

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

Н.М. Рогачев

КУРС ФИЗИКИ

КНИГА 2

Электричество
Оптика
Атомная физика

Допущено Научно-методическим советом по физике Министерства образования и науки Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим (550000) и технологическим (650000) направлениям

САМАРА
2005

УДК 53(075)

Рецензенты: кафедра общей физики и методики обучения физике Самарского государственного педагогического университета (заведующий кафедрой, д-р пед. наук, проф. В.А. Бетев); канд. физ. - мат. наук, проф., заведующий кафедрой общей и теоретической физики Самарского государственного университета А.А.Бирюков.

Н.М. Рогачев. Курс физики. Книга 2. Электричество. Оптика. Атомная физика: Учеб. пособие для студентов технических специальностей высших учебных заведений. Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара, 2005. - 260 с.

ISBN 5-7883-0273-0

Кратко изложены основные вопросы курса физики. Особое внимание уделено раскрытию сущности физических явлений и закономерностей, разъяснению главных идей и принципов современной физики. Пособие состоит из двух книг. Книга 2 посвящается трем разделам программы: электричество, оптика и атомная физика.

Предназначается для студентов, обучающихся по техническим (550000) и технологическим (650000) направлениям.

Табл. 9. Ил. 146.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета.

ISBN 5-7883-0273-0

© Н.М. Рогачев, 2005

© Самарский государственный
аэрокосмический университет, 2005

ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие содержит теоретический материал курса общей физики и освещает все разделы примерных программ дисциплины «физика» для студентов, обучающихся по направлениям технического и технологического профиля.

Пособие состоит из двух книг. Первая книга посвящена основам классической механики и молекулярной физики. В ней излагаются также элементы специальной теории относительности. Содержанием второй книги является физика электрических и магнитных явлений, оптика и атомная физика.

В пособии изложен курс физики как единой науки, опирающейся на фундаментальные законы и обобщающей множество опытных данных. Большое внимание уделялось точности определений, указанию пределов применимости законов и значимости фундаментальных понятий.

При отборе материала и методики изложения использовался многолетний преподавательский опыт автора. Сокращение объема пособия достигается за счет краткости и общности рассмотрения изучаемых явлений без ущерба в выяснении их физического смысла.

Пособие написано с учетом изменений школьных программ по физике. Учитывая специфику обучения, мы повторили некоторые наиболее важные понятия и определения курса элементарной физики.

Целью данного пособия является оказание помощи студентам, изучающим физику в высших учебных заведениях.

Каждая глава заканчивается примерами решения задач, тексты которых взяты из стандартных задачников: Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1981; Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1980.

Совместно с А.И. Федосовым написан §134, посвященный физическим принципам голографии.

Автор выражает глубокую признательность профессорам В.А. Бетеву и А.А. Бирюкову, доцентам И.А. Шунину и Т.С. Соломеиной за полезные советы и замечания.

ЧАСТЬ 3

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Глава 12

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§64. Электрический заряд. Закон Кулона

Электростатика – это раздел электродинамики, в котором изучается взаимодействие покоящихся электрических зарядов и их полей.

Электрический заряд – это физическая величина, определяющая интенсивность электромагнитных взаимодействий заряженных частиц. Электрический заряд не может меняться непрерывно как угодно малыми порциями. Наименьшая величина электрического заряда равна $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Этот заряд называется элементарным зарядом. Элементарный электрический заряд равен заряду протона и по абсолютной величине – заряду электрона.

Электрические заряды бывают двух видов: *положительные и отрицательные*. Одноименные заряды отталкиваются, а разноименные – притягиваются. Электрический заряд аддитивен: заряд любой системы равен сумме зарядов, находящихся на телах системы. Электрический заряд в системе СИ измеряется в кулонах (Кл). 1 Кл – это количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника в 1 с при силе тока в 1 А.

Закон сохранения электрического заряда:

В замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов всех частиц остается постоянной:

$$\sum_{i=1}^n q_i = const,$$

где n – число зарядов в системе; q_i – заряд i -й частицы.

