$$

На основе представления (14) при учете неравенства η>1 приходим к следующим оценкам значения K:

(15) $$k_1 < K < k_2, \text{ где}$$

(16) $$k_1 = \frac{1}{1 - 1/2n}; \qquad k_2 = \frac{1}{1 - 1/n}.$$

При фиксированном коэффициенте эластичности η диапазон значений K, определяемых соотношениями (14)-(16), сужается по мере роста n – числа фирм в отрасли. Так, при n=2 он наиболее широк: k_1=4/3 < K < k_2=2; а при неограниченном росте n как нижняя, так и верхняя границы неравенства (15), а с ними и значение K, стягиваются к единице:

(17) $$\lim_{n\to\infty} k_1 = \lim_{n\to\infty} k_2 = \lim_{n\to\infty} K = 1.$$

Соотношения (17) выражают предельный переход от случая конкурентного равновесия в модели олигополии Курно к случаю совершенной конкуренции при неограниченном возрастании числа фирм в отрасли.

При фиксированном n получаем, что чем менее эластичен спрос (чем ближе величина η к единице), тем ближе значение K к верхней границе: $\lim_{\eta\to 1} K = k_2$. Напротив, с ростом эластичности спроса значение K уменьшается, приближаясь к своей нижней границе: $\lim_{\eta\to\infty} = k_1$.

Таким образом, для случая эластичного отраслевого спроса на готовую продукцию при конкурентном равновесии в условиях олигополии Курно отклик цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя пропорционален удельной энергоемкости производства с повышающим коэффициентом K, значения которого заключены в промежутке $1 < K < 2$. С ростом числа фирм в отрасли этот коэффициент стремится к единице. При каждом заданном количестве фирм-производителей его значения тем меньше (тем ближе к единице), чем более эластичен спрос.

2.1.2. СГОВОР В УСЛОВИЯХ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО ПРИ ЭЛАСТИЧНОМ КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

Тогда $\eta > 1$; $\nu = n$; $2 \le n < \infty$ (n – конечное число). Подставляя выражение (13) в формулу (10) для коэффициента K и учитывая, что $\nu = n$, $\eta>1$, получаем:

$$K = K(\eta) = \frac{2}{1-\frac{1}{\eta}} > 2\,. \qquad (18)$$

Как показывает представление (18), значение K монотонно убывает по мере возрастания η. Выполняются соотношения:

$$\lim_{\eta\to 1+0} K = +\infty\,;\ \lim_{\eta\to+\infty} K = 2\,.$$

Таким образом, при эластичном отраслевом спросе в ситуации картельного сговора отклик цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя пропорционален удельной энергоемкости производства с повышающим коэффициентом K, принимающим значения $K > 2$. Чем более эластичен спрос, тем ближе к 2 значения K. Напротив, чем менее эластичен спрос, тем большие значения принимает K, неограниченно возрастая по мере приближения к единичной эластичности спроса по цене. Данный факт можно рассматривать как признак необходимости антимонопольного регулирования рынков с неэластичным спросом и со спросом, эластичность которого близка к единичной.

2.2. НЕЭЛАСТИЧНЫЙ СПРОС НА КОНЕЧНЫЙ ПРОДУКТ

При неэластичном спросе на конечный продукт имеем $0 < \eta \le 1$ (η*=const*); $-\infty < M \le -2$. При возможных значениях переменных ν и n ($\nu = 1$ или $\nu = n$; $n \ge 2$) по (11) получаем, что коэффициент $K=K(\nu, n)$ может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Это означает, что в данном случае модель предсказывает возможность разнонаправленной динамики цены энергоносителя и цены готовой продукции. Например, что понижение цены электроэнергии (в ходе ликвидации перекрестного субсидирования населения промышленностью) может повлечь за собой не понижение, а повышение цены готовой продукции. Представляется, что с точки зрения экономического смысла разнонаправленность изменения цен электроэнергии и готовой продукции вновь свидетельствует о необходимости антимонопольного регулирования рынков с неэластичным спросом.

2.2.1. КОНКУРЕНТНОЕ РАВНОВЕСИЕ В УСЛОВИЯХ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО ПРИ НЕЭЛАСТИЧНОМ КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

В этом случае $0 < \eta \le 1$; $\nu = 1$; $2 \le n < \infty$ (n – конечное число). При любом заданном n функция K=K(η), определяемая по формуле (14), и ее производная

(19)
$$K'_\eta = -\frac{1}{2n\eta^2} \cdot \frac{1}{\left[1 - \dfrac{1 + 1/\eta}{2n}\right]^2},$$

терпят разрыв второго рода в точке

(20)
$$\eta^* = \frac{1}{2n - 1}.$$

По (20) легко видеть, что $K'_\eta < 0$ при всех рассматриваемых значениях η, n, и что, при фиксированном n, значение коэффициента K монотонно убывает по η на промежутках $\eta \in (0;\eta^*) \cup (\eta^*;1]$. В соответствии с (14) выполняются следующие соотношения:

$$\lim_{\eta \to 0+0} K = 0 - 0; \quad \lim_{\eta \to \eta^* - 0} K = -\infty; \quad \lim_{\eta \to \eta^* + 0} K = +\infty;$$

(21)
$$\lim_{\eta \to 1-0} K = \frac{1}{1 - 1/n} = k_2.$$

Таким образом, если отраслевой спрос на готовую продукцию не эластичен, то при конкурентном равновесии Курно коэффициент пропорциональности отклика цены готовой продукции изменению цены энергоносителя может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Отрицательные значения K соответствуют диапазону $\eta \in (0; \eta^*)$, т.е. «исключительно жесткому спросу». Положение правой границы этого диапазона η^* на оси η зависит от количества фирм в отрасли. Из состояния $\eta^* = 1/3$, в котором граница находится при минимальном количестве фирм $n = 2$, по мере роста n она сдвигается влево, и при $n \to \infty$ она стремится к началу координат. Положительные значения K удовлетворяют неравенству $K > 1$ и отвечают диапазону значений $\eta \in (\eta^*; 1]$. Однако относительно маленьким значениям η, близким к левой границе этого промежутка, отвечают неограниченно большие значения K. Положительные и сравнительно небольшие конечные значения коэффициента $K>1$ достигаются лишь при близких к 1 значениях коэффициента эластичности η.

Таким образом, если конечный спрос на рынке с олигополистической структурой не эластичен по цене, то при конкурентном ценовом поведении производителей отраслевая цена готовой продукции может относительно адекватно реагировать на рост цены энергоносителя только в том случае, если эластичность конечного спроса по цене близка к единичной. Чем жестче спрос, тем более целесообразны меры по предотвращению злоупотреблений монопольной властью, даже при отсутствии сговора фирм.

2.2.2. СГОВОР В УСЛОВИЯХ ОЛИГОПОЛИИ КУРНО ПРИ ЭЛАСТИЧНОМ КОНЕЧНОМ СПРОСЕ

В этом случае $0 < \eta \le 1$; $\nu = n$, $2 \le n < \infty$ (n – конечное число). Тогда $1 \le \dfrac{1}{\eta} < +\infty$ и, в соответствии с (13), получаем: $K < 0$; $\lim\limits_{\eta \to 1-0} K = -\infty$; $\lim\limits_{\eta \to 0+0} K = 0$.

Если отраслевой спрос на готовую продукцию неэластичен, то в случае сговора модель предсказывает только отрицательные значения коэффициента пропорциональности отклика цены готовой продукции изменению цены энергоносителя, что может свидетельствовать лишь о безусловной необходимости противодействия сговору хозяйствующих субъектов на монополизированных рынках с жестким спросом.

3. Заключение

Для отрасли промышленного производства, в отношении которой можно считать выполненными предпосылки модели олигополии Курно, отклик цены конечной продукции на изменение цены энергоносителя пропорционален удельной энергоемкости производства этой продукции. Величина коэффициента пропорциональности зависит от количества фирм в отрасли и от их поведения, от эластичности производственного спроса на энергоноситель по объему выпуска готовой продукции, от свойств функции издержек и функции конечного спроса.

В случае совершенно конкурентной структуры рынка и в случае линейной функции спроса на конечный продукт отклик цены готовой продукции на изменение цены энергоносителя численно равен удельной энергоемкости конечного продукта.

Для олигополистической структуры рынка и изоэластичной функции конечного спроса получены следующие результаты.

Когда конечный спрос эластичен по цене, отклик цены готовой продукции измеряется удельной энергоемкостью производства с положительным коэффициентом, принимающим тем большие значения, чем меньше фирм в отрасли и чем ниже ценовая эластичность конечного спроса. При конкурентном поведении фирм-производителей значения этого коэффициента заключены между 1 и 2, а при сговоре его значения превышают 2 и могут быть сколь угодно велики при стремлении коэффициента эластичности конечного спроса к 1.

Когда конечный спрос не эластичен по цене, величина отклика цены готовой продукции адекватна содержательному смыслу лишь в случае относительно невысокой степени жесткости конечного спроса и только при конкурентном поведении фирм. В остальных случаях коэффициент пропорциональности отклика цены готовой продукции принимает отрицательные значения, что является следствием предположения о нерегулируемости монополизированного рынка с жестким спросом.

Таким образом, моделирование, представленное в данной работе, позволяет предвидеть возможные злоупотребления монопольной властью на рынках готовой продукции, которые могут быть спровоцированы ростом регулируемых цен на энергоносители. Одним из результатов можно считать дополнительное теоретическое обоснование а) потенциальной возможности завышения цен конечной продукции в условиях роста цен энергоносителей на рынках несовершенной конкуренции с неэластичным спросом, б) безусловной необходимости антимонопольного регулирования таких рынков.

Литература

1. БОГАЧКОВА Л.Ю., ВАСИЛЬЕВА Ю.В. *Об аналитическом подходе к оценке отклика цены готовой продукции на изменение цены электроэнергии* // Тр. 28-ой междунар. науч. школы-семинара им. С.С.Шаталина «Системное моделирование социально-экономических процессов» / ЦЭМИ РАН.- М., 2006. Ч. I. – С. 112-116.
2. *Влияние повышения тарифов на природный газ и электроэнергию на отрасли российской экономики*/ П.К. Катышев, А.А. Пересецкий, С.Я. Чернавский, О.А. Эйсмонт // Конкурентоспособность и модернизация экономики: Материалы V междунар. конф. – М., ГУ ВШЭ, 2004. – http://www.hse.ru/ic5/36.pdf.
3. ГАЛЬПЕРИН В.М., ИГНАТЬЕВ С.М., МОРГУНОВ В.И. *Микроэкономика*: В 2-х т./ Общая ред. В.М.Гальперина. СПб.: Экономическая школа. 1998. Т.2. – Гл. 11. Олигополия и стратегическое поведение.
4. ИНТРИЛИГАТОР М. *Математические методы оптимизации и экономическая теория* / Пер. с англ. Г.И.Жуковой, Ф.Я.Кельмана. – М.:Айрис-пресс. 2002. – Теория фирмы.
5. КАДОЧНИКОВ П.А., ПОЛЕВОЙ Д.И. *Влияние изменения тарифов на электроэнергию на цены и объем производства в экономике РФ* // Официальный сайт Института экономики переходного периода (ИЭПП) - http://www.iet.ru/publication.php ?folder-id=44&publication-id=1627(30.02.2002).

6. МИЛГРОМ П., РОБЕРТС ДЖ. *Экономика, организация и менеджмент*: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 2004. Т.2. – Гл. 16. Раздел 3. Вертикальные границы и отношения.
7. ТИРОЛЬ Ж. *Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности*: В 2-х т. / Пер. с англ. под ред. В.М. Гальперина и Н.А.Зенкевича. СПб.: Экономическая школа, 2000. Т.2. – Гл. 4.
8. ХЭЙ Д., МОРРИС Д. *Теория организации промышленности*: В 2-х т. СПб.: Экономическая школа, 1999. Т.1. – Гл. 6.
9. BROWN S., SIBLEY D. *The theory of public utility pricing*. – Cambridge University Press, USA, 1986. – Ch. 6. Efficient pricing and flowthrough.
10. VARIAN H. R.. *Microeconomic Analysis*. – 3 rd ed. W.W. Norton & Company, Inc. USA. 1992. Ch. 16. Oligopoly.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ СОГЛАСОВАННЫХ МЕХАНИЗМОВ МАТЕРИАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ РАБОЧИХ СБОРОЧНОГО ПРОИЗВОДСТВА МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Васильева О.Н.
(Самарский государственный аэрокосмический университет)
o_vasilyeva@mail.ru

Рассматривается проблема повышения эффективности сборочного производства машиностроительных предприятий посредством совершенствования механизмов стимулирования. Показывается, что согласование интересов рабочих и руководства сборочно-кузовного производства (СКП) возможно за счет выбора параметров механизмов материального стимулирования и соотношения переменной и постоянной частей заработной платы рабочих.

Ключевые слова: согласование интересов, стимулирование, дополнительная оплата, структура заработной платы.

1. Анализ действующей системы стимулирования

В работе проведен анализ схемы начисления заработной платы производственных рабочих СКП, выявлены основные элементы заработной платы. Основу заработной платы производственных рабочих СКП составляет тарифная ставка (постоянная часть). Помимо тарифа в структуру входят также доплаты и компенсационные выплаты [4]. Следует отметить, что большинство выплат, предусмотренных системой стимулирования производственных рабочих СКП, в настоящий момент дублируют друг друга и имеют схожее экономическое содержание. В соответствии с этим все стимулирующие доплаты объединены в группу доплат за интенсивность выполнения операций на конвейере (переменная часть). Дополнительная оплата за условия и напряженность норм труда определяется условиями работы рабочего и не зависит от интенсивности выполняемых на конвейере операций. Данные виды доплат в соответствии с этим можно отнести к постоянной части заработной платы. К компенсационным выплатам относятся выплаты, предусмотренные ТК РФ и не определяемые интенсивностью труда производственного рабочего. В данном случае, это доплаты за ночную работу, за работу в выходные дни, за вынужденные простои не по вине рабочих, прочие компенсационные выплаты.

Дополнительная оплата производственным рабочим начисляется только при превышении уровня выполнения нормированного задания 80%. Если не достигается норматив в 80%, дополнительная оплата не начисляется, начисляется лишь оплата по тарифу в совокупности с доплатами за напряженность норм и условия труда [4]. Графическая иллюстрация действующей системы стимулирования производственных рабочих сборочного производства представлена на рис. 1.

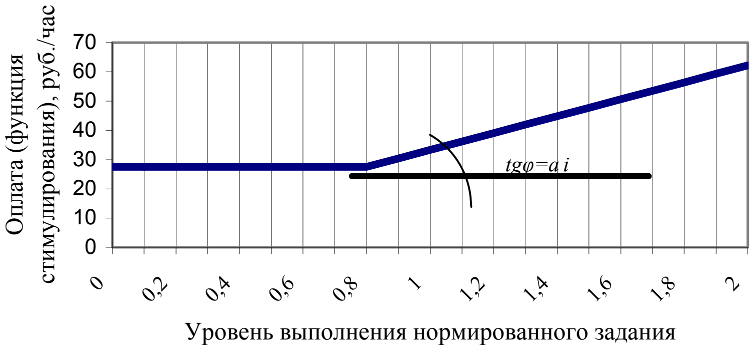

Рис. 1. Графическая модель системы оплаты труда производственных рабочих сборочного производства

Параметр α_i характеризует величину доплат за интенсивность труда.

В результате анализа выявлен ряд противоречий между экономическими интересами производственных рабочих и руководством сборочного производства. Руководство СКП заинтересовано в выполнении планового задания при минимизации затрат на стимулирование. Рабочие заинтересованы в получении заработной платы, соответствующей их трудовым усилиям. Для них рост производительности труда связан с увеличением интенсивности труда и, следовательно, требует большей оплаты.

Согласование интересов возможно путем определения величины доплат за интенсивность труда – процента выполнения нормированного задания, с которого начинается выплата доплат.

Заработная плата производственных рабочих включает постоянную (не зависящую от интенсивности труда) и переменную части оплаты. Возникает проблема оптимизации структуры дохода производственных рабочих с учетом разнонаправленных интересов рабочих и руководства СКП в условиях конвейерной организации производственного процесса.

При анализе системы стимулирования производственных рабочих СКП выявлено, что материальное вознаграждение выплачивается за коллективные результаты деятельности бригады, не учитывая индивидуальный вклад каждого рабочего. При этом, исходя из расстановки по рабочим местам, различной трудоемкости выполнения производственных операций и специфики организации производственного процесса, рабочие работают даже в пределах одной бригады с различной интенсивностью, характеризуемой коэффициентом занятости на операции K_i.

2. Постановка задачи определения согласующей величины доплат за интенсивность труда производственных рабочих

Целевая функция i-го рабочего рассматривается как разность материального вознаграждения рабочего (функции стимулирования) и его трудовых усилий в стоимостном выражении (функция затрат):

$$f_i(\delta_i) = \left[H_i(\delta_i) - C_i(\delta_i)\right] t_{\phi i} = \left[T_i + T_i\left(\frac{\delta_i}{K_i} - d\right)\frac{\alpha_i}{1-d} - \beta\,\delta_i^2\right] t_{\phi i} \to \max_{\delta_i},\ i = \overline{1,n}, \quad (1)$$

где $H_i(\delta_i)$ – норматив оплаты одного нормо-часа i-го производственного рабочего, руб.; $C_i(\delta_i)$ – функция затрат производственного рабочего, руб.; T_i – оплата по тарифу, включая доплаты за условия труда и напряженность норм труда i-ого рабочего, руб.; α_i – размер доплат за выполнение нормированного задания; d – уровень выполнения нормированного задания, начиная с которого производится дополнительное стимулирование производственных рабочих за выполнение нормативов; K_i – коэффициент занятости i-го производственного рабочего на операции; β – коэффициент функции затрат рабочего (переводит затраты в стоимостное выражение); δ_i – уровень интенсивности труда i-го производственного рабочего, определяемый как соотношение планового и фактического объемов работ: $\delta_i = y_i / x_i$; y_i – фактический объем сборки машино-комплектов за определенное время, нормо-час; x_i – плановый объем сборки машино-комплектов за определенное время, нормо-час; $t_{фi}$ – фактическое время работы i-го рабочего на конвейере за рассматриваемый период времени (смену, месяц, год), ч; n – численность рабочих СКП.

Параметр $d = 1$ в модели характеризует вырожденный случай, означающий переход к другому типу системы стимулирования производственных рабочих.

Произведение коэффициента занятости K_i на плановый объем сборки машино-комплектов за определенное время в нормо-часах x_i корректирует плановое задание в соответствии с загруженностью и интенсивностью труда рабочего.

Из выражения (1) следует, что рабочий заинтересован максимизировать свою полезность, определяемую выплачиваемым вознаграждением и интенсивностью трудовых усилий.

В качестве цели руководства СКП принимается минимизация фонда заработной платы рабочих СКП:

$$(2)\quad F(\alpha_i, \delta_i^*) = \sum_{i=1}^{n} H_i t_{фi} = \sum T_i \left(1 + \left(\frac{\delta_i^*}{K_i} - d \right) \frac{\alpha_i}{1-d} \right) t_{фi} \to \min_{\alpha_i} .$$

Выражение (2) отражает стратегию руководства СКП, которая заключается в реализации планового задания с минимумом затрат на стимулирование.

Ограничением в системе выступает уровень оплаты нормо-часа на предприятии, который должен быть выше средней оплаты часа работы по региону.

После формирования целей участников системы формулируется задача определения согласующей величины дополнительной оплаты за интенсивность труда производственных рабочих, которая оптимизирует и целевую функцию руководства СКП, и целевые функции рабочих:

$$\begin{cases} F(\alpha_i,\delta_i^*) = \sum_{i=1}^{n} T_i \left(1+\left(\frac{\delta^*_i}{K_i}-d\right)\frac{\alpha_i}{1-d}\right) t_{\text{фi}} \to \min\limits_{\alpha_i}, & (3)\\ \left[\ T_i\left(1+\left(\frac{\delta^*_i}{K_i}-d\right)\frac{\alpha_i}{1-d}\right)-\beta(\delta_i^*)^2\ \right] t_{\phi i} \geq & (4)\\ \left[\ T_i\left(1+\left(\frac{\delta_i}{K_i}-d\right)\frac{\alpha_i}{1-d}\right)-\beta\delta_i^2\ \right] t_{\phi i}, \forall \delta_i > 0, & \\ T_i\left(1+\left(\frac{\delta_i}{K_i}-d\right)\frac{\alpha_i}{1-d}\right) \geq R.. & (5) \end{cases}$$

Представленная модель (3)-(5) позволяет осуществить выбор согласующих параметров системы стимулирования с учетом стратегий руководства СКП и производственных рабочих. Из выражения (3) следует, что руководство СКП путем выбора величины дополнительной оплаты стремится минимизировать свою целевую функцию. Условие (4) означает, что, исходя из целевой функции рабочего, существует желательная с его точки зрения интенсивность труда δ^*_i , которая при выбранной руководством СКП величине доплат α_i, максимизирует его целевую функцию.

Следует отметить, что средняя заработная плата рабочего сборочно-кузовного производства, согласно проведенному анализу, значительно превышает средний уровень оплаты труда по области. В соответствии с этим оптимальное решение задачи стимулирования будет находиться внутри области допустимых решений.

3. Идентификация функции затрат

Для решения поставленной задачи и определения оптимальных параметров системы стимулирования проведена идентификация функции затрат рабочего, то есть определен параметр функции затрат β, который переводит затраты рабочего в стоимостное выражение в соответствии с его действиями.

(6) $$H_i(\delta_i^{пред}) = \beta(\delta_i^{пред})^2,$$

где $\delta_i^{пред}$ – предельный уровень выполнения нормированного задания, при котором усилия работника в стоимостном выражении эквивалентны получаемому вознаграждению за труд.

Согласно действующим принципам организации труда сборочно-кузовного производства пересмотр нормативов по трудоемкости выполнения операций производится при регулярном перевыполнение норматива в 1,3 раза. Следовательно, в качестве предельного уровня выполнения нормированного задания принимаем уровень $\delta_i^{пред} = 1{,}3$.

4. Решение задачи определения согласующей величины доплат за интенсивность труда производственных рабочих

При решении оптимизационной задачи (4) получена аналитическая зависимость желательной для рабочих интенсивности труда от тарифной ставки и величины доплат:

(7) $$\delta_i^*(\alpha_i) = \frac{\alpha_i T_i}{2\beta K_i(1-d)}.$$

Согласно выражению (7) интенсивность труда производственного рабочего определяется такими параметрами системы стимулирования, как величина доплат α_i, тарифная ставка в совокупности с доплатами за условия труда и напряженность норм труда T_i, коэффициент функции затрат β, коэффициент занятости производственного рабочего на операции K_i, уровень выполнения нормированного задания d, начиная с которого производится стимулирование за результаты деятельности. При этом с увеличением размера дополнительной оплаты интенсивность труда рабочих возрастает. Увеличение тарифной ставки в совокупности с доплатами за напряженность норм труда и условия труда также приводит к увеличению интенсивности труда.

В результате решения оптимизационной задачи для руководства СКП (3) с учетом выражения (7), определяется согласующая величина доплат за интенсивность труда:

(8) $$\alpha_i^{opt} = \frac{d(1-d)\beta K_i^2}{T_i}.$$

Согласно выражению (8) размер доплат за интенсивность труда обратно пропорционален тарифной ставке, прямо пропорционален занятости i-го рабочего на операции K_i и коэффициенту функции затрат рабочего β.

Подставив выражения (7) и (8) в (1) и (2) , получим аналитические зависимости целевых функций руководства и рабочих от параметра d.

Графическая интерпретация полученных результатов на примере одной операции технологического процесса сборки автомобилей СКП представлена на рис. 2.

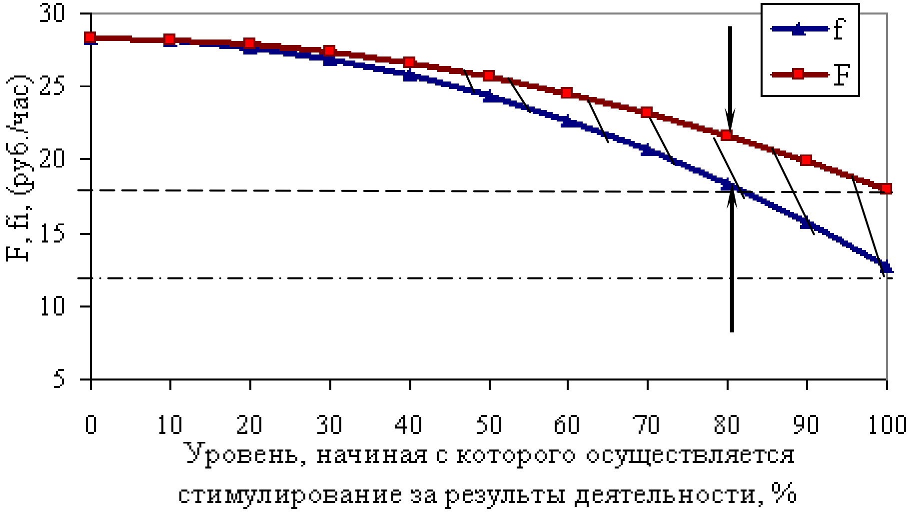

Рис. 2. Область согласования экономических интересов в системе «руководство СКП – производственный рабочий»

Для рабочих оптимальный уровень выполнения задания d, с которого выплачивается дополнительная оплата, равен нулю. Производственным рабочим выгодно, чтобы доплата за интенсивность начислялась с нулевого уровня выполнения производственных нормативов, то есть рабочим выгодна система стимулирования пропорционального типа. Оптимальное значение параметра d для руководства СКП равно 1. Затраты на стимулирование тем меньше, чем выше уровень выполнения нормированного задания, начиная с которого производится стимулирование производственных рабочих. Руководству СКП выгодно выплачивать производственным рабочим стимулирующую надбавку только в случае 100%-го выполнения нормированного задания.

Таким образом, получена определенная область согласования экономических интересов рабочих и руководства. Данная область снизу ограничена средним уровнем оплаты по региону [2]. В случае повышения средней заработной платы по региону в целях стимулирования рабочих руководство СКП может либо увеличить тарифную ставку оплаты нормо-часа, либо снизить уровень d, с которого производится дополнительное стимулирование, оставив тарифную ставку на том же уровне. Уменьшая процент выполнения нормативов, с которого начисляется дополнительная оплата производственным рабочим за результаты деятельности, руководство может стимулировать повышение интенсивности труда рабочего.

Рабочие имеют разную плановую (технологическую) трудоемкость даже в пределах одной бригады, различный коэффициент занятости на операции, поэтому рассмотрено построение аналитической модели механизмов стимулирования с учетом трудоемкости операций [3]. Получена зависимость фактической трудоемкости выполнения операций рабочими от величины доплат за интенсивность труда:

$$(9) \quad \tau^*_{yi}(\alpha_i) = \frac{2\gamma K_i(1-d)}{\alpha_i \tau_{xi} T_i},$$

где τ_{yi} и τ_{xi} – соответственно фактическая и технологическая трудоемкость выполнения операции i-м производственным рабочим СКП, нормо-час; γ – коэффициент функции затрат рабочего (переводит затраты в стоимостное выражение).

Согласно полученному выражению трудоемкость выполнения операции обратно пропорциональна тарифной ставке и доплате. Чем выше величина дополнительной оплаты, тем с меньшей трудоемкостью (большей интенсивностью) готов выполнять i-ую операцию рабочий. Чем больше тарифная ставка, тем меньше требуется величина доплат за выполнение нормы для того, чтобы рабочий был согласен работать с фиксированным уровнем фактической трудоемкости (фиксированной интенсивностью).

5. Постановка и решение задачи оптимизации структуры заработной платы рабочих

Ниже рассматривается оптимизация структуры материального вознаграждения производственных рабочих сборочного производства, согласующая интересы участников производственного процесса.

Постоянная часть оплаты труда рабочего представляет собой тарифную ставку, включая доплату за напряженность норм и условия труда. Переменная часть оплаты включает различные доплаты, предусмотренные системой стимулирования предприятия за интенсивность труда [1].

Стоимость одного часа работы рабочего складывается из тарифа и доплат:

(10) $T_i + \alpha_i * T_i = H_i,\ i = 1, n$.

Разделив обе части уравнения (10) на стоимость одного нормо – часа, получим:

(11) $\dfrac{T_i}{H_i} + \dfrac{\alpha_i * T_i}{H_i} = 1$,

(12) $s_i + v_i = 1$.

где $\alpha_i * T_i$ – величина доплат за интенсивность труда в соответствии с моделью системы стимулирования; s_i – доля постоянной части стоимости нормо-часа труда рабочего; v_i – доля переменной части стоимости нормо-часа труда рабочего.

В соответствии с вышеизложенным записывается математическая модель оптимизации структуры оплаты труда производственных рабочих:

$$\begin{cases} (13)\quad F(v_i,\delta_i^*) = \sum_{i=1}^{n}\left[1 - v_i + \left(\dfrac{\delta_i^*}{K_i} - d\right)\dfrac{v_i}{1-d}\right] t_{\phi i} \to \min\limits_{v_i}, \\ (14)\quad \left[1 - v_i + \left(\dfrac{\delta_i^*}{K_i} - d\right)\dfrac{v_i}{1-d} - \dfrac{\beta \delta_i^{*2}}{H_i}\right] t_{\phi i} \geq \left[1 - v_i + \left(\dfrac{\delta_i}{K_i} - d\right)\dfrac{v_i}{1-d} - \dfrac{\beta \delta_i^2}{H_i}\right] t_{\phi i}, \forall \delta_i > 0, \\ (15)\quad \left[1 - v_i + \left(\dfrac{\delta_i}{K_i} - d\right)\dfrac{v_i}{1-d}\right] \geq R. \end{cases}$$

Предложенная модель (13)-(15) позволяет определить оптимальную структуру заработной платы рабочих на конвейере с учетом их предпочтений и интересов руководства СКП.

Из выражения (13) следует, что руководство СКП путем выбора доли переменной части оплаты труда рабочего минимизирует свою целевую функцию. Выражение (14) отражает стремление рабочего максимизировать свою целевую функцию, в соответствии с чем существует желательная с его точки зрения интенсивность работы при заданных параметрах системы стимулирования.

В результате решения задачи (14) получена зависимость интенсивности труда производственного рабочего от переменной части стоимости нормо-часа:

$$(16) \qquad \delta_i^* = \frac{v_i H_i}{2\mu K_i (1-d)} \ .$$

С учетом выражения (16) рассмотрена оптимизационная задача для руководства СКП, из решения которой определена оптимальная величина переменной части стоимости нормо-часа труда рабочих:

$$(17) \qquad v^* = \frac{\mu K^2{}_i}{H_i}(1-d) \ .$$

В соответствии с выражением (17) увеличение переменной части заработной платы рабочих обратно пропорционально нормативу оплаты нормо-часа работы. При этом увеличение коэффициента занятости на операции увеличивает переменную часть заработной платы.

В соответствии с выражением (12) постоянная часть стоимости нормо-часа составит:

$$(18) \ s_i^* = 1 - \frac{\mu K^2{}_i}{H_i}(1-d) \ .$$

Зависимость постоянной и переменной части оплаты труда от стоимости нормо-часа сборки автомобиля представим графически (рис. 3).

Из анализа графика (рис. 3) видно, что чем больше стоимость нормо-часа работы рабочего, тем больше должна быть постоянная часть заработной платы рабочего и, соответственно, меньше переменная часть.

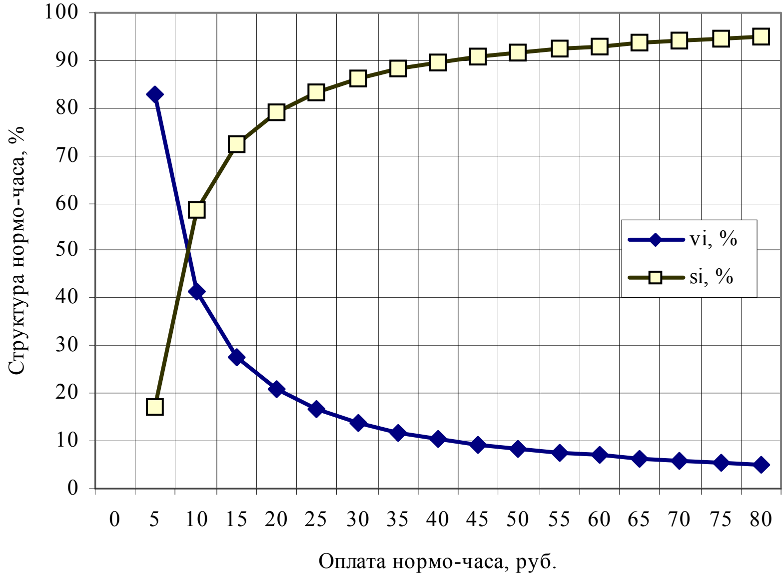

Рис. 3. Зависимость соотношения постоянной и переменной части в структуре оплаты труда от стоимости нормо-часа

По результатам исследования разработаны рекомендации по выбору оптимальной структуры заработной платы производственного рабочего с учетом интенсивности работы на конвейере в шкал по выбору согласованных параметров дополнительной оплаты за интенсивность и величины переменной части заработной платы производственных рабочих.

Разработанные аналитические модели механизмов материального стимулирования производственных рабочих использованы в практической деятельности сборочного производства ОАО «АВТОВАЗ». Полученные теоретические результаты позволяют рекомендовать их к распространению на широкий круг экономических систем.

Литература

1. *ВАСИЛЬЕВА О.Н.* Задача об оптимальном соотношении постоянной и переменной части оплаты труда производственных рабочих АО «АВТОВАЗ» // *Управление организационно-экономическими системами: моделирование взаимодействий, принятие решений: Сборник научных статей. Выпуск 3 /Под общ.ред. Д.А.Новикова. – Самарс .гос.аэрокосм. ун-т. – Самара, 2005. – С.26-29.*
2. *ПАВЛОВ О.В., ВАСИЛЬЕВА О.Н.* Определение параметров системы стимулирования производственных рабочих АО «АВТОВАЗ» // *Управление организационно-экономическими системами: моделирование взаимодействий, принятие решений: Сборник научных статей. Выпуск 3 / Под общ.ред. Д.А.Новикова. – Самарс .гос.аэрокосм.ун-т. – Самара, 2005. – С.68-71.*
3. *ПАВЛОВ О.В., ВАСИЛЬЕВА О.Н.* Моделирование системы стимулирования производственных рабочих ОАО «АвтоВАЗ» *Информационные технологии моделирования и управления. – Международный сборник научных трудов. Выпуск 16 / Под ред. д.т.н., проф. О.Я. Кравца. – Воронеж: Издательство «Научная книга», 2004. – С. 106-112.*
4. Сборник положений по оплате труда работников Волжского автомобильного завода. – *Тольятти, 2000. – 128 с.*

МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАТЕРИАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ РАБОЧИХ АВТОМОБИЛЕСТРОИТЕЛЬНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Выборнова Л.А.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
vibornova_lyubov@mail.ru

Решена многопараметрическая задача материального стимулирования производственных рабочих автомобилестроительного предприятия. Для этого проведен анализ и формализация действующей многопараметрической системы материального стимулирования рабочих прессового производства автомобилестроительного предприятия, разработан комплекс взаимосвязанных экономико-математических моделей принятия решений руководством и рабочими предприятия, предложена методика идентификации многопараметрической функции затрат рабочих. Разработана модель многопараметрической задачи материального стимулирования, позволяющая рассматривать воздействия материального стимулирования на выполнение рабочим нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства. С помощью разработанных алгоритма численного метода и программного модуля решена многопараметрическая задача материального стимулирования производственных рабочих автомобилестроительного предприятия. Определены параметры системы стимулирования, позволяющие согласовать экономические интересы руководства и производственных рабочих предприятия.

Ключевые слова: многопараметрическая система материального стимулирования, идентификация функции затрат рабочих, численное решение многопараметрической задачи материального стимулирования.

Введение

В работе рассмотрена реальная многопараметрическая система материального стимулирования рабочих на примере прессового производства автомобилестроительного предприятия ОАО «АВТОВАЗ». Выявлены недостатки и противоречия действующей системы стимулирования, препятствующие достижению и согласованию целей руководства и рабочих. Руководство прессового производства заинтересовано в выполнении рабочими производственных нормативов. Рабочие, в свою очередь, заинтересованы в получении заработной платы, соответствующей их трудовым усилиям. Согласование интересов достигается путем определения параметров системы стимулирования. В связи с этим для повышения эффективности функционирующей на предприятии системы стимулирования необходимо определить параметры стимулирования, согласующие интересы руководства и рабочих.

1. Критический анализ действующей системы материального стимулирования рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ»

Сравнительный анализ производственной деятельности прессового производства ОАО «АВТОВАЗ» за первый квартал 2004 и 2005 года показал положительную динамику основных технико-экономических показателей. Однако наряду с этим обнаружены негативные тенденции: превышение нормативных показателей по выпуску дефектной продукции на 13,9%, по выполнению непроизводственных работ в связи с простоями на 4,5% [2, 3]. Превышение этих нормативов ведет к дополнительным расходам, связанным с затратами на выпуск бракованной продукции, затратами времени на исправление дефектов, оплатой непредусмотренных непроизводственных работ и простоев. Соотношение фактических и нормативных производственных потерь представлено на рис. 1.

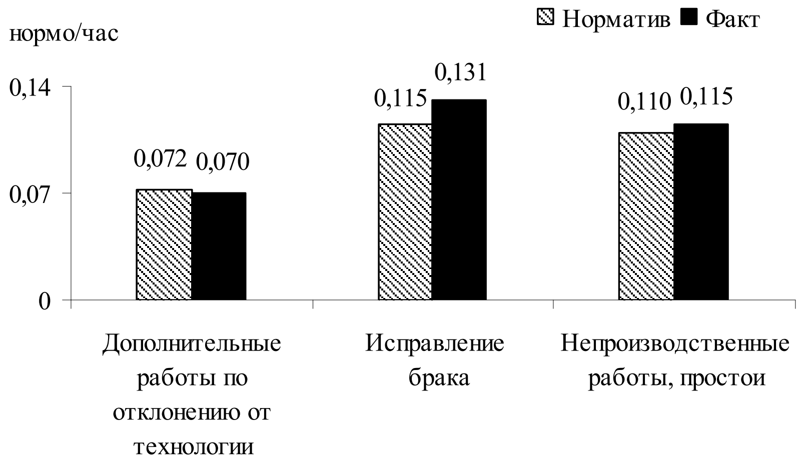

Рис. 1. Нормативные и фактические производственные потери на 1 нормо-час по производству за 1 квартал 2005 года

Из этого можно сделать вывод о недостаточной заинтересованности трудового коллектива в выполнении норматива по технологическим потерям и в выпуске качественной продукции.

В этой связи проведен анализ формирования фонда оплаты труда и схемы начисления заработной платы производственным рабочим автомобилестроительного предприятия ОАО «АВТОВАЗ». Выявлено, что на предприятии действует многопараметрическая система материального стимулирования труда рабочих. При невыполнении поставленных перед рабочими нормативов по объему производства и доле дефектной продукции, при нарушении установленных правил по культуре производства размер заработной платы уменьшается [6]. Наряду со штрафами, существуют стимулирующие доплаты за перевыполнение нормированного задания, выполнение плановой продуктивности и снижения затрат на доработку продукции с несоответствиями. Действующая на предприятии система материального стимулирования включает большое количество стимулирующих параметров, установленных эмпирически в разное время, многие из которых дублируют друг друга. Необходимо отметить низкую долю стимулирующих доплат по отношению к постоянной части, что является одной из причин невыполнения нормативов по доле дефектной продукции и культуре производства.

2. Формализация действующей многопараметрической системы материального стимулирования рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ»

Норматив заработной платы на 1 нормо-час для основных рабочих прессового производства рассчитывается по формуле:

(1) $$H = T + d_q + d_d + d_k + d_p ,$$

где H – норматив заработной платы на один нормо-час, руб.; T – оплата по тарифу в совокупности с доплатами за напряженность норм труда и условия труда, руб.; d_q – размер дополнительной оплаты за выполнение нормированного задания по объему производства продукции, руб.; d_d – размер дополнительной оплаты (премии) за выполнение норматива по доле дефектной продукции, руб.; d_k – размер дополнительной оплаты (премии) за выполнение культуры производства, руб.; d_p – надбавка за профессиональное мастерство, руб.

Согласно действующим на предприятии положениям, начисление всех предусмотренных доплат осуществляется при уровне выполнения нормированного (производственного) задания от 80% до 100% в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в сумме с доплатами за напряженность норм труда и за условия труда [6].