Закон Кулона. В 1785 г. Кулон¹ экспериментально установил закон, который определяет силу взаимодействия точечных зарядов. Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от этого тела до других заряженных тел. Кулон измерил силу взаимодействия двух заряженных шариков на крутильных весах.

¹ Шарль Огюстен Кулон (1736-1806) – французский физик и инженер.

Закон Кулона гласит: сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов, находящихся в вакууме, прямо пропорциональна произведению модулей зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними

$$|\vec{F}| = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$,

$$\text{или } |\vec{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (3.1)$$

где \vec{F} – сила, действующая на заряд, к которому обращен вектор \vec{r} , проведенный от данного заряда к другому заряду (рис. 1); r – расстояние между зарядами q_1 и q_2 ; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}$ – электрическая постоянная.

Сила Кулона действует вдоль прямой, соединяющей заряды, а ее направление зависит от знаков взаимодействующих зарядов.

Из экспериментов установлено, что сила электростатического взаимодействия зарядов зависит от свойств среды, в которой они находятся.

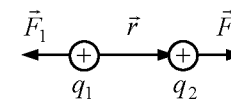


Рис. 1

Безразмерная физическая величина ϵ , равная отношению модуля силы взаимодействия двух точечных зарядов в вакууме F_0 к модулю силы их взаимодействия в веществе F , называется диэлектрической проницаемостью вещества:

$$\epsilon = \frac{|F_0|}{|F|}.$$

Для любой среды, кроме вакуума (для вакуума $\epsilon = 1$), закон Кулона имеет вид

$$|\vec{F}| = k \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2}. \quad (3.2)$$

§65. Электростатическое поле.

Напряженность электростатического поля

Если в пространство, где имеется электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать сила Кулона. Следовательно, в окружаемом электрический заряд пространстве существует силовое электро-

статическое поле.

Электростатическое поле – это форма материи, осуществляющая взаимодействия между неподвижными заряженными телами.

Силовой характеристикой электростатического поля является вектор напряженности \vec{E} .

Напряженностью поля в данной точке называется физическая величина, равная отношению силы, действующей на заряд, внесенный в данную точку поля (пробный заряд), к величине этого заряда:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Единицей напряженности в системе СИ является ньютон на кулон ($\frac{Н}{Кл}$) или вольт на метр ($\frac{В}{м}$).

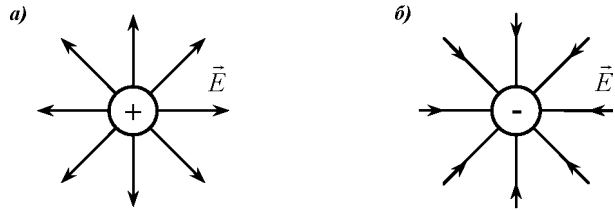


Рис. 2

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы, действующей на пробный положительный заряд, внесенный в данную точку поля. Электростатическое поле принято изображать графически с помощью силовых линий.

Силовой линией (линией напряженности) электростатического поля называется линия, в каждой точке которой вектор напряженности касателен к ней. Линии напряженности поля точечного заряда – это прямые, начинающиеся на положительном заряде и уходящие в бесконечность (рис. 2,а) или начинающиеся в бесконечности и заканчивающиеся на отрицательном заряде (рис. 2,б).

Поле называется *однородным*, если вектор \vec{E} не зависит от координат пространства ($\vec{E} = const$). Силовые линии однородного поля – эквидистантные параллельные прямые. Например, поле, создаваемое двумя параллельными бесконечными плоскостями (рис. 3,а), является однородным.

Поле точечного заряда является *центральной*, т.к. силовые линии поля пересекаются в одной точке (рис. 3,б). Найдем напряженность поля в точке А на расстоянии \vec{r} от точечного заряда q . Мысленно внесем в эту точку пробный заряд $q_{пр}$. На этот заряд будет действовать кулоновская

сила

$$F = k \frac{|qq_{пр}|}{r^2}$$

По определению напряженности

$$E_A = \frac{F}{|q_{пр}|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (3.3)$$

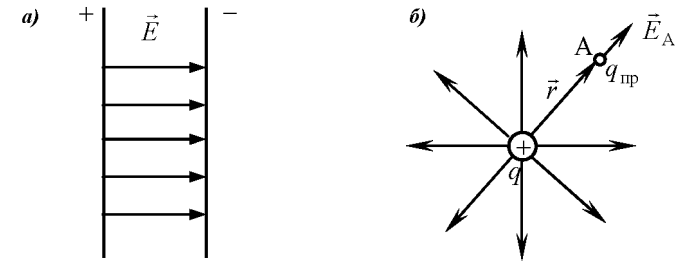


Рис. 3

Если электростатическое поле создано системой точечных зарядов, то напряженность поля можно определить по *принципу суперпозиции*: результирующая напряженность \vec{E} в какой-либо точке поля, создаваемого несколькими зарядами, равна векторной сумме напряженностей \vec{E}_i , создаваемых в этой точке отдельными зарядами q_i

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i \quad (3.4)$$

§66. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса

Потоком вектора напряженности через элементарную площадку dS называется физическая величина $d\Phi$, равная произведению модуля вектора напряженности электростатического поля E на площадь площадки и на косинус угла α между нормалью к площадке \vec{n} и вектором \vec{E} (рис. 4).

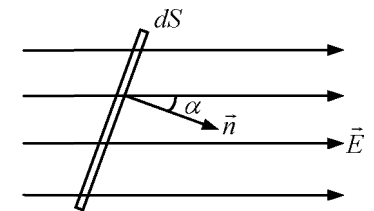


Рис. 4

Выражение для потока вектора \vec{E} можно записать в виде скалярного произведения:

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha = E_n dS, \quad (3.5)$$

где $E_n = E \cos \alpha$ – проекция вектора \vec{E} на нормаль \vec{n} к площадке dS ; $d\vec{S}$ – вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с нормалью \vec{n} .

Поток вектора напряженности Φ – скалярная величина. Знак потока зависит от выбора направления нормали. В системе СИ поток напряженности измеряется в вольт-метрах (В·м).

Итак, поток вектора напряженности \vec{E} сквозь произвольную поверхность S равен

$$\Phi = \int_S \vec{E}d\vec{S}. \quad (3.6)$$

Подсчитаем поток вектора напряженности \vec{E} для поля одного точечного заряда q_i , находящегося внутри произвольной замкнутой поверхности S (рис. 5).

Выделим на поверхности элемент $d\vec{S}$, находящийся на расстоянии r от заряда. Пусть заряд q_i положительный.

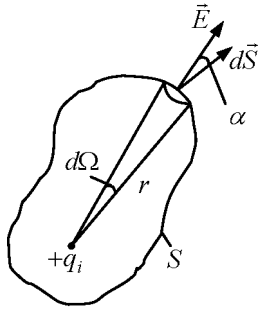


Рис. 5

Запишем поток вектора \vec{E} сквозь элемент $d\vec{S}$:

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} = EdS \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r^2} dS \cos \alpha = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} d\Omega,$$

где $d\Omega$ – телесный угол.

Интегрируя полученное выражение по всему телесному углу, получим:

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{4\pi} d\Omega = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (3.7)$$

Если электрическое поле создается системой точечных зарядов q_1, q_2 и т.д., находящихся внутри замкнутой поверхности, то поток вектора напряженности можно записать следующим образом:

$$\oint \vec{E}d\vec{S} = \oint (\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots)d\vec{S} = \oint \vec{E}_1 d\vec{S} + \oint \vec{E}_2 d\vec{S} + \dots = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots$$

Согласно (3.7), $\oint \vec{E}_1 d\vec{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0}$, $\oint \vec{E}_2 d\vec{S} = \frac{q_2}{\epsilon_0}$ и т.д. Следовательно

$$\oint \vec{E}d\vec{S} = \frac{q_1}{\epsilon_0} + \frac{q_2}{\epsilon_0} + \dots = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i, \quad (3.8)$$

где n – число точечных зарядов.