Доплата за выполнение нормированного задания по объему производства продукции рассчитывается по формуле:

(2) $$d_q = T\left(\frac{q_y}{q_x} - 0,8\right)\frac{\alpha_q}{0,2} = T\alpha_q(1-(1-\delta_q)\beta_q),$$

где α_q – размер доплат за выполнение нормированного задания по объему производства продукции (процент к тарифной ставке); q_y – фактически выполненный объем продукции, нормо-часы; q_x – плановый объем продукции, нормо-часы; δ_q – уровень выполнения нормированного задания по производству продукции бригадой; β_q – процент снижения доплаты α_q за каждый процент невыполнения нормированного задания по объему производства продукции.

За каждый процент превышения доли дефектной продукции, выявленной у потребителя, относительно установленного норматива, а также за каждый процент превышения норматива дефектных заготовок и металла с отклонениями размер премии снижается на 5%. [6] Таким образом, начисление дополнительной оплаты за выполнение норматива по доле дефектной продукции производится по формуле:

$$d_d = T\alpha_d \left(1 - \left(\frac{d_y}{d_x} - 1\right)\beta_d\right) = T\alpha_d \left(1 - \left(\frac{1}{\delta_d} - 1\right)\beta_d\right), \tag{3}$$

где α_d – размер доплат за выполнение норматива по доле дефектной продукции (процент к тарифной ставке); d_x – норматив количества дефектной продукции, тыс. штук; d_y -фактическое количество дефектной продукции, тыс. штук; δ_d –соотношение норматива количества дефектной продукции к фактическому количеству дефектной продукции (чем больше δ_d, тем меньше дефектов); β_d – процент снижения доплаты α_d за каждый процент превышения доли дефектной продукции, выявленной у потребителя, относительно установленного норматива.

Оценка культуры производства проводится по пятибалльной системе. При невыполнении норматива культуры производства бригаде, участку за каждый 1% невыполнения размер премии снижается на 1,5% [6]. Таким образом, начисление дополнительной оплаты за выполнение норматива культуры производства по формуле:

$$d_k = T\alpha_k \left(1 - \left(1 - \frac{k_y}{k_x}\right)\beta_k\right) = T\alpha_k \left(1 - \left(1 - \delta_k\right)\beta_k\right), \tag{4}$$

где α_k – размер доплат за выполнение культуры производства (процент к тарифной ставке); k_x – максимальная бальная оценка за культуру производства; k_y – фактическая бальная оценка за культуру производства; δ_k – показатель выполнения норматива по культуре производства; β_k – процент снижения доплаты α_k за каждый процент невыполнения норматива по культуре производства.

Надбавка за профессиональное мастерство устанавливается по результатам бальной оценки за предшествующий год и начисляется в процентах к тарифной ставке за фактически отработанное время в сумме с доплатой за работу по напряженным нормам и доплатой за условия труда по формуле:

(5) $$d_p = T\alpha_p ,$$

где d_p – надбавка за профессиональное мастерство, руб.; α_p – размер доплат за профессиональное мастерство (процент к тарифной ставке).

Доплата за профессиональное мастерство является постоянной в течение года при выполнении нормированных заданий либо не начисляется вообще при грубых нарушениях производственной и технологической дисциплины и невыполнении нормированных заданий.

Согласно положениям по оплате труда производственных рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ», при уровне выполнения нормированного задания ниже 80% доплаты (3)-(5) не начисляются, при этом оплата по тарифу этим рабочим производится из расчета тарифной ставки, уменьшенной на 1% за каждый процент недовыполнения до 80% [6].

В случае превышения процента выполнения нормативов по объему производства продукции и доле дефектной продукции больше 1,3 нормативы пересматриваются. Оценка культуры производства не может быть меньше двух баллов и больше пяти баллов. Таким образом, показатели выполнения нормативов агентами принадлежат области допустимых значений Ω: $0 \le \delta_{qi} \le 1{,}3$, $0 < \delta_{di} \le 1{,}3$, $0{,}4 \le \delta_{ki} \le 1$.

С учетом доплат (2)-(5) функция стимулирования i-го рабочего примет вид:

$$
(6)\ \sigma_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i) = \begin{cases}
\left(T_i - \dfrac{T_i}{5}\left(4 - 5\delta_{qi}\right)\beta_{Ti} \right) t_i, \\
\text{åñëè}\ \ \delta_{qi} < 0{,}8; \\
\left(T_i + d_{qi} + d_{di} + d_{ki} + d_{pi}\right) t_i, \\
\qquad \text{åñëè}\ \begin{cases} 0{,}8 \le \delta_{qi} \le 1; \\ \delta_{di} \ge \dfrac{\beta_{di}}{\beta_{di} + 1}; \\ \delta_{ki} \ge 0{,}6; \end{cases} \\
\left(T_i + d_{qi}\right) t_i, \\
\qquad \text{åñëè}\ \begin{cases} 0{,}8 \le \delta_{\mathrm{qi}} \le 1; \\ \delta_{di} < \dfrac{\beta_{di}}{\beta_{di} + 1}; \\ \delta_{ki} < 0{,}6; \end{cases} \\
\left(T_i + T\alpha_{qi} + T_i \alpha_{di} \delta_{di} + d_{ki} + d_{pi}\right) t_i, \\
\qquad \text{åñëè}\ \begin{cases} \delta_{qi} \ge 1; \\ \delta_{di} \ge 1; \\ \delta_{ki} \ge 0{,}6; \end{cases}
\end{cases} \quad i = 1, N,
$$

где t_i — фактически отработанное время i-им рабочим; β_{Ti} – процент снижения тарифа i-го рабочего за каждый процент недовыполнения нормированного задания до 80%.

3. Постановка многопараметрической задачи материального стимулирования рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ»

С применением методологии теории активных систем записаны целевые функции рабочих и руководства прессового производства [1].

В качестве целевой функции i-го рабочего принимается максимум разности функции стимулирования и функции затрат:

$$(7)\quad f_i\left(\delta_i, \alpha_i, \beta_i\right) = \sigma_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i) - c_i(\delta_i) \to \max,\ i = 1, N,$$

где $\sigma_i(\delta_i, \alpha_i, \beta_i)$ – материальное вознаграждение *i*-го рабочего, руб.; $c_i(\delta_i)$ – затраты *i*-го рабочего, руб.; $\delta_i = (\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_s \ldots \delta_n)$, $s = 1, n$ – вектор выполнения производственных нормативов, %, n – количество производственных нормативов; $\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_l \ldots \alpha_m)$, $l = 1, m$ и $\beta_i = (\beta_1, \beta_2 \ldots \beta_k \ldots \beta_K)$, $k = 1, K$ – векторы параметров системы стимулирования, m – количество параметров системы стимулирования α; K – количество параметров системы стимулирования β; N – количество рабочих прессового производства.

3.1. ИДЕНТИФИКАЦИЯ ФУНКЦИИ ЗАТРАТ РАБОЧИХ

Функция затрат рабочего зависит от показателей выполнения производственных нормативов и складываются из усилий, идущих на их выполнение. Но усилия по выполнению нормативов разные и напрямую их складывать нельзя. В результате проведенного опроса было выявлено, что усилия рабочих по выполнению нормативов распределяются следующим образом: 60% от затрачиваемых усилий тратится на выполнение норматива по объёму выпуска продукции, 30% – на норматив по качеству продукции, 10% – на норматив по культуре производства.

Введен обобщённый показатель выполнения производственного задания с учётом усилий, затрачиваемых рабочими на выполнение каждого норматива:

$$\begin{aligned} &\delta_i = \lambda_{qi}\delta_{qi} + \lambda_{di}\delta_{di} + \lambda_{ki}\delta_{ki} = 0{,}6\delta_{qi} + 0{,}3\delta_{di} + 0{,}1\delta_{ki}; \\ &\lambda_{qi} + \lambda_{di} + \lambda_{ki} = 1, \end{aligned} \tag{8}$$

где δ_i – обобщённый показатель выполнения производственных нормативов; λ_{qi} – доля усилий по выполнению норматива по объему производства; λ_{di} – доля усилий по выполнению норматива по качеству продукции; $\lambda_{\kappa i}$ – доля усилий по выполнению норматива по культуре производства. Весовые коэффициенты λ_{qi}, λ_{di}, $\lambda_{\kappa i}$ позволяют учесть разные усилия рабочих на выполнение нормативов.

Введена функция усилий $\lambda_i(\delta_i) = \upsilon(\delta_i)$, показывающая зависимость затрачиваемых рабочим усилий от выполнения обобщенного показателя δ_i. Проведена идентификация многопараметрической функции затрат рабочих при выполнении производственных нормативов. Затраты рабочего определены как стоимостное выражение усилий, идущих на выполнение предусмотренных нормативов, за отработанное рабочим время:

(9) $$c_i(\delta_i) = \gamma_i t_i \lambda_i(\delta_i),$$

где γ_i – коэффициент, переводящий усилия по выполнению обобщенного показателя в стоимостное выражение, руб./час.; $\lambda_i(\delta_i)$ – процент усилий, затрачиваемых рабочим на выполнение всех нормативов.

Методом опроса основных рабочих прессового производства выявлено, какую часть нормированного задания выполняет рабочий при постоянном 100% выполнении нормативов по качеству продукции и культуре производства, если он затрачивает треть (33%), половину (50%) и 100% своих усилий, т.е. трудится на пределе своих возможностей. В результате была получена зависимость функции усилий λ_i от обобщенного показателя выполнения производственного задания δ_i:

(10) $$\lambda_i(\delta_i) = 0{,}6313\delta_i^2 + 0{,}1005\delta_i + 0{,}0006\,.$$

Параметр функции затрат, переводящий усилия работника в стоимостное выражение затрат, зависит от оценки стоимости своего труда рабочим. Он будет определяться средним уровнем оплаты труда и уровнем жизни в регионе, сложностью работы, уровнем квалификации и мастерством, необходимым для выполнения работы. Таким образом, параметр функции затрат будет индивидуальным для рабочих разных специальностей в различных регионах. Так, среднемесячная зарплата штамповщиков и операторов автоматических линий составляет около 8000 рублей. Выявлено, что при зарплате в 5200 руб. рабочие откажутся работать, будут искать другую, более высоко оплачиваемую работу. То есть, при σ_i = 5200 руб., целевая функция *i*-го рабочего равна нулю. Путем подстановки этих значения в выражение (7) получен параметр функции затрат, переводящий усилия работника в стоимостное выражение γ_i = 54,96 руб.

3.2. ОПИСАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ РАБОЧИХ ПРЕССОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

На рис. 2 рассмотрена целевая функция рабочих прессового производства при существующих параметрах системы стимулирования.

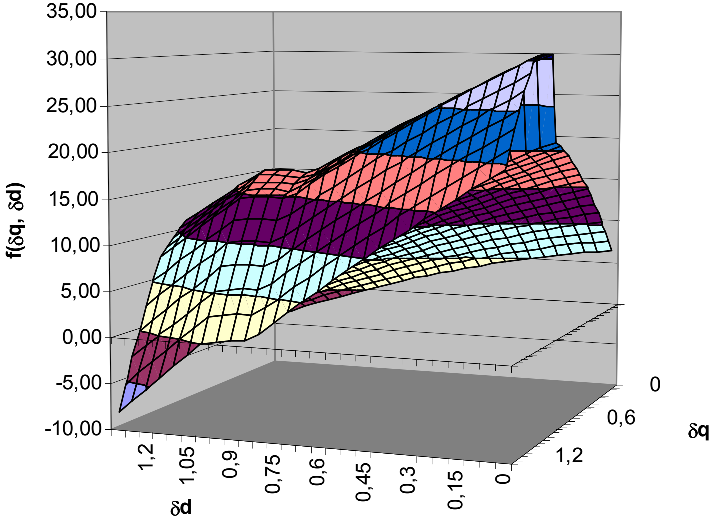

Рис. 2. – Целевая функция рабочих при действующих параметрах системы стимулирования α и β

В условиях действующей системы материального стимулирования выполнение нормированного задания является приоритетной задачей для рабочих, заинтересованных в оптимальном материальном вознаграждении, качество и культура производства остаются на второстепенных позициях.

В целях совершенствования системы стимулирования предлагается осуществлять начисление каждой из предусмотренных доплат только в случае комплексного выполнения всех производственных нормативов, а также предусмотреть снижение тарифа на 5% за каждый процент недовыполнения производственных нормативов по объему производства до 80%, по доле дефектной продукции до $\dfrac{\beta_{di}}{\beta_{di}+1}$%, по культуре производства до 60%. Таким образом, удастся повысить важность выполнения этих показателей рабочими и достигнуть большей заинтересованности в качественном труде. Максимальное вознаграждение за свой труд, в этом случае, рабочий может получить в области действия всех надбавок Θ:

$$(11)\qquad 0{,}8 \le \delta_{qi} \le 1,\ \frac{\beta_{di}}{\beta_{di}+1} \le \delta_{di} \le 1{,}3,\ 0{,}6 \le \delta_{ki} \le 1,\ \Theta \in \Omega .$$

С учетом предлагаемых совершенствований действующей системы стимулирования целевая функция рабочих прессового производства примет вид, приведенный на рис. 3.

Решением оптимизационной задачи (7) является вектор δ_i^* – реакция рабочего на выбранные руководством прессового производства векторы параметров системы стимулирования:

$$(12)\qquad \delta_i^* = \arg\max_{\delta_i^* \in \Theta} \{ f_i(\alpha_i, \delta_i, \beta_i) \}.$$

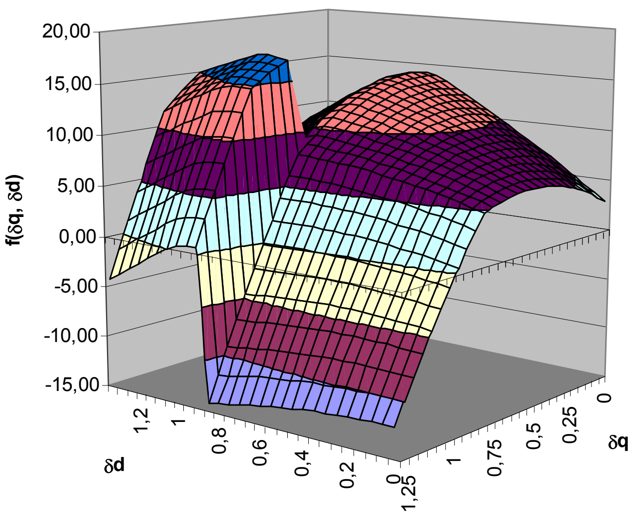

Рис. 3. Целевая функция рабочих при действующих параметрах α и β усовершенствованной системы стимулирования

3.3. ОПИСАНИЕ ЦЕЛЕВОЙ ФУНКЦИИ РУКОВОДСТВА ПРЕССОВОГО ПРОИЗВОДСТВА

Руководство прессового производства заинтересовано в выполнении плановых показателей рабочими, поэтому в качестве его целевой функции примем минимум суммы квадратов разности плановых и фактических процентов выполнения нормативов:

(13)

$$F(\delta_i^*) = a_{qi}\left(\delta_{qi}^* - \delta_{qi}^{ïë}\right)^2 + a_{di}\left(\delta_{di}^* - \delta_{di}^{ïë}\right)^2 + a_{ki}\left(\delta_{ki}^* - \delta_{ki}^{ïë}\right)^2 \to \min,$$

где a_{qi}, a_{di}, a_{ki} – весовые коэффициенты нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства. На параметры системы стимулирования наложены следующие ограничения:

(14)
$$0 < \alpha_{il} \le 1,\ \ l = 1, m;$$
$$0 < \beta_{ik} \le 1,\ k = 1, K.$$

Графическая интерпретация полученной модели (13) представлена на рис. 4. Представленная модель позволяет учитывать выполнение как количественных, так и качественных показателей.

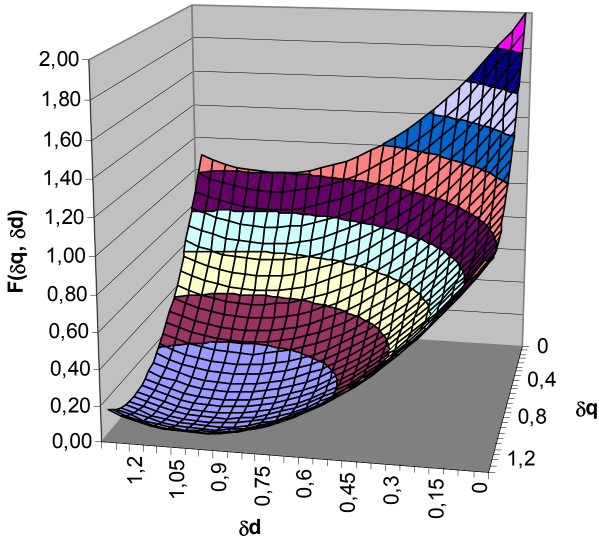

Рис. 4. Зависимость целевой функции руководства от выполнения плановых производственных нормативов

Из рис. 4 видно, что целевая функция руководства прессового производства принимает минимальное значение при выполнении рабочими производственных нормативов на 100%. Однако при действующих параметрах системы стимулирования рабочие не заинтересованы выполнять производственные нормативы на 100% (рис. 3). Таким образом, выявлена проблема несогласованности интересов субъектов действующей системы материального стимулирования. Для ее решения необходимо определить параметры системы стимулирования, согласующие интересы сторон трудовых отношений.

Математическая постановка многопараметрической задачи стимулирования примет следующий вид:

(15)

$$\begin{cases} F(\delta_i^*) = a_{qi}(\delta_{qi}^* - \delta_{qi}^{пл})^2 + a_{di}(\delta_{di}^* - \delta_{di}^{пл})^2 + a_{ki}(\delta_{ki}^* - \delta_{ki}^{пл})^2 \to \min, \\ i = \overline{1,n}; \\ \delta_i^*(\alpha_i, \beta_i) = \arg\max\limits_{\delta_i^* \in \Theta} \{ f_i(\alpha_i, \delta_i, \beta_i) \}; \\ \sigma_i(\delta, \alpha, \beta) \ge \sigma_{ср.}; \\ 0 < \alpha_{il} \le 1, \ l = \overline{1,m}; \\ 0 < \beta_{ik} \le 1, \ k = \overline{1,K}. \end{cases}$$

где $\sigma_{ср.}$ – средняя зарплата в регионе.

Представленная математическая модель многопараметрической системы стимулирования позволяет рассматривать воздействия материального стимулирования на выполнение рабочим нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства. Данная задача является многопараметрической и не решается аналитически, поскольку содержит в себе две взаимосвязанные оптимизационные задачи. Для ее решения разработан численный метод [4, 5].

4. Численное решение многопараметрической задачи материального стимулирования

Сформулированная задача (15) является задачей условной оптимизации, для решения которой применим метод внутренних штрафных функций, преобразующих задачу с ограничениями в последовательность задач безусловной оптимизации. Для решения задач безусловной оптимизации применяется градиентный метод.

Для преобразования задачи (15) с ограничениями в последовательность задач безусловной оптимизации вводятся вспомогательные функции центра и рабочих. Вспомогательные функции получаются путем суммирования целевых функций и функций-ограничений, таким образом, чтобы ограничения в явном виде в задаче оптимизации не фигурировали.

Вспомогательная функция руководства с учетом ограничений α примет вид:

(16) $$Z(\alpha, \mu_p) = F(\alpha) + g(\alpha, \mu_p),$$

где μ_p – параметр вспомогательной функции центра, $g(\alpha, \mu_p)$ – внутренняя штрафная функция.

Внутренняя штрафная функция выбирается так, что бы ее значение неограниченно возрастало при приближении к границе области допустимых значений:

(17) $$g(\alpha, \mu_p) = \mu_p \sum_{l=1}^{m} \ln \varphi_{pl}(\alpha),$$

где φ_{pl} – непрерывная дифференцируемая функция, определяемая ограничениями – неравенствами (14) задачи поиска максимума целевой функции руководства.

Окончательно вспомогательная функция руководства примет вид:

(18) $$Z(\alpha, \mu_p, g_{pl}) = F(\alpha) - \mu_p \sum_{l=1}^{m} \ln \varphi_{pl}(\alpha).$$

Аналогично вспомогательная функция рабочего запишется:

(19) $$z(\delta, \mu_a, g_{as}) = f(\delta, \alpha) - \mu_a \sum_{s=1}^{n} \ln \varphi_{as}(\delta),$$

где μ_a – параметр вспомогательной функции рабочего, φ_{as} – непрерывная дифференцируемая функция, определяемая ограничениями–неравенствами (11) задачи поиска минимума целевой функции рабочих.

4.1. АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ МАТЕРИАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ

1.Задаются начальные приближения для вектора параметров системы стимулирования $\alpha[0]$ из области допустимых значений (14) и параметр вспомогательной функции руководства $\mu_p[0]$.

2.В точке $\alpha[k], k = 0,1,2,...,$ вычисляется значение градиента вспомогательной функции руководства, компоненты которого являются частными производными вспомогательной функции, вычисленными в точке $\alpha[k]$:

$$\begin{aligned}&grad\ Z(\delta^*(k),\mu_p[k],\alpha[k])=\\ (20)\qquad &=\left(\frac{\partial Z(\delta^*(k),\mu_p[k],\alpha[k])}{\partial\alpha_1[k]},\ldots\frac{\partial Z(\delta^*(k),\mu_p[k],\alpha[k])}{\partial\alpha_m[k]}\right)\end{aligned}$$

Вычисление частных производных производится по приближенной формуле:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial Z(\delta^*(k),\mu_p[k],\alpha[k])}{\partial\alpha_l[k]}\approx\\ (21)\qquad &\approx\frac{Z(\delta^*(k),\mu_p[k],\alpha_l[k]+h_\alpha)-Z(\delta^*(k),\mu_p[k],\alpha_l[k])}{h_\alpha},\end{aligned}$$

где h_α – приращение для параметра $\alpha_l[k]$ на k-ой итерации.

Для нахождения частной производной по формуле (21) необходимо найти реакцию рабочего – вектор $\delta^*(k)$. Для нахождения вектора $\delta^*(k)$ на k-ой итерации также используется градиентный метод, описанный в пункте 3. После определения в пункте 3 реакции рабочего вычисляются частные производные вспомогательной функции руководства по формуле (21) и осуществляется переход к пункту 4.

3.Определение реакции рабочего $\delta^*(k)$ при заданном векторе параметров стимулирования $\alpha[k]$.

3.1. Задаются начальные приближения для вектора реакции рабочего $\delta[0]$ из области допустимых значений (11) и параметр вспомогательной функции рабочего $\mu_a[0]$.

3.2. В точке $\delta[j]$, $j=0,1,2,...,$ вычисляется значение градиента вспомогательной функции рабочего, компоненты которого являются частными производными вспомогательной функции, вычисленными в точке $\delta[j]$:

$$
\begin{aligned}
&grad\, z(\delta[j],\mu_a[j],\alpha[k])= \\
(21)\qquad &=\left(\frac{\partial z(\delta[j],\mu_a[j],\alpha[k])}{\partial\delta_1[j]},\ldots\frac{\partial z(\delta[j],\mu_a[j],\alpha[k])}{\partial\delta_n[j]}\right).
\end{aligned}
$$

Вычисление частных производных производится по приближенной формуле:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial z(\delta[j],\mu_a[j],\alpha[k])}{\partial\delta_s[j]}\approx \\
(22)\qquad &\approx\frac{z(\delta_s[j]+h_\delta,\mu_a[j],\alpha[k])-z(\delta_s[j],\mu_a[j],\alpha[k])}{h_\delta},
\end{aligned}
$$

где h_δ – приращение для реакции рабочего $\delta_s[j]$ на j-ой итера ции.

3.3.На каждой j-ой итерации поиска реакции рабочего вычисляются значения $\delta_s[j+1]$ при известном векторе параметров системы стимулирования $\alpha[k]$ в соответствии с градиентным методом:

$$
(23)\qquad \delta_s[j+1]=\delta_s[j]-a_\delta[j]\frac{\partial z(\delta[j],\mu_a[j],\alpha[k])}{\partial\delta_s[j]},
$$

где $a_\delta[j]$ – величина шага на j-ой итерации, подбирается так, чтобы вспомогательная функция рабочего уменьшалась.

3.4.Проверяется условие выхода из итерационного процесса

$$
(24)\qquad \left|\sum_{s=1}^{n}\delta_s[j+1]-\sum_{s=1}^{n}\delta_s[j]\right|\le\varepsilon_\delta\ ,
$$

где ε_δ – заданная малая величина для итерационного процесса поиска реакции рабочего $\delta^*(k)$.

Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается. В противном случае происходит уменьшение параметра $\mu_a[j]$ в два раза $\mu_a[j+1]=\mu_a[j]/2$. Осуществляется переход к подпункту 3.2, полученная точка $\delta[j+1]$ используется в качестве начальной на следующей итерации. В случае останова итерационного процесса и успешного определения реакции рабочего $\delta^*[k]$ осуществляется возврат к пункту 2, в котором вычисляются частные производные вспомогательной функции руководства.

4. На каждой k-ой итерации поиска параметров системы стимулирования вычисляется новое значение вектора параметров $\alpha[k]$ в соответствии с градиентным методом:

$$\alpha_l[k+1] = \alpha_l[k] - a_\alpha[k]\frac{\partial Z(\delta^*[k], \mu_p[k], \alpha[k])}{\partial \alpha_l[k]}, \tag{25}$$

где $a_\alpha[k]$ - величина шага на k итерации, подбирается так, чтобы вспомогательная функция руководства уменьшалась.

5. Проверяется условие выхода из итерационного процесса поиска параметра системы стимулирования:

$$\left|\sum_{l=1}^{m}\alpha_l[k+1]-\sum_{l=1}^{m}\alpha_l[k]\right| \le \varepsilon_\alpha, \tag{26}$$

где ε_α – заданная малая величина для итерационного процесса поиска вектора параметров α.

Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается. В противном случае происходит уменьшение параметра μ_p в два раза $\mu_p[k+1]=\mu_p[k]/2$. Осуществляется переход к пункту 2, полученная точка $\alpha[k+1]$ используется в качестве начальной на следующей итерации.

4.2. РЕШЕНИЕ МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ СТИМУЛИРОВАНИЯ

На основе предложенного алгоритма разработан программный модуль в среде программирования Borland Delphi. С помощью разработанной программы определены оптимальные параметры системы стимулирования α и β. Результаты решения приведены в таблице 1. Первый вариант решения соответствует поиску оптимальных параметров системы стимулирования α, второй вариант – β.

Таблица 1. Значения целевых функций рабочих и руководства при оптимальных параметрах системы материального стимулирования α *и* β

Вариант		I	II
Параметры многопараметрической системы материального стимулирования, %	α_θ	25	16
	α_δ	13	10
	α_κ	14	10
	β_θ	5	8
	β_δ	5	6,5
	β_κ	1,5	2,5
Реакция рабочих на заданные параметры системы стимулирования, %	δ_θ^*	100	100
	δ_δ^*	100	100
	δ_κ^*	100	100
Значения целевых функций рабочих и руководства при заданных параметрах системы стимулирования	σ, руб.	55,4	53,34
	c, руб.	40,22	40,22
	f, руб.	15,08	13,12
	F	0	0

Графические модели многопараметрической системы материального стимулирования при оптимальных значениях параметров системы представлены на рис. 5 и 6. Найденные параметры системы материального стимулирования согласуют интересы рабочих и руководства, обеспечивая рабочим оптимальную заработную плату при выполнении производственных нормативов на 100%.

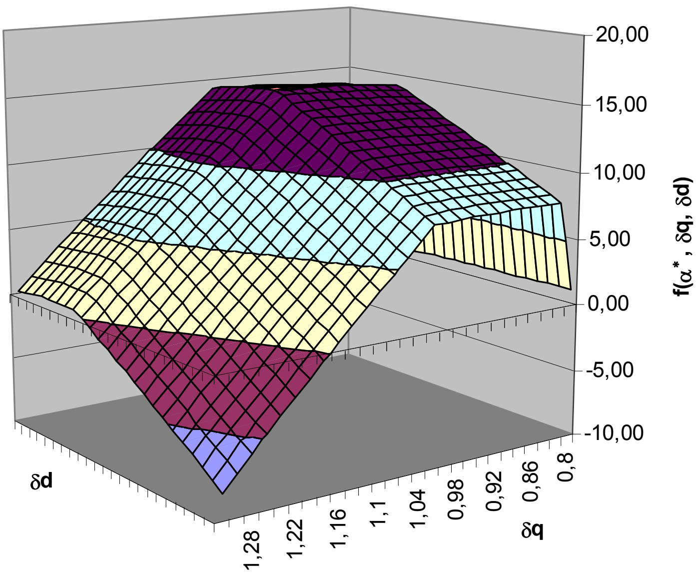

Рис. 5. Графическая модель многопараметрической системы материального стимулирования при оптимальных параметрах системы стимулирования α

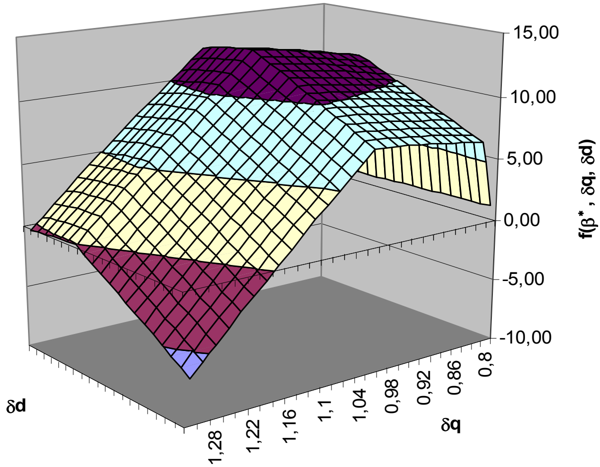

Рис. 6. Графическая модель многопараметрической системы материального стимулирования при оптимальных параметрах системы стимулирования β

Литература

1. *НОВИКОВ Д.А.* Стимулирование в организационных системах. – *М.: СИНТЕГ, 2003. – 312 с.*
2. *Отчет о выполнении технико-экономических показателей за сентябрь 2004 года* / ОАО «АВТОВАЗ». Прессовое производство. Тольятти, 2004. – 29 с.
3. *Отчет о выполнении технико-экономических показателей за март 2005 года* / ОАО «АВТОВАЗ». Прессовое производство. Тольятти, 2005. – 29 с.
4. ПАВЛОВ О.В. *Численный метод решения задачи стимулирования* // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета № 1(7) 2005 г. С. 104-111.
5. ПАВЛОВ О.В., ВЫБОРНОВА Л.А. *Моделирование многопараметрической системы стимулирования рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ»* // Управление большими системами. Сборник трудов. Выпуск 12-13. – М: ИПУ РАН, 2006. – С. 118-126.
6. Сборник положений по оплате труда работников Волжского автомобильного завода. – *Тольятти, 2000. – 128 с.*

СОГЛАСОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНТЕРЕСОВ В КОРПОРАЦИЯХ

Гераськин М.И.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
innovation@ssau.ru

Рассматриваются процессы корпоратизации экономики современной России. Проанализированы принципы согласования экономических интересов в корпорациях, в том числе при межкорпоративных взаимодействиях. На основе модели комплексного согласования интересов сформированы механизмы и разработаны методы согласования в системах корпораций.

Ключевые слова: корпорация, модель комплексного согласования, механизм согласования интересов.

Введение

В экономике современной России отчетливо проявляются тенденции интеграции хозяйствующих субъектов, заключающиеся, во-первых, в образовании все большего количества корпораций; во-вторых, в концентрации производства за счет укрупнения корпораций в различных отраслях экономики. В результате поэтапного процесса реорганизации хозяйственных связей наметились предпосылки к налаживанию межкорпоративных взаимодействий с образованием интегрированных корпоративных структур и формированием многоуровневой системы интеграции экономики. Интеграция в национальных масштабах особенно характерна для авиационно-промышленного комплекса России, фондоемкий и высокотехнологичный характер производств которого требует значительных инвестиций и поддержания устойчивых связей со всеми участниками самолетостроительного цикла, предопределяя интеграцию отрасли.

Закономерным этапом интеграции авиационно-промышленного комплекса на государственном уровне является создание Объединенной авиастроительной корпорации в соответствии с указом Президента России от 20.02.2006 г. №140. Тем самым обеспечивается единая ответственность производителя на всех стадиях жизненного цикла авиационной техники. Дальнейшее развитие отрасли должно идти в направлении интеграции с эксплуатантами авиационной техники в соответствии с федеральными программами «Модернизация транспортной системы России» (подпрограмма «Гражданская авиация») и «Развитие гражданской авиационной техники России на 2002-2010 гг. и на период до 2015 года». В этих условиях остро стоит проблема согласования взаимодействий корпораций авиационно-промышленного комплекса, решение которой оказывает определяющее влияние на результативность финансово-хозяйственной деятельности отрасли в целом.

Современный уровень развития корпоративных отношений характеризуется широкой разветвленностью корпоративных структур, взаимосвязанностью и пересечением хозяйственных процессов в различных корпорациях. В результате образуются интегрированные корпоративные системы, в которых возникает сетевой характер взаимодействий, то есть возможность агентов системы выступать в роли центров или элементов; имеет место открытый характер сетевой структуры в рамках существенной вариативности внешней среды, то есть возможность системы неограниченно расширяться при взаимодействиях; имеют место противоречия между интересами корпораций и соответствующих центров. В связи с этим стали актуальными проблемы комплексного управления взаимодействиями корпораций и входящих в них организаций с учетом всех практически реализуемых товарных и финансовых связей, организации систем стимулирования субъектов взаимодействий в рамках процессов перераспределения эффекта.

Проблемы согласования товарно-финансовых взаимодействий корпораций и организаций рассматривались в рамках теории иерархических игр, теории многокритериального выбора, теории активных систем, в частности, таких ее аспектов, как внутрикорпоративное структурирование, стимулирование и согласование интересов, согласованное управление проектами. Однако в связи с возникновением принципиально более сложного объекта исследования существующие модели, методы и механизмы согласования интересов и многокритериального выбора недостаточно совершенны для практического применения, поскольку, во-первых, не позволяют учесть весь комплекс критериев эффективности и ограничений; во-вторых, основываясь на ряде субъективных предпосылок, не позволяют сформировать объективно обоснованные механизмы согласования; в-третьих, допуская множество результатов, не определяют практически применимого варианта функционирования организационно-экономической системы.

1. Роль корпораций в экономике России

Среди исследователей теории корпоративного развития обозначилось два основных подхода к трактовке понятия «корпорация»: в рамках первого подхода, присущего преимущественно правовой терминологии США и ряда других стран, корпорация интерпретируется как акционерное общество или юридическое лицо, то есть выступает синонимом термина «организация»; с позиций второго подхода, развивающего первоначальное значение этого слова как объединения, корпорация рассматривается как совокупность имеющих собственные интересы юридических лиц. Наиболее адекватным представляется интерпретировать *корпорацию как интегрированную структуру в виде объединения лиц (физических или юридических) в правовой форме (на основе договоров или образования юридического лица) для совместной экономической деятельности*. Такая трактовка обобщает правовой и экономический аспекты этого социально-экономического феномена, допуская применение термина «корпорация» как к акционерным обществам, имеющим в своей структуре дочерние и зависимые общества, так и к финансово-промышленным группам, не оформленным в виде акционерного общества.

Экономика России на современном этапе развивается по пути интеграции хозяйствующих субъектов. Основными направлениями интеграции являются, во-первых, образование все большего количества корпораций как организаций, зарегистрированных в форме акционерных обществ; во-вторых, концентрация производства за счет укрупнения корпораций в различных отраслях экономики. Первое направление проявляется в постепенном замедлении темпов роста количества зарегистрированных организаций, сопровождающемся стабильными, хотя и более низкими, темпами роста количества акционерных обществ. Концентрация выражается в наращивании отраслевых объемов производства товаров и услуг на фоне уменьшения числа субъектов соответствующей отрасли. В частности, в промышленности в 1995-2002 гг. концентрация промышленного производства увеличилась в 5,5 раза.

Общий анализ процессов интеграции в экономике России позволяет обозначить многоуровневую систему интеграции, в качестве уровней которой можно выделить низший, региональный уровень, являющийся основой развития интегрированных структур на современном этапе; средний, национальный уровень, в рамках которого формируются межрегиональные хозяйственные комплексы – доминанты российской экономики; высший, транснациональный уровень, обозначающий конвергенцию двух институциональных тенденций глобализации и регионализации.

Закономерным этапом интеграции авиационно-промышленного комплекса России стал Указ Президента «Об открытом акционерном обществе «Объединенная авиастроительная корпорация». Правительству РФ поручено до 1 апреля 2007 года осуществить предусмотренные указом мероприятия. Предполагается, что создание ОАК завершится в конце I квартала 2007 года, а на единую акцию будут переведены ООО "Научно-производственная корпорация "Иркут" (Иркутск), ОАО "ОКБ "Компания "Сухой" (Москва), "Российская самолетостроительная корпорация "МиГ" (Москва), "Казанское авиационное производственное объединение имени С.П.Горбунова" (КАПО, Казань, Татарстан), ОАО "Нижегородский авиастроительный завод "Сокол" (Нижний Новгород), ОАО «Ильюшин» (Москва) и ОАО «Туполев» (Москва). После перевода на единую акцию и первичного размещения, намеченного на 2007 год, государство сохранит за собой контрольный пакет акций холдинга.

Структура корпорации будет трехуровневой. Первый уровень – головная компания, ответственная за управление акционерным капиталом, формирование позиций на фондовом рынке, выбор проектов. Второй уровень – так называемые субхолдинги с условными названиями «Боевая авиация», «Транспортная авиация», «Гражданская авиация», «Роботы и беспилотные системы». На третьем уровне корпорации будут специализированные заводы.

Основная задача, которую должная решить ОАК – за 10 лет увеличить выпуск авиационной техники в 2,5 раза и войти в пятерку ведущих мировых игроков на этом рынке.

Дальнейшие интеграционные процессы будут направлены на развитие взаимодействий авиастроения и гражданской авиации России. Рассмотрим основные взаимодействия, сформировавшиеся в авиационно-промышленном комплексе и гражданской авиации.

Горизонтальные взаимодействия корпоративных центров реализуются в рамках договорных отношений по крупным сделкам типа продаж партий воздушных судов. Перспективы развития горизонтальных взаимодействий корпоративных центров заключаются в концентрации функции организации процесса сбыта в рамках холдинга. Это возможно в условиях наивысшего уровня интеграции авиастроения, то есть консолидации сфер разработки, производства и сбыта в рамках единой корпоративной иерархии.

Горизонтальные взаимодействия организаций, интегрированных в корпорации, реализуются при осуществлении услуг по ремонту и модернизации авиатехники и решают задачи согласования требований заказчика к продлению срока эксплуатации изделий, а также графику выполнения работ исполнителем в условиях единичных заказов.

Вертикальные взаимодействия корпоративного центра и интегрированных организаций реализуются при перераспределении эффекта между членами одной и той же корпорации и решают задачу согласования их интересов. Механизм согласования экономических интересов реализуется в форме внутрикорпоративных контрактов и включает в себя организацию таких взаимодействий, как консолидация дохода от продажи или услуг в корпоративном центре и передача части дохода организациям – элементам корпорации.

Разработка механизмов управления межкорпоративными взаимодействиями должна осуществляться с учетом следующих особенностей этих взаимодействий:

– сетевой характер взаимодействий – обусловливает инвариантность моделей к изменению роли участника;

– открытый характер сетевой структуры приводит к необходимости разработки многомерных моделей, сохраняющих адекватность при любом количестве участников;

– наличие противоречий между интересами корпораций и центров предопределяет необходимость комплексных механизмов согласования интересов, учитывающих все практически реализуемые взаимодействия;

– необходимость обеспечения устойчивости взаимодействий требует создания действенного механизма их стимулирования, предусматривающего перераспределение эффекта.

2. Модель комплексного согласования интересов

Рассматривается система корпораций и организаций (поликорпоративная система), включающая в себя следующие компоненты:

– взаимодействующие корпорации (подсистемы первого уровня), общее количество которых K, а соответствующей корпорации присвоен индекс k, причем индекс «0» соответствует корпоративному центру;

– взаимодействующие организации, интегрированные в корпорации (элементы второго уровня), количество которых в k-й корпорации равно N_k, а соответствующей организации присвоен индекс n.

Рассмотрим структуру поликорпоративной системы и проанализируем основные взаимодействия компонентов этой системы, предопределяющие следующие задачи управления.

1. Задача горизонтального внутрикорпоративного согласования интересов – заключается в организации горизонтальных внутрикорпоративных взаимодействий, максимизирующих критерии эффективности организаций, интегрированных в корпорацию. Область согласования охватывает потоки капитала, объемы поставок ресурсов и товаров, циркулирующие в рамках корпорации. Соответственно, параметрами управления в этом случае являются объемы внутрикорпоративного финансирования и товарооборота. В качестве критериев эффективности согласования выступают прибыли организаций, входящих в соответствующие корпорации.