Формула (3.8) известна под названием теоремы Гаусса¹: Поток вектора напряженности электростатического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме зарядов $\sum q_i$, находящихся внутри этой поверхности, деленной на ϵ_0 .

Если электрические заряды распределены неравномерно с объемной плотностью заряда $\rho = \frac{dq}{dV}$, то теорема Гаусса примет вид

$$\oint_S \vec{E}d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \oint \rho dV.$$

Когда заряд q находится вне замкнутой поверхности, то поток вектора \vec{E} через нее равен нулю.

§67. Потенциал электростатического поля. Циркуляция вектора напряженности

Допустим, что электростатическое поле создано неподвижным положительным точечным зарядом q . В любой точке этого поля на точечный пробный заряд $q_{пр}$ (рис. 6) действует переменная по величине и направлению сила Кулона. Найдем работу, совершаемую силами поля, по перемещению заряда $q_{пр}$ из точки 1 в точку 2.

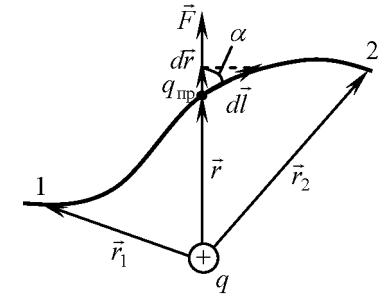


Рис. 6

Как известно из механики, работа переменной силы определяется интегралом от скалярного произведения силы \vec{F} на элементарное перемещение $d\vec{l}$:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{l} = \int_1^2 F dl \cos \alpha. \quad (3.9)$$

По закону Кулона сила $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{пр}}{r^2}$, а $dl \cos \alpha = dr$ (см. рис. 6), тогда выражение (3.9) можно представить в виде

¹ Карл Фридрих Гаусс (1777-1855) – немецкий физик и математик.

$$A_{12} = \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} = \frac{qq_{\text{пр}}}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (3.10)$$

Уравнение (3.10) показывает, что работа сил электростатического поля не зависит от формы траектории, а зависит от начального и конечного положения заряда. Силы, производящие такую работу, называются *потенциальными (или консервативными)*.

Из механики известно, что работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии системы:

$$A_{12} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p. \quad (3.11)$$

Таким образом, работа сил электростатического поля равна убыли потенциальной энергии заряда в рассматриваемом поле.

Сопоставляя уравнения (3.10) и (3.11), приходим к выводу, что потенциальная энергия заряда $q_{\text{пр}}$ в электростатическом поле равна

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{\text{пр}}}{r}. \quad (3.12)$$

Если уравнение (3.12) разделить на $q_{\text{пр}}$, то получим физическую величину, которая характеризует только поле и не зависит от величины пробного заряда.

Физическая величина

$$\varphi = \frac{E_p}{q_{\text{пр}}}$$

называется *потенциалом поля* в данной точке и является энергетической характеристикой поля. Это величина скалярная.

Уравнение (3.10) можно переписать в виде

$$A_{12} = q_{\text{пр}}(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.13)$$

Эта формула справедлива при расчетах работы в любых электростатических полях, а не только в поле точечного заряда.

По определению потенциал поля точечного заряда

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_{\text{пр}}}{r} \frac{1}{q_{\text{пр}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}. \quad (3.14)$$

Если поле создается системой точечных зарядов, то по принципу суперпозиции результирующий потенциал в данной точке равен *алгебраической сумме потенциалов*, создаваемых в этой точке поля каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi = \sum \varphi_i.$$

В уравнении (3.13) обозначим: $\varphi_1 - \varphi_2 = \Delta\varphi$ - разность потенциалов меж-

ду двумя точками поля:

$$\Delta\varphi = \frac{A_{12}}{q_{\text{пр}}}.$$

Разностью потенциалов между двумя точками поля называется физическая величина, равная отношению работы по перемещению пробного заряда между этими точками к величине пробного заряда.

В системе СИ разность потенциалов измеряется в вольтах (В).

1 В - это разность потенциалов между такими точками электростатического поля, при перемещении между которыми заряда в 1 Кл силы поля совершают работу в 1 Дж.

Согласно формуле (3.3) сила

$$F = Eq_{\text{пр}}.$$

Тогда работа, совершаемая силами поля над зарядом $q_{\text{пр}}$ при движении его по замкнутому контуру, равна

$$A = \oint_l q_{\text{пр}} E_l dl,$$

где $E_l = E \cos \alpha$ - проекция вектора \vec{E} на направление элементарного перемещения $d\vec{l}$.

Из механики известно, что работа потенциальных (консервативных) сил на замкнутом пути равна нулю, значит

$$\oint_l q_{\text{пр}} E_l dl = 0. \quad (3.15)$$

Поскольку $q_{\text{пр}} \neq 0$, то из соотношения (3.15) следует:

$$\oint_l E_l dl = 0. \quad (3.16)$$

Интеграл $\oint_l E_l dl$ называется *циркуляцией вектора напряженности*.

Циркуляция вектора \vec{E} в любом электростатическом поле равна нулю. Это утверждение называют теоремой о циркуляции вектора напряженности \vec{E} .

Выражение (3.16) является математическим критерием потенциальности поля.

§68. Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом

Из сравнения формул (3.12) и (3.14) получаем, что потенциальная энергия заряда

$$E_p = q_{\text{пр}} \varphi. \quad (3.17)$$

Сила, действующая на $q_{\text{пр}}$ заряд в электростатическом поле, равна

$$\vec{F} = \vec{E} q_{\text{пр}}. \quad (3.18)$$

Из механики известна связь между силой и потенциальной энергией (1.56):

$$\vec{F} = -\text{grad } E_p \text{ или } -\text{grad}(q_{\text{пр}} \varphi) = \vec{E} q_{\text{пр}}.$$

Поскольку заряд $q_{\text{пр}}$ не зависит от координат точек поля, то

$$\text{grad}(q_{\text{пр}} \varphi) = q_{\text{пр}} \text{grad } \varphi. \text{ Тогда}$$

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi. \quad (3.19)$$

Если в качестве направления взять декартовы оси координат, то получим

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Представим вектор \vec{E} через компоненты E_x, E_y, E_z :

$$\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j} + E_z \vec{k} = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right) = -\text{grad } \varphi. \quad (3.20)$$

Согласно формуле (3.20) напряженность электростатического поля равна градиенту потенциала, взятому со знаком минус. Знак минус означает, что вектор \vec{E} направлен в сторону убывания потенциала φ .

При перемещении точечного заряда вдоль произвольного направления r связь между напряженностью и потенциалом имеет вид

$$E = -\frac{\partial \varphi}{\partial r},$$

откуда разность потенциалов между двумя точками поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_1^2 E dr. \quad (3.21)$$

Поверхность, описываемая уравнением

$$\varphi(x, y, z) = \text{const},$$

во всех точках которой потенциал φ имеет одно и то же значение, назы-

вается *эквипотенциальной поверхностью*. Можно показать, что вектор \vec{E} перпендикулярен к эквипотенциальной поверхности и направлен в сторону уменьшения потенциала φ .

§69. Применение теоремы Гаусса к расчету электростатических полей

Для нахождения напряженности и потенциала электростатических полей используются два метода.