2. Задача вертикального внутрикорпоративного согласования интересов – заключается в организации вертикальных внутрикорпоративных взаимодействий, максимизирующих критерии эффективности корпоративного центра и организаций, интегрированных в корпорацию. Область согласования охватывает потоки инвестиций и перераспределения прибыли в рамках корпорации. Критериями эффективности согласования являются, с одной стороны, прибыли и фонды развития, остающиеся в распоряжении организаций после выплаты дивидендов собственникам (акционерам), с другой стороны, суммы дивидендов, полученных корпоративными собственниками (акционерами).

3. Задача горизонтального межкорпоративного согласования интересов организаций – состоит в управлении горизонтальными взаимодействиями организаций, максимизирующим критерии эффективности фирм, входящих в различные корпорации. Область согласования охватывает объемы финансирования, поставок ресурсов и товаров, циркулирующие между корпорациями. В качестве критериев эффективности согласования выступают прибыли взаимодействующих корпораций, равные совокупной прибыли организаций, входящих в соответствующую корпорацию.

Непосредственную реализацию согласования горизонтальных межкорпоративных взаимодействий осуществляет метацентр, в роли которого выступают интегрированные структуры либо в виде холдинговых компаний (например, Объединенная авиастроительная корпорация), либо в виде ассоциаций разнопрофильных корпораций. Согласование горизонтальных межкорпоративных взаимодействий осуществляется через взаимодействия метацентра с корпоративными центрами.

3. Механизмы комплексного согласования интересов

Механизм вертикального согласования реализуется в иерархической корпоративной системе в случае, когда центры – органы управления корпораций – координируют деятельность относящихся к ним организаций – активных элементов (АЭ) – с помощью своих воздействий, а управляемые АЭ, осуществляя их реализацию, одновременно решают задачи оптимизации собственных критериев. Обосновано следующее свойство механизма вертикального согласования.

Теорема 1. Управление в иерархической корпоративной подсистеме является вертикально-согласованным тогда и только тогда, когда устанавливается равновесие Нэша [1, 2].

Механизм горизонтального согласования реализуется в неиерархической поликорпоративной системе в случае, когда межкорпоративные взаимодействия обосновываются взаимной заинтересованностью субъектов. Характеристикой эффективности взаимодействий является критерий, количественно выражающий совокупный дополнительный эффект всех АЭ от участия во взаимодействиях.

Механизм комплексного согласования реализуется в квазииерархической поликорпоративной системе в рамках компромисса между процессами внутрисистемных взаимодействий и схемой перераспределения экономических эффектов внутри соответствующих подсистем. Свойство комплексно согласованного равновесия в поликорпоративной системе формулируется следующим образом.

Теорема 2. Управление в квазииерархической поликорпоративной системе является горизонтально- и вертикально-согласованным тогда и только тогда, когда сумма потерь, понесенных каждым АЭ системы и центрами подсистем, не превышает дополнительного эффекта, полученного соответствующим АЭ [1, 3].

Реализация механизма комплексного согласования гарантирует выполнение условий вертикального согласования управления в иерархических корпоративных подсистемах и условий горизонтального согласования управления в неиерархической системе нескольких корпораций. Поэтому такой механизм обеспечивает равновесие, то есть устойчивые межкорпоративные взаимодействия.

3. Методы комплексного согласования интересов

Предложен метод выбора управления межкорпоративными взаимодействиями на основе аппроксимации множества Парето-оптимальных управлений. Управления, принадлежащие множеству Парето, являются несравнимыми по векторному критерию. Единственность решения может быть обеспечена с помощью принципа гарантированного результата (максимина), согласно которому оптимальным считается управление из допустимого множества, которое доставляет наилучшее значение наихудшему критерию. Задачу многокритериального выбора представим в форме минимакса. Для выбора управления необходимо определить K векторов управления, обеспечивающих такие сочетания критериев, при которых значения $(K - 1)$ критериев фиксированы, а один критерий достигает минимума. Далее определяются коэффициенты аппроксимирующей поверхности. Сочетание критериев в центре аппроксимирующей поверхности и соответствующий вектор управления представляют собой приближенное решение многокритериальной задачи.

Предложен метод выбора управления на графе Парето-оптимальных управлений. При этом многокритериальный выбор предусматривает сопоставление вершин графа по комплексному критерию, являющемуся количественной характеристикой относительной предпочтительности данного управления по сравнению с другими Парето-оптимальными управлениями. Управление является компромиссным в том смысле, что при переходе к нему от других управлений относительные приросты критериев максимально превышают относительные потери критериев.

Предложен метод структурирования взаимодействий в поликорпоративной системе с позиций комплексной оценки структурных связей на основе анализа критериев эффективности графа взаимодействий. Организационная структура корпорации (организации) представляется в виде неориентированного графа. Общей целью оптимизации организационных структур корпораций является построение структуры максимально устойчивой, то есть с избыточностью связей, с минимальной неравномерностью связей, минимизирующей количество уровней управления, компактной, и максимально централизованной. Поэтому отдельные критерии являются противоречивыми: повышение устойчивости (избыточности и неравномерности связей) приводит к понижению компактности (экономичности) и централизации.

Организационная структура формируется с учетом ограничений на издержки обеспечения структуры, на минимально необходимое количество связей, и по связности и полноте графа.

Предложенные методы алгоритмизированы, и теоретически обосновано существование формируемых на их основе механизмов согласования межкорпоративных взаимодействий.

Методы многокритериального выбора в отличие от существующих позволяют избежать, во-первых, дифференцирования функции максимума (минимума) для выбора компромиссно-оптимального управления и, во-вторых, процедур численного определения максимина; в результате проблема многокритериального выбора сводится к процедуре алгебраического сравнения скалярных величин, что существенно упрощает решение.

Таким образом, решена проблема оптимизации механизмов согласования интересов при взаимодействиях, определенных выше.

Заключение

Результаты проведенных исследований [1] позволили создать эффективные модели, методы и механизмы комплексного согласования экономических интересов организаций и корпораций при межкорпоративных взаимодействиях. Их практическая реализация вносит существенный вклад в решение актуальных проблем управления взаимодействиями корпораций авиационно-промышленного комплекса и других отраслей экономики.

Литература

1. ГЕРАСЬКИН М.И. *Согласование экономических интересов в корпоративных структурах*. – М.: Анко. 2005.293 с.

2. ГЕРАСЬКИН М.И. *Условия согласования интересов при межкорпоративных и межрегиональных взаимодействиях* // Известия СНЦ Российской академии наук. 2005, декабрь, с. 10-20.

3. ГЕРАСЬКИН М.И. *Синтез согласованных механизмов межкорпоративных и межрегиональных взаимодействий* // Известия СНЦ Российской академии наук. 2005, декабрь, с. 21-28.

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ФОРМИРОВАНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ПЛАНОВ

Глущенко А.И.
(Старооскольский технологический институт (филиал государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный институт стали и сплавов (технологический университет)», Старый Оскол)
strondutt@mail.ru

Изложена проблема объективности составления индивидуальных адаптивных учебных планов. Предложена функциональная схема информационной системы для автоматизированного составления учебного плана. Изложен формализованный метод количественной оценки знаний и способности к усвоению материала студентом, а также методика включения студента в проектирование учебного палана.

Ключевые слова: индивидуальный учебный план, адаптивное тестирование, объем знаний студента, скорость усвоения информации.

В последнее время тенденция к сокращению количества студентов на дневном отделении в связи с демографическим кризисом заставляет высшие учебные заведения более широко использовать другие формы получения образования (дистанционная, заочная, сокращенная), тем самым, сохраняя число обучаемых. Особый интерес представляют студенты, поступившие в вуз после завершения колледжей, лицеев, и имеющие достаточный опыт работы на производстве в данной области. Такие студенты уже имеют некоторый уровень подготовки, что дает им возможность обучаться по индивидуальному плану.

В современных высших учебных заведениях составление учебных планов осуществляется на основе образовательных стандартов в сочетании с экспертными оценками заведующих кафедр и опытом и интуицией преподавателей, опирающихся на свои субъективные представления о месте и роли каждой дисциплины.

Особенно остро проблема объективности принимаемых решений стоит при составлении индивидуальных учебных планов, в которых предусматривается частичный перезачет дисциплин по итогам предшествующего образования. Кроме того, студенты, пришедшие в высшее учебное заведение после лицеев, колледжей, поступившие после длительного перерыва в учебе, как правило, нуждаются в адаптации к обучению в высшей школе. Это связано с различием систем обучения, изменением темпа подачи материала, повышением уровня требований.

Решения по этим вопросам принимают преподаватели по соответствующим предметам после беседы со студентом. Однако, во-первых, во многих случаях их субъективная оценка не в полной мере соответствует действительному уровню знаний обучаемого. Это связано с тем, что данная оценка зависит не только от верных или неверных ответов студента на вопросы в процессе беседы, но и от множества субъективных факторов, таких как личные симпатии и антипатии преподавателя, способность студента вести диалог и даже его внешний вид. Во-вторых, в последнее время резко возросло число студентов, желающих обучаться на основе индивидуального плана. Это означает, что значительно увеличилось количество времени, необходимого для составления таких планов, и, соответственно, нагрузка на преподавателей, проводящих собеседования по определению уровня знаний по значительному количеству предметов.

Существовало много попыток автоматизировать процесс составления учебных планов (например, автоматизированная система проектирования содержания обучения В.А. Роменца [6], алгоритмы принятия решений в управлении учебным процессом Л.В. Найхановой [5]). Однако все эти методики направлены именно на составление рабочих учебных планов в жестком соответствии с государственным стандартом и не решают задачи индивидуального планирования. В то же время, при составлении индивидуального учебного плана решается несколько взаимосвязанных задач, а государственный стандарт и примерный учебный план специальности выступают в качестве необходимых, но не достаточных условий его разработки.

Поэтому актуальной задачей является разработка информационной системы автоматизированного составления адаптивных индивидуальных планов.

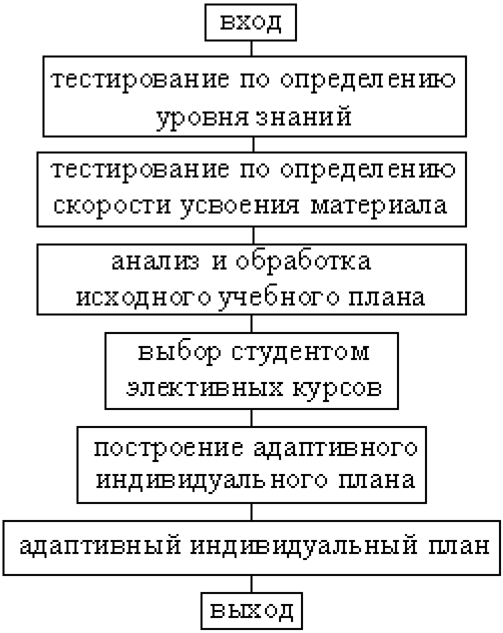

Рис. 1. Алгоритм составления адаптивных индивидуальных планов

Построение такой информационной системы представляет собой последовательное решение следующих задач: оценка и количественное выражение исходного уровня знаний студента по дисциплине; количественное определение скорости усвоения материала по предмету; определение на этой основе объема и продолжительности изучения предмета; сопоставления полученных данных с исходным учебным планом специальности; получение адаптивного индивидуального плана.

На основе указанных задач предлагается алгоритм составления индивидуальных учебных планов (Рис. 1).

За решение каждой из перечисленных задач отвечает соответствующий блок информационной системы, функциональная схема которой представлена на Рис. 2.

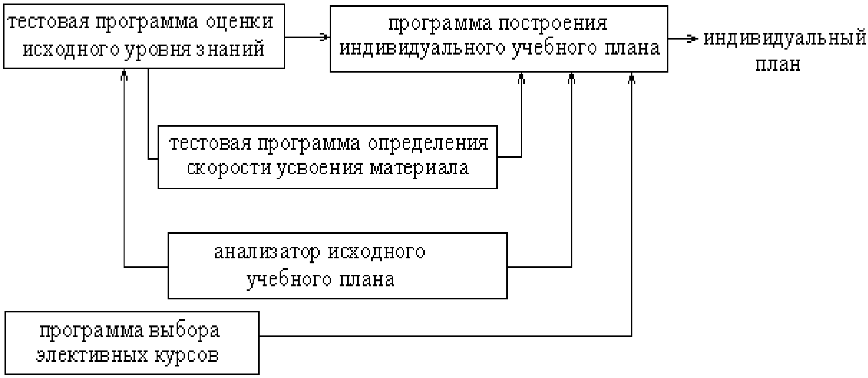

Рис. 2. Функциональная схема информационной системы автоматизированного составления адаптивных индивидуальных учебных планов

1. Тестовая программа оценки исходного уровня знаний

Для решения задачи определения исходного уровня знаний предлагается воспользоваться специальным тестированием.

Как правило, тест представляет собой систему заданий определенного содержания, специфической формы, позволяющую качественно и эффективно измерить уровень и оценить подготовленность учащихся, контролировать результат усвоения ими в процессе обучения знаний и умений. Но в данном случае главной задачей тестирования является не выставление оценки, а выявление уровня подготовки студента. Достигнуть этого возможно лишь в том случае, если студенту будут заданы вопросы, соответствующие его уровню знаний. Для этого тестирование должно быть адаптивным: если задания окажутся слишком сложными или слишком легкими, испытуемый не сможет показать свой уровень подготовки. То есть, тестовая программа должна индивидуализироваться под конкретного студента.

Для достижения этой цели предлагается произвести ранжирование заданий по сложности по методу попарных сравнений [1], где каждому вопросу ставится в соответствие весовой коэффициент, отражающий его трудность. Для реализации этого метода привлекаются независимые эксперты.

Независимые эксперты проводят сравнения заданий из базы вопросов тестирования по принципу «каждый с каждым». Во всех таких парах более сложному вопросу присваивается рейтинг 1, легкому – 0, при равной сложности – по 0.5 балла каждому заданию. Отношение суммарного рейтинга вопроса к числу заданий в базе данных даст весовой коэффициент вопроса, отражающий его трудность:

$$(1) \quad a_i = \frac{\sum\limits_{j=1, i \neq j}^{N} p_j}{N},$$

где a_i – весовой коэффициент i-го вопроса, N – количество заданий в базе вопросов, p_j – рейтинг i-го вопроса относительно j-го.

Весовые коэффициенты предлагается заключить в интервал [0;1].

При решении задачи адаптивного теста [3] сложность заданий должна находиться в зависимости от ответов испытуемого. Сначала студенту предлагаются несколько вопросов среднего уровня. Если обучаемый правильно отвечает на определенное количество таких заданий, то сложность последующих заданий повышается, если неправильно – понижается.

Предлагается производить корректировку сложности через каждые три вопроса. Сложность последующих вопросов определяется при помощи адаптивного алгоритма, приведенного на рис.3.

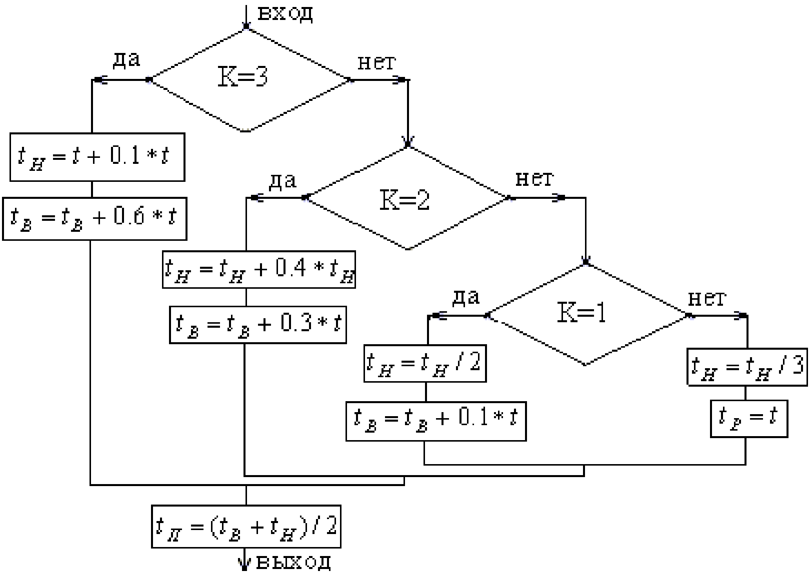

Рис. 3. Алгоритм корректировки сложности вопросов адаптивного теста

Здесь *К* – количество верных ответов на три заданных вопроса, *t* – сложность этих трех вопросов (весовой коэффициент), $t_Н$ – нижняя допустимая граница сложности для последующего вопроса, $t_В$ – верхняя допустимая граница сложности для последующего вопроса, $t_П$ – сложность следующих трех вопросов.

Для определения исходного уровня знаний по дисциплине границы сложности заданий предлагается установить в пределах [0;1]. Студент проходит тестирование, по результатам которого определяется средний уровень сложности заданных вопросов и средний уровень сложности вопросов, на которые студент дал верные ответы. Поскольку в соответствие с начальными условиями уровень знаний студента не может быть выше средней сложности заданных вопросов, то из двух вычисленных значений берется меньшее.

В соответствии с логистической моделью Раша, чем ближе значения уровня знаний студента и весового коэффициента вопроса, тем больше вероятность того, что полученный от испытуемого ответ будет правильным:

$$(2) \quad P = \frac{1}{1 + \exp(-\Theta + \beta)}.$$

В соответствие с этой моделью можно утверждать о соответствие уровня знаний студента полученному значению среднего весового коэффициента.

Полный объем курса по предмету предлагается определять как априорное количество информации на данных об информативности одной лекции [4] и количества лекций в рабочем плане специальности по данной дисциплине.

Известно, что скорость потока речевой информации составляет I_p= 150 дв.ед./сек.

Тогда информативность одного часа лекции, как расчетной единицы нагрузки составит

$$(3) \quad I_л = \frac{I_p \cdot T_л \cdot K_э}{100\%},$$

где $K_э$ – коэффициент эффективности лектора, т. е. процент использования лекционного часа преподавателем для передачи информации, обычно находится в пределах 60-80%; $T_л$ – нормативное время (в секундах) аудиторного часа устанавливаемое, как правило, в пределах 45 мин.

Таким образом, исходя из соотношения (3), получаем, информативность одного часа лекций составляет 243-324 Кбит, что позволяет говорить, что средняя информативность аудиторного часа составляет 300 Кбит информации.

Используя полученные результаты, производится вычисление апостериорной энтропии (объема знаний студента по предмету в Кб). Это будет конкретное число, что является значительно более объективной оценкой, чем общие категории «хорошие», «средние» или «отличные» знания. И что самое главное, мы количественно можем оценить объем знаний студента по данному предмету отнесенного к общему объему информации по нему.

2. Тестовая программа определения скорости усвоения материала

Определение скорости усвоения материала по дисциплине производится на основе данных, полученных при вычислении исходного уровня знаний. Алгоритм вычисления включает следующие шаги:

- выдача студенту теоретического материала для изучения на ограниченном интервале времени с учетом его уровня подготовки;
- проведение тестирования по предложенному материалу;
- обработка результатов тестирования.

Предложенный теоретический материал по сложности должен превышать показанный на предыдущем тестировании уровень знаний. Соответственно, и весовые коэффициенты вопросов, которые будут предложены на тестировании, должны быть больше рассчитанного значения уровня знаний.

Непосредственно теоретический материал выбирается из таблицы «сложность-теория». Она составляется экспертами-преподавателями и ставит в соответствие значениям весовых коэффициентов определенный теоретический материал. Количественно $I_{МАТ}$ этот материал оценивается как произведение средней скорости усвоения $\vartheta_{СР}$ на время T , предоставленное студенту на изучение материала:

(4) $I_{МАТ} = \vartheta_{СР} * T$.

Средняя скорость усвоения – это скорость усвоения материала, заложенная в рабочей программе специальности:

(5) $\vartheta_{СР} = \dfrac{I_Л}{T_Л}$.

Средняя скорость усвоения информации – это отношение информативности лекции к продолжительности лекции.

Обучаемый может завершить изучение теории раньше установленного времени, что при условии верных ответов на вопросы теста повысит показатель скорости усвоения.

После изучения теоретического материала студент переходит к тестированию, алгоритм которого описан выше. Так как предлагаемый материал имеет определенную сложность, то и значения весовых коэффициентов заданий ограничены сверху. По результатам проведенных экспериментов установлено, что ширину интервала (если промежуток времени на изучение теории составляет 30 минут) рекомендуется задавать равной 0.2. При этом нижняя граница сложности должна совпадать с уровнем знаний студента, показанным на предыдущем тестировании.

Полученные на втором тестировании результаты обрабатываются по тем же правилам, что и при определении уровня знаний. Результатом вычислений является апостериорная энтропия, показывающая количество информации, усвоенной студентом из предложенного материала. На основании этих данных и информации о количестве времени, предоставленного на изучение теории, вычисляется скорость усвоения материала студентом по дисциплине.

Вычисление времени, необходимого студенту для завершения изучения курса по предмету происходит на основе полученных данных о полном объеме дисциплины, уровне знаний и скорости усвоения материала по данному предмету.

3. Анализ и обработка исходного учебного плана

В этом блоке содержится исходный учебный план по данной специальности, составленный в соответствии с ГОСВПО. В нем указаны предметы, их расположение по семестрам и количество часов, отведенное на изучение каждой дисциплины.

Однако простого разделения предметов по семестрам для составления индивидуальных учебных планов мало. Необходимо знать, какие дисциплины следует изучить прежде, чем переходить к изучению данного предмета. То есть приоритетной является задача о взаимопреемственности дисциплин.

Решается эта задача с помощью матрицы логических связей [6]. Матрица является методическим средством отображения логических связей дисциплин по всему учебному плану. Под логической связью понимается взаимосвязь содержания данного предмета с содержанием других дисциплин, которое необходимо для изложения вновь вводимых понятий, определений или нового учебного материала.

В строках и столбцах матрицы записываются названия дисциплин, приведенных в исходном учебном плане специальности. Эксперты-преподаватели по соответствующим дисциплинам проставляют 1 или 0 в столбце с названием своего предмета. Единица в поле матрицы ставится в случае, если преподаватель считает, что для изучения курса по его дисциплине необходимо знание предмета, записанного в строке, на которой находится данное поле матрицы. В противном случае ставится ноль.

Рассмотрение таблицы по столбцам показывает, на чем базируется дисциплина, рассмотрение таблицы по строкам показывает, для чего данный предмет служит основой.

Такая матрица при составлении индивидуального учебного плана позволяет допускать студента к изучению дисциплины только после завершения изучения всех предметов, являющихся основой для данной дисциплины.

4. Выбор студентом элективных курсов

В учебных планах специальностей помимо дисциплин, изучение которых обязательно и не зависит от предпочтений студента, присутствуют элективные курсы. То есть студент может выбрать себе дисциплину для изучения из нескольких предложенных вариантов и определить ее содержание, опираясь на свои оценки необходимости того или иного предмета. Для студентов, обучающихся по рабочему плану, эти предметы устанавливаются высшим учебным заведением.

При проектировании адаптивного индивидуального учебного плана необходимо предусмотреть возможность предоставления студенту такого выбора. Однако если предложить обучаемому лишь список с названиями этих дисциплин, его выбор в большинстве случаев не будет являться объективным. Названия дисциплин, которые студент еще не изучал, не дадут ему достаточно информации для принятия объективного решения.

Для того чтобы сделать этот выбор более обоснованным предлагается использовать метод репертуарных решеток [2].

Репертуарная решетка представляет собой матрицу, столбцам которой соответствует определенная группа объектов (элементов), а строки – это конструкты (биполярные признаки, параметры, шкалы, альтернативные противоположные отношения или способы поведения). Предлагается в качестве элементов рассматривать название элективных курсов и наименование разделов, изучаемых в них, а в качестве конструктов – признаки этих элективных курсов.

Предлагается привлекать экспертов для составления репертуарной решетки и определения конструктов. Конструкты предлагается выявлять методом минимального контекста. Студент пользуется готовым набором признаков, таких как «интересная дисциплина»-«неинтересная дисциплина», «потребуется в последующей профессиональной деятельности»-«не потребуется в последующей профессиональной деятельности» и другие.

Для того чтобы оценки студента по предлагаемым конструктам были более объективными, ему предлагается предоставлять более подробную информацию о дисциплинах по выбору: цель изучения дисциплины, основные темы и др., взятую из рабочей программы предмета.

После изучения предоставленной информации студент переходит к следующему шагу: определению своего отношения к конструктам. Каждый конструкт имеет два полюса. Предлагается ввести шкалу [-3;3] (предельные значения соответствуют полюсам) для оценки студентом каждого конструкта. Таким образом, обучаемый выставляет «оценку» всем дисциплинам и их разделам. Затем полученные результаты сопоставляются с заполненной экспертами репертуарной решеткой.

На основе описанной функциональной схемы возможно построение информационной системы принятия решений, которая позволяет на формализованной основе осуществлять оценки уровня знаний студента, скорости усвоения материала и времени, необходимого для завершения обучения по предмету, и на основе этих данных производит составление индивидуального личностно-ориентированного плана. Такая информационная система позволяет привести обоснование того или иного выбора при составлении учебных планов, уменьшить трудоемкость составления таких планов.

Литература

1. АЛЕКСЕЕВ А.Н., ВОЛКОВ Н.И., МАЙОРОВА Т.А. *К вопросу о повышении достоверности оценки при тестовом контроле*// Открытое образование.– 2004.- №3(44).– С.27-32.
2. ГАВРИЛОВА, ХОРОШЕВСКИЙ В.Ф. *Базы знаний и интеллектуальных систем* – СПб: Питер, 2000.- С. 480.
3. ГЛОВА В.И., ДУПЛИК С.В. *Модели педагогического тестирования обучаемых* // Вестник Казан. гос. техн. ун-та им. А.Н. Туполева.- 2003. -№2.- С.74-79.
4. ЕРЕМЕНКО Ю.И. *Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук на тему «Исследование метода и разработка устройства преобразования печатной информации в звуковую путем форматного представления печатного текста методами вокодерной техники»*.-М: ВЗЭИС, 1985. – 20с.
5. НАЙХАНОВА В.А., ДАМБАЕВА С.В. *Методы и алгоритмы принятия решений в управлении учебным процессом в условиях неопределенности*: Монография. – Улан-Удэ: Изд-во ВСГТУ, 2004. – 164с.: ил.
6. РОМЕНЕЦ В.А., МОРГУНОВ И.Б., НЕРСЕСОВ Т.В. *Автоматизированная система проектирования содержания обучения по специальностям вузов*: Учеб.-метод. пособие. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2004.- 148 с.

МЕХАНИЗМЫ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПО ВЫБОРУ ПАРАМЕТРОВ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПРОЕКТА

Гришанов Г.М., Прохорова О.В.
(*Самарский государственный аэрокосмический университет*, *Самара*)

Сформирована модель принятия решений по выбору оптимальных параметров инвестиционного проекта с учетом платежеспособности заказчика, позволяющая определить возможные потери из-за невозврата кредита.

Ключевые слова: кредитор, заемщик, платежный поток.

Сформирована дискретная модель механизма принятия оптимальных решений по выбору параметров инвестиционного проекта с учетом платежеспособности заемщика. На практике типичной является ситуация, когда инвестиционные проекты осуществляются с привлечением банковского кредита, погашаемого обычно в рассрочку. В связи с этим при обосновании условий предоставления инвестиций необходимо сбалансировать денежные потоки между заемщиком и инвестором. Сформируем балансовые модели финансовых потоков и на этой основе сформулируем задачу принятия решений по выбору параметров инвестиционного проекта. При моделировании задач принятия решений будем считать заданной процентную ставку, а проценты начисляются на непогашенную часть долга. Задание процентной ставки на весь срок кредитования является типичной ситуацией в практике долгосрочного кредитования.

Пусть y – кредит (объем инвестиций), выданный заемщику инвестором на срок T с процентной ставкой α, а $V(t) = f(t)$, $t = 1,\ldots, T$ – периодические выплаты заемщика, включающие в себя часть погашаемого долга $R(t)$, $t = 1, \ldots, T$ и сумму, выплачиваемых за период t, процентов $I(t)$, $t = 1, \ldots, T$. Таким образом, взятый заемщиком кредит возвращается по частям за T раз платежами величиной:

(1) $V(t) = R(t) + I(t)$, $t = 1,\dots,T$.

При найденном потоке платежей $V(t)$ выплаты на погашение основного долга $R(t)$ определяются из уравнения (1):

(2) $R(t) = V(t) - I(t)$, $t = 1, \dots, T$,

$R(1)=V(1) - y\alpha.$

Обозначим через $D(t)$ невыплаченную часть долга на начало t-го года, тогда проценты, выплачиваемые за t-й период, равны

(3) $I(t) = D(t-1)\alpha$, $t = 1, \dots, T$, $I(1) = y\alpha$, $D(0) = y$,

где $D(t)$ – невыплаченная часть долга на начало t-го периода, определяемого из уравнения

(4) $D(t) = D(t-1) - R(t)$, $t = 1, \dots, T$, $D(1) = y - R(1)$,

$D(T) = D(T-1) - R(T) = 0$

Равенство $D(T) = 0$ в этом уравнении означает, что долг за срок T должен полностью погашаться.

Система уравнений (1)-(4) взаимосвязана и позволяет в совокупности определить в любой момент времени сумму на погашение основного долга, выплату процентов, размер невыплаченного долга, характеризующих состояние кредитного процесса в каждом периоде.

Балансовое уравнение, характеризующее равенство обязательств между инвестором и заемщиком и являющееся, основным ограничением при выборе траектории изменения периодических выплат, имеет следующий вид:

(5) $y = \sum_{i=1}^{T} V(t)/(1+\alpha)^t$.

Последовательность выплат должна быть выбрана такой, чтобы в соответствии с (5) полностью за срок T погасить кредит, а, с другой стороны, величина выплат в каждый период не превышала финансовые возможности заемщика [1, 2].

Сложность решения такой задачи заключается в том, что величины периодических выплат $V(t)$ для каждого периода свободно выбираются из допустимой области при обязательном выполнении условия (5). Обеспечить выполнение сбалансированности обязательств (5) можно разными способами, поскольку это условие представляет собой уравнение с T неизвестными.

Для обоснования принимаемых решений по выбору платежного потока сформируем модель целевой функции и модель ограничений на параметры финансовых потоков.

В общем случае задача управления долгосрочным инвестиционным проектом состоит в том, чтобы при заданной динамике изменения совокупного дохода заемщика и структуры его обязательств выбрать такие параметры финансовых потоков, как объем, срок, процентная ставка кредита, и такую динамику изменения потока платежей, чтобы обеспечить погашение кредита и получить оптимальное значение целевой функции от его реализации.

Целевой функцией инвестора или заемщика в решении сформулированной задачи может служить величина процентного дохода, получаемого инвестором, или величина расхода на выплату процентов заемщиком за весь срок кредита. Отметим, что процентный доход, получаемый инвестором, и расход на выплату процентов заемщиком отражают их экономические интересы, которые являются прямо противоположными, т.е. то, что получает инвестор, ровно столько же вынужден отдавать заемщик. В связи с этим стратегии, выбираемые инвестором и заемщиком при реализации долгосрочного кредита, будут противоположными.

Процентный доход определим как разность между суммой по периодам всех членов платежного потока и объема кредита из уравнения

$$(6)\quad I_{\Sigma} = \sum_{t=1}^{T} V(t) - y.$$

Эта разность представляет собой величину расхода на выплату заемщиком процентов и, одновременно, полученного инвестором дохода при реализации долгосрочного кредита. Поэтому заемщик стремится к минимуму этой величины, а инвестор – к максимуму.

Поскольку проценты за каждый период начисляются в зависимости от размера невозвращенной части долга, а сумма начисленных процентов по всем периодам представляет собой величину процентного дохода, то с учетом рекуррентных уравнений (1 – 4) определим процентный доход из следующего соотношения:

$$(7)\ I_{\Sigma} = \sum_{t=1}^{T} I(t) = \sum_{t=1}^{T} D(t-1)\,\alpha,\ I(1) = y\alpha,\ D(0) = y.$$

Процентный доход, как следует из (7), зависит от объема, срока, процентной ставки и траектории изменения невыплаченной части долга $D(t)$, которая, в свою очередь, определяется траекторией изменения периодических выплат заемщиком $V(t)$.

В связи с этим возникает необходимость в определении такой траектории изменения периодических платежей заемщиком, которая обеспечивает максимальную величину суммы выплачиваемых процентов за срок кредита. Для определения траектории изменения потока периодических платежей необходимо выбрать срок погашения кредита и уровень процентной ставки.

Сформируем ограничения на такие управляющие параметры инвестиционного проекта, как размер периодических выплат $V(t)$, $t = 1, \ldots, T$; срок T и объем кредита y. Параметры платежного потока $V(t)$ определяются в соответствии с балансовым уравнением (5).

При установленном объеме кредита y и его сроке T достичь сбалансированности между дисконтированной суммой платежного потока $V(t)$ и величиной кредита можно выбором различий динамики изменения платежного потока. При этом выбранной динамике платежного потока соответствует определенное значение операционного дохода.

Для обеспечения возвратности кредита необходимо, чтобы выплаты заемщика в каждом периоде не превышали его финансовых возможностей и удовлетворяли следующему неравенству:

$(8)\ 0 \le V(t) \le \gamma Д(t),\ t = 1, \ldots, T$

где $Д(t)$ – доход заемщика в t-й период, учитывающий структуру его обязательств; γ – коэффициент, характеризующий долю дохода, направляемую на выплаты по кредиту.

Выполнение неравенства (8) позволяет обеспечить возвратность кредита и снизить кредитный риск при реализации долгосрочного кредита.

Объем кредита должен удовлетворять следующему неравенству:

(9) $y \le КЦ$,

где $К$ – коэффициент кредитной задолженности, характеризующий долю покупаемой собственности, взятой заемщиком в кредит;

$Ц$ – стоимость приобретаемого имущества заемщиком.

Срок долгосрочного кредита, как правило, выбирается не более максимально возможного, установленного инвестором. Кроме того, балансовое соотношение (5) позволяет находить неизвестные параметры инвестиционного проекта по известным. Так, если платежные потоки, объем кредита и процентная ставка выбраны, то равенство (5) позволяет определить срок кредита T, обеспечивающий погашение кредита. Таким образом, срок кредита должен удовлетворять неравенству

(10) $T \le min\,(T_\delta, T_{max})$,

где T_δ – срок кредита, определяемый из балансового уравнения (5); T_{max} – максимально возможный срок, установленный инвестором.

В совокупности уравнение (5) и неравенства (8 – 10) образуют допустимое множество принимаемых решений по выбору объема, срока кредита и платежного потока. Эта совокупность соотношений является моделью ограничений с учетом платежеспособности заемщика.

С учетом (1)-(4), (7)-(10) математическая модель задачи выбора механизма управления долгосрочным инвестиционным проектом с позиции интересов инвестора представим в следующем виде:

(11) $$I_\Sigma = \sum_{t=1}^{T} I(t) = \sum_{t=1}^{T} D(t-1)\alpha \to \max(\min),$$

$$I(t) = D\,(t-1)\alpha,\ D\,(t) = D(t-1)\alpha - R(t),\ R(t) = V(t) - I(t),$$

$$0 \le V(t) \le \gamma Д(t),$$

$$t = 1, \ldots, T,\ I(1) = y\alpha,\ D(0) = y,\ D(1) = y - R(1),$$

$$D(T) = D(T-1) - R(T) = 0,\ y \le КЦ,$$

$$T \le \min(T_\delta, T_{max}),\ \sum_{t=1}^{T} V(t) / 1 + \alpha)^t .$$

Управляющими параметрами в этой модели являются объем y, срок T кредита и выбираемая в каждом периоде сумма выплат $V(t)$, $t = 1, ..., T$. Исходными параметрами являются: уровень процентной ставки α; доход, получаемый заемщиком в каждом периоде $Д(t)$, $t = 1, T$; коэффициент γ; условия (правила) погашения кредита и выплаты процентов.

В результате решения задачи (11) при заданных исходных данных определяются следующие значения неизвестных параметров: объем y и срок T кредита; величина выплат в каждом периоде $V(t)$, $t = 1, \ldots, T$; проценты по кредиту $I(t)$, $t=1, \ldots, T$; сумма остаточной задолженности $D(t)$, $t = 1, \ldots, T$, характеризующие состояние инвестиционного проекта в каждом периоде.

В зависимости от того, инвестору или заемщику принадлежит право выбора условий погашения кредита, задача (11) решается или на максимум, или на минимум.

Особенность решения задачи (11) заключается в наличии большого количества неизвестных переменных, число которых зависит от срока кредита T. Так, если кредит выдан на срок $T = 5$ лет, с ежемесячными платежами на его погашение, то количество периодов равно $12T = 60$. Это означает, что задача выбора параметров платежных потоков представляет собой задачу как минимум с 60-ю неизвестными.

На практике типичной является ситуация, когда доход заемщика $Д(t)$ и платежный поток $V(t)$ задаются постоянными в течение срока кредита T, т.е. $V(t) = V = const$, $Д(t) = Д = const.$ Балансовое уравнение (5) в этой ситуации принимает вид

$y = a\ (T,\ \alpha)\ V$, где $a(T,\ \alpha) = \sum_{t=1}^{T} 1/(1+\alpha)^t$ – коэффициент приведения единичного потока платежей;

Количество управляющих параметров становится равным трем: (y, T, V).

Выбор параметров из допустимой области в совокупности с рекуррентными уравнениями (1)-(4) позволяет осуществить процесс погашения долгосрочного кредита с постоянными выплатами наиболее просто.

Таким образом, задавая функциональный закон изменения платежного потока $V(t) = f(t)$, где $f(t)$ – заданная функция, можно резко сократить количество неизвестных и на этой основе задачу выбора управляющих переменных инвестиционного проекта реализовать практически простыми методами.

Оптимальное значение процентного дохода в результате решения задачи (11) на максимум или минимум обеспечивается кусочно-постоянной траекторией платежного потока.

Проведем оценку эффективности по величине процентного дохода при реализации кусочно-постоянной траектории платежного потока. Для этого предположим, что доход заемщика является постоянным за срок кредита T и равен $Д$, а величина постоянных периодических выплат V_0 не превышает части дохода $\gamma Д$, т.е. выполняется неравенство

(12) $V_0 < \gamma Д$.

Пусть кусочно-постоянная траектория платежного потока описывается уравнением

$$(13)\quad V(t) = \begin{cases} \gamma ДД, \quad если\, D(t-1) - R(t) \geq 0, \\ \qquad t = 1, \ldots, k-1; \\ D(k-1) \,/\, a(T-(k-1), если \\ \qquad D(t-1) - R(t) < 0, \;\; t = k, \ldots, T, \end{cases}$$

где $D(k-1)$ – невыплаченная часть долга на начало $(k-1)$-*го* периода;

$a(T-k,\, \alpha) = \sum\limits_{t=k-1}^{T} \dfrac{1}{(1+\alpha)^t}$ – коэффициент приведения единичного потока к $(k-1)$-му периоду.

Из этого уравнения следует, что на временном отрезке от 1 до $(k-1)$-*го* периодические выплаты постоянны и равны $V_0 < \gamma Д$, $t = 1, \ldots, k-1$, а начиная с k-го периода до конца срок T, выплаты равны $V(t) = D(k-1)/\, a\,(T-(k-1),\, \alpha)$, $t = k, \ldots, T$.

Выбор в качестве траектории кусочно-постоянной функции позволяет в первые периоды погасить большую часть долга, а оставшуюся часть долга погасить более низкими величинами периодических выплат или в k-й период досрочно погасить кредит. Реализация такой стратегии позволяет обеспечить погашение кредита и минимизировать значение процентного дохода.

Рассмотрим числовой пример погашения кредита с кусочно-постоянным платежным потоком, объемом $y = 240 \cdot 10^3$ рубля, сроком $T = 5$ лет, процентной ставкой $\alpha = 15\%$. Пусть ежегодный доход заемщика равен $Д = 273 \cdot 10^3$ рубля, а доля дохода на погашение кредита $\gamma = 0{,}4$. Тогда величина части дохода, которая может быть направлена на погашение кредита, составляет $\gamma Д = 0{,}4 \cdot 273 \cdot 10^3 = 109{,}2 \cdot 10^3$ рубля. Для формирования кусочно-постоянной траектории необходимо определить в соответствии с (13) номер периода, в котором происходит переключение на меньшие по величине выплаты. В этом периоде остаточный долг становится неположительной величиной, т.е.

(14) $D(k) = D\,(k-1) - R(k) \le 0.$

В этом неравенстве остаток долга D(k – 1) можно определить из уравнения

(15) $$D\,(k-1) = y - R(1)\,S\,(k-1, \alpha) = y - R(1)\left(\frac{(1+i)^{k-1}-1}{i}\right),$$

где $y\alpha = \gamma Д - y\alpha$ – расходы на погашение в первом периоде.