В основе первого метода лежит принцип суперпозиции полей. Любая система зарядов может быть разбита на бесконечно большое число элементарных зарядов dq , каждый из которых создает электростатическое поле напряженностью

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r}$$

и потенциалом

$$d\varphi = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Результирующее значение напряженности и потенциала находится по принципу суперпозиции:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\vec{r}}{r^3} dq. \quad (3.22)$$

В основе второго метода лежит теорема Гаусса, с помощью которой можно рассчитать напряженность и потенциал поля для заряженных тел, когда поле обладает известной нам симметрией.

Рассмотрим несколько примеров.

1. *Поле равномерно заряженной бесконечно протяженной плоскости.*

Распределение заряда на плоскости будем характеризовать *поверхностной плотностью заряда* $\sigma = \frac{dq}{dS}$.

Поверхностная плотность заряда измеряется в кулонах на квадратный метр ($\text{Кл}/\text{м}^2$).

Допустим, что $\sigma > 0$. Из условия симметрии следует, что силовые линии вектора \vec{E} параллельны друг другу и перпендикулярны заряженной плоскости P (рис. 7).

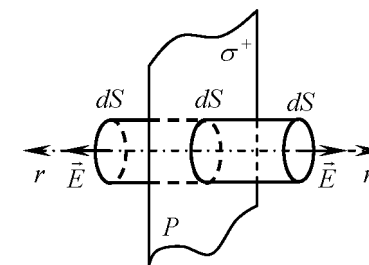


Рис. 7

Мысленно выделим бесконечно узкий прямой цилиндр с основаниями

dS и образующими, параллельными силовым линиям поля (см. рис. 7).

Поток вектора \vec{E} сквозь боковую поверхность этого цилиндра равен нулю.

Согласно теореме Гаусса полный поток

$$\int \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma dS}{\varepsilon_0}.$$

Учитывая, что цилиндр имеет два основания с площадью dS каждое, получим

$$EdS + EdS = \frac{\sigma dS}{\varepsilon_0}.$$

Отсюда

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (3.23)$$

Из формулы (3.23) следует, что \vec{E} не зависит от расстояния до плоскости. Это означает, что электростатическое поле бесконечной плоской поверхности однородно.

Используя связь между \vec{E} и φ , найдем разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 от заряженной плоскости:

$$d\varphi = -\int_1^2 E dr = -\int_1^2 \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} dr, \text{ откуда}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} (r_2 - r_1). \quad (3.24)$$

График зависимости E от r для $\sigma > 0$ показан на рис. 8. Из него видно, что при переходе через плоскость вектор напряженности скачком изменяет свое направление на противоположное.

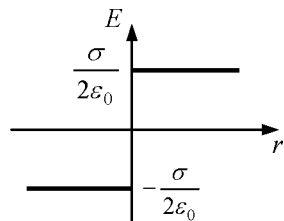


Рис. 8

2. Поле двух параллельных бесконечно протяженных плоскостей с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$ и $-\sigma$.

На рис. 9 силовые линии поля положительно заряженной плоскости показаны сплошными прямыми, отрицательно заряженной — пунктирными.

Из условия симметрии следует, что силовые линии параллельны друг другу и перпендикулярны плоскостям. Как видно из рис. 9, в областях 1 и 3 электростатические поля взаимно уничтожаются,

тожуются, так как их векторы напряженности \vec{E}_+ и \vec{E}_- численно равны и направлены в противоположные стороны. Между плоскостями (область 2)

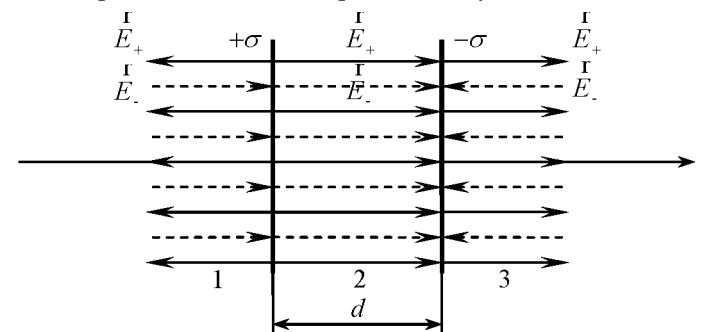


Рис. 9

оба вектора имеют одинаковые направления, и поэтому результирующая напряженность \vec{E} численно равна их сумме:

$$E = E + E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (3.25)$$

Соответственно разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0} (r_2 - r_1),$$

или $U = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d,$ (3.26)

где $d = r_2 - r_1$; $U = \varphi_2 - \varphi_1$ — напряжение между плоскостями.

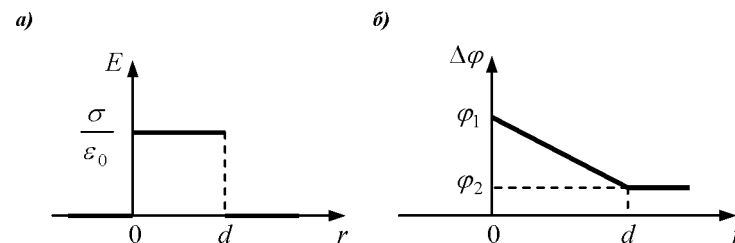


Рис. 10

Графики зависимостей E и $\Delta\varphi$ показаны на рис. 10. При построении графика 10,б потенциал положительно заряженной плоскости принимался за φ_1 .

3. Поле равномерно заряженного бесконечно протяженного цилиндра

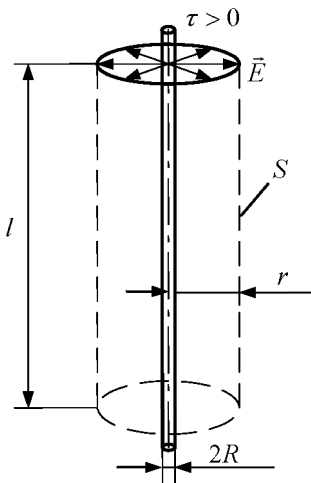


Рис. 11

радиуса R (нити).

Распределение заряда на цилиндре будем характеризовать линейной плотностью заряда $\tau = \frac{dq}{dl}$. Линейная плотность заряда измеряется в кулонах на метр ($\frac{\text{Кл}}{\text{м}}$). Так как поле осесимметрично, то его силовые линии перпендикулярны поверхности цилиндра и направлены радиально от оси цилиндра, если $\tau > 0$ (рис. 11). Чтобы найти напряженность поля E на произвольном расстоянии r от оси цилиндра, охватим данный цилиндр вспомогательной цилиндрической поверхностью S , коаксиальной с заряженным цилиндром и имеющей конечную длину l .

Поток вектора \vec{E} сквозь основания поверхности S равен нулю, так как линии напряженности параллельны основаниям цилиндров.

По теореме Гаусса найдем поток вектора \vec{E} через образующую вспомогательного цилиндра радиуса r :

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \tau dl, \text{ так как } S = 2\pi r l, \text{ то}$$

$$E \cdot 2\pi r l = \frac{1}{\epsilon_0} \tau l, \text{ отсюда}$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.27)$$

Если $r = R$, то $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R}$ – напряженность поля на поверхности заряженного цилиндра. При $r < R$ $E = 0$, поскольку внутри цилиндра радиуса R поля нет. Используя формулу связи (3.21) между потенциалом и напряженностью, найдем разность потенциалов между двумя точками, лежащими вне заряженного цилиндра на расстояниях r_1 и r_2 от его оси:

$$\int_1^2 d\varphi = -\int_1^2 E dr = -\int_1^2 \frac{\tau dr}{2\pi\epsilon_0 r}, \text{ откуда}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3.28)$$

График зависимости E от r представлен на рис. 12.

4. Поле равномерно заряженной сферы радиуса R с поверхностной плотностью заряда $\sigma > 0$ (рис. 13).