Расходы на погашение основного долга в k-м периоде $R(k)$ определяются при известной величине расхода в 1-м периоде из соотношения

$R(k) = R(1)\,(1 + \alpha)^k$, $R(k) =$

(16) $$R(1)\left(\frac{(1+i)^{k}-1}{i}\right).$$

Подставляя (16) и (15) в (14), получим

$(1 + \alpha)^{k-1} \le (28Д - y\alpha) / (\gamma Д - y\alpha)\,(2 + \alpha).$

Из этого неравенства находим, что

(17) $$K \le \frac{\ln[(2\gamma Д - y\alpha)/(\gamma Д - y\alpha)(2+\alpha)]}{\ln(1+\alpha)} + 1.$$

Подставляя в это уравнение исходные данные, получим, что номер периода, в котором следует переходить на меньшие величины, удовлетворяет неравенству

$$K \le \frac{\ln[(2 \cdot 109{,}2 - 36)/(109{,}2 - 36)2{,}15}{\ln 1{,}15} + 1 = 2.$$

Полученный результат означает, что после второго года остаток долга $D(2)$ становится меньше расхода на погашение основного долга $R(3)$. В связи с этим заемщик выплачивает величину остаточного долга $D(2)$, если $D(2) < \gamma Д$, либо продолжает гасить кредит меньшими постоянными выплатами, равными $D(2) / a\ (3,15)$.

В таблице 1 представлен план погашения кредита с кусочно-постоянным платежным потоком.

В первой строке таблицы 1 представлен кусочно-постоянный платежный поток: первые два года ежегодные выплаты составляют $109,2 \cdot 10^3$ рубля, а с 3-*го* года – $36,19 \cdot 10^3$ рубля. На втором году остаток долга меньше ежегодных выплат ($82,62 \cdot 10^3 < 109,2 \cdot 10^3$) и заемщик мог бы погасить кредит досрочно на 3-м году, но он принял решение не изменять срок кредита. Величина выплат после второго года определяется в соответствии с уравнением

$$V(3) = D(2) / a(3,15) = 82,62 \cdot 10^3 / 2,83 = 36,19 \cdot 10^3 \text{ рублей.}$$

Процентный доход при реализации кусочно-постоянной траектории платежного потока составляет $I_\Sigma = 86,95 \cdot 10^3$ рубля.

Таким образом, реализация кусочно-постоянной траектории с уменьшением выплат, описываемая уравнением (13) позволяет обеспечить погашение кредита в заданный срок и получить минимум расходов на выплату процентов. Такая стратегия выбора платежного потока является выгодной для заемщика, но невыгодной инвестору, поскольку он теряет часть своего дохода.

Таким образом, варьируя только траекторией платежного потока, можно, с одной стороны, адаптироваться к финансовым возможностям заемщика, а с другой стороны, существенно влиять на эффективность реализации долгосрочного кредита с позиции экономических интересов, как заемщика, так и инвестора.

Следует отметить, что каждая выбранная из допустимого множества траектория платежного потока имеет достоинства для одних категорий заемщиков и обладает недостатками для других. Так, если заемщик с малым доходом прогнозирует увеличение его в будущем, то для него наилучшим является кредит с возрастающими платежами и, наоборот, если заемщик прогнозирует уменьшение в будущем своего дохода.

Таблица 1. *План погашения кредита с кусочно-постоянными выплатами*
(y = $240{\cdot}10^3$ *рублей*, T = 5 *лет*, α=15%, $\gamma Д$ = $109{,}2{\cdot}10^3$ *рублей*)

Конец года t	1	2	3	4	5	Итого
Выплаты по кредиту $V(t){\cdot}10^3$	109,2	109,2	36,19	36,19	36,19	$V_\Sigma = \sum_1^T V(t) = 326{,}95$
Выплата процентов $I(t)\cdot 10^3$	36	25,02	12,39	8,82	4,72	$I_\Sigma = \sum_1^T I(t) = 86{,}95$
Выплаты на погашение долга $R(t)\cdot 10^3$	73,2	84,18	23,8	27,37	31,45	$R_\Sigma = \sum_1^T R(t) =zcf\ 240$
Остаток долга $D(t)\cdot 10^3$	166,8	82,62	58,82	31,45	0	

Таким образом, выбором траектории платежного потока при заданном объеме, сроке, процентной ставке кредита можно согласовать экономические интересы между инвестором и заемщиком. При этом обеспечивается для инвестора прибыльность и возвратность кредита, а для заемщика его доступность и выгодность по величине расходов.

Литература

1. МЕЛКУМОВ Я.С. *Теоретическое и практическое пособие по финансовым вычислениям*. - М.: ИНФРА-М, 1996. - 336 с.
2. ЧЕТЫРКИН Е.М. *Методы финансовых и коммерческих расчетов*. - М.: Дело, 1995. - 320 с.

ОДНОРОДНЫЕ ФУНКЦИИ ЗАТРАТ МЕНЕДЖЕРОВ И ОПТИМАЛЬНАЯ ОРГАНИЗАЦИОННАЯ СТРУКТУРА

Губко М.В.
(Институт проблем управления РАН, Москва)
mgoubko@mail.ru

Кратко описывается развиваемый в ИПУ РАН подход к постановке и решению задач поиска оптимальных иерархических структур. Приводятся некоторые полученные результаты и содержательные примеры их использования.

Ключевые слова: оптимальная иерархия, организационная структура, однородная функция затрат.

Введение

Статья рассказывает о работе, которая ведется в Институте проблем управления РАН в области разработки математических моделей поиска оптимальных иерархических структур, в частности, о некоторых результатах и перспективах исследования задачи формирования организационной иерархии (штатного расписания организации).

В настоящее время считается общепризнанным, что вид организационной структуры оказывает огромное влияние на эффективность функционирования организации. Известно, что в крупных современных фирмах на содержание штата управленцев уходит до 40%-60% всего фонда оплаты труда. Поэтому вопросы разработки рациональных систем организационного управления являются весьма актуальными.

В реальных организациях возможности эксперимента со структурой управления очень ограничены, поэтому важное значение приобретают теоретические модели, которые позволяют выбрать эффективную организационную иерархию, а также обосновать необходимость и направление ее реформирования при изменении условий функционирования фирмы. Несмотря на то, что исследованию формальных моделей формирования организационных иерархий посвящено большое количество работ как российских, так и зарубежных ученых (см. обзоры в [4, 6]), рассматриваемая проблема является настолько сложной и многогранной, что говорить о разработке прикладных методов формирования оргструктур пока рано.

В основу описываемого ниже подхода положено разделение задачи организационного дизайна на три этапа: разработку технологии функционирования организации, выбор организационной структуры и построение механизмов управления. Такое разделение позволяет сконцентрировать внимание на втором этапе и сформулировать задачу формирования организационной структуры как задачу дискретной оптимизации – выбора из множества допустимых иерархий управления наилучшей.

Исследуемая формальная модель слабо зависит от содержательных интерпретаций, что позволяет использовать ее для решения широкого класса задач – от формирования организационной структуры до проектирования сборочного производства. В роли критерия качества, минимизируемого выбором иерархии, выступают ее затраты, складывающиеся из затрат составляющих ее менеджеров. В настоящее время удалось достаточно далеко продвинуться в исследовании т.н. «однородных» функций затрат менеджера, имеющих постоянную эластичность на масштаб и хорошо согласующихся с эмпирическими данными.

В частности, удалось показать, что при однородных функциях затрат в оптимальных иерархиях все менеджеры имеют примерно одинаковую норму управляемости (количество непосредственных подчиненных). Основным теоретическим результатом является нижняя оценка затрат оптимальной иерархии и конструктивные доказательства ее хорошего качества, позволяющие во многих важных с практической точки зрения случаях эффективно строить субоптимальные иерархии.

Аналитическое выражение для затрат оптимальной иерархии позволяет дать ответ на вопросы о том, как условия функционирования организации сказываются на виде и затратах организационной структуры, а также как она должна изменяться с изменением этих условий. На основе общих результатов легко формулировать и анализировать содержательные задачи формирования организационных иерархий.

1. Описание модели

Организационные иерархии моделируются направленными деревьями, листьям которых соответствуют рядовые сотрудники организации (исполнители), а остальным вершинам – менеджеры, управляющие исполнителями [5]. Менеджер – это руководитель подразделения, включая, возможно, его аппарат (секретарей, помощников).

Задача поиска оптимальной иерархии формулируется следующим образом [1]. Пусть задано множество исполнителей N и множество Ω допустимых иерархий, которые можно надстроить над этим множеством исполнителей. Каждой иерархии $H \in \Omega$ поставлено в соответствие неотрицательное число $C(H)$ – затраты на ее содержание. Необходимо найти допустимую иерархию с минимальными затратами, т.е. найти $H^* \in Arg\min_{H \in \Omega} C(H)$. Ниже считаем, что допустимыми являются любые деревья, которые можно надстроить над множеством исполнителей N.

Когда количество исполнителей мало, оптимальную иерархию можно найти полным перебором (понятно, что в общем случае это единственный способ решения). Однако обычно допустимых иерархий настолько много, что задать функцию затрат перечислением ее значений для всех иерархий невозможно. Тогда функция затрат определяется аналитическим выражением или алгоритмом, которые зависят от структурных параметров иерархии – количества менеджеров, числа их подчиненных, выполняемых менеджерами задач и т.п.

Введем ряд определений, базируясь, в основном, на терминологии работы [5]. Назовем *группой исполнителей* любое непустое подмножество множества исполнителей. Для любого менеджера m иерархии H можно определить *подчиненную группу исполнителей* $s_H(m)$ – группу исполнителей, для которых он является начальником в иерархии H (напрямую или опосредованно через других подчиненных ему менеджеров). Будем также говорить, что менеджер m *управляет* группой $s_H(m)$. Каждый исполнитель управляет «группой», состоящей из него самого.

Часто можно считать, что затраты на содержание иерархии складываются из затрат на содержание входящих в нее менеджеров, то есть $C(H) = \sum_{m \in H} c(m, H)$. Функция $c(m, H)$ *затрат менеджера* говорит, сколько стоит содержание менеджера m в рамках иерархии H.

Функция затрат менеджера называется *секционной* [5], если она зависит только от групп исполнителей, которыми управляют его непосредственные подчиненные. Секционную функцию затрат можно записать в виде $c(m, H) = c(s_1, \ldots, s_r)$, где $s_1, \ldots, s_r$ – группы исполнителей, управляемые r непосредственными подчиненными менеджера m.

Задание секционной функции затрат менеджера в общем случае сводится к прямому перечислению ее значений для всех возможных наборов групп, что довольно сложно из-за огромного количества таких наборов. Чтобы иметь возможность представить ее в компактной форме, необходимо каждой группе исполнителей или набору групп поставить в соответствие одну или несколько числовых характеристик, и положить функцию затрат зависящей уже от этих характеристик. Проще всего это сделать, введя меру на множестве исполнителей. Каждому исполнителю $w \in N$ ставится в соответствие положительное число $\mu(w)$ – его *мера*. Мерой группы исполнителей называется суммарная мера исполнителей, входящих в группу. Считаем, что затраты менеджера можно записать в виде функции r переменных: $c(s_1, \ldots, s_r) = c(\mu_1, \ldots, \mu_r)$, где $\mu_1, \ldots, \mu_r$ – это меры групп, управляемых непосредственными подчиненными менеджера.

Содержательно мера исполнителя может соответствовать, скажем, сложности работы по управлению этим исполнителем. Так, мера клерка канцелярии может оказаться больше меры квалифицированного рабочего, работающего на критическом этапе производства, если у клерка постоянно возникают проблемы, связанные, например, с классификацией входящей почты, и требующие вмешательства его руководителя.

Функция затрат $c(\mu_1, \ldots, \mu_r)$ называется *однородной* [5], если существует такое неотрицательное число γ, что для любого положительного числа A и любого набора мер $\mu_1, \ldots, \mu_r$ верно тождество $c(A\mu_1,...,A\mu_r) = A^{\gamma} c(\mu_1,...,\mu_r)$. Число γ называется *степенью однородности* функции затрат.

При однородной функции затрат пропорциональное увеличение мер групп всех исполнителей в A раз приводит к росту затрат менеджера в A^{γ} раз. Имеются определенные эмпирические предпосылки к описанию затрат менеджера однородными функциями. Начиная со статьи [7] и заканчивая последними работами [8], большое количество публикаций экспериментально подтверждают степенную зависимость вознаграждения менеджеров от размера управляемого ими подразделения.

2. Теоретические результаты

Итак, задача состоит в том, чтобы при заданном множестве исполнителей и фиксированной однородной функции затрат менеджера найти *оптимальную иерархию*, то есть иерархию, имеющую минимальные затраты.

Удается доказать [4], что оптимальная иерархия стремится быть, так называемым, *однородным деревом*, в котором каждый менеджер имеет одинаковую норму управляемости и делит подчиненную группу исполнителей между своими непосредственными подчиненными на подгруппы в одинаковой *пропорции* с точки зрения их мер.

На рис. 1 приведены три примера однородных деревьев. Для каждого сотрудника изображена мера управляемой им группы. Иерархия 1а – это 3-дерево с пропорцией $x = (1/3, 1/3, 1/3)$, иерархия 1б – это 2-дерево с пропорцией (1/2, 1/2), а иерархия 1в – 2-дерево с пропорцией (1/3, 2/3).

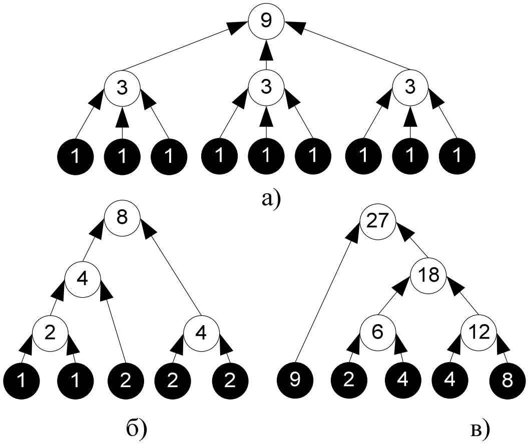

Рис. 1. Примеры однородных деревьев

Однородные деревья замечательны тем, что их затраты легко вычисляются аналитически. Так, в [4] показывается, что если задано множество из n исполнителей с мерами $\mu(1), \ldots, \mu(n)$ и однородная степени γ функция затрат менеджера, то затраты однородного дерева с нормой управляемости r и пропорцией $x = (x_1, \ldots, x_r)$ равны

$$(1)\quad C(H) = \begin{cases} \left| \mu^{\gamma} - \sum\limits_{j=1}^{n} \mu(j)^{\gamma} \right| \dfrac{c(x_1, \ldots, x_r)}{\left| 1 - \sum_{i=1}^{r} x_i^{\gamma} \right|}, & \text{если } \gamma \neq 1, \\ \left(\mu \ln \mu - \sum\limits_{j=1}^{n} \mu(j) \ln \mu(j) \right) \dfrac{c(x_1, \ldots, x_r)}{-\sum_{i=1}^{r} x_i \ln x_i}, & \text{если } \gamma = 1, \end{cases}$$

где $\mu = \mu(N) = \sum_{i=1}^{n} \mu(i)$ – суммарная мера всех исполнителей. Для нахождения *наилучшего* однородного дерева необходимо определить норму управляемости r^* и пропорцию x^*, минимизирующие выражение (1). Эта задача сводится к набору задач классической непрерывной минимизации, и ее решение гораздо проще, чем решение исходной задачи дискретной оптимизации.

Конечно, за это упрощение приходится платить. Так, затраты наилучшего однородного дерева дают лишь *нижнюю оценку* затрат оптимальной иерархии. То есть, вычислив их, можно гарантировать, что затраты любого дерева будут не меньше.

Однако оказывается, что в большинстве практически важных случаев в крупных организациях, состоящих из большого числа исполнителей, эта нижняя оценка имеет хорошее качество. Именно, если выполнено одно из двух условий[1]:

1. $\gamma \geq 1$, меры всех исполнителей лежат в некотором диапазоне от $\underline{\mu}$ до $\overline{\mu}$ и все компоненты оптимальной пропорции x^* положительны,
2. $\gamma < 1$, меры всех исполнителей одинаковы, все компоненты оптимальной пропорции x^* равны между собой,

то отношение затрат оптимальной иерархии к затратам наилучшего однородного дерева стремится к единице с ростом количества исполнителей в организации (см. доказательство в [4]).

Более того, в этих случаях можно предложить эффективные алгоритмы построения *субоптимальных* деревьев, затраты которых лишь ненамного превышают нижнюю оценку. Это «почти однородные» деревья, в которых нормы управляемости менеджеров «примерно равны» r^*, а пропорция, в которой они делят управляемую группу исполнителей между своими непосредственными подчиненными, «почти совпадает» с x^*.

3. Пример содержательной задачи

Проиллюстрируем использование описанных выше результатов на примере простой модели организационной иерархии.

Рассмотрим организацию, основной задачей которой является реализация некоторого технологического процесса (например, процесса производства продукта или коммерческой деятельности). В этот процесс вовлечено *n* сотрудников – конечных исполнителей, каждый из которых выполняет определенные задачи, реализует некоторый этап процесса.

[1] Также требуются некоторые довольно слабые технические предположения относительно поведения функции затрат (см. [4]).

В процессе работы у исполнителей могут возникать проблемы, решение которых необходимо для успешной реализации порученных им задач. Эти проблемы могут быть обусловлены необходимостью координации работы исполнителей, отсутствием нужной информации, отработкой нештатных ситуаций (например, брака производства) и многими другими причинами.

Исполнители не могут самостоятельно решить данные проблемы в силу своей узкой специализации, ограниченности квалификации и отсутствия времени. Поэтому возникает потребность делегирования решения проблем специально обученным сотрудникам – менеджерам.

Из-за большого количества проблем, возникающих в процессе работы исполнителей, один менеджер может не справляться с их решением, и эту задачу необходимо разбивать на подзадачи, поручая отдельным менеджерам управление отдельными участками технологического процесса – различными группами исполнителей. Однако если ответственность менеджера ограничена решением проблем лишь одной группы исполнителей, он не может решать проблемы, в которые помимо исполнителей его группы вовлечены и другие сотрудники.

В связи с этим необходимо координировать работу менеджеров, для чего формируется новый, более высокий уровень системы управления. Этот процесс продолжается до тех пор, пока на последнем уровне иерархии не останется единственный менеджер, которому будут подчинены все сотрудники организации, и который поэтому сможет решать любую проблему.

Содержание каждого менеджера требует затрат (зарплата, организация рабочего места и т.п.), зависящих от объема выполняемой им работы. Объем работы, в свою очередь, определяется количеством принимаемых менеджером решений, направленных на решение проблем, стоящих перед его группой.

Предположим, что если менеджеру в единицу времени приходится принимать P решений, то затраты на его содержание равны P^{β}, где $\beta > 1$ – константа, описывающая скорость роста затрат. Параметр β описывает эффективность работы менеджеров – более квалифицированные менеджеры при одинаковом числе проблем несут меньшие затраты, а при одинаковых затратах решают больше проблем.

Пусть каждый исполнитель $w \in N$ характеризуется своей мерой $\mu(w)$, описывающей количество проблем, возникающих на его участке в единицу времени. Тогда число проблем, которые возникают у группы исполнителей, равно сумме мер входящих в нее исполнителей, то есть мере группы.

Менеджер принимает решения на основе отчетов, предоставляемых его непосредственными подчиненными. Будем считать, что объем отчета, который готовит подчиненный для своего начальника, равен μ^α, где μ – мера управляемой этим подчиненным группы исполнителей. Кроме того, предположим, что количество принимаемых начальником решений пропорционально суммарному объему получаемых им отчетов.

Параметр α, принимающий значения на отрезке [0, 1], интерпретируется как коэффициент сжатия информации о проблемах в отчете. Этот коэффициент определяется типичностью проблем, возникающих у исполнителей – если у многих исполнителей возникает одинаковые проблемы, то объем отчета об этих проблемах слабо зависит от количества исполнителей, и значение α существенно меньше единицы. Иначе говоря, параметр α описывает степень единообразия технологического процесса. С другой стороны, этот параметр может описывать «проблемность» технологического процесса – если $\alpha = 0$, то объем отчета о работе группы исполнителей минимален, что соответствует отчету «Все в порядке».

Итак, если k непосредственных подчиненных менеджера управляют группами мер $\mu_1, \ldots, \mu_k$, то суммарный объем подготовленного ими отчета равен $\mu_1^\alpha + \ldots + \mu_k^\alpha$, и затраты менеджера с точностью до константы равны $c(\mu_1, \ldots, \mu_k) = (\mu_1^\alpha + \ldots + \mu_k^\alpha)^\beta$.

Построение оптимальной организационной структуры сводится к поиску иерархии с минимальными суммарными затратами менеджеров. Помимо собственно получения оптимальной иерархии интерес представляет и анализ зависимости ее основных характеристик – нормы управляемости менеджеров и затрат иерархии – от параметров модели (степени единообразия технологического процесса α и квалификации менеджеров β).

Результаты этого анализа позволяют выбирать наиболее эффективные организационные мероприятия по снижению управленческих расходов и предусматривать меры по адаптации организационной структуры к изменению внешних условий.

Для решения задачи найдем параметры наилучшего однородного дерева – его норму управляемости и пропорцию. Пусть степень однородности функции затрат $\alpha\beta \neq 1$. При фиксированной норме управляемости k наилучшая пропорция $(y_1, \ldots, y_k)$ минимизирует выражение $(y_1^{\alpha} + \ldots + y_k^{\alpha})^{\beta} \,/\, |\,1 - \sum_{i=1}^{k} y_i^{\alpha\beta}\,|$.

Можно доказать [3, 4], что если $\beta < 6.7$, то оптимальна симметричная пропорция $(1/k, \ldots, 1/k)$, в которой все компоненты равны между собой.

Это значит, что выгодно делить группу каждого менеджера на равные части. Тогда для нахождения нормы управляемости наилучшего однородного дерева достаточно найти минимум по всем целым k выражения $k^{\beta(1-\alpha)} / |1 - k^{1-\alpha\beta}|$.

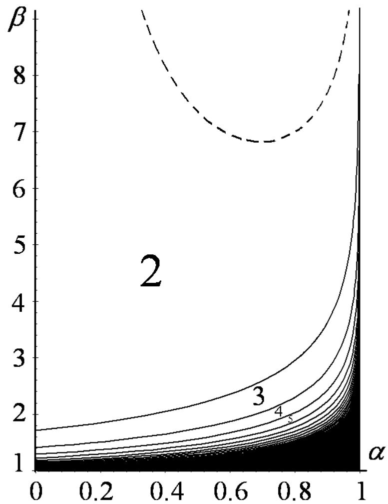

Рис. 2. Пример оптимальных норм управляемости

Результаты численного расчета наилучшей нормы управляемости приведены на рис. 2. Видно, что для больших значений параметра β оптимальны 2-деревья (область их оптимальности отмечена на рисунке числом «2»). С уменьшением β, а также со стремлением α к единице, последовательно становятся оптимальными 3-деревья, 4-деревья и т.д. (эти области подписаны на рисунке числами «3», «4», …).

Теперь для любой комбинации параметров α и β из рис. 2 можно определить оптимальную норму управляемости. Подставив ее в выражение (1), получаем нижнюю оценку затрат оптимального дерева. Поскольку оптимальна симметричная пропорция, нижняя оценка имеет хорошее качество и ее можно использовать как приближенную формулу затрат оптимальной иерархии, а также для построения субоптимальных иерархий.

Проанализируем зависимость нормы управляемости оптимального дерева и его затрат от параметров модели – квалификации менеджеров β и степени единообразия технологии α.

Из рис. 2 видно, что с ростом квалификации (уменьшением параметра β) оптимальная норма управляемости растет, то есть более квалифицированным менеджерам назначается большее количество непосредственных подчиненных. Это вполне понятно и с содержательной точки зрения – более квалифицированные менеджеры выполняют больший объем работы.

Более неожиданно то, что оптимальная норма управляемости увеличивается с ростом степени атипичности проблем (параметра α). Действительно, если считать, что меры всех исполнителей больше единицы, то легко проверить, что с ростом α объем работы менеджера, определяемый выражением $\mu^{\alpha}r^{1-\alpha}$, увеличивается, а, следовательно, возрастают и его затраты. Увеличение нормы управляемости r еще сильнее увеличивает объем выполняемой менеджером работы.

Однако с ростом нормы управляемости количество менеджеров убывает. Оказывается, что уменьшение числа менеджеров – это самый «дешевый» способ противодействия росту степени атипичности проблем, поскольку при усложнении иерархии в решении большого количества проблем участвуют все больше и больше менеджеров, что увеличивает суммарные затраты.

Также легко проверить, что, с ростом α (степени атипичности проблем) как затраты оптимальной иерархии, так и затраты ее топ-менеджера возрастают. Это вполне ожидаемо с точки зрения здравого смысла. Также логично, что затраты оптимальной иерархии монотонно убывают с ростом уровня квалификации менеджеров (с уменьшением параметра β).

Однако зависимость затрат топ-менеджера от параметра β уже не столь очевидна. Можно показать, что затраты топ-менеджера сначала уменьшаются (ведь его квалификация также растет), а затем начинают возрастать. Дело в том, что, как было отмечено выше, с ростом квалификации менеджеров растет и оптимальная норма управляемости, уменьшается количество менеджеров в иерархии, и, следовательно, растут затраты отдельного менеджера. Следовательно, если высшее руководство организации вкладывает средства в повышение квалификации менеджеров иерархии, например в их обучение, то эти действия приводят к уменьшению управленческих расходов иерархии, однако затраты самого высшего руководства при этом могут и возрасти, если, конечно, иерархия параллельно изменяется с тем, чтобы наилучшим образом использовать новые условия.

Описанную простую модель легко обобщить, включив в нее и другие релевантные параметры, которые могут влиять на затраты менеджера.

4. Выводы и перспективы

Полученные результаты позволяют говорить о задаче поиска оптимальной древовидной иерархии при однородных функциях затрат менеджеров как о практически решенной. Однородные функции очень удобны, поскольку они дают возможность получить аналитическое решение задачи. Кроме того, их применимость подтверждается экспериментальными исследованиями.

Однако для нахождения оптимальной нормы управляемости недостаточно знать степень однородности функции затрат – необходимо также иметь представление о том, как затраты менеджера зависят от количества его непосредственных подчиненных, размеров управляемых им групп исполнителей и т.д. Эту зависимость можно вводить из теоретических соображений, как это было сделано в рассмотренном выше примере, однако для прикладного использования предлагаемой теории необходимо проведение развернутого экспериментального исследования затрат на содержание менеджеров в разных странах и в разных отраслях промышленности. Это исследование и является в настоящее время главной перспективой дальнейшей работы.

В то же время понятно, что однородные функции затрат позволяют описывать далеко не все возникающие на практике задачи, и, даже оставаясь в рамках парадигмы секционных функций затрат менеджера, можно рассматривать и другие модели. Интересными, например, представляются описанные в [2, 4, 5] модели надстройки иерархии управления над графом технологических взаимодействий исполнителей. Учитывая, что многие авторы (см., например, [6]) ключевым фактором, влияющим на вид организационной структуры, называют особенности технологии функционирования организации, дальнейшее развитие этой модели является одной из наиболее перспективных задач. Граф взаимодействий исполнителей позволяет детально описать все технологические процессы организации, и, поскольку функция затрат менеджера считается зависящей от технологических потоков, эта модель дает почти неограниченные возможности для описания влияния специфики технологии функционирования на затраты (а, следовательно, и на вид) структуры системы организационного управления.

Анализ существующих моделей формирования организационных иерархий показывает, что некоторые из них не удается свести к задаче поиска оптимальной иерархии при секционной функции затрат менеджеров. В то же время, в большинстве известных подходов используются критерии оптимальности очень частного вида. Поэтому актуальной остается разработка общих формальных методов описания и оптимизации иерархических структур. В идеале эти методы должны дать теоретическую основу для решения задач поиска оптимальных иерархий с произвольным критерием качества.

Литература

1. ВОРОНИН А.А., МИШИН С.П. *Оптимальные иерархические структуры.* М.: ИПУ РАН., 2003.
2. ГУБКО М. В., МИШИН С. П. *Оптимальная структура системы управления технологическими связями* // Материалы международной конференции «Современные сложные системы управления». Старый Оскол: СТИ, 2002. С. 50–54.
3. ГУБКО М.В., ДАНИЛЕНКО А.И. *Алгоритм поиска оптимальной древовидной иерархии* // Сборник трудов XLVIII научная конференции МФТИ, М.: МФТИ., 2005.
4. ГУБКО М.В. *Математические модели оптимизации иерархических структур.* М.: ЛЕНАНД, 2006.
5. МИШИН С.П. *Оптимальные иерархии управления в экономических системах*. М.: ПМСОФТ, 2004.
6. ОВСИЕВИЧ Б.И. *Модели формирования организационных структур*. Л.: Наука. 1979.
7. ROBERTS D.R. *A General Theory of Executives Compensation Based on Statistically Tested Propositions* // The Quarterly Journal of Economics, Vol. 70, No. 2 (1956). pp 270-294
8. ZHOU X. *CEO Pay, Firm Size, and Corporate Performance: Evidence from Canada* // The Canadian Journal of Economics, Vol. 33, No. 1. (2000), pp. 213-251.

О БРИГАДНОЙ СИСТЕМЕ СТИМУЛИРОВАНИЯ СОТРУДНИКОВ ЦЕНТРА ПРИБЫЛИ

Заложнев Д.А.
(*Институт проблем управления РАН, Москва*)
zalozhnev@bk.ru

Работа посвящена разработке системы стимулирования для коллектива менеджеров в зависимости от результатов работы центра прибыли.

Ключевые слова: система стимулирования, функция стимулирования, доход центра прибыли, алгоритм финансовых расчетов.

1. Вводные замечания

В настоящей работе, как и в работе [1], стр. 224-227, рассматривается система, состоящая из одного центра затрат (ЦЗ), он же Центр, и нескольких центров прибыли (ЦП$_i$, $i = 1, n$). Высказываются некоторые соображения, касающиеся системы стимулирования, устанавливаемой Центром i-му центру прибыли (ЦП$_i$), точнее сказать, системы стимулирования, действующей внутри этого центра прибыли.

Рассмотрим ситуацию в какой-то степени близкую к так называемому «бригадному подряду». В данном случае несколько менеджеров объединяются в одну «бригаду». Здесь слово «бригада» употребляется в том смысле, в котором оно употреблялось при социализме, а не в том, в котором оно стало употребляться в последние два десятилетия.

Предполагается, что первоначально каждому (j-му) менеджеру ЦП$_i$ устанавливается зарплата z_{ij}, $j = 1,m$, которая выплачивается ему ежемесячно в течение первого расчетного периода (например, полугода). Точная величина z_{ij} известна самому менеджеру и Центру. Остальным менеджерам, входящим в бригаду, она точно не известна. Хотя они априорно знают, что порядок величин зарплат примерно одинаковый.

Центром устанавливается следующая система стимулирования. Бригада менеджеров по итогам расчетного периода получает долю α_i ($0 < \alpha_i < 1$) в суммарном доходе ЦП$_i$ – D$_i$, т.е. имеет доход $\alpha_i D_i$, а каждый менеджер, соответственно, долю в доходе $d_i = d_{ij} = \alpha_i D_i / m$, которая первоначально предполагается одинаковой для каждого менеджера.

Финансовый расчет между Центром и ЦП$_i$ производится по окончании расчетного периода. При расчете используется следующий алгоритм:

1. В случае если $d_{ij} > l\, z_{ij}$, где l – число месяцев в расчетном периоде, то j-й менеджер получает премию по итогам расчетного периода в размере $p_{ij} = d_{ij} - l\, z_{ij}$, которая выплачивается ему одномоментно в течение следующего расчетного периода.

2. В случае если $d_{ij} = l\, z_{ij}$, то никаких выплат не производится.

3. В случае если $d_{ij} < l\, z_{ij}$, то в течение следующего расчетного периода из зарплаты менеджера производятся ежемесячные вычеты в размере $(l\, z_{ij} - d_{ij}) / l = z_{ij} - d_{ij} / l$, т.е. в следующем расчетном периоде менеджер ежемесячно будет получать зарплату

$$z_{ij} = z_{ij} - z_{ij} + d_{ij} / l = \alpha_i D_i / (m\, l) = d_i / l.$$

2. Система стимулирования

В целях достижения бригадой менеджеров необходимых плановых показателей может быть использована система стимулирования, функция стимулирования которой Z_i представлена на рисунке 1. Данная функция стимулирования в определенной степени аналогична функции, приведенной в [1] на стр. 227 с разницей, состоящей в том, что в рассматриваемом случае у функции стимулирования Z_i отсутствует участок, на котором доход бригады менеджеров остается фиксированным вне зависимости от изменения дохода ЦП$_i$.

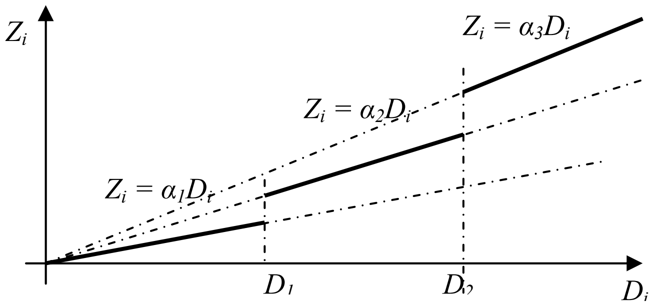

Рис. 1. Эскиз системы стимулирования

По оси ординат отложена величина Z_i (функция стимулирования), равная суммарному доходу бригады менеджеров, работающих в ЦП$_i$ за расчетный период:

$$Z_i = \alpha_i D_i = \sum_{j=1}^{m} d_{ij} = m\, d_i,$$

Как уже было указано выше, предполагается, что величины z_{ij} соизмеримы, если же зарплаты сотрудников несоизмеримы, т.е. имеются сотрудники с «маленькими» и сотрудники с «большими» зарплатами, то менеджеры ЦП$_i$ с «маленькими» зарплатами могут быть объединены в одну или несколько групп и с точки зрения системы стимулирования считаться одним или несколькими сотрудниками с «большой» зарплатой z_m, z_{m-1} и т.д.

Теперь необходимо высказать некоторые соображения, касающиеся выбора значений D_{i1}, D_{i2}, …, в которых происходят скачкообразные изменения функции, задающей систему стимулирования, и о выборе самих значений α_{i1}, α_{i2}, …. Этот выбор на практике лежит на Центре.

Коэффициенты α_i определяются из общих экономических соображений, связанных с показателями деятельности организации, с учетом того, что остающиеся после выплаты вознаграждения бригаде менеджеров (с учетом ранее выплаченной зарплаты, см. пп. 1-3) в распоряжении Центра доли (части) дохода $(1 - \alpha_i)D_i$ должно хватить на покрытие накладных расходов (переменных издержек) ЦП$_i$, а также должна оставаться некоторая сумма средств, которая используется Центром для покрытия постоянных издержек организации, из которой также производятся инвестиции и формируется прибыль организации.

По поводу выбора значений параметра D_i могут быть сделаны следующие предложения.

Первое предложение касается выбора числа точек, в которых происходит скачкообразное изменение функции стимулирования Z_i, и, соответственно, количества элементов множества $\boldsymbol{D_i} = \{D_{i1}, D_{i2}, \ldots, D_{ik}\}$ значений параметра D_i, в которых происходит скачкообразное изменение коэффициента α_i.

Представляется, что множество $\boldsymbol{D_i}$ может содержать два элемента D_{i1} и D_{i2}, соответственно. При этом выражение для коэффициента α_i при различных значениях параметра D_i имеет следующий вид:

$$\alpha_i = \alpha_i(D_i) = \begin{cases} \alpha_1, 0 \le D_i < D_1 \\ \alpha_2, D_1 \le D_i < D_2 \\ \alpha_3, D_2 \le D_i. \end{cases}$$

Второе предложение касается определения значений величин D_{i1} и D_{i2}.

На наш взгляд, эти величины должны быть выбраны таким образом, чтобы выполнялось соотношение:

$D_{i1} < m \min \{z_{ij}, j = 1, m\} / \alpha_2 < m \max \{z_{ij}, j = 1, m\} / \alpha_2 < D_{i2}$.

Такой подход к выбору величин D_{i1} и D_{i2} может быть продиктован следующими соображениями.

Область значений параметра D_i: $0 < D_i < D_{i1}$, которая невыгодна для организации, должна быть невыгодна (менее выгодна) и для бригады менеджеров, и для каждого менеджера в отдельности. Эта позиция Центра задается низким значением коэффициента $\alpha_i = \alpha_{i1}$, соответствующим значению параметра D_i из указанной области значений.

Область значений параметра D_i: $D_i \ge D_{i2}$, которая выгодна организации, должна быть выгодна (более выгодна) и бригаде менеджеров в целом, и каждому менеджеру в отдельности. Эта позиция Центра задается высоким значением коэффициента

$\alpha_i = \alpha_{i2}$, соответствующим значению параметра D_i из указанной области значений.

Область значений параметра D_i: $D_{i1} \le D_i < D_{i2}$ занимает промежуточное положение, и она, на наш взгляд, должна быть задана таким образом (речь идет о выборе значений D_{i1} и D_{i2}), чтобы доля $\alpha_i / m = \alpha_2 / m$ дохода D_i (при соответствующем значении D_i), целиком покрывающая как зарплату самого высокооплачиваемого из менеджеров, так и зарплату самого низкооплачиваемого из менеджеров, лежала в этой области. Т.е. при уровне дохода равном D_{i1} все менеджеры бригады (и каждый в отдельности) еще не отрабатывают своей зарплаты (выданная им зарплата меньше причитающейся им доли дохода α_2 / m), а при уровне дохода равном D_{i2} все менеджеры бригады (и каждый в отдельности) свою зарплату отрабатывают.

Безусловно, информация о значениях D_{i1} и D_{i2} может давать менеджерам определенную «пищу для размышлений», результатами которых они могут воспользоваться для изменения ситуации в выгодную для всех или для некоторых из них сторону. Но дальнейшее исследование этого вопроса, как и вопроса, связанного с изменением доли дохода, получаемого каждым менеджером в отдельности (изменение коэффициента «трудового участия»), должно являться темой отдельного исследования.

Литература

1. Заложнев А.Ю. Внутрифирменное управление. Оптимизация процедур функционирования. М.: ПМСОФТ, 2005. 290 с.

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ТОРГОВО-РАЗВЛЕКАТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ

Засканов В.Г., Савин А.Г.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
op@ssau.ru

Рассматривается задача организации функционирования торгово-закупочных центров. Проводится анализ схемы взаимодействия элементов типового торгово-закупочного центра. Формулируются модели принятия решений для управляющей компании и арендаторов. Приводится математические постановки задач организации экономических отношений владельцев имущества, управляющих компаний и операторов.

Ключевые слова: торгово-развлекательные центры, владелец имущества, управляющая компания, арендаторы, потребители, задачи ценообразования, область компромисса.

В современном западном обществе, перешагнувшем порог бедности и достигшем достаточно высокого уровня благосостояния и удовлетворения физиологических потребностей, сформировалась особая специфическая сфера высокорентабельного бизнеса – индустрии торговли, досуга и развлечений в совокупности с широким спектром разнообразных услуг. В последние годы аналогичная тенденция начала проявляться и в России. Однако следует отметить, что переход экономики на рыночные методы хозяйствования (перестройка) и, связанные с этим экономические потрясения, которые имели место, привели к тому, что детские парки и городки, система общепита, кинотеатры и танцевальные площадки, построенные в советский период, пришли в упадок, их оборудование физически и морально устарело, а стоимость самих развлечений для многих стала недоступна. В связи с этим индустрия досуга и отдыха, являющаяся специфическим бизнесом, рассчитанным на массовую аудиторию потребителей, требующим значительных капиталовложений, имеющим достаточно низкую доходность и длительный срок окупаемости, оказалась перед неразрешимыми проблемами – необходимостью модернизации и неплатежеспособностью потребителя. Поэтому данная индустрия вскоре практически исчезла.

Относительная стабилизация экономической ситуации со временем сформировала условия для развития бизнеса, в том числе в сфере розничной торговли, досуга и развлечений, и постепенно, начиная с конца 1990-х – начала 2000-х годов, стали появляться первые торгово-развлекательные площадки.

Развитие розничных торговых предприятий сопровождается разнообразием их состава и увеличением количества. Расстояние между магазинами значительно сокращается. Предприятия розничной торговли формируются в виде единой системы, в которой отдельные предприятия функционируют как взаимосвязанные элементы. У покупателей появляется возможность приобрести комплексную покупку в группе близко расположенных магазинов. Соединение магазинов в группы приводит к образованию своеобразных центров торговли удобных для покупателей. Группа магазинов получает общий район деятельности, концентрирует поток покупателей, в результате чего общая посещаемость магазинов заметно увеличивается и торговые предприятия, таким образом, помогают друг другу в привлечении покупателей. Торговые центры стали неотъемлемой чертой многих стран, особенно США, Великобритании, ряда других западных стран, и находят все большее распространение в России.

Рассмотрим в качестве примера торгово-развлекательного центра (ТРЦ) «Мегакомплекс Московский» – крупнейший в Поволжье ТРЦ. Удачное месторасположение на въезде в Самару позволяет «Мегакомплексу Московский» привлекать не только горожан и жителей Самарской области, но и посетителей из других областей. Строительство «Мегакомплекса Московский» было начато в октябре 1996 года. Его общая площадь составляет более 82 000 кв. м., с территорией в 62 га, и открытой парковкой, рассчитанной на 2500 автомобилей. В разработке концепции торгового центра приняли участие компании Stiles &

Riabokobylko в консорциуме с Cushman & Wakefield Healey & Bake. Строительный менеджмент «Мегакомплекса Московский» осуществлен немецкой компанией Expo Service und Projektmanagement (ESP). Строительные работы проведены турецкой компанией «Монотек».

«Мегакомплекс Московский» включает в себя три торговых корпуса, в которых представлены ведущие международные и российские операторы розничной торговли, и культурно-развлекательный центр с крупнейшим в России аквапарком, являющимся не только развлекательным, но и оздоровительным заведением. Помимо указанного, имеет место боулинг-центр на 33 дорожки и биллиардные залы на 56 столов. Посещаемость комплекса в будние дни составляет 15000 человек в день, в выходные и праздничные дни до 35000 человек.

Рассмотрение вопросов управления такой сложной организационной системой, как ТРЦ «Мегакомплекс Московский», целесообразно начать с исследования ее организационной структуры, представленной на рис 1. Как видно из рисунка, имеет место три типа взаимодействующих организационных элементов: владелец имущества; управляющая компания (УК); арендаторы (операторы), ведущие свою деятельность на арендуемых площадях. Экономические взаимоотношения владельца имущества и УК заключаются в том, что владелец имущества на договорной основе передоверяет УК право ведения оперативной деятельности по управлению имуществом с целью максимально эффективного его использования. Взаимоотношения УК с арендаторами основываются на условиях договоров – аренды. Базовым инструментом исследования экономических отношений элементов в подобных системах является достаточно изученная в теории активных систем задача стимулирования [1-3], которая требует адаптации применительно к специфике исследуемого нами объекта.

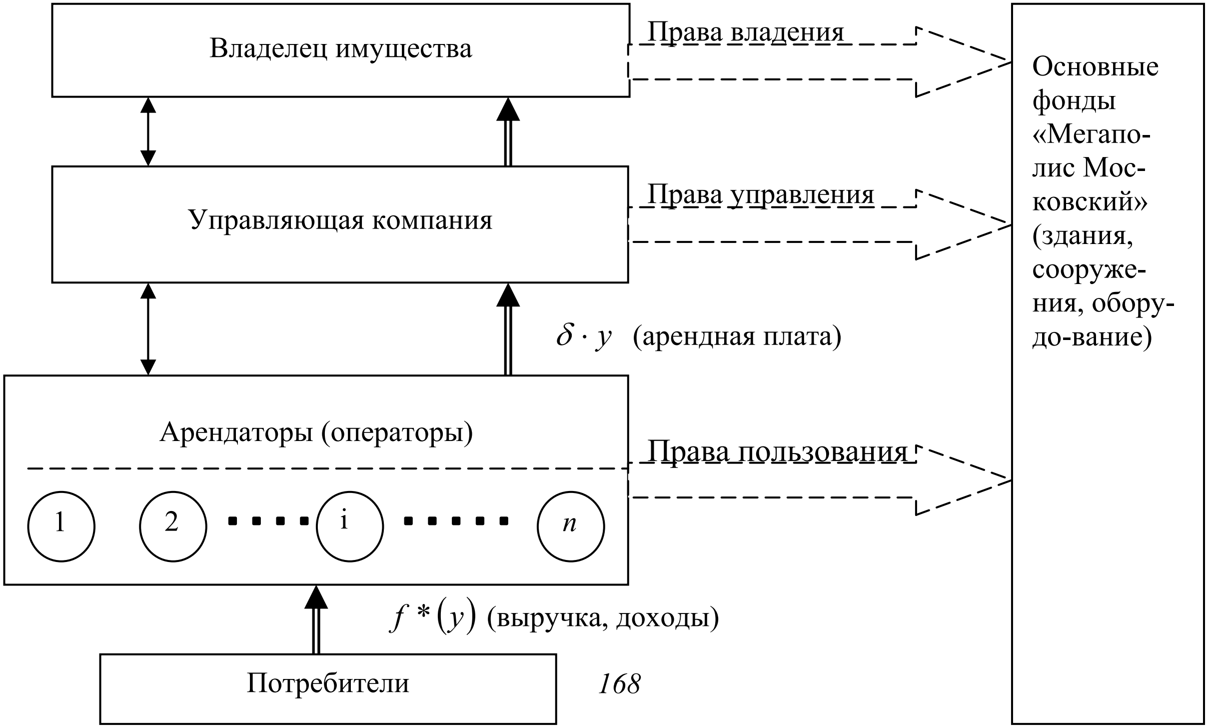

Рис 1. Структура взаимодействующих элементов ТРЦ «Мегаполис Московский»

Одним из основных вопросов при организации экономических взаимодействий является определение параметров этих взаимодействий и конкретных их значений. Обычно при этом имеет место два этапа: поиск области компромисса; нахождение оптимальной точки.

Рассмотрим последовательно методы и модели решения данных задач для рассматриваемого нами объекта.

Область компромисса: базовая модель.

Рассмотрим организационную систему (ОС), состоящую из:

- одного владельца имущества;
- управляющей компании;
- субъекта взаимодействия (агент, оператор, арендатор).

Стратегией агентов является выбор действий $d \in A$, принадлежащих множеству допустимых действий A. В моделях договорных отношений действием оператора является выбор желаемой величины арендуемых площадей y, которые он хочет арендовать. Стратегией управляющей компании является назначение цены аренды $\delta(y)$ за квадратный метр площади, а также принятие или непринятие предложений оператора по y.

Рассмотрим механизм взаимодействия указанных элементов с позиций из экономических интересов.

Оператор. Выбор действия $d = \{ y \}$ требует от оператора затрат $z = y \cdot \sigma(y)$ и, в то же время, ожидается доход (выручка) от деятельности на арендуемых площадях в количестве $f^*(y)$. Таким образом, целевую функцию оператора можно представить следующим образом:

(1) $f(\cdot) = f^*(y) - y\sigma(y)_{y,\sigma} \longrightarrow \max$

Управляющая компания. Управляющая компания получает доход от сдачи в аренду площадей в количестве $H(y) = y \cdot \sigma(y)$, неся при этом затраты по поддержанию площадей в работоспособном состоянии (эксплуатация, оплата энергоносителей, амортизация, обновление основных фондов финансовые перечисления собственнику имущества и т.д.) в количестве $c(Y)$, где Y – общий объем площадей. Отметим, что в общем случае $y \leq Y$. Функцию затрат Центра $c(Y)$ и дохода $H(y)$ будем считать известными. Таким образом, целевая функция Центра имеет вид

(2) $\Phi(\cdot) = y \cdot \sigma(y) - c(y)_{y,\sigma} \longrightarrow \max.$

Рациональное поведение участников взаимодействия заключается в максимизации (выбором собственных стратегий) их целевых функций с учетом всей имеющейся у них информации. Будем считать, что на момент принятия решения (выбора стратегий) участникам взаимодействия известны все целевые функции и все допустимые множества. Пусть рассматривается следующая ситуация. Центр обладает правом первого хода, сообщая оператору выбранную им цену, после чего последний выбирает свое действие (y), максимизирующее его целевую функцию.

Так как значение целевой функции оператора зависит как от его собственной стратегии, так и от системы ценообразования, то в рамках гипотезы рационального поведения оператор будет выбирать действия, которые при заданной системе ценообразования максимизирует его целевую функцию. Понятно, что множество таких действий, называемое множеством реализуемых действий, зависит от используемой центром системы ценообразования. В то же время целевая функция центра зависит от действия, выбранного оператором, и поэтому эффективностью системы ценообразования является значение целевой функции центра на множестве действий оператора, реализуемых данной системой ценообразования. Следовательно, задача ценообразования заключается в том, чтобы выбрать систему, имеющую максимальную эффективность. Приведем формальное описание сказанному выше.

Множество действий оператора, доставляющих максимум его целевой функции, называется <u>множеством решений игры</u> или <u>множеством действий</u>, реализуемых данной системой ценообразования:

(3) $P(\sigma) = \text{Arg max } \{f^*(y) - y{\cdot}\sigma\,(y)\}$.

Зная, что исполнитель выбирает действия из множества (3), центр должен найти цену, которая максимизировала бы его собственную целевую функцию. Так как множество P (σ) обычно содержит более одной точки (на практике это обычно область допустимых σ) необходимо доопределить выбор оператора. Будем считать в дальнейшем выполненной гипотезу благожелательности (ГБ), которая заключается в следующем: если оператор инвариантен между выбором нескольких действий (например, действий, на которых достигается глобальный максимум его целевой функции), то он выбирает то действие, которое наиболее благоприятно для центра. В этом случае оператор выбирает из множества (3) наиболее благоприятное для центра действие, следовательно, эффективность системы ценообразования $\sigma \in M$ равна

(4) $K(\sigma) = \max\limits_{y \in P(\sigma)} \Phi(y)$,

Если в силу специфики условий концепция ГБ «не проходит», то следует вместо эффективности (4) использовать гарантированную эффективность

(5) $K_з(\sigma) = \min\limits_{y \in P(\sigma)} \Phi(y)$,

Прямая задача синтеза оптимальной системы ценообразования заключается в выборе центром допустимых цен, обеспечивающих максимальную эффективность в смысле (4).

Рассмотрим более подробно модель принятия решений с позиций экономических интересов оператора. Предположим, что предлагается заключить договор с центром. Планируется контракт $\{\sigma(y), y^*\}$, в котором оговаривается цена и объем арендуемых площадей. Рассмотрим принципы, которыми могут руководствоваться участники взаимодействия.

Оператор

Первое условие – условие согласованности ценообразования, заключающееся в том, что при участии в контракте, выбор именно действия y^* доставляет максимум его целевой функции. Другими словами, это – условие того, что назначаемые цены согласованы с интересом и предпочтениями оператора.

Второе условие – условие участия в контракте, заключающееся в том, что оператор ожидает получить полезность большую, чем он мог бы получить «на стороне».

Центр

Первое условие аналогично вышеизложенному и заключается в том, что назначаемая цена должна обеспечивать максимум целевой функции центра (условие согласования интересов).

Второе условие заключается в том, что центру предпочтительнее заключить контракт с данным оператором, нежели отказаться от него.

Если претендентов на заключение контракта несколько, то центру необходимо учитывать третье условие – наиболее выгодно должно быть заключение контракта именно с данным (а не с каким-либо другим) исполнителем или множеством исполнителей.

Нетрудно видеть, что в рамках введенных предположений при заключении и выполнении условий договора оператору гарантируется как минимум нулевое значение его полезности. Условие неотрицательности полезности оператора является

(6) $\forall y \in P(\delta), \qquad f(y) \geq 0$

условием индивидуальной рациональности. Следовательно, как минимум, реализуемыми будут такие действия, при выборе которых значения целевой функции оператора будут неотрицательны:

(7) $P(\delta) = \{y \in A \,/\, f^*(y) \geq y \cdot \delta(y)\}$.

Предположим, что функция дохода центра возрастающая и вогнутая (свойство убывающей предельной эффективности), а функция затрат -выпуклая (предельные затраты увеличиваются с объемом производства). На рис. 2 изображены указанные зависимости (*C*-условно – постоянные затраты).

С точки зрения центра, допустимое решение, т.е. совокупность цен и арендуемых площадей, должно находиться внутри заштрихованной площади, где обеспечивается ненулевая эффективность.

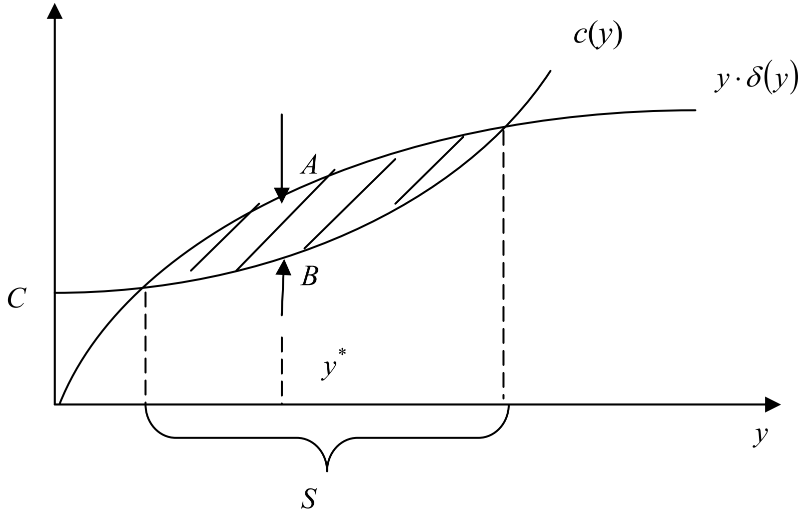

Рис. 2. Область компромисса

Таким образом, чтобы оператор реализовывал требуемое действие, оптимальная точка должна лежать на границе области компромисса, т.е. с точки зрения Центра цена должна соответствовать ситуации покрытия затрат оператора. Этот важный принцип получил в литературе название «принцип компенсации затрат» [1, 3, 4]. В соответствии с этим принципом, для того чтобы побудить операторов выбирать определенные действия Центру, необходимо вводить мотивирующую добавку $\delta \geq 0$ по цене относительно его затрат.

Изложенные выше модели и методы организации взаимодействия предусматривали наличие одного Центра и одного оператора. Однако на практике обычно имеет место наличие нескольких операторов. Рассмотрим данную ситуацию.

Один заказчик – несколько исполнителей

Пусть: $I = \{1,2,...n\}$ – множество операторов, $y_i \in A_i$ – действие (выбор) $i^{го}$ оператора по объему арендуемых площадей; $\delta(y)$- цена аренды со стороны Центра; обстановка игры для $i^{го}$ оператора

– $\left(y_1, y_2, ...y_{i-1}, y_{i+1}, ...y_n \right) \in A_{-i} = \prod_{j \neq i} y_j$ (вектор действий остальных операторов, кроме $i^{го}$). Исходим из того, что Центр получает доход $H(y)$ от заключения контрактов с операторами. Целевая функция Центра $\Phi(\delta, y)$ представляет разность между доходом $H(y)$ и затратами, связанными с эксплуатацией доверенного ему имущества c*(Y)*.Целевая функция $i^{го}$ оператора определяется разностью между ожидаемым доходом $f_i * (y_i, \delta_i)$ и затратами $c_i(y_i)$, т.е.

(8) $\quad f_i = f_i * (y_i, \delta_i) - c_i(y_i).$

Отметим, что индивидуальные действия операторов y_i, «воспринятые» Центром, и отражение в контрактах в общем случае зависят от действий остальных операторов (случай сильно связанных агентов с несепарабельными затратами), поскольку $Y \leq \sum y_i$, где Y – общие производственные площади, которыми располагает Центр.

Относительно параметров ОС введем следующие предположения:

- множество действий каждого оператора совпадает со множеством неотрицательных действительных чисел;

- функции затрат операторов $c_i(y_i)$ непрерывны, неотрицательны и $\forall y_i \in A_i \quad c_i(y_i)$ не убывает по y_i;

- функция дохода Центра непрерывна по всем переменным и достигает максимума при ненулевых действиях операторов.

Фиксируем произвольный вектор $y^* \in A'$ действий операторов (их спрос по аренде площадей) и рассмотрим следующую систему ценообразования:

(9) $$\delta_i(y^*, y) = \begin{cases} c_i(y_i^*, y_{i-1}) + \delta_i & y_i = y_i^* \\ 0 & y_i \neq y_i^*. \end{cases}$$

Содержательно, при использовании системы ценообразования (9) Центр использует следующий принцип декомпозиции: он предлагает $i^{му}$ оператору – выбирай действие y_i* (например, оговоренное в договоре количество арендуемых площадей), а я компенсирую тебе затраты, независимо от того какие действия выберут другие операторы. Используя такую стратегию, Центр декомпозирует игру операторов.

Вектор оптимальных реализуемых действий операторов $y*$, фигурирующий в качестве параметра в выражении (9), определяется в результате решения следующей задачи оптимально согласованного планирования а эффективность системы

(10) $y* = \arg\max_{y \in A'} \{y \cdot \delta(y) - c(y)\},\ \gamma \in A;$

ценообразования (9) равна следующей величине

(11) $K* = y* \cdot \delta(y*) - c(y*) - \delta$.

В [5] показано, что в общем виде системы ценообразования, имеющие конструкции сходные с (9) обладают максимальной эффективностью.

Таким образом, выше были рассмотрены с позиций теории активных систем постановки задач организации экономических отношений владельцев имущества, управляющих компаний и операторов, позволяющих строить механизмы оптимально – согласованного взаимодействия.

Литература

1. КОЧНЕВА Т.Б., НОВИКОВ Д.А. *Базовые системы стимулирования.* М.: Апостроф, 2000. – 108 с.
2. ЛЫСАКОВ А.В., НОВИКОВ Д.А. *Договорные отношения в управлении проектами.* М.: ИПУ РАН, 2004. – 100 с.
3. НОВИКОВ Д.А. *Стимулирование в организационных системах*. М.: СИНТЕГ, 2003. – 312 с.
4. НОВИКОВ Д.А., ПЕТРАКОВ С.Н. *Курс теории активных систем.* М.: СИНТЕГ, 1999. – 108 с.
5. НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Механизмы стимулирования в многоэлементных системах.* М.: Апостроф, 2000. – 184 с.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ МАТЕРИАЛЬНОГО СТИМУЛИРОВАНИЯ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ СПЕЦИАЛЬНОГО МАШИНОСТРОЕНИЯ

Иванов Д.Ю.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
ssau_ivanov@mail.ru

Рассматривается подход к экономико-математическому моделированию систем материального стимулирования работников предприятий специального машиностроения. Разработана система материального стимулирования в условиях интенсификации производства. Приведены результаты практического использования разработанных моделей на конкретном промышленном предприятии.

Ключевые слова: материальное стимулирование, экономико-математическая модель.

Введение

Особенностью объектов специального машиностроения является наличие монозаказчика на их продукцию. Данное обстоятельство существенно ограничивает возможности предприятия на внешнем уровне. Следовательно, для повышения эффективности производства предприятиям специального машиностроения необходимо снижать себестоимость своей продукции. Одним из основных способов экономического управления на внутрипроизводственном уровне являются системы материального стимулирования. Правильная постановка и решение задач трудовой мотивации коллективов и отдельных работников во многом определяют экономическую эффективность любого машиностроительного предприятия. Данные задачи могут быть решены лишь при использовании современного теоретического аппарата, адекватно описывающего производственные и социальные реалии [1].

Исследования по анализу состояния предприятий специального машиностроения России на современном этапе развития российской экономики были осуществлены по материалам деятельности ОАО «Сокол» (г. Самара). Данное предприятие является типичным представителем машиностроительных предприятий страны, выпускающим продукцию специального назначения. Поэтому проблемы, связанные с производственно-экономическим функционированием ОАО «Сокол», являются характерными для предприятий специального машиностроения и могут служить основой для обобщений и выводов.

Проведенный финансово-экономический анализ состояния предприятия выявил как положительные, так и отрицательные особенности в динамике его развития. Необходимо отметить, что за анализируемый период руководство предприятия большие усилия уделяло вопросам повышения эффективности производства за счет совершенствования внутрипроизводственных экономических механизмов управления. Речь идет о создании систем мотивации труда. Основным способом влияния на поведение людей является материальное стимулирование. Поэтому данному направлению деятельности было уделено самое серьезное внимание.

1. Моделирование целевых установок руководства и исполнителей

Использование согласованной системы стимулирования позволяет добиться согласования интересов и предпочтений центра и производственных элементов, что очень важно для эффективного функционирования организационной системы в целом.

Рассмотрим организационную систему, выпускающую монопродукт, состоящую из управляющего органа (центра) и одного агента. В случае наличия нескольких агентов приведенные ниже рассуждения остаются справедливыми и требуют незначительной корректировки.

Экономический смысл функции цели центра $\Phi(\cdot)$ может быть самым разным: максимизация прибыли, снижение издержек, увеличение рентабельности производства и т.д. Предположим, что центр стремится максимизировать свой доход $H(\cdot)$ за минусом затрат на стимулирование. Таким образом, интересы и поведение центра описываются следующей моделью:

$$(1)\quad \begin{cases} \Phi = H = Ц \cdot y - З(y) - \sigma(y) \to \max \\ \sigma(y) \le \sigma_{\max} \\ y \le \min(y_{спрос}, y_{\max}), \end{cases}$$

где y – фактическая выработка агента, $Ц$ – цена, $\sigma(y)$ – величина премии агента, $З(y)$ – затраты центра на производство (исключая премию), $\sigma_{\max}$ – максимально возможный размер премии, $y_{спрос}$ – объем спроса на продукцию, $y_{\max}$ – производственные возможности.

Функцию затрат центра можно представить в виде условно переменных затрат

(2) $З = \gamma \cdot y$,

где γ – удельные затраты на выпуск единицы продукции.

Для стимулирования деятельности агента центр осуществляет начисление премии согласно некоторой схеме или функции. В динамике оперативное изменение функции стимулирования возможно далеко не всегда – как с точки зрения возможностей центра по переработки информации, так и с точки зрения адаптивных свойств агентов. Поэтому возникает желание упростить задачу управления активной системой, в частности – за счет использования параметрических управлений, при применении которых центр фиксирует класс систем стимулирования, а затем изменяет только значения параметров из этого класса, конкретизируя тем самым выбираемую им стратегию. В задачах стимулирования в качестве такого оперативно изменяемого параметра выступает план.

С учетом сказанного рассмотрим постановку и методы решения задач анализа и синтеза систем материального стимулирования для класса моделей прогрессивных по выполнению и перевыполнению некоторых плановых показателей.

Обычно в производственной практике широко используются системы материального стимулирования, описываемые следующей моделью:

(3) $\sigma = \lambda \cdot (y - x)$,

где λ – ставка оплаты, x – плановое задание.

Предложенная модель системы стимулирования нацеливает агента на перевыполнение плановых заданий и традиционно используется на предприятиях. При этом система планирования обычно строится от достигнутого агентом результата в предыдущем периоде функционирования. Плановое задание назначается по правилу:

(4) $x = y^{-}$,

где y^{-} – выработка агента в предыдущий период (знаком “ $^{-}$ ” вверху будем обозначать параметры или величины, относящиеся к предыдущему периоду).

Изложенная выше модель стимулирования (3) обладает тем недостатком, что величина стимула в определенной степени зависит от плана x. В этом смысле подразделения, имеющие заниженные плановые показатели, находятся в более «выгодном» положении по сравнению с теми, кому дан напряженный план. Поэтому предлагается использовать такую систему стимулирования, при которой ставка стимулирования зависела бы от напряженности планового задания, а именно:

(5) $\lambda = \lambda_0 \cdot (1 + k \dfrac{y - x}{x})$,

где λ_0 - базовое значение ставки стимулирования. Предлагается ввести в рассмотрение, помимо плана, еще один оперативно изменяемый безразмерный управляющий параметр k. Учитывая (4), выражение (5) можно переписать следующим образом:

(6) $\lambda = \lambda_0 \cdot (1 + k \dfrac{y - y^{-}}{y^{-}})$.

Подставив (6) в (3) и учитывая (4), приходим к выражению для функции стимулирования агента в следующем виде:

(7) $$\sigma(y) = \begin{cases} \lambda_0 \cdot (y - y^{-}) \cdot (1 + k \dfrac{y - y^{-}}{y^{-}}), & \text{если } y > y^{-} \\ 0, & \text{если } y \le y^{-} \end{cases}.$$

Предположим, что целевой функцией агента является максимизация получаемой им премии. Тогда с учетом сказанного модель принятия управленческих решений активным элементом приобретает вид:

$$(8)\quad \begin{cases} f(y) = \alpha_0 \cdot (y - y^-) \cdot (1 + k\dfrac{y - y^-}{y^-}) \xrightarrow[y]{} \max \\ y > y^-, y \le y_{\max} \end{cases}.$$

Из содержательного смысла предложенной модели следует, что $k \ge 0$. При $k = 0$ функция (8) принимает вид (3).

Так как агент получает премию только в случае перевыполнения плановых заданий, то достаточно рассматривать область $y \ge x$.

Из модели (1) видно, что целевая функция центра достигает своего максимума при некоторой выработке агента. С точки зрения центра это значение выработки будет являться оптимальным, то есть при данной величине выработки активного элемента центр получит наибольший доход. Следует отметить, что с увеличением параметра k максимальное значение целевой функции центра уменьшается. Это является следствием того, что центру при использовании описанной выше системы материального стимулирования приходится отдавать все большую и большую часть своего дохода агенту, в случае если последний продолжает увеличивать свою выработку.

Из модели (8) видно, что целевая функция агента монотонна и бесконечно возрастает с увеличением выработки y ($y \ge x$). Причем с ростом параметра k при фиксированном значении выработки величина премии агента увеличивается. Поэтому в данной постановке задачи агенту для максимизации своей премии необходимо либо увеличивать свою выработку, либо «постараться» повлиять на центр с целью назначения большего k. Как было показано выше, второй вариант не совпадает с интересами центра. Следовательно, предложенная модель материального стимулирования, при фиксированном значении управляющего параметра k, нацеливает агента на увеличение своей выработки.

2. Разработка согласованной модели материального стимулирования

Очевидно, что агент не может бесконечно увеличивать свою выработку. Существует некоторое предельное значение $y_{\max} \geq y$, определяемое производственными возможностями. Размер премии также не может быть бесконечно большим. На практике он всегда ограничен некоторой величиной $\sigma_{\max}$, которую определяет центр.

Возникает задача определения границ изменения параметра *k,* при которых интересы центра и агента удовлетворялись, и рассматриваемая нами активная система могла функционировать.

Определим чувствительность изменения премии агента к его объему выработки. Для этого продифференцируем (8) по *y :*

(9) $$\alpha = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2 \cdot \lambda_0 \cdot k}{y^-} \cdot y + \lambda_0 (1 - 2k) .$$

Важно обеспечить для агента достаточные стимулы к увеличению выработки. Речь идет о том, что рост премии, при увеличении выработки на один н/ч должен быть не менее минимального коэффициента стимулирующего воздействия Q_m. На практике только сам агент либо опытные администраторы могут определить реальную величину коэффициента стимулирующего воздействия Q_m. Эту процедуру можно реализовать на предприятиях путем проведения семинаров с работниками бригад или цехов, на которых высказываются мнения по этому вопросу, а затем методом экспертных оценок устанавливается объективное значение коэффициента стимулирующего воздействия.

Учитывая вышесказанное, приходим к соотношению:

(10) $$\alpha = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2 \cdot \lambda_0 \cdot k}{y^-} \cdot y + \lambda_0 (1 - 2k) \geq Q_m .$$

Из последнего неравенства следует, что минимальное значение параметра *k* должно удовлетворять условию:

(11) $$k_{\min} \geq \frac{y^- (Q_m - \lambda_0)}{2\lambda_0 (y - y^-)} .$$

Это условие отражает интересы агента. Если оно не будет выполняться, у агента не будет достаточно стимулов для увеличения выработки. Следовательно мы получаем нижнюю границу изменения параметра *k.*

Как было сказано выше, на практике всегда существует ограничение по фонду премирования. Иными словами, максимальное значение премии, которое может получить агент, меньше некоторой величины $\sigma_{\max}$:

$$(12)\ \sigma_{\max} \geq \frac{\lambda_0 \cdot k}{y} \cdot y^2 + \lambda_0 (1-2k) \cdot y + \lambda_0 y^- (k-1) .$$

Используя неравенство (12), можно получить ограничение на максимальное значение параметра k .

$$(13)\ k_{\max} \leq \left[\frac{\sigma_{\max}}{\lambda_0 (y - y^-)} - 1 \right] \frac{y^-}{y - y^-} .$$

Это условие удовлетворяет интересам центра, так как при его выполнении он сможет обеспечить выплату премии агента. Получаем верхнюю границу изменения параметра k .

Для эффективного функционирования системы стимулирования необходимо, чтобы интересы центра и агента удовлетворялись одновременно. Следовательно, мы приходим к системе неравенств:

$$(14)\ \frac{y^-(Q_m - \lambda_0)}{2\lambda_0 (y - y^-)} \leq k \leq \left[\frac{\sigma_{\max}}{\lambda_0 (y - y^-)} - 1 \right] \frac{y^-}{y - y^-} .$$

Полученная область изменения параметра k является областью, где возможно согласованное функционирование рассматриваемой активной системы, а именно агент будет увеличивать выработку, получая за это удовлетворяющее его материальное вознаграждение, а центр будет максимизировать свою функцию цели (прибыль) не выходя за рамки премиального фонда. В зависимости от величины параметров $Q_m, \sigma_{\max}, \lambda_0$ возможны еще два варианта решения системы (14). Вариант полного согласования интересов центра и агента и вариант абсолютно несогласованной системы стимулирования.

В случае абсолютно несогласованной системы материального стимулирования нормальное функционирование активной системы невозможно, поскольку материального вознаграждения, выплачиваемого центром агенту, недостаточно. На практике размер фонда премирования составляет примерно около 10% от валовой прибыли центра, что является сравнительно небольшой частью. Поэтому центр имеет возможность значительной корректировки параметров $\sigma_{\max}, \lambda_0$, таким образом, чтобы добиться согласованности системы стимулирования. Варьирование коэффициента материального стимулирования Q_m в этом плане представляется затруднительным, так как было сказано выше, он определяется самими агентами.

Предложенный подход к системе материального стимулирования позволяет осуществлять проектирование согласованных механизмов премирования с учетом интересов центра и агента.

3. Алгоритмы синтеза согласованной системы материального стимулирования в условиях интенсификации производства

На практике промышленные предприятия часто сталкиваются с задачей выхода к концу некоего периода своего функционирования на определенный уровень прибыли. Для достижения этой цели предприятие вынуждено интенсифицировать процесс производства, что неизбежно ведет к увеличению производственных, физических, умственных и пр. затрат исполнителей. В этой ситуации возникает задача проектирования такой модели материального стимулирования, которая бы нацеливала агента на некоторый более высокий уровень выработки.

Используя описанную выше модель активной системы и введенные в рассмотрение обозначения, можно сформулировать постановку этой задачи в следующем виде.

Рассмотрим один период функционирования описанной выше активной системы. Предположим, что на начало периода центр имел прибыль в размере H_0, выработка агента составляла y^-. Допустим, что к концу периода центр намерен выйти на некоторую желаемую величину прибыли $H^{жел} > H_0$. Причем, в течение рассматриваемого периода цена продукции $Ц$ и величина удельных затрат γ не меняются. Следовательно, для достижения поставленной цели, центру необходимо, чтобы агент увеличил свою выработку с y^- до некоторого значения $y^{жел} \le y_{\max}$. При этом считаем, что в случае $y = y^{жел}$ получим $H(y^{жел}) = H^{жел}$. Для стимулирования агента на увеличение выработки центр использует описанную выше систему материального поощрения.

Определим желаемое с точки зрения центра значение выработки агента, при котором прибыль системы в целом достигает значения $H^{жел}$. При дальнейших рассуждениях будем исходить из того, что желаемый уровень прибыли $H^{жел}$ является максимальным значением функции цели центра, представленной выражением (1). Используем для этого традиционный подход для нахождения экстремума функции. Перепишем (1) в следующем виде:

(15) $$H = -\frac{\lambda_0 \cdot k}{y^-} \cdot y^2 - (\gamma + \lambda_0 - Ц - 2\alpha_0 k) \cdot y - \lambda_0 y^- (k-1).$$

Продифференцируем (15) по y и приравняем полученное выражение к нулю:

(16) $$\frac{dH}{dy} = -\frac{2\lambda_0 k}{y^-} y - (\gamma + \lambda_0 - Ц - 2\lambda_0 k) = 0.$$

Из последнего равенства легко записать выражение для определения искомой желаемой, с точки зрения центра, величины выработки агента, а именно:

(17) $$y^{жел}(k) = \frac{Ц + 2\alpha_0 k - \gamma - \alpha_0}{2\alpha_0 k} y^-.$$

Из выражения (17) следует, что с ростом k желаемое значение выработки агента, при котором центр получит максимальную прибыль, стремится к плановому заданию $y^{жел} \xrightarrow[k \to \infty]{} \pi = y^-$. При больших значениях параметра k центру выгодно, чтобы агент не перевыполнял плановые задания, так как в противном случае на материальное стимулирование будет направляться слишком большая часть от валовой прибыли центра.

Подставив (17) в (15), получим:

(18) $$H_{\max} = H^{жел} = y^- [\frac{(Ц - \gamma - \alpha_0)^2}{4\alpha_0 k} + (Ц - \gamma)].$$

С ростом параметра k максимум функции прибыли центра стремиться к величине $H \xrightarrow[k\to\infty]{} (Ц-\gamma)y^{-}$. Этот факт лишний раз подтверждает то, что при больших значениях k центру невыгодно платить премию агенту за перевыполнение планового задания.

При известных $H^{жел} = H_{\max}$, y^{-} центр, используя выражение (18), может определить величину параметра k_{opt}:

$$(19)\ k_{opt} = \frac{(Ц-\gamma-\alpha_0)^2 y^{-}}{4\alpha_0[H_{\max} - y^{-}(Ц-\gamma)]}.$$

Как было сказано выше, параметр k должен быть положителен. Т.к. числитель выражения (19) больше нуля, следовательно

$$(20)\ H_{\max} > y^{-}(Ц-\gamma),$$

т.е. планируемый уровень прибыли центра на конец периода должен быть больше валовой прибыли центра на начало периода. Перепишем последнее неравенство в виде:

$$(21)\ (Ц-\gamma)y > (Ц-\gamma)y^{-} + \sigma.$$

Следовательно, валовая прибыль центра к концу рассматриваемого периода должна увеличиться по сравнению с валовой прибылью на начало периода на величину, которая больше чем фонд материального поощрения, направленный на стимулирование увеличения выработки агента в течение данного периода. Центр при планировании желаемого уровня прибыли $H_{\max}$ должен учесть ограничение, накладываемое неравенством (20).

Выражение (17) позволяет определить то значение выработки $y^{жел}$, которое должен будет сделать за рассматриваемый период агент, чтобы центр в итоге получил прибыль в размере $H^{жел}$. Следовательно:

$$(22)\ y^{жел} = \frac{Ц + 2\alpha_0 k_{opt} - \gamma - \alpha_0}{2\alpha_0 k_{opt}} y^{-} = \frac{2H_{\max} + (\gamma - Ц - \alpha_0)y^{-}}{Ц-\gamma-\alpha_0}.$$

Еще раз стоит отметить, что полученное выше соотношение определяет желаемое значение выработки агента с точки зрения центра. Так как в рассматриваемой активной системе центр стремится максимизировать свою прибыль, а агент – величину своей премии, следовательно, центру необходимо, чтобы агент, стремясь максимизировать свою локальную функцию цели, произвел выработку в объеме $y^{жел}$. Поэтому, согласно предложенной системе материального стимулирования, которая нацеливает агента при фиксированном параметре k на увеличение своей выработки, центр может определить размер премии, который побудит агента увеличить свою выработку до уровня $y^{жел}$. Здесь происходит согласование интересов центра и агента, то есть они оба заинтересованы в одной и той же величине выработки, которая приведет к максимизации их целевых функций.

Подставив в выражение (7) определенные выше параметры k_{opt} и $y^{жел}$, находим:

$$(23)\ \sigma_{\max} = \frac{\alpha_0 \cdot k}{y^-} \cdot (y^{жел})^2 + \alpha_0 (1 - 2k_{opt}) \cdot y^{жел} + \alpha_0 y^- (k_{opt} - 1)\,.$$

Последнее соотношение позволяет определить размер премии агента, стимулирующий его на производство выработки в объеме $y^{жел}$, который желателен с точки зрения центра.

Описанный выше механизм синтеза системы материального стимулирования позволяет добиться согласованного процесса функционирования системы в целом, при котором удовлетворяются интересы и центра, и агента.

Обобщая полученные результаты, был предложен следующий алгоритм процесса синтеза внутрипроизводственного механизма материального стимулирования в условиях интенсификации производства:

- конкретизация целевой функции центра, т.е. определение конечного уровня прибыли $H^{жел} = H_{\max}$;
- вычисление оптимального значения управляющего параметра $k_{opt} = k_{opt}(H_{\max})$;
- определение желаемого уровня выработки агента, необходимого для достижения активной системой поставленной цели, $y^{жел} = y^{жел}(H_{\max}, k_{opt})$;

- определение объема фонда материального поощрения, направленного на стимулирование увеличения выработки агента до желаемого уровня $y^{жел}$. $\sigma_{\max} = \sigma_{\max}(y^{жел}, k_{opt})$;
- сообщение агенту схемы начисления премии и ее максимально возможный объем.

Результат (17) отражает интерес центра. Рассмотрим теперь ситуацию с позиций интересов агента. Из вида функции материального стимулирования (7) следует, что она является монотонно возрастающей. Отсюда следует, что агент выберет стратегию y^*, обеспечивающую ему получение максимально возможной премии $f_{\max}$, о которой шла речь выше. Естественно при этом, что $y^* \le y_{\max}$.

С учетом сказанного синтез механизма функционирования системы в дальнейшем может осуществляться по двум алгоритмам.

Первый заключается в том, что при фиксированном k определяется размер $\sigma_{\max}$, который обеспечивает заинтересованность агента в выпуске продукции в объеме $y^{жел}$.

Для этого подставив в выражение (7) определенные выше параметры k_{opt} и $y^{жел}$, находим:

$$(24)\ \sigma_{\max} = \frac{\alpha_0 \cdot k_{opt}}{y^-} \cdot (y^{жел})^2 + \alpha_0(1 - 2k_{opt}) \cdot y^{жел} + \alpha_0 y^-(k_{opt} - 1).$$

Последнее соотношение позволяет определить размер премии агента, стимулирующий его на выполнение выработки в объеме $y^{жел}$, который желателен с точки зрения центра и в то же время соответствует экономическим интересам агента.

В ряде случаев рассчитанное по (24) значение $\sigma_{\max}$ превышает возможности центра по выплате стимулов. В этом случае возможен второй вариант задачи синтеза. Определяется из соотношений экономических возможностей центра $\sigma_{доп}$, то есть та премия, которая может быть выплачена активным элементам. Тогда из выражения

(25) $\sigma_{доп} = \frac{\alpha_0 \cdot k}{y^-} \cdot (y^{жел})^2 + \alpha_0 (1 - 2k) \cdot y^{жел} + \alpha_0 y^- (k - 1)$,

находится соответствующее значение k.

Описанные выше модели материального стимулирования позволяют добиться согласованного процесса функционирования системы в целом, при котором удовлетворяются интересы и центра, и агента.

Литература

1. НОВИКОВ Д.А. *Обобщенные решения задач стимулирования в активных системах.*. М.: ИПУ РАН, 1998. –68с.

РАВНОВЕСИЯ В УГРОЗАХ И КОНТРУГРОЗАХ В НЕКООПЕРАТИВНЫХ ИГРАХ

Искаков М.Б.

(Институт проблем управления РАН, Москва)

mih_iskakov@mail.ru

Исследуется взаимодействие многих участников, делящих между собой ресурс, расположенный на некотором множестве. Для формулируемой задачи в большинстве случаев не существует равновесия Нэша, но в то же время имеется интуитивно ощущаемое устойчивое рациональное поведение участников, основанное на рефлексивном учете взаимных угроз. Для описания такого поведения сформулировано определение равновесия в безопасных стратегиях (РБС), совпадающее со строгим равновесием Нэша там, где оно есть, и существующее для тех ситуаций в поставленной задаче, где оно отсутствует. При помощи введенного определения исследуется исходная задача. Приводится сравнение предлагаемого подхода с применявшимися разными авторами концепциями равновесия в угрозах и контругрозах для некооперативных игр.

Ключевые слова: некооперативные игры, равновесие в безопасных стратегиях, угрозы, контругрозы.

1. Введение

В статье, являющейся развитием работы [6], исследуется взаимодействие многих участников, делящих между собой ресурс, расположенный на некотором множестве. Стратегией игрока является выбор точки на этом множестве, а его выигрышем – количество ресурса, расположенное в ближайшей окрестности выбранной точки. Такого рода задачи возникают в различных прикладных областях: при исследовании раздела рынка между фирмами, электората между партиями во время предвыборных кампаний и т.д. [1, 15, 16]. Часто такие задачи решаются через конструирование механизмов и правил справедливого дележа и достижения компромисса [1, 2]. В работе [12] исследуются постановки задач, сходных с задачей дележа ресурса, но сам ресурс определяется как континуальное множество игроков, выбирающих ту коалицию, к которой они присоединяются, применительно к моделям предвыборных кампаний. Здесь проблема решается через такое изменение постановки задачи, которое сделало бы ее доступной для анализа. В предлагаемой же статье рассматривается подход к решению проблемы через исследование игры конечного числа участников, действующих рационально, независимо, без образования коалиций, соглашений и предварительных договоров об общих правилах.

При таком подходе обнаруживаются ситуации, при которых в игре не существует равновесия Нэша, но имеются интуитивно кажущиеся естественными равновесные состояния. Подобные ситуации, связанные с поиском понятия равновесия более широкого, чем равновесие Нэша, исследуются в [9, 10]. Главная особенность предложенного равновесия в безопасных стратегиях применение теории рефлексивности [8] для анализа структуры взаимных угроз, возникающих в играх с большим количеством участников. Данный подход применим к исследованию соревновательных систем стимулирования [4, 7, 9, 13], где стратегии участников также определяются с учетом потенциальных угроз со стороны конкурентов.

2. Постановка задачи

Рассматривается следующая игра, являющаяся вариантом модели Даунса [1, с. 107-121, 15]. На отрезке $[a, b]$ задана ограниченная непрерывная положительная функция $f(x)$. Для игроков $k \in N = \{1, \ldots, n\}$ заданы их действия $x_k \in [a, b]$. Выигрыши игроков задаются следующим образом. Обозначим все несовпадающие стратегии, перенумерованные по возрастанию как y_j, $j \in L = \{1, ..., l\}$, $l \le n$. При этом каждой стратегии j могут соответствовать несколько игроков, если они выбрали одинаковое действие. Выигрыш стратегии определяется как:

$$
(1) \quad \begin{cases} I_j = I_j(y_{j-1}, y_j, y_{j+1}) = \int_{\frac{y_{j-1}+y_j}{2}}^{\frac{y_j+y_{j+1}}{2}} f(x)dx, \, j \notin \{1, l\}, \\ I_1 = I_1(a, y_1, y_2) = \int_a^{\frac{y_1+y_2}{2}} f(x)dx, \\ I_l = I_l(y_{l-1}, y_l, b) = \int_{\frac{y_{l-1}+y_l}{2}}^{b} f(x)dx. \end{cases}
$$

Выигрыш игрока k, $x_k = y_j$, составляет $C_k = I_j / l_j$, где l_j – количество игроков, выбравших стратегию y_j, одновременно с игроком k. Таким образом, смысл игры заключается в том, что имеется некоторый ресурс, распределенный на отрезке в соответствии с $f(x)$, каждый игрок выбирает точку на этом отрезке, и его целевой функцией будет то количество ресурса, которое окажется в промежутке точек, ближайших к точке выбора этого игрока.

Данная игра, как правило, не имеет равновесия по Нэшу даже в простейших случаях. Например, пусть количество игроков равно 3, интегрируемая функция $f(x) \equiv 1$. Тогда, если стратегии трех игроков совпадают, то любой из них может увеличить свой выигрыш с 1/3 до величины, сколь угодно близкой к 1/2 или больше, незначительно отклонившись от общей стратегии. В противном случае существует игрок, действие которого не совпадает с действием ни одного из двух других игроков, и является наибольшей или наименьшей. Такой игрок может увеличить свой выигрыш, сдвигая свою стратегию от края отрезка и приближая ее к стратегиям других игроков.

Но если мы при тех же самых условиях рассмотрим любое четное количество игроков, то для такой игры равновесия Нэша существуют, например:

$$
x_{2k} = x_{2k-1} = b + (a-b)\frac{2k-1}{n}, k = 1, \ldots, \frac{n}{2}.
$$

Заметим, что для постоянной функции $f(x)$ и количестве игроков большем трех, равновесия Нэша для этой игры существуют, общее решение задачи для такого частного случая будет сформулировано в одном из дальнейших утверждений. Но если подынтегральная функция перестает быть константой и не является постоянной ни на одном интервале, то игра уже не имеет равновесия Нэша.

Требуется найти такое определение равновесия, которое удовлетворяло бы трем условиям: оно должно существовать для поставленной задачи в тех ситуациях, когда не существует равновесия Нэша; оно должно совпадать с равновесием Нэша там, где таковое существует; оно должно соответствовать интуитивным представлениям о рациональном поведении независимых, не договаривающихся между собой игроков.

3. Возможные неравновесные ситуации

Зафиксируем некоторый набор стратегий $x = (x_1, \ldots, x_n)$ и рассмотрим возможные изменения стратегии участника игры, увеличивающие его выигрыш, т.е. ситуации, которые препятствуют существованию равновесия Нэша в данной игре. Пусть игрок k выбрал стратегию x_k и решает, можно ли ее улучшить, выбрав новую стратегию x'_k. Возможны два случая. Может оказаться так, что новая стратегия получается из старой путем небольшого смещения $x'_k = x_k + \delta$ или $x'_k = x_k - \delta$. При этом она лежит в той же области, что и старая, ее положение относительно выборов других игроков и особых точек функции $f(x)$ (справа или слева) не изменится, границы промежутка интегрирования целевой функции лишь слегка (на $\delta / 2$) сместятся. Назовем такое изменение стратегии «сдвигом». Новая стратегия также может быть выбрана в совершенно новом участке отрезка $[a, b]$ так, что интегрируемая область целевой функции окажется на новом месте, между другими игроками. Назовем такое изменение стратегии «скачком».

Введем дополнительные обозначения, разделив выигрыши стратегий и области интегрирования I_j на две части, правую и левую:

$$(2)\begin{cases} I_j^-(y_{j-1}, y_j) = \int_{\frac{y_{j-1}+y_j}{2}}^{y_j} f(x)dx, j \neq 1, I_1^-(a, y_1) = \int_a^{y_1} f(x)dx, \\ I_j^+(y_j, y_{j+1}) = \int_{y_j}^{\frac{y_j+y_{j+1}}{2}} f(x)dx, j \neq l, I_l^+(y_l, b) = \int_{y_l}^{b} f(x)dx. \end{cases}$$

$$C_{\min} = \min_{1 \le k \le n} C_k, \; C_{\max} = \max_{1 \le k \le n} C_k,$$

$$I^{-}_{\max} = \max_{1 \le j \le l} I^{-}_{j}\,,\ \ I^{+}_{\max} = \max_{1 \le j \le l} I^{+}_{j}\,.$$

Рассмотрим для $x_k = y_j$ возможные случаи, которые приводят к неравновесности той или иной ситуации. Существенными параметрами ситуации являются следующие:

1. Количество игроков, выбравших стратегии, совпадающие с x_k;
2. Расположение y_j относительно других стратегий, лежит ли данный выбор между двумя другими или примыкает к краю отрезка $[a, b]$.
3. Значения функции $f(x)$ и ее производной на краях области интегрирования I_j;
4. Сравнительная величина правой и левой подобластей отрезка I^{-}_{j} и I^{+}_{j};
5. Сравнительное значение выигрыша игрока C_k и величин $C_{\max}$, $I^{-}_{\max}$ и $I^{+}_{\max}$.

Теперь можно перечислить возможные неравновесные ситуации:

1. Если игрок k – единственный, выбравший стратегию y_1 или y_l, то такому игроку выгодно изменить свою стратегию сдвигом $x'_k = y_1 + \delta$, или $x'_k = y_l - \delta$, увеличив свой выигрыш приблизительно на $\dfrac{\delta}{2} f\left(\dfrac{y_1 + y_2}{2}\right)$ или на $\dfrac{\delta}{2} f\left(\dfrac{y_{l-1} + y_l}{2}\right)$.

2. Если игрок k – единственный, выбравший стратегию y_j, $j \notin \{1, l\}$, и $f\left(\dfrac{y_{j-1} + y_j}{2}\right) \ne f\left(\dfrac{y_j + y_{j+1}}{2}\right)$, то игроку выгодно изменить стратегию сдвигом $x'_k = y_j - \delta$, или $x'_k = y_j + \delta$ (в зависимости от того где значение $f(x)$ больше). При этом он увеличивает свой выигрыш приблизительно на $\dfrac{\delta}{2}\left| f\left(\dfrac{y_{j-1} + y_j}{2}\right) - f\left(\dfrac{y_j + y_{j+1}}{2}\right)\right|$.

3. Игрок k – единственный, выбравший y_j,

$$f\left(\frac{y_{j-1} + y_j}{2}\right) = f\left(\frac{y_j + y_{j+1}}{2}\right),\ f'\left(\frac{y_{j-1} + y_j}{2}\right) - f'\left(\frac{y_j + y_{j+1}}{2}\right) > 0\,.$$

При сдвиге на δ выигрыш увеличивается приблизительно на $\dfrac{\delta^2}{4}\left(f'\left(\dfrac{y_{j-1}+y_j}{2}\right)-f'\left(\dfrac{y_j+y_{j+1}}{2}\right)\right)$.

4. Стратегию $y_j = x_k$ выбрал еще один игрок, тогда при $I^-{}_j \neq I^+{}_j$ игроку выгодно изменить стратегию сдвигом в сторону большей подобласти, получив вместо $\dfrac{I_j}{2}$ выигрыш $\max\{I_j^- - \varepsilon, I_j^+ - \varepsilon\}$.

5. Стратегию $y_j = x_k$ выбрал еще один игрок, $I^-{}_j = I^+{}_j$, и выполняется хотя бы одно из двух неравенств $f\left(\dfrac{y_{j-1}+y_j}{2}\right) > f(y_j)$ или $f\left(\dfrac{y_j+y_{j+1}}{2}\right) > f(y_j)$. При сдвиге на δ выигрыш игрока увеличится приблизительно на $\dfrac{\delta}{2}\left(f\left(\dfrac{y_{j-1}+y_j}{2}\right)-f(y_j)\right)$ или на $\dfrac{\delta}{2}\left(f\left(\dfrac{y_j+y_{j+1}}{2}\right)-f(y_j)\right)$.

6. Стратегию $y_j = x_k$ выбрал еще один игрок, $I^-{}_j = I^+{}_j$, $f\left(\dfrac{y_{j-1}+y_j}{2}\right) = f\left(\dfrac{y_j+y_{j+1}}{2}\right) = f(y_j)$, и выполняется хотя бы одно из двух неравенств $f'\left(\dfrac{y_{j-1}+y_j}{2}\right) < f'(y_j)$ или $f'\left(\dfrac{y_j+y_{j+1}}{2}\right) > f'(y_j)$. При сдвиге на δ выигрыш игрока увели-

чится приблизительно на $\dfrac{\delta^2}{4}\left(f'\left(y_j\right)-f'\left(\dfrac{y_{j-1}-y_j}{2}\right)\right)$ или на $\dfrac{\delta^2}{4}\left(f'\left(\dfrac{y_j+y_{j+1}}{2}\right)-f'(y_j)\right)$.

7. Если стратегию $y_j = x_k$, кроме игрока k, выбрали два или более других игроков, то любому из них выгодно изменить свою стратегию сдвигом, получив вместо I_j / l_j выигрыш $\max\{I_j^- - \varepsilon, I_j^+ - \varepsilon\}$. То есть равновесие невозможно при совпадении стратегий более чем трех игроков.

8. Если выполняется хотя бы одно из трех неравенств $2\,C_k < C_{\max}$ или $C_k < I^-_{\max}$ или $C_k < I^+_{\max}$, то игроку выгодно изменить свою стратегию скачком $x'_k = x_{\max}$ или $x'_k = y_{\max} - \varepsilon$, или $x'_k = y_{\max} + \varepsilon$, получив выигрыш $C_{\max}/2$ или $I^-_{\max} - \varepsilon$, или $I^+_{\max} - \varepsilon$ соответственно.

Приведенный перечень неравновесных ситуаций дает наглядное представление о тех препятствиях, которые требуется преодолеть, чтобы решить задачу теоретически. С другой стороны, при разрешении подобных задач на практике, участники взаимодействия обычно интуитивно находят стратегии дележа того или иного ресурса, даже не договариваясь между собой. Попробуем качественно промоделировать поведение субъектов, которое позволяет им преодолевать тенденцию к неустойчивости.

Рассмотрим игрока k, находящегося в неравновесной ситуации 1, единственный игрок, выбравший стратегию $x_k = y_1$. Пусть его сосед справа находится достаточно далеко, так что игрок имеет возможность двигать свою стратегию x'_k от края отрезка. При этом отрезок $[a, x'_k]$ все больше увеличивается и соответствующая ему часть выигрыша I'^-_1 растет. Если среди других игроков найдется такой, что его выигрыш станет меньше величины I'^-_1, то возникнет угроза скачка этого игрока в область $[a, x'_k]$, принадлежащую игроку k. Эта угроза должна сдерживать стремление к росту значения x'_k, ограничивать этот параметр так, чтобы выполнялось условие $I'^-_1 < C_{\min}$.

Теперь перейдем к строгому формулированию подхода, позволяющего промоделировать замеченную логику поведения субъектов.

4. Равновесие в безопасных стратегиях: определения

Введем понятие равновесия, более широкое, чем строгое равновесие Нэша (определение строгого равновесия Нэша см. в приложении), совпадающее с ним там, где оно существует, и позволяющее искать решения поставленной задачи. Сначала дадим общие определения, потом разъясним их на примерах. Пусть задана игра с множеством игроков $i \in N = \{1, \ldots, n\}$, множеством действий $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $x_i \in X$, и значениями выигрышей $K_i(x)$.

Определение 1. *Угрозой игроку i со стороны игрока j называется пара ситуаций* $\{x_j, (x'_j, x_{-j})\}$[6] *такая, что* $K_j(x'_j, x_{-j}) \geq K_j(x)$ *и* $K_i(x'_j, x_{-j}) < K_i(x)$. *При этом ситуация x называется содержащей угрозу, ситуация* (x'_j, x_{-j}) *так же, как и стратегия* x_{-j}, *называются угрожающими игроку i со стороны игрока j.*

Определение 2. *Множеством* $W_i(x)$ *предпочтительных выборов i-го игрока с учетом угроз относительно ситуации x называется множество его стратегий* x'_i *таких, что для любого игрока* $j \neq i$ *и любой его стратегии* x'_j *выполнено* $K_i(x'_i, x'_j, x_{-ij}) \geq K_i(x)$.

Определение 3. *Стратегия* x_i *игрока i называется стратегией безопасной порядка* 0, *или простой безопасной стратегией, при заданной обстановке* x_{-i}, *если ситуация x не содержит угроз игроку i. Множество таких стратегий называется множеством простых безопасных стратегий для игрока i при окружении* x_{-i} *и*

[6] *Обозначение* $(x'_j, x_{-j}) = (x_1, \ldots, x_{j-1}, x'_j, x_{j+1}, \ldots, x_n)$.

обозначается $Z_i^{(0)}(x_{-i})$. *Множеством простых безопасных стратегий для игрока i относительно ситуации x называется множество* $Z_i^{(0)}(x^*_{-i}) \cup W_i(x^*)$, *которое обозначается как* $Y_i^{(0)}(x^*)$.

Комментарий. Множество Z есть множество стратегий безопасных при заданной обстановке, а множество Y – множество стратегий, безопасных относительно игровой ситуации. Второе множество более широкое, так как включает такие отклонения от x, которые сами по себе не являются безопасными, но все содержащиеся в них угрозы предпочтительней исходной ситуации. Различие двух множеств становится существенным, когда ситуация x оказывается более проигрышной, чем все возможные угрозы.

Определение 4. *Стратегия* x_i *игрока i называется стратегией безопасной порядка m при заданной обстановке* x_{-i}, *если* $\forall\, j \neq i$ *выполняется хотя бы одно из двух условий:*

1. *либо в ситуации x игрок j не угрожает игроку i,*
2. *либо* $x_j \in Y_j^{(m_j)}(x)$, $m_j < m$, *и любая угрожающая игроку i стратегия* $x_j \notin Y_j^{(m_j)}(x)$, *причем хотя бы для одного j выполняется вторая часть условия и* $m_j = m - 1$.

Множество таких стратегий называется множеством безопасных порядка m для игрока i стратегий при заданной обстановке x_{-i} *и обозначается* $Z_i^{(m)}(x_{-i})$. *Множеством безопасных порядка m стратегий относительно ситуации x называется множество* $Z_i^{(m)}(x_{-i}) \cup W_i(x)$, *которое обозначается как* $Y_i^{(m)}(x)$.

Комментарий. Это определение означает, что игрок, строящий свою безопасную порядка m стратегию, знает множества безопасности с меньшим порядком своих партнеров, и предполагает, что они не будут из них выходить. Следует отметить, что определение имеет рекурсивный характер, то есть безопасные стратегии порядка m определяются через безопасные стратегии порядка $m - 1$.

Определение 5. *Ситуация x^* называется равновесием в безопасных стратегиях (РБС), если $\forall i\ \exists\ m_i$: x^*_i – безопасная порядка m_i стратегия, и $x^*_i \in \underset{x_i \in Y_i^{(m_i)}(x^*)}{\arg\max} K_i(x_i, x^*_{-i})$. При этом РБС называется простым, если все составляющие его стратегии имеют порядок безопасности* 0, *и сложным* $(m_1, m_2, ..., m_n)$, *если среди составляющих его стратегий $\{x_i\}$, $i \in N$, имеющих порядки безопасности m_i, найдется хотя бы одна, для которой $m_i > 0$.*

Комментарий. В РБС, сравнительно со строгим равновесием Нэша, игроки также ищут ситуацию, от которой никому не было бы выгодно отклоняться, но на более узком множестве безопасных стратегий, т.е. участники максимизируют свой выигрыш при соблюдении дополнительного требования «не подставляться» под угрозы со стороны партнеров.

Сформулируем простейшие утверждения, поясняющие введенную систему определений.

Утверждение 1. *Строгое равновесие Нэша является РБС.*

Доказательство. Если x^* – строгое равновесие Нэша, то для $\forall j$, $\forall x_j \neq x^*_j$ $K_j(x_j, x^*_{-j}) < K_j(x^*)$. Это значит, что по определению 1 все стратегии являются безопасными порядка 0. ■[7]

Утверждение 2. *Если стратегия x_i – безопасная порядка m при заданной обстановке x_{-i}, то $\exists\ x_{i_0}, x_{i_1}, ..., x_{i_{m-1}} \in x_{-i}$ – стратегии, имеющие порядок безопасности соответственно* $0, 1, \ldots, m-1$.

Доказательство. Если имеется x_i, безопасная порядка m стратегия, то по определению 2 должно существовать i_{m-1} такое, что $x_{i_{m-1}} \in Y_{i_{m-1}}^{(m-1)}(x)$. Применив определение 2 к стратегии $x_{i_{m-1}}$ и так далее, получаем необходимость существования $x_{i_{m-2}}, ..., x_{i_1}, x_{i_0}$.

---

[7] *Здесь и далее символ «■» означает конец примера или доказательства.*

Замечание. Из последнего утверждения становится ясной структура РБС и способ его построения. Сначала ищутся безопасные стратегии нулевого порядка, существование которых необходимо для безопасных стратегий более высоких порядков, каждая из которых выстраивается на основе уже построенной стратегии предыдущего порядка безопасности.

5. Исследование задачи

Теперь вернемся к рассмотрению задачи и построению для нее решения в виде РБС. Напомним, что смысл игры заключается в том, что имеется некоторый ресурс, распределенный на отрезке в соответствии с $f(x)$, каждый игрок выбирает точку на этом отрезке и функцией его выигрыша будет та доля ресурса, которая окажется в промежутке точек, ближайших к выбору этого игрока.

Рассмотрим случай, когда функция $f(x)$ строго возрастает в начале отрезка $[a, b]$, достигает максимума, после чего строго убывает (однопиковая функция). Обозначим через m номер стратегии y_m, в окрестности которой $\left[\dfrac{y_{m-1}+y_m}{2}, \dfrac{y_m+y_{m+1}}{2}\right]$ функция $f(x)$ достигает своего максимума, а $k_{\min}$ – номер игрока с минимальным выигрышем, $k_{\min} \in \arg\min\limits_{1\le k\le n} C_k$. Исследуем поведение игрока 1 с наименьшей стратегией, $x_1 = y_1$. Пусть максимум $f(x)$ находится не близко от краев отрезка a и b, т.е. $f(x)$ возрастает на всей области интегрирования I_1 и убывает на всей области интегрирования I_l. Из этого следует, что, во-первых, стратегию y_1 может выбрать только один игрок (смотри условие 5 в разделе 3) и, во-вторых, этому игроку будет выгодно сдвигать $x'_1 = y'_1$ в сторону увеличения. Но, если при этом окажется, что $I^-_1 > C_{\min}$, тогда игроку $k_{\min}$ станет выгодно перескочить в область игрока 1, поэтому игрок 1 будет сдвигаться вправо только до тех пор, пока для y'_1 выполняется неравенство $I^-_1 \le C_{\min}$. А это условие означает для первого игрока выполнение определения 1, то есть безопасную стратегию первого порядка. При этом стратегия первого игрока привязана к $C_{\min}$, то есть к размеру самого маленького из выигрышей участников.

Теперь исследуем поведение игрока k со стратегией j, $1 < j < m$. Функция $f(x)$ возрастает на всей области y_j, значит, данному игроку выгодно сдвигаться вправо, в направлении возрастания функции, но игроку, находящемуся слева от него тоже выгодно сдвигаться вправо, что создает угрозу игроку k, в силу чего определение 1 для рассматриваемого игрока не выполняется. Но, если игрок, находящийся слева от рассматриваемого, стремящийся сдвигаться вправо, имеет в своем движении некоторый ограничитель (которым является второе условие определения 4), и игрок k знает и учитывает это, то, опираясь на такое знание и на знание величины $C_{\min}$, он может найти наилучшую для себя стратегию (наилучшую при условии, что ни он, ни другие игроки не выходят за пределы ограничения, заданного определением 4). Из этого рассуждения путем рекурсии по номерам стратегий $j, j-1, \ldots, 1$ от игрока k к игроку 1 получается определение безопасной стратегии порядка $j-1$ (в данном случае).

Для игроков со стратегиями $j > m$, располагающимися в области убывания $f(x)$, рассуждения аналогичны. Рассмотрим игрока (игроков), выбравшего стратегию m. Если этот игрок один, то, чтобы его стратегия была равновесной, необходимо выполнение условия $f\left(\frac{y_{m-1}+y_m}{2}\right) = f\left(\frac{y_m+y_{m+1}}{2}\right)$. При этом количество игроков совпадает с количеством различных стратегий, $n = l$. Если же таких игроков двое, то требуется другое условие: $I^{+}_{m} = I^{-}_{m}$, $f(y_m) > f\left(\frac{y_{m-1}+y_m}{2}\right), f(y_m) = f\left(\frac{y_m+y_{m+1}}{2}\right)$. В обоих случаях оказывается, что игрок k_m, выбравший стратегию m и оказавшийся на вершине, получает наименьший выигрыш из всех:
$C_m = C_{\min}$. Таким образом, мы доказали два утверждения, определяющие игровые ситуации, являющиеся РБС, для случая однопиковых функций $f(x)$. Построение РБС изображено на рис. 1 и 2.[8]
Таким образом, доказаны два следующие утверждения, определяющие игровые ситуации, являющиеся РБС, для однопиковых $f(x)$.

---

[8] *Обозначение:* $x_{kj} = y_j$, *стратегия игрока* k_j, *выбравшего стратегию* j.

Утверждение 3. *Пусть $f(x)$ достигает максимума внутри отрезка в точке x_{max}, строго возрастает при $x < x_{max}$, строго убывает при $x > x_{max}$. Тогда, если:*

$$x_{\max} \in \left[\frac{y_{m-1} + y_m}{2}, \frac{y_m + y_{m+1}}{2} \right],$$

$$I_1^- = I_2^- = \ldots = I_{m-1}^- = I_m = I_{m+1}^+ = \ldots = I_{l-1}^+ = I_l^+ = C_{\min},$$

$$f\left(\frac{y_{m-1} + y_m}{2} \right) = f\left(\frac{y_m + y_{m+1}}{2} \right),$$

$l = n$,

$x^*_{kj} = y_j$, $j = 1, \ldots, l$,

$(k_1, \ldots, k_l)$ – *перестановка* $(1, \ldots, n)$,

то $x^* = (x_1, \ldots, x_n)$ – *РБС.*

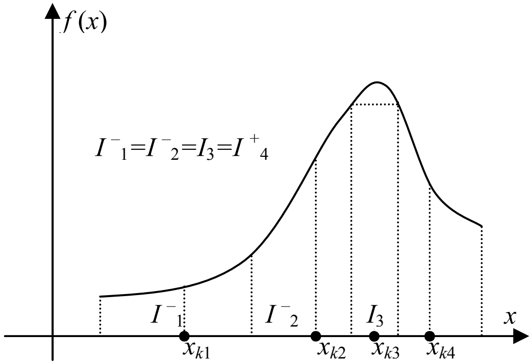

Рис. 1. Пример РБС для условий утверждения 3

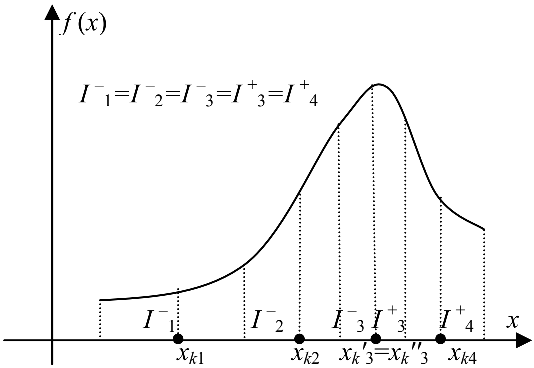

Рис. 2. Пример РБС для условий утверждения 4

Утверждение 4. *Пусть $f(x)$ – достигает максимума внутри отрезка в точке x_{max}, строго возрастает при $x < x_{max}$ и строго убывает при $x > x_{max}$. Тогда если:*

$$x_{\max} \in \left[\frac{y_{m-1} + y_m}{2}, \frac{y_m + y_{m+1}}{2} \right],$$

$$I_1^- = I_2^- = \ldots = I_{m-1}^- = I_m^- = I_m^+ = I_{m+1}^+ = \ldots = I_{l-1}^+ = I_l^+ = C_{\min},$$

$l = n - 1,$

$x^*_{kj} = y_j,\ j = 1,\ \ldots,\ m - 1,\ m + 1,\ \ldots,\ l,$

$x^*_{k'm} = x^*_{k''m} = y_m$,

$(k_1, ..., k_{m-1}, k'_m, k''_m, k_{m+1}, ..., k_l)$ – *перестановка* $(1, ..., n)$,

то $x^* = (x_1, ..., x_n)$ – *РБС*.

Рассмотрим случай строго возрастающей $f(x)$. При этом игрок, находящийся правее всех, будет стремиться сместиться влево, а игрок, находящийся слева от него, – вправо до тех пор, пока их стратегии не совпадут. При этом $I^+_l = I^-_l = I^+_{l-1} = C_n = C_{n-1} = C_{\min}$. Иллюстрация к построению дана на рис. 3. Доказано следующее утверждение.

Утверждение 5. *Пусть $f(x)$ строго возрастает. Тогда если:*

$$I_1^- = I_2^- = ... = I_{l-1}^- = I_l^- = I_l^+ = C_{\min},$$

$l = n - 1$,

$x^*_{kj} = y_j$, $j = 1, ..., l - 1$,

$x^*_{k'l} = x^*_{k''l} = y_l$,

$(k_1, ..., k_{l-1}, k'_l, k''_l)$ – *перестановка* $(1, ..., n)$,

то $x^* = (x_1, ..., x_n)$ – *РБС*.

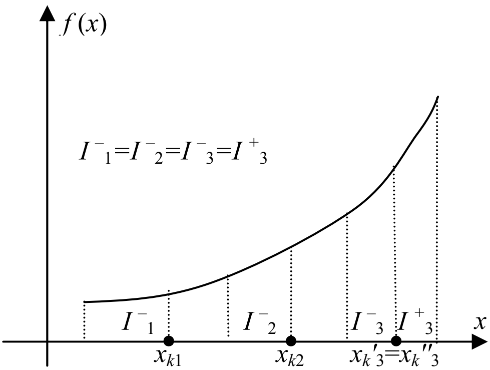

Рис. 3. Пример РБС для условий утверждения 6

В утверждениях, для некоторых типов функций $f(x)$ (однопиковые, строго монотонные), сформулированы достаточные условия того, что игровые ситуации являются РБС. Построение наборов стратегий, удовлетворяющих этим достаточным условиям – самостоятельная задача, которую естественнее всего решать численно. Существование таких наборов достаточно очевидно следует из геометрических соображений, а единственность может выполняться не всегда: утверждения 3 и 4 описывают два различных решения одной и той же задачи. Кроме того, в доказанных утверждениях описано поведение игроков, находящихся в различных положениях: крайний игрок в точке максимума, крайний игрок в точке минимума, крайний игрок при постоянной функции, игрок в области монотонности функции, игрок в области постоянства функции, игрок в области максимума, игрок в области минимума. Опираясь на этот результат, можно конструировать решение игры для различных $f(x)$. Потребуется преодоление двух возможных препятствий. Первое – наличие «мелких» минимумов, максимумов, областей возрастания и убывания, т.е. если $f(x)$ ведет себя достаточно сложно и количество игроков не настолько велико, чтобы это компенсировать. Второе – определение количества игроков, приходящихся на каждый отрезок возрастания, убывания или постоянства $f(x)$.

6. Сравнение с другими подходами и рефлексия в РБС

Как показано выше, все строгие равновесия Нэша являются РБС, но нестрогие равновесия Нэша могут не быть РБС.

Сравним РБС с концепциями равновесий, более общих, чем равновесие Нэша, предлагавшихся другими авторами. В [10, 11] построена на основе введенной базовой системы равновесий последовательность ослабляющихся равновесий и итерационная схема поиска наисильнейшего из них для конкретных задач. При применении этой схемы рассматриваемая задача (сформулированная в разделе 2) «попадает между» двумя соседними элементами построенной последовательности. Под более слабое определение А-равновесия попадает любой набор стратегий игроков (при введении условия строгой положительности $f(x)$), а для более сильного определения В-равновесий в данной игре не существует. Но так как базовая система является открытой, то она может быть дополнена РБС в качестве еще одного базового элемента.

Интересный подход к нахождению решения игры без равновесия Нэша, предложен в [9]. Построенный в статье алгоритм исследования соревновательной системы стимулирования эквивалентен построению РБС для случая нулевого порядка безопасности.

Рассматриваемая игра – с фиксированной суммой выигрыша, некооперативная и бескоалиционная. Все игроки действуют строго эгоистично и не договариваясь. Так что данное расширение понятия равновесия получено в духе традиционных некооперативных предположений о поведении игроков, только за счет введения простейшей стратегической рефлексии, достаточно естественной с точки зрения смысла игры. Этот смысл – каждый игрок преследует цель увеличения своего выигрыша до тех пор, пока не «подставляется» под угрозу со стороны любого другого игрока, и знает, что все другие игроки действуют таким же образом. При этом каждому игроку не трудно рассчитать (даже на чисто интуитивном уровне) области своей безопасности.

Исследование РБС основано не только на учете угроз одному игроку со стороны других (простые безопасные стратегии), но и на учете этого учета угроз другими игроками (сложные безопасные стратегии). Этим метод поиска безопасных стратегий существенно отличается от подходов, стремящихся исключить рефлексию, таких как метод гарантированного результата или решение в смешанных стратегиях, и часто приводит к другим решениям.

Наиболее близкий к понятию РБС подход в теории игр – концепция решения в угрозах и контругрозах, применяющаяся для анализа кооперативных игр. Впервые этот подход и термин был применен в работе [14] для анализа устойчивости коалиционных конфигураций. Позже предлагались и другие определения решения. Более подробно следует рассмотреть лишь те из них, которые в модифицированном виде могут быть применены к некооперативным играм и к случаю отсутствия коалиций. Такими подходами являются стратегии угроз и контругроз, описанные в [3], и V-решения [5]. Приведем развернутое сравнение РБС с альтернативными концепциями, применительно к задаче дележа ресурса, распределенного на отрезке.

1. В РБС рассматриваются не коалиции, а отдельные игроки. Это ограничение сильно упрощает анализ. Построить конструкцию, аналогичную РБС для коалиционного взаимодействия пока представляется затруднительным. Поэтому сравнивать различные подходы возможно только рассматривая коалиции, состоящие из единственного игрока.

2. В РБС угрозы и контругрозы рассматриваются только относительно фиксированной игровой ситуации, стратегий окружения игроков, осуществляющих угрозу и контругрозу (и контр-…контругрозу), в то время как в альтернативных подходах применяется намного более сильное требование превосходства выигрыша угрожающего игрока при любом окружении. В задаче дележа ресурса на отрезке такой подход неприменим, так как среди всевозможных окружений всегда можно найти такие наборы стратегий, которые сводят выигрыш любого (в том числе и угрожающего) игрока к сколь угодно малой величине (например если у двух соседних с k игроков берутся стратегии $x - \delta$, $x + \delta$). Это означает, что никаких угроз для решаемой задачи при альтернативных подходах не может существовать вообще и, чтобы они появились, необходимо сильно ослабить условия определения угрозы, путем введения требования постоянства окружения.

3. Главное отличие предлагаемого подхода – рекурсивное определение, позволяющее анализировать цепочки угроз. Другие подходы, оперирующие связкой «угроза – контругроза» не могут выявить этой сложной структуры отношений участников игры. При применении простого определения угрозы и контругрозы к задаче дележа ресурса получается, что контругроза к любой угрозе более чем второго порядка блокируется контр-контругрозой и, таким образом, перестает быть действительной, что останавливает дальнейший анализ.

4. Менее значимое отличие при определении угрозы [5] заключается в том, что она определяется не как угроза игроку (коалиции) со стороны другого игрока (коалиции), а как угроза игровой ситуации со стороны коалиции (игрока).

Наиболее содержательным подходом кажется рассмотрение РБС с точки зрения теории рефлексивности, описанной в [8]. Там теоретические результаты сформулированы для произвольного числа игроков, но в качестве примеров рассматриваются в основном игры с небольшим количеством участников (два, три, несколько). В задачах с большим количеством игроков возникает особый вид стратегической рефлексии. С одной стороны, игроки, придерживающиеся РБС, используют рефлексию бесконечного ранга, как представления о способе построения стратегий партнерами в рамках общего знания. С другой стороны, при построении конкретной стратегии с порядком безопасности m игрок учитывает область безопасных стратегий порядка $m-1$ другого игрока, который учитывает безопасные стратегии порядка $m-2$ третьего, и так далее, т.е. использует рефлексивное рассуждение с рангом m. При этом ранг рефлексии второго вида должен быть меньше, чем число игроков. При решении игры используется стратегическая рефлексия порядка не больше m - 1 (для случая строго монотонной функции достигается уровень рефлексии $m-2$). Определения 1, 2 и 3 задают структуру общего знания игроков о поведении друг друга.

Литература

1. АЛЕСКЕРОВ Ф.Т., ОРТЕШУК П. *Выборы. Голосование. Партии.* М.: Академия, 1995.
2. БРАМС С.Д., ТЕЙЛОР А.Д. *Делим по справедливости, или гарантия выигрыша каждому.* Серия «Экономика и бизнес». М.: СИНТЕГ, 2002.
3. ВАЙСБОРД Э.М., ЖУКОВСКИЙ В.И. *Введение в дифференциальные игры нескольких лиц и их приложения.* М.: Советское радио, 1980. 304 с.
4. ВАСИЛЬЕВ Д.К., ЗАЛОЖНЕВ А.Ю., НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Типовые решения в управлении проектами*. М.: ИПУ РАН (научн. изд.), 2003.
5. ВИЛКАС Э.Й. *Оптимальность в играх и решениях*. – М.: Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит., 1990. 256 с.
6. ИСКАКОВ М.Б. *Равновесие в безопасных стратегиях.* / / Автоматика и телемеханика. 2005. №3. С. 139-153.
7. НОВИКОВ Д.А., ЦВЕТКОВ А.В. *Механизмы стимулирования в многоэлементных организационных системах*. М.: ООО НИЦ «Апостроф», 2000.
8. НОВИКОВ Д.А., ЧХАРТИШВИЛИ А.Г. *Рефлексивные игры*. Серия «Управление организационными системами». М.: СИН-

ТЕГ, 2003.
9. САНДАК Н.Н. *Соревновательные системы* // Активные системы. Сб. ст. № 2 (проблемы и методы управления в активных системах). М.: ИПУ, 1974. С. 86-98.
10. СМОЛЬЯКОВ Э.Р. *Расширенная базовая система равновесий и методика решения бескоалиционных игр* // АиТ. 2001. № 11. С. 145-153.
11. СМОЛЬЯКОВ Э.Р. *Эвристические процедуры поиска равновесий в бескоалиционных и антагонистических играх*. // Автоматика и телемеханика, 1996 г. № 9, С. 18-28.
12. СОСИНА Ю.В. *Энодогенное формирование политических структур и исследование их устойчивости*, Препринт WP7/2004/04, М.:ГУ ВШЭ, 2004.
13. ЦЫГАНОВ В.В. *Адаптивные механизмы в отраслевом управлении.* М.: Наука, 1991, 166 с.
14. AUMANN R.J., MASCHLER M. *The bargaining set for cooperative games* // Advances in game theory, Ann. Math. Studies. V. 52. – Princeton: Princeton Univ. Press, 1964. – P. 443–476.
15. DOWNS A. *An Economic Theory of Democracy*. N.Y.: Harper & Row, 1957.
16. MAS-COLLEL A., WHINSTON M.D., GREEN G.R. *Microeconomic theory.* N.Y.: Oxford Univ. Press, 1995.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНО-СОГЛАСОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИЗИНГОВЫМИ ОПЕРАЦИЯМИ В АВИАЦИИ

Озернов Р.С.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
ozernov_rs@mail.ru

Приводятся основные составляющие одной из возможных схем решения задач управления авиационным комплексом России на основе механизма лизинга. Рассмотрена математическая постановка задачи согласования графика лизинговых платежей для лизингодателя и лизингополучателя.

Ключевые слова: авиационный комплекс России; лизинг авиационной техники; схема лизинговой сделки; согласование интересов участников сделки.

Авиационный комплекс был и остается одной из передовых отраслей российского машиностроения. В нем получили свою реализацию многие достижения научно-технического прогресса и инновационные разработки бывшего ВПК, не имеющие аналогов за рубежом. По своему научно-инновационному потенциалу он способен выпускать продукцию, конкурентоспособную на мировых рынках. Тем не менее, в настоящее время он оказался в кризисном состоянии.

В ходе приватизации единая государственная (в советский период) авиационная компания «Аэрофлот» разделилась на множество независимых предприятий, прошел бурный процесс создания новых частных авиационных компаний. Приватизация коснулась и авиационных заводов, которые в большинстве своем вышли из-под непосредственного контроля со стороны государства. Вместе с этим в массе своей ушла в прошлое и система государственного заказа. Государственные программы поддержки авиационной отрасли, хотя и сохранились, но мощные экономические кризисы, циклически повторяющиеся в ходе всего переходного периода российской экономики, свели объемы бюджетного финансирования к минимуму.

Оставшись без источников финансирования, авиастроительные предприятия в 1990-1995 гг. оказались не готовы к ведению хозяйства в новых экономических условиях. Руководителями заводов не были своевременно исследованы возможности сбыта летательных аппаратов, и единственной целью была определена достройка ранее заложенных на стапелях самолетов для последующей их скорейшей реализации. Для достижения намеченной стратегии авиазаводы обратились к банковским ресурсам. Получение кредитов крупными авиастроительными предприятиями в рассматриваемый период не представляло большой сложности. В результате основная часть заемных средств в условиях практически отсутствующего платежеспособного спроса на летательные аппараты не возвратилась банкам-кредиторам, доверие их к авиапроизводителям было подорвано, новые кредиты не выдавались. Помимо этого отсутствие научно обоснованных стратегий взаимодействия с авиационными предприятиями привело к тому, что большинство из кредиторов заняли при взыскании долгов деструктивную, разрушительную по отношению к производству позицию.

Таким образом, авиационная отрасль Российской Федерации практически все годы перестройки находилась в кризисном состоянии. Ни предприятия-авиастроители, ни предприятия-эксплуатанты авиационной техники не в состоянии самостоятельно решить указанные проблемы, что может привести в достаточно недалекой перспективе к резкому сокращению количества самолетов отечественного производства, способных осуществлять перевозки в интересах народного хозяйства. После ужесточения с 1 апреля 2002 г. европейских технических требований к воздушным судам по авиационному шуму семьдесят процентов летного парка оказалось практически отстранено от полетов в страны Европы. Авиационная отрасль, только-только начавшая подниматься, вновь попала в кризисное положение в связи с отсутствием достаточных объемов финансирования, и на повестку дня встал вопрос о возможности претворения комплекса мер по выводу из кризиса авиационной отрасли с участием государственных федеральных и региональных органов, коммерческих банков и предпринимательских структур.

Мировой и отечественный опыт показывает, что для российского государства на данном этапе развития едва ли не единственным путем разрешения существующих проблем является использование возможностей одного из нетрадиционных методов обновления технических средств производства авиации – *лизинга* воздушных судов.

Лизинг – это вид предпринимательской деятельности, направленной на инвестирование временно свободных или привлеченных финансовых средств, когда по договору финансовой аренды (лизинга) арендодатель (лизингодатель) обязуется приобрести в собственность обусловленное договором имущество у определенного продавца и предоставить это имущество арендатору (лизингополучателю) за плату во временное пользование для предпринимательских целей [1].

Лизинговая форма обновления основного капитала имеет ряд преимуществ [2]. Для количественной оценки преимуществ лизинга перед другими формами приобретения оборудования были проведены расчеты оценки эффективности вариантов лизинга для ООО «Авиационная лизинговая компания «Туполев» (г. Ульяновск) и их сравнение с вариантами кредитования [3]. Сравнение лизинга и кредита проведено на основании сопоставления дисконтированных (приведенных) затрат на приобретение оборудования, а также сопоставления дисконтированных сумм экономии по налогу на прибыль. В результате сравнения наиболее эффективным признавался тот вариант, реализация которого предполагает меньшую сумму дисконтированных расходов.

На условном примере было проведено сравнение эффективности приобретения оборудования путем лизинга и кредита. Результаты расчета общей суммы дисконтированных расходов при лизинге и кредитовании показали, что наиболее экономически эффективными являются варианты приобретения оборудования в лизинг, особенно при учете его на балансе лизингополучателя. Расчеты показывают, что самый экономически невыгодный вариант получения оборудования в лизинг эффективнее самого экономически выгодного варианта кредитования. Это означает, что получение оборудования в лизинг при равных экономических условиях эффективнее покупки оборудования с привлечением кредитных ресурсов.

Одна из возможных стратегических схем вывода из кризисного состояния авиационного комплекса на основе организации его взаимодействия с крупным банком и лизинговой компанией предполагает своей целью решение проблемы в двух аспектах. Это, во-первых, достройка и принятие в эксплуатацию самолетов, уже заложенных на авиастроительных предприятиях, и, во-вторых, организация модернизации и текущего ремонта парка самолетов, летный ресурс которых истекает или они не соответствуют ужесточающимся международным требованиям [4]. В данном случае предлагается *горизонтальная схема согласования экономических интересов*. В этом случае банк действует в роли инициатора и основной движущей силы проекта (схемы).

Использование предлагаемой схемы позволяет решить следующие кардинальные проблемы:

- восстановить утерянные в ходе приватизации хозяйственные связи предприятий-производителей, преодолеть разобщенность предприятий, составляющих производственное ядро авиационного комплекса; увеличить объемы производства и сбыта летательных аппаратов;
- предоставить возможность предприятиям-эксплуатантам осуществить приобретение авиационной техники без единовременной аккумуляции крупных финансовых средств и кредитов; проводить необходимую модернизацию летного парка и обновление выработавшего ресурс оборудования и оснащения;
- дать извне импульс для начала взаимодействия всех участников процесса с целью вывода авиационного комплекса из кризисного состояния.

Основные участники схемы:

Лизинговая компания – основной оператор проекта, заемщик и залогодатель, арендатор и лизингодатель.

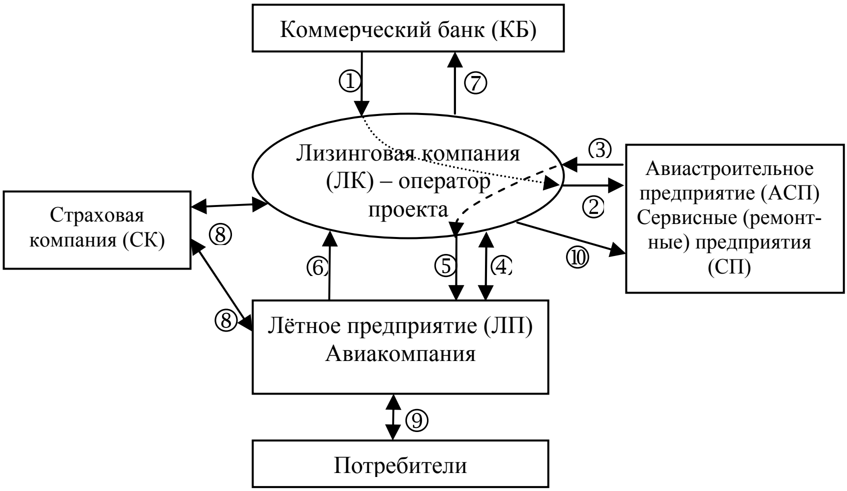

Рис. 1. Схема взаимодействия участников проекта финансового лизинга самолета:

① – получение лизинговой компанией кредита на приобретение самолета; ② – финансирование лизинговой компанией постройки воздушного судна; ③ – выкуп самолета в собственность лизинговой компанией у авиационного завода; ④ – заключение договора лизинга; ⑤ – поставка готового самолета авиаперевозчику; ⑥ – поступление лизинговых платежей в ЛК; ⑦ – возврат кредита лизинговой компанией коммерческому банку; ⑧ – заключение договора страхования (воздушного судна – лизинговой компанией и ответственности экипажа – авиакомпанией-перевозчиком); ⑨ – реализация авиационно-транспортных услуг потребителям и поступление денежных средств; ⑩ – платежи по текущим обязательствам.

Крупный *коммерческий банк* – сегодняшний кредитор и залогодержатель самолетов, один из учредителей лизинговой компании, основной источник финансовых ресурсов для реализации схемы.

Летное предприятие (авиакомпания) – лизингополучатель и эксплуатант.

Авиастроительное предприятие – изготовитель самолетов.

Страховая компания – страховщик воздушного судна и ответственности его непосредственных эксплуатантов.

Основными участниками представленной схемы являются авиакомпания-перевозчик, лизинговая компания и коммерческий банк, движение денежных средств будет происходить, главным образом, между ними. В качестве денежного потока будут выступать лизинговые платежи согласно закрепленному в договоре лизинга графику. Очевидно, графики лизинговых платежей, разработанные с учетом интересов авиакомпании и лизинговой компании, могут отличаться. Для постановки задачи согласования интересов участников сделки по графику лизинговых платежей сформулируем последовательно задачи принятия решений для авиакомпании и лизинговой компании [5, 6].

Рассмотрим график выплаты лизинговых платежей (погашения задолженности) $r = (r_1,...,r_t,...,r_T)$ авиакомпанией-перевозчиком (должником) лизинговой компании, которая в данном случае выступает в роли кредитора. Здесь r_t – суммы, выплачиваемые должником кредитору в периоды $t = 1,...,T$, причем суммы платежей должны в итоге обеспечивать возмещение суммы лизинговых платежей R.

В данном случае стратегией авиакомпании является выбор графика платежей $r^* = (r_1^*,...,r_t^*,...,r_T^*)$, который составляется на основе анализа структуры активов и хозяйственно-экономических возможностей предприятия – авиакомпании. В свою очередь, лизинговая компания, преследуя свои цели и интересы, разрабатывает оптимальный, со своей точки зрения, график возмещения лизинговых платежей $r^0 = (r_1^0,...,r_t^0,...,r_T^0)$.

На практике графики лизинговых платежей, самостоятельно разработанные авиакомпанией и лизинговой компанией, в силу их различных интересов, как правило, между собой не совпадают. Следовательно, необходимо выбрать координирующие параметры – изменения графика выплат, разработанного авиакомпанией $\Delta r = (\Delta r_1,...,\Delta r_t,...,\Delta r_T)$. Причем координирующие параметры должны удовлетворять следующим условиям: во-первых, обеспечивать дополнительный финансовый эффект кредитора (лизинговой компании), и, в то же время, положительный финансовый поток (cash-flow) должника (авиакомпании-перевозчика).

Целевая функция должника $f(r)$ представлена суммой дисконтированных разностей между доходом $H(q_t(r_t))$, полученным в ходе использования объекта лизинга (воздушного судна), и сумм возмещения лизинговых платежей r_t:

(1) $$f(r)=\sum_{t=1}^{T}\frac{H(q_t(r_t))-r_t}{(1+i)^t},$$

где $q_t(r_t)\leq Q_t$ – объем услуг, реализованный авиакомпанией в период t (может быть выражен, например, в пассажирокилометрах), который имеет максимально возможный размер Q_t (ограничение по технологическим возможностям самолета либо ограничение по спросу на услуги), H – функция дохода авиакомпании, i – ставка дисконтирования.

Сумма выплат должна обеспечивать погашение суммы лизинговых платежей R, следовательно:

(2) $$\sum_{t=1}^{T} r_t = R .$$

Кроме того, авиакомпания не может выплатить средств больше, чем у нее имеется в наличии, то есть, в каждый из периодов необходимо обеспечить положительность финансовых потоков:

(3) $$H(q_t(r_t))-r_t\geq 0,(t=\overline{1,T}) .$$

Следовательно, с учетом (1)-(3), модель механизма выбора оптимального графика выплат с позиции интересов авиакомпании следующая:

$$f(r)=\sum_{t=1}^{T}\frac{H(q_t(r_t))-r_t}{(1+i)^t}\xrightarrow[r]{}\max$$

(4) $$\begin{cases} 0\leq q_t(r_t)\leq Q_t,(t=\overline{1,T}) \\ \sum_{t=1}^{T} r_t = R \\ \sum_{t=1}^{T} H(q_t(r_t))-r_t\geq 0,(t=\overline{1,T}) \\ r_t\geq 0,(t=\overline{1,T}) \end{cases}$$

Результатом решения модели (4) является оптимальный с точки зрения авиакомпании график лизинговых платежей $r^* = (r_1^*,...,r_t^*,...,r_T^*)$.

Целевая функция лизинговой компании – сумма дисконтированных разностей между лизинговыми выплатами r_t и затратами на обслуживание договора лизинга $C(r_t)$ (выплата налога на объект лизинга и т. п.):

(5) $$\Phi(r) = \sum_{t=1}^{T} \frac{r_t - C(r_t)}{(1+i)^t} .$$

Затраты лизинговой компании на обслуживание договора лизинга не должны превышать сумм выплат по договору лизинга, полученных от авиакомпании, то есть:

(6) $$r_t - C(r_t) \geq 0, (t = \overline{1,T}) .$$

Модель механизма выбора оптимального графика выплат с позиции интересов лизинговой компании с учетом (5) и (6):

(7) $$\Phi(r) = \sum_{t=1}^{T} \frac{r_t - C(r_t)}{(1+i)^t} \xrightarrow[r]{} \max$$
$$\begin{cases} \sum_{t=1}^{T} r_t = R \\ r_t \geq C(r_t) \geq 0, (t = \overline{1,T}) \end{cases}$$

Решение модели (7) позволяет выбрать график выплат, оптимальный с точки зрения интересов лизинговой компании: $r^0 = (r_1^0,...,r_t^0,...,r_T^0)$.

Если графики выплат, определенные с позиций авиакомпании и лизинговой компании, совпадают ($r^* = r^0$), то взаимодействие в системе является согласованным. Но на практике такое случается крайне редко. С целью удовлетворения интересов обеих сторон в каждом из периодов принимается Δr_t – координирующий параметр по объему платежа. Модель механизма взаимодействия, согласованного по графику выплат, будет состоять из следующей совокупности взаимосвязанных моделей:

$$f(\Delta r)=\sum_{t=1}^{T}\frac{H(q_t(r_t^*+\Delta r_t))-(r_t^*+\Delta r_t)}{(1+i)^t}\xrightarrow[\Delta r]{}\max$$

(8)
$$\begin{cases} 0\le q_t(r_t^*+\Delta r_t)\le Q_t,\ (t=\overline{1,T}) \\ \sum_{t=1}^{T}(r_t^*+\Delta r_t)=R \\ \sum_{t=1}^{T}[H(q_t(r_t^*+\Delta r_t))-(r_t^*+\Delta r_t)]\ge 0,\ (t=\overline{1,T}) \\ r_t\ge 0,\ (t=\overline{1,T}) \end{cases}$$

$$\Phi(\Delta r)=\sum_{t=1}^{T}\frac{(r_t^*+\Delta r_t)-C(r_t)}{(1+i)^t}\xrightarrow[\Delta r]{}\max$$

$$\begin{cases} \sum_{t=1}^{T}[(r_t^*+\Delta r_t)-C(r_t)]\ge 0,\ (t=\overline{1,T}) \\ r_t\ge C(r_t)\ge 0,\ (t=\overline{1,T}) \end{cases}$$

Таким образом, после выбора лизинговой компанией графика погашения лизинговых платежей $r^0 = (r_1^0,...,r_t^0,...,r_T^0)$ и выбора графика выплат авиакомпанией $r^* = (r_1^*, ..., r_t^*, ..., r_T^*)$, лизинговая компания может предложить авиакомпании изменения в этот график $\Delta r = (\Delta r_1, ..., \Delta r_t, ..., \Delta r_T)$,которые будут выгодны им обоим (и должнику, и кредитору).

Необходимо отметить, что для реализации программы по обновлению парка воздушных судов гражданской авиации России, оснащения его самолетами нового поколения требуются колоссальные усилия всех структур, задействованных в производстве авиационной техники, и, безусловно, эффективная государственная поддержка отрасли, выражающаяся, во-первых, в участии в качестве помощника и гаранта лизинговых сделок [7], во-вторых, в качестве источника заявок на заключение договоров лизинга, и, главное, в качестве инициатора стабильного производства самолетов на должном уровне.

Не оставляет сомнений тот факт, что при обеспечении стабильного выпуска самолетов и реализации договоров лизинга выигрыш пассажиров и всего авиакомплекса России очевиден.

Литература

1. ПРИЛУЦКИЙ Л. *Финансовый лизинг*. – М.: Экономика, 1997, – 295 с. – 295 с.
2. КАБАТОВА Е.В. *Лизинг: правовое регулирование, практика*. – М.: ИНФРА-М, 1996. – 204 с.
3. ГАЗМАН В.Д. *Лизинг: теория, практика, комментарии*. – М.: Фонд «Правовая культура», 1997. – 312 с.
4. СМУЛОВ А.М. *Промышленные и банковские фирмы: взаимодействие и кризисные ситуации*. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 496 с.
5. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять организациями*. – М.: Синтег, 2004. – 400 с.
6. НОВИКОВ Д.А., ПЕТРАКОВ С.Н. *Курс теории активных систем*. – М.: Синтег, 1999. – 108 с.
7. ЧЕКМАРЕВА Е.Н. *Лизинговый бизнес*. – М.: Экономика, 1993, – 327 с.

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯМИ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДОВ НЕЧЕТКИХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Осетров А.Д.
(Старооскольский технологический институт (филиал государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский государственный институт стали и сплавов (технологический университет)», Старый Оскол)
stqwer@mail.ru

Рассматриваются основные проблемы, связанные с решением задач управления, и преимущества использования алгоритмов нечетких нейронных сетей для оптимизации процесса управления двигателем внутреннего сгорания.

Ключевые слова: двигатель внутреннего сгорания, искусственный интеллект, нечеткая нейронная сеть.

Введение

Мировые производители автомобилей уже давно обратили внимание на системы искусственного интеллекта, в частности, на нечеткую логику, которая уже управляет двигателями внутреннего сгорания почти всех современных японских и американских автомобилей. Однако эти производители тщательно скрывают свои разработки, основанные на многолетних дорогостоящих исследованиях и экспертном опыте.

Исследования решений задач управления двигателями внутреннего сгорания, основанных на системах искусственного интеллекта, являются достаточно актуальными, так как отечественные производители автоэлектроники по-прежнему используют классические алгоритмы и методы, которые обладают рядом недостатков.

1. Система управления двигателями внутреннего сгорания (ДВС)

Рассмотрим обобщенную модель системы управления ДВС с распределенным впрыском [4].

Она состоит из трех групп компонентов: датчиков, исполнительных механизмов и блока управления.

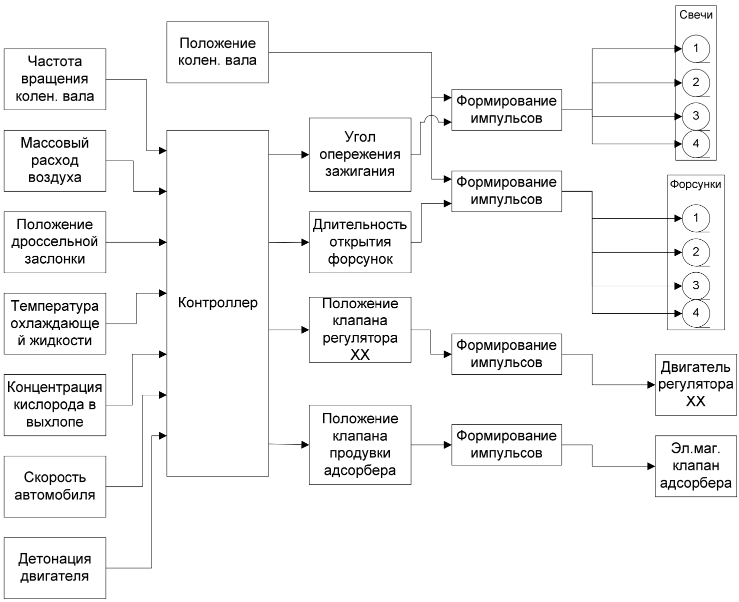

Рис 1. Схема модели системы управления ДВС

Датчики снимают показания о:

- положении и частоте вращения коленного вала,
- массовом расходе воздуха,
- положении дроссельной заслонки,
- температуре охлаждающей жидкости,
- концентрации кислорода в выхлопе,
- скорости автомобиля,
- детонации двигателя.

Исполнительными механизмами являются:

- свечи зажигания,
- форсунки,
- регулятор холостого хода,
- электромагнитный клапан адсорбера.

Блок управления состоит из контроллера и систем формирования управляющего воздействия на исполнительные механизмы.

Контроллер решает четыре основные задачи. Вычисляет:

- угол опережения зажигания,
- длительность импульсов открытия форсунок,
- положение клапана регулятора холостого хода,
- положение клапана продувки адсорбера.

2. Проблемы проектирования систем управления ДВС

Сложность систем управления ДВС в последние годы значительно возросла – как в связи с ужесточением экологических норм и требований к снижению расхода топлива, так и вследствие форсирования двигателей: они стали более «нежными», требуя такого же нежного с ними обращения (со стороны системы управления, разумеется). Несмотря на то, что основных параметров регулирования всего два – подача топлива и момент зажигания, – системы управления типа PID-регуляторов в данном случае не годятся, так как алгоритм управления в значительной степени зависит от скорости вращения двигателя и нагрузки. Полная математическая модель ДВС слишком сложна и до сих пор не создана. Из-за этого большинство систем управления ДВС используют табличную модель, полученную экспериментальным путем на испытаниях и с учетом опыта экспертов. Серьезный недостаток такой модели – сложность создания многомерных таблиц и большой объем памяти, требуемый для их записи, тем более, если выходной параметр формируется в зависимости от трех и более входных.

Сложность задачи заключается в том, что мы не можем создать точную математическую модель с регулируемыми в процессе эксплуатации внутренними параметрами. Регулируемые параметры необходимы для того, чтобы нормализовать работу двигателя в таких случаях, как:

- незначительный, не требующий замены, износ или притирание движущихся частей двигателя в процессе эксплуатации;
- замена движущихся частей двигателя;
- смещение показаний датчиков в процессе эксплуатации;
- изменение условий эксплуатации автомобиля (давление, влажность и температура воздуха, используемое топливо, особенности управления автомобилем (скорость, мощность, экономичность));
- конструктивные изменения двигателя.

Еще одной важной особенностью является то, что в разрабатываемом алгоритме должно использоваться как можно меньше требуемой памяти и времени вычислительного процесса. Это связано с тем, что рыночная стоимость микропроцессоров значительно зависит от их характеристик. К тому же, выполнив эти требования, удастся уменьшить период регулирования, который по современным требованиям не должен быть более 1 миллисекунды.

Разрабатываемый алгоритм должен удовлетворять следующим требованиям:

- алгоритм системы должны быть достаточно быстрым в работе, следовательно, максимально простым;
- алгоритм системы должен быть гибким и универсальным;
- алгоритм системы должен содержать минимальное количество регулируемых параметров;
- алгоритм в ходе настройки должен аппроксимировать входные параметры с достаточной точностью;
- размерность алгоритма не должна зависеть от количества выборок данных, используемых в процессе настройки.

Для того чтобы реализовать данные требования, нам потребуется использование методов искусственного интеллекта. В настоящий момент их разработано достаточно большое количество, поэтому главной задачей будет являться выбор наиболее подходящего алгоритма для выдвинутых требований.

3. Нечеткие нейронные сети (ННС)

Из существующих методов и алгоритмов искусственного интеллекта наибольший интерес представляют нейронечеткие сети, обладающие достоинствами как нейронных сетей, таких, как обучаемость и параллелизм, так и нечеткой логики со способностями к логическому описанию процессов и ручной корректировке функций принадлежности [3].

Рассмотрим, например, структуру ННС Ванга-Менделя [1]. Она состоит из четырех слоев:

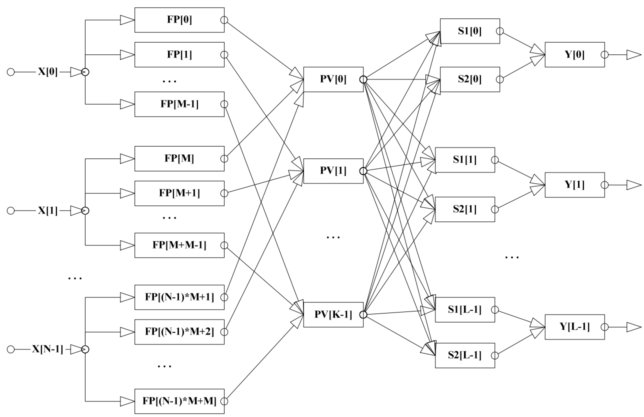

Рис. 2. Структура ННС Ванга-Менделя

Слой I состоит из нейронов-фазификаторов и выполняет раздельную фазификацию каждой переменной по функциям принадлежности (*FP*). Выходы данного слоя рассчитываются по формуле:

$$(1) \qquad FP[i \cdot M + j] = \frac{1}{1 + \left(\dfrac{X[i]\text{-}C[i \cdot M + j]}{D[i \cdot M + j]} \right)^2} \quad ,$$

где $i = 0..N-1$, $j = 0..M-1$, M – количество функций принадлежности для каждой переменной, $C[\, i \cdot M + j \,]$ (центр) и $D[\, i \cdot M + j \,]$ (ширина) – это нелинейные параметры сети, описывающие функцию Гаусса.

Слой II состоит из нейронов-правил и определяет уровни активации правил вывода *(PV)*. Выходы данного слоя рассчитываются по формуле:

$$(2)\ PV[i] = \prod_{j=0}^{N-1} FP[j],$$

где $i = 0..K - 1$, а $K = M^N$.

Слой III состоит из двух типов нейронов-сумматоров, один из которых ($S1$) производит агрегирование правил вывода, а второй ($S2$) – агрегирование взвешенных правил вывода. Выходы нейронов рассчитываются по формулам:

$$(3)\ S1[j] = \sum_{i=0}^{K-1} W[j,i] \cdot PV[i],$$

$$(4)\ S2[j] = \sum_{i=0}^{K-1} PV[i].$$

где $j = 0..L - 1$, L – количество выходов сети, $W[j, i]$ – линейные параметры сети, определяющие весовые коэффициенты применяемого правила.

Слой IV содержит нейроны-нормализаторы и нормализует выходные переменные сети Y. Его выход рассчитывается по формуле:

(5) $Y[i] = S1[i] / S2[i]$, где $j = 0..L - 1$.

Данная сеть содержит два параметрических слоя – первый и третий.

В первом слое каждый нейрон хранит два нелинейных параметра сети C и D, которые определяют функцию принадлежности Гаусса.

В третьем слое хранятся линейные параметры сети W, определяющие весовые коэффициенты правил и значения выходных переменных.

Обучение нейронечетких сетей осуществляется в три этапа.

Самоорганизация, включающая алгоритмы, такие как C-means, пикового группирования, Густафсона-Кесселя и т.д., позволяют оптимизировать структуру сети, в точности выявить зависимости в обучающих выборках и избавиться от избыточных связей и элементов сети.

Обучение, включающее алгоритмы минимизации (градиентного спуска, покоординатного спуска и т.д.), позволяющие точно подогнать параметры сети по обучающей выборке для моделирования процесса.

Адаптация, включающая алгоритмы, позволяющие оптимизировать параметры сети в процессе эксплуатации.

4. Преимущества нечетких нейронных сетей

Нейронечеткую сеть можно обучить достаточно точно, взяв более большую выборку и потребовав более высокую точность обучения. Увеличение размеров обучающей выборки не влияет на размеры сети и скорость прохождения сигнала по сети, а повлияет только на скорость обучения. Количество хранимой информации о нейронечеткой сети минимальна, так как она содержит только параметры сети.

Важнейшим преимуществом нейронечеткой сети является возможность построения одной сети для вычисления нескольких выходных значений по нескольким входным. Параллельность прохода сигналов по сети, как утверждают поклонники нейронных сетей, увеличивает скорость обработки информации [2].

Также преимуществом нейронечетких сетей является то, что они способны аппроксимировать функции любой степени нелинейности. Для обучающей выборки можно брать любые значения с произвольным изменяемым непостоянным периодом дискретизации.

Знания предметной области для аналитика не обязательны, так как нейронечеткие сети являются универсальным аппроксиматором.

Заключение

Непрерывная оптимизация процесса управления, которая достигается использованием алгоритмов нечетких нейронных сетей, позволит поддерживать максимально возможные эксплуатационные характеристики, независимо от износа, ремонта или же форсирования двигателя, его подсистем и механизмов. Чтение автоматически корректированной базы знаний системы дает возможность провести детальный анализ работы двигателя, что полезно не только для испытателей и служб автосервиса, но и для получения экспериментальных научных данных с целью построения математической модели рассмотренного объекта.

Литература

1. ОСОВСКИЙ С. *Нейронные сети для обработки информации* / Пер. с польского И.Д. Рудинского. М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
2. НАЗАРОВ А.В., ЛОСКУТОВ А.И. *Нейросетевые алгоритмы прогнозирования и оптимизации систем*. СПб.: Наука и Техника, 2003. – 384 с.
3. ЯРУШКИНА Н.Г. *Основы теории нечетких и гибридных систем*: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2004. – 320 с.
4. РОСС ТВЕГ. *Системы впрыска бензина. Устройство, обслуживание, ремонт*. М.: ЗАО «КЖИ «За рулем», 2004. – 144 с.

МОДЕЛИ И МЕХАНИЗМЫ СОГЛАСОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРОЕКТАМИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ФИРМ

Павлов О.В.

(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)

pavlov@ssau.ru

Рассматриваются модели и механизмы согласованного управления проектами промышленных фирм. Приводится классификация задач управления проектами промышленных фирм. Сформулирована и решена динамическая задача планирования проекта фирмы. Приведен универсальный численный алгоритм решения задач стимулирования исполнителей проекта, которые не решаются аналитически. Сформулирована динамическая задача стимулирования исполнителей проекта. Для её решения предложен численный алгоритм решения.

Ключевые слова: модели и механизмы, проекты, динамические задачи, численные методы

1.Классификация задач управления проектами промышленных фирм

В статье рассматриваются модели и механизмы согласованного управления проектами промышленных фирм. Под проектом понимается «ограниченное по времени специально организованное, целенаправленное изменение фирмы в рамках запланированных ресурсов и установленных требований к качеству результатов» [3,6]. Задачи, возникающие в процессе управления проектами промышленных фирм, можно разбить на следующие группы:

1.Задачи планирования проекта.

2.Задачи стимулирования исполнителей проектов.

Взаимодействие фирмы с «внешними участниками» – банками, инвесторами, лизинговыми компаниями – приводит к задаче планирования проекта. К задачам планирования проекта относятся:

1.1. задача выбора организационно-экономического механизма проекта (выбор источника финансирования: собственные средства, кредит в банке, лизинг);

1.2. задача выбора оптимальных управляющих параметров проекта (определение времени начала и окончания проекта). Под организационно-экономическим механизмом реализации проекта понимается система взаимодействия участников проекта, включающая формы и количественные параметры их взаимоотношений [4].

При реализации проекта возникает задача стимулирования исполнителей с целью достижения плановых показателей проекта. Задачу стимулирования можно разбить на следующие задачи:

2.1. задача стимулирования исполнителей проектов с несвязанными периодами, не допускающая аналитического решения (многопараметрические задачи стимулирования; задачи стимулирования сильносвязанных исполнителей);

2.2. динамическая задача стимулирования исполнителей проектов со связанными периодами.

2.Динамическая задача планирования проекта фирмы

Для моделирования развития фирмы предлагается применять аппарат дифференциальных или разностных уравнений и теорию оптимального управления – принцип максимума Понтрягина [2,9] или метод динамического программирования Беллмана [1].

В любом проекте можно выделить три этапа:

1) ввода в эксплуатацию основных фондов;
2) стабильного или увеличивающегося производства;
3) уменьшающегося производства.

Состояние предприятия в каждый момент времени t описывается основными фондами $x(t)$ и оборотными средствами $y(t)$. Объем выпуска продукции $Q(t)$ в момент времени t описывается производственной функцией

(1) $Q(t) = f(x(t), y(t))$,

где $x(t)$ – сумма основных фондов в момент времени t, выраженная в денежных единицах; $y(t)$ – количество основных средств фирмы в момент времени t.

Траектория развития фирмы на временном интервале $[0,T]$ описывается системой дифференциальных (или разностных) уравнений:

$$(2)\qquad \begin{cases} \dfrac{dx(t)}{dt} = -\mu x(t) + u_1(t), \\ \dfrac{dy(t)}{dt} = u_2(t), \end{cases} \qquad \begin{cases} x(t) = x(t-1) - \mu x(t) + u_1(t), \\ y(t) = y(t-1) + u_2(t), \end{cases}$$

где μ – коэффициент выбытия основных фондов; $u_1(t)$, $u_2(t)$ – инвестиции в момент времени t в основные фонды и оборотный капитал. Основные фонды и оборотные средства фирмы в начальный момент времени известны:

$$(3)\qquad \begin{cases} x(0) = x_0, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$$

Инвестиции используются на восстановление и на увеличение основных производственных фондов и оборотных средств.

В качестве целевой функции предприятия рассматривается максимизация чистого дисконтированного дохода $NPV(t)$ на интервале времени $[0,T]$:

$$(4)\quad J_u = NPV(T) = \int_0^T e^{-\delta t}\{CF(t) - u_1 - u_2\}dt \to \max,$$

где $CF(t)$ – поток денежных средств (cash-flow); δ – коэффициент дисконтирования, с помощью которого будущая стоимость денег приводится к настоящему моменту времени t.

Поток денежных средств в момент времени t определяется разницей между притоком и оттоком денежных средств:

$$(5)\quad CF(t) = p_1 Q(t) - p_2 L(t) - A(t) - N(t) - y(t) - \sum_{i=1}^{2} u_i,$$

где p_1 – цена продукции фирмы; $Q(t)$ – объем выпуска продукции; p_2 – средняя ставка заработной платы (цена труда); $p_1Q(t)$ – доход фирмы; $L(t)$ – количество работников на предприятии, $p_2L(t)$ – затраты на заработную плату; $A(t)$ – амортизационные отчисления; $N(t)$ – налоговые выплаты.

Амортизационные отчисления определяются следующим выражением:

$$A(t)=\mu x(t).$$

Налоговые выплаты определяются как

$$N(t)=n_1 p_1 Q(t)+n_2 p_2 L(t)+n_3 CF(t)+n_4 x(t),$$

где n_1 – процентная ставка налога на добавленную стоимость, в большинстве случае 18%; n_2 – ставка единого социального налога (26% от фонда зарплаты); n_3 – ставка налога на прибыль (24%); n_4 – ставка налога на имущество (≤2,2%).

Оборотные средства определяются выражением:

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n} Q(t) r_i(t),$$

где $r_i(t)$ – коэффициент расхода i-го вида комплектующего и материала при изготовлении продукции.

Запишем выражение для налоговых выплат:

$$N(t)=a_1 f(x,y)-n_3[p_2 L(t)+\mu x(t)]+n_2 p_2 L(t)+n_4 x(t),$$

где $a_1=p_1(n_1+n_2)$.

Получим следующее выражение для денежного потока:

$$CF(t)=af(x,y)-(1-n_3)[p_2 L(t)+\mu x(t)]-n_2 p_2 L(t)-n_4 K(t)-\sum_{i=1}^{2} u_i,$$

где $a=p_1-a_1$ – коэффициент, который характеризует прибыль с единицы продукции с учетом переменных затрат, зависящих от объема продукции.

В качестве управляющих функций рассматриваются объемы инвестиций $u_i(t)$. На управляющие функции наложены следующие ограничения:

$$0\le u_i(t)\le I_i(t).$$

Экономический смысл ограничений заключается в том, что существуют предельные величины $I_i(t)$, характеризующие возможности фирмы в освоении капиталовложений. Сформулируем задачу оптимального управления: необходимо выбирать объемы инвестиций на интервале времени $[0,T]$ для динамической системы с известным начальным состоянием так, чтобы величина критерия оптимальности приняла максимальное значение.

Для решения сформулированной задачи оптимального управления применим принцип максимума Понтрягина.

Запишем функцию Гамильтона

$$H(t)=\Psi_1(t)[-\mu x(t)+u_1(t)]+\Psi_2(t)[u_2(t)]+e^{-\delta t}\{af(x,y)-$$
$$-[1-n_3](p_2L(t)+\mu x(t))-n_2p_2L(t)-n_4x(t)-\sum_{i=1}^{2}u_i\}],$$

где $\Psi_i(t)$, $i=1,2$ – вспомогательные (сопряженные) переменные, удовлетворяющие сопряженной системе уравнений:

$$\begin{cases}\dfrac{d\Psi_1(t)}{dt}=-\dfrac{\partial H(t)}{\partial K(t)}=\Psi_1(t)\mu-a\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial x(t)}e^{-\delta t}+[1-n_3](\mu+n_4)e^{-\delta t},\\ \dfrac{d\Psi_2(t)}{dt}=-\dfrac{\partial H(t)}{\partial L(t)}=-a\dfrac{\partial f(x,y)}{\partial y(t)}e^{-\delta t}-[1-n_2+n_3]p_2e^{-\delta t},\end{cases}$$

и условиям трансверсальности на правом конце траектории:

$$\Psi_i(T)=0,\quad i=1,2\,.$$

Таким образом, задача оптимального управления сведена к краевой задаче с двумя начальными условиями (3) и условиями на правом конце траектории.

Перепишем функцию Гамильтона в виде:

$$H(t)=\sum_{i=1}^{2}\left(\Psi_i(t)-e^{-\delta t}\right)u_i(t)-\mu K(t)\Psi_1(t)+e^{-\delta t}[af(x,y)-[1-n_3]*$$
$$*\left(p_2L(t)+\mu x(t)\right)-n_2p_2L(t)-n_4x(t)].$$

В соответствии с принципом максимума в каждой точке оптимальной траектории функция $H(t)$ достигает максимума относительно управляющих параметров.

Гамильтониан линейно зависит от управляющих функций $u_i(t)$. Следовательно, оптимальные стратегии использования финансовых ресурсов определятся следующими соотношениями:

$$u_i(t)=\begin{cases}I_i(t), & \textit{если}\ \Psi_i(t)-e^{-\delta t}\ge 0\\ 0, & \textit{если}\ \Psi_i(t)-e^{-\delta t}<0\end{cases}\qquad i=1,2,$$

Таким образом, оптимальное управление является релейным, т.е.

$$u_i(t)=\begin{cases}I_i(t), & \textit{если}\quad t_0\le t\le t_{ui}^*,\\ 0, & \textit{если}\quad t_{ui}^*<t\le T,\end{cases}$$

где t_{ui}^* – время переключения для инвестиций, определяемое из условия:

$$\Psi_i(t) - e^{-\delta t} = 0 \quad i = 1,2,$$

Таким образом, оптимальной стратегией для фирмы является инвестирование финансовых ресурсов с максимальной интенсивностью в основные фонды и оборотные средства на интервале от начального момента времени до точки переключения. На интервале от точки переключения до конечного момента времени оптимальным является полный отказ от привлечения финансовых ресурсов.

Время прекращения инвестиций в основные фонды определяется следующим выражением:

$$t_{u1}^* = T + \frac{1}{\delta + \mu}\left\{\ln\left[\frac{a}{\delta + \mu}B - \frac{1 - n_3 + n_4}{\delta + \mu} - 1\right] - \ln\left[\frac{a}{\delta + \mu}B - \frac{1 - n_3 + n_4}{\delta + \mu}\right]\right\}.$$

Время прекращения инвестиций в оборотный капитал определится как

$$t_{u2}^* = T + \frac{1}{\delta}\left\{\ln\left[\frac{a}{\delta}C - \frac{1 - n_3 + n_2}{\delta}p_2 - 1\right] - \ln\left[\frac{a}{\delta}C - \frac{1 - n_3 + n_2}{\delta}p_2\right]\right\}.$$ Предлагается использовать время прекращения инвестиций в основные фонды и оборотные средства как критерии оценки экономической эффективности инвестиционного проекта. Если время инвестирования меньше нуля, то инвестиционный проект при таких параметрах является неэффективным. Удобство такого подхода заключается в том, что время прекращения инвестиций зависит от технико-экономических показателей предприятия и параметров внешней среды. Таким образом, менеджеры получают удобный инструмент для оценки влияния параметров внешней среды и параметров проекта на эффективность. Полученные формулы позволяют определить критические значения параметров проекта и внешней среды, при которых время инвестирования в основные фонды и оборотный капитал становится равным нулю и, следовательно, проект становится неэффективным.

Перспективы решения задач планирования проекта:

1. Формулировка и решение динамических задач планирования в дискретной форме.

2. Применение теории чувствительности для изучения зависимости полученного решения от параметров проекта.

3. Получение решения с учётом априорной неопределенности относительно различных параметров проекта.

3.Численное решение задачи стимулирования исполнителей проектов

В управлении проектами часто возникают задачи стимулирования, которые не решаются аналитически. В управлении проектами используются, как правило, многопараметрические системы стимулирования. Центр контролирует выполнение нескольких параметров: объём работы, качество работы, сроки ее выполнения и т.д.

В качестве **целевой функции *i*-го агента** принимается разность функции стимулирования и функции издержек:

$$f_i = \sigma_i(\delta,\alpha) - c_i(\delta) \to \max,\ i = \overline{1,N},$$

где $\sigma_i(\delta,\alpha)$ – материальное вознаграждение *i*-го агента, руб.; $c_i(\delta)$ – затраты *i*-го агента, руб.; $\delta = (\delta_1, \delta_2 \ldots \delta_l \ldots \delta_n)$, $l = \overline{1,n}$, – вектор производственных нормативов, n – количество производственных нормативов; $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2 \ldots \alpha_s \ldots \alpha_m)$, $s = \overline{1,m}$, – вектор параметров системы стимулирования, m – количество параметров системы стимулирования.

Решением оптимизационной задачи является вектор δ_i^* – реакция агента на выбранный центром вектор параметров системы стимулирования α:

$$\delta_i^* = \arg\max_{\delta_i^* \in \Omega} \{ f_i(\alpha,\delta) \},$$

где Ω – область допустимых значений δ_i^*.

В качестве целевой функции руководителя проекта принимается минимум суммы квадратов разности плановых и фактических нормативов:

$$F(\delta^*,\alpha) = \sum_{l=1}^{n} a_{li} \left(\delta_{li}^* - \delta_{li}^{пл} \right)^2 \to \min,$$

где a_{li} – весовые коэффициенты нормативов по объему производства, доле дефектной продукции и культуре производства, сроку выполнения проекта и т.д. Весовые коэффициенты учитывают различную значимость для центра выполнения нормативов.

Математическая постановка задачи стимулирования:

$$\begin{cases} F = \sum_{l=1}^{n} a_{li}(\delta_{li}^{*} - \delta_{li}^{пл})^2 \to \min; \\ \delta_i^{*}(\alpha) = \arg\max\{f_i(\alpha, \delta)\}; \\ \sigma_i(\alpha, \delta) \geq \sigma_{ср.} \end{cases}$$

где $\sigma_{ср}$ – средняя зарплата в регионе.

Данная задача не решается аналитически, поэтому для её решения предлагается численный алгоритм.

Численный метод решения задачи стимулирования

Для решения задачи стимулирования предлагается численный алгоритм, основанный на одном из вычислительных методов: **нулевого порядка** (метод Хука-Дживса [10], метод деформируемого многоугольника [10], метод вращающихся координат [10]), **первого порядка** (метод наискорейшего спуска [5,10], сопряжённых градиентов [5,10]) или **второго порядка** (метод Ньютона [5,10]).

Алгоритм решения

1. С помощью выбранного численного метода решается оптимизационная задача для центра. Задаются начальные приближения для вектора параметров системы стимулирования $\alpha[0]$.

2. В точке $\alpha[k], k = 0,1,2,...$, вычисляется значение целевой функции центра (первой или вторых частных производных целевой функции). Целевая функция центра зависит от реакции агента вектора δ^{*}. Для нахождения реакции агента δ^{*} на k-ой итерации также используется один из перечисленных выше численных методов (пункт 3). После определения в пункте 3 реакции агента вычисляется целевая функция центра (первые или вторые частные производные целевой функции центра) и осуществляется переход к пункту 4.

3. Поиск реакции агента при заданном векторе параметров $\alpha[k]$ с помощью одного из перечисленных выше численных методов:

3.1. Задаются начальные приближения для вектора реакции агента $\delta[0]$.

3.2. В точке $\delta[j]$, j = 0,1,2…, вычисляется значение целевой функции агента (первые или вторые частные производные целевой функции центра).

3.3. На каждой j-ой итерации поиска реакции агента вычисляются новое значение $\delta[j+1]$, j = 0, 1, 2 …, при известном параметре системы стимулирования $\alpha[k]$ в соответствии с выбранным численным методом:

$$\delta[j+1] = \Psi\{\delta[j], f(\delta[j], \alpha[k])\}.$$

3.4.Проверяется условие выхода из итерационного процесса

$$\left|\delta[k+1] - \delta[k]\right| \le \varepsilon_y ,$$

где ε_y – заданная малая величина для итерационного процесса поиска реакции агента δ^*.

Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается, в противном случае осуществляется переход к подпункту 3.2. В случае останова итерационного процесса и успешного определения реакции агента δ^* осуществляется возврат к пункту 2.

4.На каждой k-ой итерации поиска параметров системы стимулирования вычисляется новое значение вектора параметров α в соответствии с выбранным численным методом:

$$\alpha[k+1] = \Phi\left\{\alpha[k], F(\delta^*, \alpha[k])\right\}.$$

5.Проверяется условие выхода из итерационного процесса поиска параметра системы стимулирования:

$$\left|\alpha[k+1] - \alpha[k]\right| \le \varepsilon_\alpha \text{, или } \left|F[k+1] - F[k]\right| \le \varepsilon_\alpha ,$$

где ε_α – заданная малая величина для итерационного процесса поиска параметра α. Если условие выполняется, то итерационный процесс прекращается, в противном случае осуществляется переход к пункту 2.

На основе предложенного алгоритма разработаны программные модули, реализующие методы нулевого порядка (метод деформированного многоугольника), метод первого порядка (градиентный метод) [8] и метод второго порядка (метод Ньютона) [7] в среде программирования Delphi.

4.Динамическая задача стимулирования исполнителей проектов

Рассматривается детерминированная динамическая организационная система, состоящая из центра и агента. Агент выполняет действие (производит продукцию), за произведенное действие центр выплачивает агенту материальное вознаграждение. Состояние системы описывается параметром x, под которым понимается себестоимость, трудоёмкость продукции, несоответствие продукции принятым требованиям. На практике часто используется комплексный параметр x, представляющий комбинации различных показателей с соответствующими весовыми коэффициентами. В период выполнения проектов, освоения новой продукции, параметр x изменяется во времени (уменьшается). Это явление известно в экономике как эффект обучения. По мере освоения новой продукции рабочие затрачивают меньше усилий и времени на одну и ту же работу. Центр заинтересован в уменьшении параметра $x(t)$ (себестоимость, трудоёмкость), так как это увеличивает его доход.

4.1.МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ АГЕНТОМ

Динамика изменения фактического параметра $y(t)$ описывается дискретным уравнением

$$y(t) = y(t-1) - v(t)y(t-1),\ \ t = 1,T\ .$$

В начальный момент времени известно начальное значение фактического параметра $y(0) = y_0 \ = x_0$.

На управление агента наложены следующие ограничения:

$$0 \le v(t) \le k^{\max}(t)\,,$$

где $k^{\max}(t)$ – максимально возможное уменьшение параметра $y(t)$ агентом в период t, связанное с тем, что физические возможности агента по уменьшению параметра $y(t)$ ограничены. Ситуация $v(t) = 0$ соответствует статическому случаю: агент не прикладывает усилий для уменьшения параметра $y(t)$, траектория представляет собой горизонтальную линию. Управляющей функции $v(t)$ соответствует фактическая траектория параметра $y(0)$, $y(1), \ldots y(T)$.

Целевая функция агента представляет собой суммарную дисконтированную разность между функцией стимулирования и функцией затрат агента за все периоды времени $t = \overline{1, T}$:

$$f(t) = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_a)^t} [\sigma(t) - c(t)],$$

где $c(t)$ – затраты агента, выраженные в стоимостном выражении, r_a – ставка дисконтирования для агента.

В практической деятельности фирм используются следующие функции стимулирования за выполнение плановой траектории:

$$\sigma(y(t), x(t), t) = S + S[\frac{x(t) - y(t)}{x(t)}]\alpha(t),$$

или

$$\sigma(y(t), x(t), t) = S + S\frac{x(t)}{y(t)}\alpha(t).$$

где S – тарифная ставка оплаты агента, $\alpha(t)$ – процент доплаты к тарифу за выполнение плановой траектории.

Система стимулирования является пропорциональной: материальное вознаграждение пропорционально усилиям агента по выполнению плановой траектории $x(t)$.

Функция затрат агента имеет следующий вид:

$$c(y(t), t) = \beta \left\{ \frac{[y(t-1) - y(t)]}{y(t-1)} \right\}^2 = \beta v(t)^2,$$

где β – коэффициент, переводящий усилия агента в стоимостное выражение.

Затраты агента тем больше, чем больше относительное изменение параметра $y(t)$. Экономический смысл выражения затрат состоит в следующем: с уменьшением параметра $y(t)$ агенту требуется большее количество усилий для уменьшения параметра на одну и ту же величину.

Экономические интересы агента заключаются в максимизации целевой функции, посредством выбора управляющей функции $v^*(t)$, которая определяет фактическую траекторию $y[v^*(t)]$:

$$v^*(t) = \arg\max_{v(t)\in V(t)} \{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_a)^t}[\sigma(x(t),\alpha(t),t) - c(t)]\}.$$

Таким образом, управление агента, а следовательно и выбор фактической траектории $y(t)$, зависят от плановой траектории центра $x(t)$, параметра системы стимулирования $\alpha(t)$ и затрат агента $c(t)$ в каждый период t.

4.2.МОДЕЛЬ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ЦЕНТРОМ

Целевая функция центра представляет собой суммарную дисконтированную разность между доходом центра и затратами на стимулирование агента за периоды времени $t = \overline{0,T}$:

$$F(t) = \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_p)^t}[H(y(t),t) - \sigma(x(t),y(t),\alpha(t),t)] \to \max,$$

где $H(y(t),t)$ – доход центра, $\sigma(x(t),y(t),\alpha(t),t)$ – функция стимулирования агента, $x(t)$ – плановая траектория, выбранная центром; $y(t)$ – фактическая реализация траектории агентом; r_p – ставка дисконтирования центра, $\alpha(t)$ – параметр системы стимулирования, выплачиваемый центром за реализацию плановой траектории.

Конкретный вид функции дохода центра определяется решаемой задачей. Ниже приводится несколько примеров функции дохода центра.

1.Задача об уменьшении себестоимости продукции:

$$H(y(t),t) = q(t)[y(0) - y(t)],$$

где $q(t)$– объём выпускаемой продукции, $y(0)$– начальное значение себестоимости продукции, $y(t)$– фактическая себестоимость продукции в момент времени t.

2.Задача об уменьшении трудоёмкости продукции.

$$H(y(t),t) = q(t)r[y(0) - y(t)],$$

где $q(t)$ – объём выпускаемой продукции, r – норматив заработной платы на один нормо-час, $y(t)$ – фактическая трудоёмкость продукции в момент времени t.

3.Задача об увеличении качества продукции (уменьшении дефектов и несоответствий продукции требованиям).

$$H(y(t),t) = p_d[y(0) - y(t)],$$

где $y(t)$ – начальное значение количества дефектов, $y(t)$ – количество дефектов в момент времени t, p_d - средняя стоимость исправления дефекта.

Таким образом, при выборе плановой траектории центр учитывает две тенденции: с одной стороны, уменьшение планируемого параметра увеличивает его прибыль, с другой стороны, требует затрат на стимулирование агента.

Динамика изменения планируемого параметра описывается дискретным уравнением:

$$x(t) = x(t-1) - u(t)x(t-1),\ t = 1,T,$$

где $u(t)$ – управляющая функция центра, характеризует относительное уменьшение параметра $x(t)$ в текущий момент времени к предыдущему.

В начальный момент времени известно начальное значение параметра: $x(0) = x_0$.

На управление центра наложено ограничение:

$$0 < u(t) < k^{\max},$$

У центра есть два вида управления: выбор функции $u(t)$, которая определяет плановую траекторию $x(t)$, и параметра функции стимулирования $\alpha(t)$.

4.3.ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ СТИМУЛИРОВАНИЯ В ДИНАМИЧЕСКОЙ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ

Для центра возможны две постановки задачи стимулирования:

1) выбор параметра системы стимулирования $\alpha(t)$ при фиксированной плановой траектории:

$$\begin{cases} x(0) = x_0,\ x(T) = x_{T,} \\ \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_p)^t} \{H[y(v^*(t),t),t] - \sigma[x(t), y(v^*(t),t), \alpha(t),t)]\} \to \max, \\ y(t) = y(t-1) - v(t)y(t-1), \quad t = \overline{1,T},\ y(0) = y_0 = x_0, y(T) = x_{\text{Т}}, \\ v^*(t) = \arg\max\limits_{v(t)\in V(t)} \{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_a)^t} [\sigma(x(t), \alpha(t), t) - c(t)]\}; \end{cases}$$

2) выбор параметра системы стимулирования $\alpha(t)$, при одновременном выборе плановой траектории:

$$\begin{cases} x(t) = x(t-1) - u(t)x(t-1),\ t = \overline{1,T}\ \ x(0) = x_0,\ x(T) = x_T, \\ \sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_p)^t} \{H[y(v^*(t),t),t] - \sigma[x(u(t),t), y(v^*(t),t), \alpha(t),t)]\} \to \max, \\ y(t) = y(t-1) - v(t)y(t-1), \quad t = \overline{1,T},\ y(0) = y_0 = x_0, y(T) = x_T, \\ v^*(t) = \arg\max\limits_{v(t)\in V(t)} \{\sum_{t=1}^{T} \frac{1}{(1+r_a)^t} [\sigma(x(t), \alpha(t), t) - c(t)]\}. \end{cases}$$

Первая задача часто реализуется в практической деятельности фирм.

Численный метод решения динамической задачи стимулирования:

1. Выбираются начальные управления $u^1(t)$ и $\alpha^1(t)$ исходя из опыта, здравого смысла.
2. Рассчитывается плановая траектория $x^1(t)$.
3. При известных $u^1(t)$ и $\alpha^1(t)$ находится решение задачи оптимального управления для агента. Определяется оптимальное управление агента $v^1(t)$ и соответствующая фактическая траектория $y^1(t)$.
4. При найденной реакции агента $v^1(t)$ и соответствующей ей фактической траектории $y^1(t)$ находится решение задачи оптимального управления для центра. Определяется новое оптимальное управление центра $u^2(t)$ и $\alpha^2(t)$. Рассчитывается новая плановая траектория $x^2(t)$.

5.Производится сравнение разности $\sum_{i=1}^{T}[x^1(t)-x^2(t)]$ с заранее заданной погрешностью ε. Если разность больше погрешности, то в качестве управлений центра принимаются новые управления $u^1(t)=u^2(t)$ и $\alpha^1(t)=\alpha^2(t)$ и осуществляется переход к пункту 2, в противном случае окончание итерационного процесса.

Выводы и результаты

Сформулирована и решена динамическая задача планирования проекта фирмы. Получены в аналитическом виде оптимальные стратегии фирмы, осуществляющей проект. Предложено использовать время прекращения инвестиций в основные фонды и оборотные средства как критерии для оценки экономической эффективности инвестиционного проекта. Если время инвестирования меньше нуля, то инвестиционный проект при таких параметрах является неэффективным. Полученные формулы позволяют определить критические значения параметров проекта и внешней среды, при которых время инвестирования в основные фонды и оборотный капитал становится равным нулю и, следовательно, проект становится неэффективным.

Разработан универсальный численный алгоритм решения задач стимулирования исполнителей проекта, которые не решаются аналитически. В основе алгоритма предлагается использовать любой из известных вычислительных методов или их комбинацию.

Сформулирована динамическая задача стимулирования исполнителей проекта. Для её решения предложен численный алгоритм решения.

Литература

1. БЕЛМАН Р. *Динамическое программирование*. - М.: Наука, 1960.
2. БОЛТЯНСКИЙ В.Г. *Оптимальное управление дискретными системами*. – М.: Наука, 1973.

3. БУРКОВ В.Н., НОВИКОВ Д.А. *Как управлять проектами* – М.: СИНТЕГ, 1997.
4. ВИЛЕНСКИЙ П.Л., ЛИВШИЦ В.Н., СМОЛЯК С.А. *Оценка эффективности инвестиционных проектов*: *Теория и практика* – М.: Дело, 2004.
5. КОСТАМАРОВ Д.П., ФАВОРСКИЙ А.П. *Вводные лекции по численным методам: Учеб. пособие.* – М.: Логос, 2004.
6. *Математические основы управления проектами:* Под ред. В.Н. Буркова. – М.: Высш. шк., 2005.
7. ПАВЛОВ О.В. *Численный метод решения задачи стимулирования* // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, №1(7). 2005. – С. 104-111.
8. ПАВЛОВ О.В., ВЫБОРНОВА Л.А. *Моделирование многопараметрической системы стимулирования рабочих прессового производства ОАО «АВТОВАЗ»* // Управление большими системами. Сборник трудов. Вып. 12-13. – М: ИПУ РАН, 2006. – С. 118-126.
9. ПОНТРЯГИН Л.С., БОЛТЯНСКИЙ В.Г., ГАМКРЕЛИДЗЕ Р.В., МИЩЕНКО Е.Ф. *Математическая теория оптимальных процессов*. М.: Наука, 1983.
10. СУХАРЕВ А.Г., ТИМОХОВ А.В., ФЕДОРОВ В.В. *Курс методов оптимизации.* – М.: Наука, 1986.

ЗАДАЧА СОГЛАСОВАННОГО ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ АРЕНДНЫХ ОТНОШЕНИЙ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ТОРГОВО-РАЗВЛЕКАТЕЛЬНЫХ ЦЕНТРОВ

Савин А.Г.
(Самарский государственный аэрокосмический университет, Самара)
op@ssau.ru

Рассматривается задача ценообразования арендных ставок в торгово-закупочных центрах. Приводятся математические модели ценообразования. На примере ТРЦ «Мегакомплекс Московский» определяется размер арендных ставок, выгодный управляющей компании и операторам.

Ключевые слова: торгово-развлекательные центры, владелец имущества, управляющая компания, арендаторы, потребители, модели ценообразования, арендная ставка

Развитие рыночного сектора экономики России привело к появлению нового, специфического бизнеса сферы услуг – торгово-развлекательные центры (ТРЦ). Данные объекты представляют собой интеграцию пунктов розничной торговли разнообразными товарами и организаций сферы досуга, питания, спорта, развлечений. Основными элементами, определяющими экономическую эффективность функционирования ТРЦ являются управляющая компания (УК), осуществляющая руководство деятельностью ТРЦ и арендаторы (операторы), организующие на арендуемых площадях свой бизнес (торговля, услуги, развлечения). Организация взаимодействия между этими элементами основывается на заключении договоров в которых находят отражение такие параметры и условия как, объем выделяемых для аренды площадей $y(м^2)$, арендная ставка δ (рубль/м^2.месяц), характеристика и качество выделяемых площадей и оборудования.

Рассмотрим задачу организации взаимодействия УК и арендаторов, используя аппарат формализованных описаний теории управления организационными системами и методологического инструментария теории активных систем [5]. Отметим, что для обоих участников взаимодействия (УК, арендаторы) имеются свои целевые функции, свои предпочтения, отражающие их экономические интересы. В формализованном виде эти целевые функции можно представить следующим образом.

Управляющая компания

(1) $\Phi(\cdot) = \delta \cdot y - Z \to \max$

где δ – цена арендной ставки, y – объем арендуемых площадей, Z – затраты УК, связанные с поддержанием ТРЦ в работоспособном состоянии.

Арендатор (оператор)

(2) $f(\cdot) = f^*(y) - \delta \cdot y - z \to \max$

где f^* – ожидаемый доход, который может быть получен арендатором от его деятельности на арендуемых площадях y, z- текущие затраты арендатора без учета арендной платы.

Достижение указанных целей, т.е. их максимизации, осуществляется решением управленческих задач обеих сторон. Стратегией УК является выбор назначаемой им цены δ. Стратегией арендатора – выбор желаемого объема арендуемых площадей y. Рассмотрим на качественном уровне цепочку причинно – следственных связей принимаемых решений и получаемых результатов. Принимаемое УК решение о цене арендной ставки δ (в данном случае, применяя терминологию теории игр [6], УК является мегаигроком, т.е. игроком, обладающим правом первого хода) порождает определенную реакцию со стороны арендаторов с точки зрения выбора ими решения о спросе на арендуемые площади у, т.е $y=y(\delta)$. Совокупность принятых решений $\{y,\delta\}$, оформленных в виде договоров, сформирует номенклатуру арендаторов, которые будут осуществлять свой бизнес на арендуемых площадях, что приведет в свою очередь к определенным финансово – экономическим результатом деятельности ТРЦ в целом и отдельных арендаторов (росту или снижению выручки арендаторов f^*, повышению или снижению

рентабельности их деятельности, повышению или снижению эффективности функционирования и привлекательности ТРЦ).
Перейдем к формализованному описанию задач ценообразования арендных ставок.

Заключение договоров и определение значения его параметров (в первую очередь это цена арендной ставки и объем арендуемых площадей) осуществляются в условиях высокой степени неопределенности, неинформированности лиц, принимающих решение. Действительно на этапе подготовки договоров, т.е. по сути дела на этапе планирования деятельности ТРЦ, трудно со стопроцентной вероятностью прогнозировать рентабельность деятельности операторов, их ожидаемую выручку, затраты и, в конечном, счете их привлекательность, предпочтительность для всего торгового центра. В аналогичной ситуации находятся и потенциальные арендаторы. Им трудно на этапе заключения договора оценивать ту ситуацию, которая сложится в будущем, какова будет ожидаемая выручка, какова допустимая цена арендной ставки возможна и т.д. Поэтому здесь рекомендуется применить метод статистических аналогий для оценки средневзвешенных оценок [1-4].

Приступая к решению данной задачи, необходимо выделить интегральные факторы, которые являются определяющими при оценке базовых ставок арендной платы. Анализ литературных данных и опыт работы отечественных ТРЦ позволяют выделить следующие факторы [2]:

- специализация арендаторов;
- привлекательность арендуемой площади (этажность);
- объем арендуемых площадей.

Рассмотрим последовательно графологические и табличные модели, базирующиеся на известных литературных данных [1-4] и которые могут быть рекомендованы при оценке базовых цен аренды при заключении договоров. В таблице 1. представлены коэффициенты, которые могут применяться при расчете средневзвешенных ставок, учитывающие специализацию арендаторов.

Таблица 1. Коэффициент специализации ($К_с$)

Специализация арендаторов	Уровень
Ювелирные изделия, бижутерия, часы	1,00
Спиртные напитки	0,84
Подарки, сувениры, кожгалантерея	0,84
Косметика и парфюмерия	0,84
Оптика	0,83
Мужская одежда	0,65
Женская одежда	0,64
Обувь	0,62
Аптека	0,60
Фуд – корт	0,56
Товары для дома	0,56
Товары по интересам	0,55
Аудио – видео, бытовая техника	0,51
Детские товары	0,51
Спорттовары	0,47
Услуги	0,32
Продукты	0,28
Предприятия сферы досуга	0,23

Данные коэффициенты отражают сложившиеся в России реалии для указанных видов бизнеса. В опосредованном виде они отражают рентабельность деятельности фирм, реализующий конкретный вид деятельности.

Этажность, о которой шла речь выше, существенно влияет на величину арендной ставки. В таблице 2 представлены коэффициенты, отражающие сложившиеся тенденции влияния этажности на величину арендных ставок и которые могут быть использованы при расчете базовых цен.

Таблица 2. Коэффициенты этажности ($К_{сэ}$)

Специализация арендаторов	1-й этаж	2-й этаж
Мужская одежда	1	0,94
Косметика и парфюмерия	1	0,94

Ювелирные изделия, бижутерия, часы	1	0,9
Обувь	1	0,88
Аудио-видео, бытовая техника	1	0,86
Женская одежда	1	0,85
Подарки, суверниры, кожгалантерея	1	0,74
Прочее	1	0,73
Мужская и женская одежда	1	0,66
Товары по интересам	1	0,63
Товары для дома	1	0,63
Фуд-корт	1	0,61
Оптика	1	0,53
СРЕДНЕЕ	1	0,76

Нетрудно заметить, что этажность является существенным фактором, определяющим базовую цену арендной ставки.

Величина арендуемой площади также является определяющим фактором при решении о выборе цены аренды. Чем больше арендуемая площадь, тем обычно меньше арендная ставка. Таблица 3 содержит информацию о данной закономерности.

Таблица 3. Показатели влияния объема площадей на арендные ставки (K_y)

Специализация арендаторов	Диапазон площади, кв.м	Среднее снижение ставки при увеличении площади на один процент, %
Женская одежда	50-200	0,145
Мужская и женская одежда	50-200	0,138
Обувь	50-170	0,233
Детские товары	50-200	0,122
Товары по интересам	35-125	0,128
Подарки, сувениры, кожгалантерея	15-100	0,144
Ювелирные изделия, бижутерия, часы	15-80	0,105

Косметика и парфюмерия	30-105	0,148
Товары для дома	15-140	0,048
Фуд-сервис	35-160	0,146
Услуги	15-150	0,122
Среднее		0,162

Представленные в таблице данные отражают общероссийские тенденции в системе ценообразования арендных ставок, отражающих их зависимость от объема площадей.

Отметим, что все вышеприведенные табличные модели оперировали сравнительными оценками. С точки зрения практики, удобства для работников, функционирующих в системе рассматриваемого бизнеса, более рациональным являются рекомендации, оформленные на языке абсолютных категорий. С этой целью в статье на основе обобщения литературных данных, о которых шла речь выше, и опыта работы Самарских ТРЦ предложены следующие модели базового ценообразования (табл. 4, рис.1).

Таблица 4. Среднестатистические арендные ставки δ *(рубль/м^2.месяц)*

Этаж	Арендуемые площади				
	< 50	50 ÷ 100	100-150	150-200	> 200
1 *ый* этаж	2400	2100	1950	1800	1500
2 *ой* й этаж	1800	1500	1350	1200	1050
3 *ий* этаж	1350	1200	1050	900	750

Графологическая модель (рис.1) с учетом поправочных коэффициентов, учитывающих специализацию арендаторов (табл.1) может служить инструментом поиска конкретных значений базовых арендных ставок.

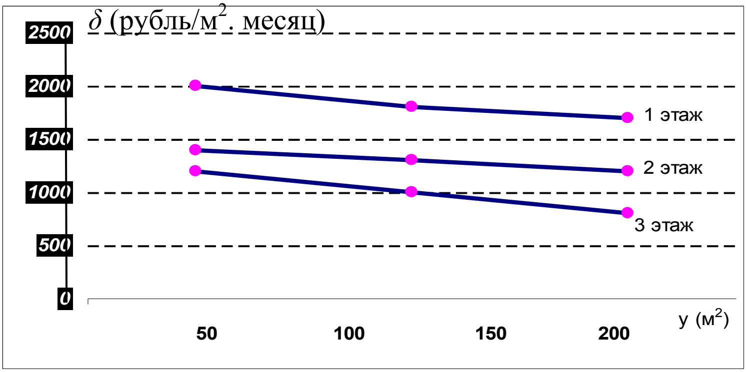

Рис. 1. Зависимости среднестатистических арендных ставок от арендуемых площадей

Необходимо отметить, что для современных ТРЦ помимо обычных арендаторов (небольшие и средние магазины, в дальнейшем их будем называть «магазин»), методы оценки базовых арендных ставок которых были приведены выше, имеет место особый класс арендаторов – ЯКОРЯ. Под якорями понимаются крупные арендаторы, сеть торговых фирм, имеющих «имя», «рекламную марку», известные по всей России. Например, «РАМСТОР», «ПАЛЫЧ», «ИКЕА»,… и др. Присутствие якоря в торговом развлекательном центре способствует решению ряда задач: расширение сегмента потребительского рынка; расширение географии охвата посетителей; увеличение потока посетителей; повышение вероятности повторного визита и др. Как правило, якорные операторы арендуют большой объем площадей (5000 м^2 и более). Поэтому цена арендной платы для данной категории арендаторов, как правило, на порядок ниже, чем у обычных. Анализ работы операторов-якорей в России позволил принять для них следующую модель ценообразования (рис.2).

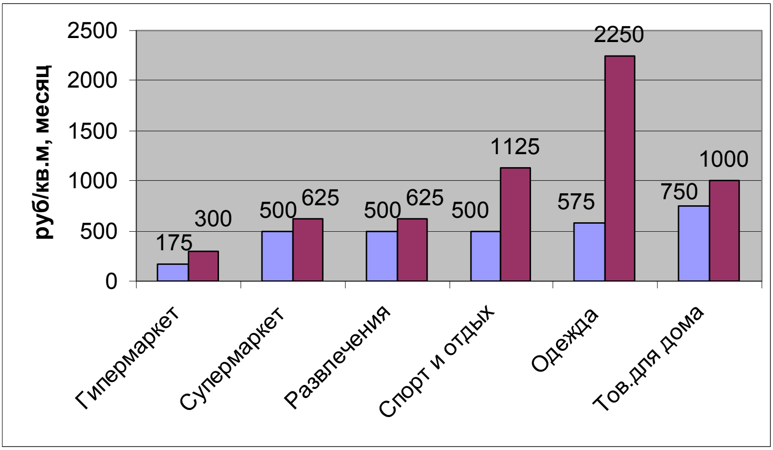

Рис. 2. Диапазоны базовых арендных ставок операторов– якорей

Таким образом, представленные модели формирования базовых цен арендных ставок являются действенным инструментом формирования экономических отношений управляющей компании и арендаторов на этапе заключения договоров. Однако основной параметр, который определяет эффективность функционирования ТРЦ и его арендаторов является выручка, объем реализации товаров и услуг. Соотношение показателей выручка, затраты, эффективность являются определяющими при выборе цены арендных ставок. В случае, когда неопределенность с оценкой указанных параметров снижается (например, с появлением объективной информации о фактически достигаемых результатах) имеется возможность применить иной механизм ценообразования, который назовем «цена – эффективность».

В основе данного метода имеют место два принципа:

- оптимальность функционирования всей рассматриваемой системы в целом (т.е. ТРЦ);

- согласования экономических интересов участников взаимодействия (т.е. руководства управляющей компании и арендаторов).

Рассматривая принцип оптимальности, следует отметить, что критерий $\Phi(\cdot)$ модели (1) в существенной степени связан с выручкой, которую имеют арендаторы. Действительно арендная плата, как таковая, является продуктом экономических отношений и сложившихся пропорций на исследуемом рынке.

Опыт работы ТРЦ в г. Самаре и других городах России показывает, что имеют место сложившиеся рыночные нормативы формирования арендной платы по отношению к ожидаемой выручке, которую арендатор получает при организации своей деятельности на арендуемых площадях.

(3) $$\mu = \frac{АП}{В},$$

где *АП* – величина арендной платы (руб.), *В* – выручка (руб.)

Использование модели (3) предполагает знание выручки, которую может получить арендатор.

Для оценки *В* предлагается формализованный вариант известного подхода. Обычно при разработке концепции ТРЦ и форматов предлагаемых посетителю услуг заранее закладывается такой показатель, как средний чек (Ч). Данный показатель есть ничто иное, как средняя стоимость покупки, которую ожидает получить арендатор от одного посетителя. Следующий параметр, который необходим для оценки выручки, – поток покупателей *N*.

Выручка арендатора с учетом вышесказанного составляет

(4) $$В = Ч \cdot N.$$

В этом случае, исходя из среднестатистических посылок, о которых шла речь выше, арендная плата будет

(5) $$АП = \mu \cdot В = \mu \cdot Ч \cdot N.$$

В то же время, договорные отношения строятся на базе устанавливаемой ставки арендной платы, т.е. цены δ (руб/м^2 месяц) и величины арендуемых площадей *у*. Таким образом, следуя договору об арендных отношениях, арендатор обязан выплачивать

(6) $$АП = \delta \cdot y.$$

Объединяя (5) и (6), имеем

(7) $$\delta = \frac{\mu \cdot Ч \cdot N}{y}.$$

Модель ценообразования (7) отражает представления руководства управляющей компании о соотношениях арендной платы и выручки, которая в принципе должна быть. Отметим также важнейший фактор, который существеннейшим образом определяет экономику ТРЦ и арендаторов, нашедший отражение в модели (7), – это поток посетителей (число покупок) N.

Рассмотрим теперь задачу ценообразования с позиций интересов арендатора. Напомним при этом, что целевая функция арендатора имеет вид (2). Рассуждения о возможной цене аренды с позиций интересов арендатора строятся следующим образом. Для каждого вида торгового бизнеса (продукты питания, одежда, ювелирные изделия, спорттовары и т.д.) имеет место понятие сложившегося уровня рентабельности ρ^c, обеспечивающего «выживаемость» данного бизнеса на рынке услуг.

Таким образом, в общем виде условие гарантированности заданного уровня рентабельности деятельности торговой организации в аналитической форме записывается следующим образом:

$$\rho^c = \frac{f^* - \delta^c \cdot y - z}{\delta^c \cdot y + z},$$

где δ^c – цена, обеспечивающая заданный уровень рентабельности.

С учетом того, что $f^* = B = Ч \cdot N$, окончательно имеем

$$\rho^c = \frac{Ч \cdot N - \delta^c \cdot y - z}{\delta^c \cdot y + z}, \tag{8}$$

Откуда следует, что

$$\delta^c = \frac{Ч \cdot N - \left(1 + \rho^c\right) \cdot z}{y \cdot \left(1 + \rho^c\right)}. \tag{9}$$

Модель ценообразования (9) позволяет оценивать цену аренды производственных площадей как функцию затрат арендатора, связанных с его производственной деятельностью и желаемой рентабельности бизнеса. В качестве иллюстрации рассмотрим пример. Пусть имеется арендатор, желающий получить в аренду 50 м^2 площадей на которых он планирует организовать мини-кафе. Опыт работы ТРЦ «Мегакомплекс Московский», анализ потоков клиентов, потребителей услуг позволяют сделать следующие гипотезы о параметрах исследуемой задачи. Средний чек (Ч) для посетителей ТРЦ «Мегакомплекс Московский», которые захотят посетить мини-кафе составляет 200 рублей. Как показывает практика можно ожидать поток клиентов в количестве 100 человек в день. Предполагая, что данное мини-кафе в месяц будет иметь 22 рабочих дня общий поток клиентов, посетителей составит $N = 100 \cdot 22 = 2200$ человек. В результате общая выручка (В) будет $B = Ч \cdot N = 200 \cdot 2200 = 440000$ рублей. Рассмотрим затратную часть указанного бизнеса. В себестоимость рассматриваемого вида услуг входят затраты на приобретение продуктов, налоги, заработная плата и пр. Для рассматриваемого нами примера оценка этих затрат составляет $z = 286000$ руб/месяц. И, наконец, последний параметр, который следует ввести в модель (9) – это рентабельность. Сопоставительный анализ деятельности объектов общепита, имеющий место в г. Самаре, показывает, что для того, чтобы выдержать конкуренцию и обеспечить устойчивое в финансовом отношении функционирование своего бизнеса рассматриваемое мини-кафе должно иметь показатель рентабельности $\rho^c \approx 0{,}25$. В данном случае цена аренды, следуя (9), составит

$$(10)\quad \delta^c = \frac{200 \cdot 2200 - (1 + 0{,}25) \cdot 286000}{50(1 + 0{,}25)} = 1320 \ руб / м^2 месяц \,.$$

Таким образом, месячная арендная плата составит $АП = 50 \cdot 1320 = 66000$ руб. При этом прибыль составит $Пр = Ч \cdot N - \delta \cdot y - z = 440000 - 66000 - 286000 = 88000$ руб./месяц.

Получена «точечная» оценка цены аренды, которая сделана из стремления управляющей компании обеспечить арендатору задаваемый уровень рентабельности. Однако в модель (9) входит ряд параметров – $Ч, N, z$, о которых руководство управляющей компании может не иметь достоверной информации. Действительно фактические их значения для каждого конкретного арендатора могут отличаться от их прогнозных величин, которые закладываются управляющей компанией в механизм принятия решений. Поэтому представляет интерес исследовать влияние этих параметров на конечные результаты. На рис. 3 представлены зависимости $\delta = \delta(z)$ при различных уровнях желаемой рентабельности. Нетрудно заметить, что полученная нами модель (9) и ее графическая интерпретация полностью согласуются с качественными представлениями, которые имеют место по исследуемой задаче. Действительно, в случае увеличения затрат z, которое может иметь место в силу различных обстоятельств, цена аренды должна уменьшаться, если мы хотим сохранить значение рентабельности на прежнем уровне. На рис 4 представлены зависимости цены аренды от ожидаемой выручки. Представленные на рисунке зависимости также коррелируются с экономическим содержанием исследуемых взаимосвязей. Уменьшение ожидаемой выручки диктует стратегию снижения цены аренды, если имеется стремление поддержать рентабельность на прежнем уровне.

Рассмотрев, таким образом, механизм индивидуального ценообразования, который исходил из концепции гарантированности задаваемой рентабельности конкретного арендатора, сравним его с механизмом ценообразования (7), который базировался на представлениях руководства управляющей компании о рыночной ситуации.

$$\delta = \frac{0{,}25 \cdot 200 \cdot 2200}{50} = 2200 \text{ рублей.}$$

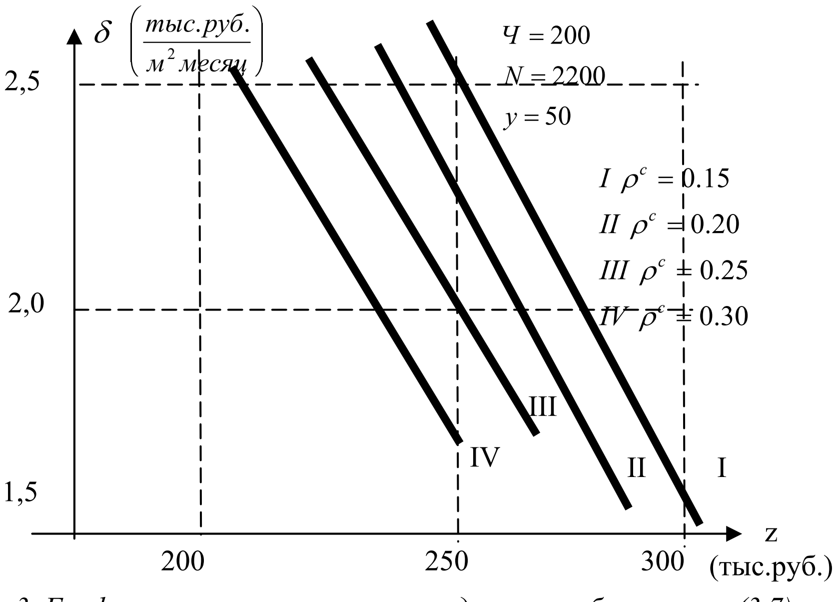

Рис. 3. Графическая интерпретация модели ценообразования (3.7)

Нетрудно заметить, что в рассмотренном примере обнаружилась конфликтная ситуация $\delta^c \langle \delta$, т.е имеет место противоречи интересов. Разрешение данного вопроса осуществляется на этапе экспертных оценок (переговоров). Согласование позиций сторон может быть достигнуто за счет следующего:

- управляющая компания идет «навстречу» интересам арендатора, устанавливая арендную ставку 1320 руб/м^2·месяц;
- арендатор вынужден согласиться с ценой управляющей компании 2200 руб/ м^2·месяц в ущерб своей экономической эффективности (рентабельности);
- принимается компромиссное решение;
- договор отвергается, как не соответствующий экономическим интересам сторон.

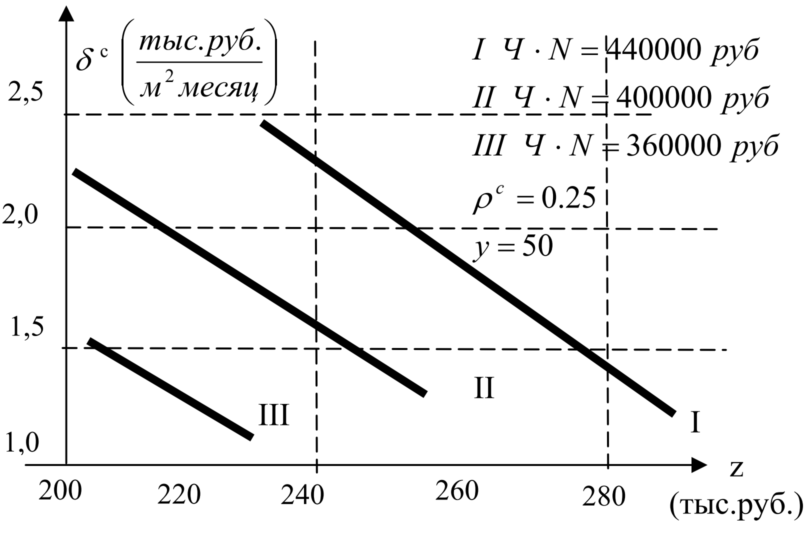

Рис. 4. Зависимости цены аренды

В случае, если на этапе моделирования выясняется, что $\delta^c > \delta$, имеет место непустая область допустимых решений. Любая цена, лежащая в области [$\delta \div \delta^c$] приемлема. Конкретное значение принимается либо на переговорах, либо применяя прием нормативной рентабельности [7].

Таким образом, предложенные в работе модели ценообразования могут служить инструментом организации экономически согласованного взаимодействия управляющей компании и арендаторов.

Литература

1. ГОРЕЛИК В.А, КОНОНЕНКО А.Ф., *Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах.* М.: Радио и связь, 1982. 144 с.
2. ЛЫСАКОВ А.В., НОВИКОВ Д.А. *Договорные отношения в управлении проектами.* М.: ИПУ РАН, 2004. – 100 с.
3. МИРОНОВ В. *Братья по аренде // «Молл», журнал о торговой недвижимости и сетевых технологиях.*- М.: №5 (29) 2006.- Июнь.- С.06-10.
4. МИРОНОВ В., *Братья по аренде // «Молл», журнал о торговой недвижимости и сетевых технологиях.*- М.: №5 (30) 2006.- Август. – С.04-09.
5. МИРОНОВ В., *Братья по аренде // «Молл», журнал о торговой недвижимости и сетевых технологиях.*- М.: №5 (30) 2006.- Сентябрь. – С.06-12.
6. МИРОНОВ В., *Братья по аренде // «Молл», журнал о торговой недвижимости и сетевых технологиях.*- М.: №5 (31) 2006.- Апрель. – С.24-27.
7. НОВИКОВ Д.А. *Механизмы функционирования многоуровневых организационных систем*. М.: Фонд «Проблемы управления», 1999. - 150 с.

Научное издание

СБОРНИК ТРУДОВ

Серия «Управление большими системами»
2006 г., выпуск 15

Научно-технический журнал

Подписано в печать 20.11.2006. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. Усл. кр.-отт. Уч.-изд.л. .
Тираж 100 экз. Заказ . Арт. С-5(Д3)/2005

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени академика С.П. КОРОЛЁВА».
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

РИО государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени академика С.П. КОРОЛЁВА».
443086 Самара, Московское шоссе, 34.