Силовые линии поля заряженной сферы направлены радиально. Выделим для расчета две области:

I область – внутри сферы, когда $r < R$. Внутри сферы $\sum q_i = 0$ и, следовательно,

$$E_1 = 0. \text{ А так как } d\varphi = -\int_1^2 E_1 dr = 0, \text{ получаем}$$

$$\varphi_1 = \text{const}.$$

Потенциал сферы при $r = R$:

$$\varphi_{\text{сф}} = \frac{\sigma 4\pi R^2}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0}. \quad (3.29)$$

II область – вне сферы (рис. 13), когда $r > R$. Охватим заряженную сферу вспомогательной замкнутой сферической поверхностью S и применим теорему Гаусса:

$$\oint E_2 dS = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\epsilon_0}.$$

Тогда

$$E_2 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\epsilon_0}, \quad E_2 = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}. \quad (3.30)$$

Если учесть, что $\sigma = \frac{q_{\text{сф}}}{4\pi R^2}$, то

$$E_2 = \frac{q_{\text{сф}}}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (3.31)$$

Сфера при $r > R$ имеет поле, аналогичное полю, создаваемому точечным зарядом. При $r = R$

$$E_{\text{сф}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}. \quad (3.32)$$

А разность потенциалов:

$$\int_1^2 d\varphi = -\int_1^2 E_2 dr = -\int_1^2 \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} dr,$$

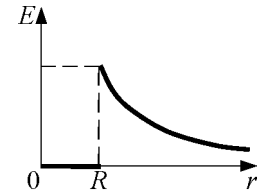


Рис. 12

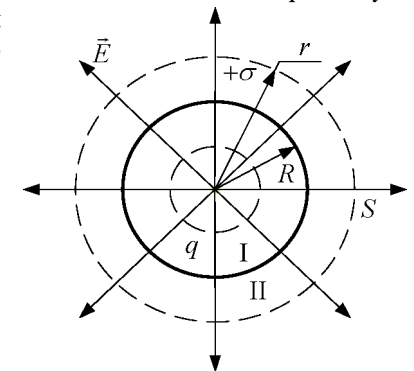


Рис. 13

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}. \quad (3.33)$$

Графики зависимостей E и $\Delta\varphi$ показаны на рис. 14.

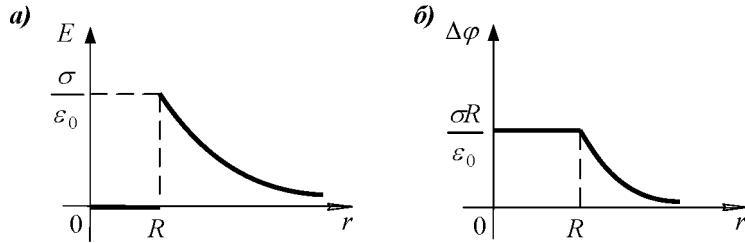


Рис. 14

Из рассмотренных примеров можно сделать следующие выводы:

- 1) при переходе через заряженную поверхность напряженность электрического поля изменяется скачкообразно;
- 2) потенциал поля является непрерывной функцией координаты.

Глава 13

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

§70. Электрический диполь

Молекулы большинства диэлектриков по своим электрическим свойствам подобны диполям.

Электрическим диполем называют систему двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов $+q$ и $-q$, расстояние l между которыми мало по сравнению с расстоянием до рассматриваемых точек поля (рис. 15).

Плечом диполя называют вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и численно равный расстоянию между ними.

Произведение положительного заряда диполя $+q$ на плечо \vec{l} называют *электрическим моментом диполя* (дипольным моментом):

$$\vec{p} = q\vec{l}. \quad (3.34)$$

Электрический момент диполя совпадает по направлению с вектором \vec{l} и имеет размерность кулон на метр, $[\vec{p}] = \text{Кл} \cdot \text{м}$.

По принципу суперпозиции поля напряженность в произвольной точке поля диполя равна

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-,$$

где \vec{E}_+ , \vec{E}_- - напряженности полей, образованных положительным и отрицательным зарядами соответственно.

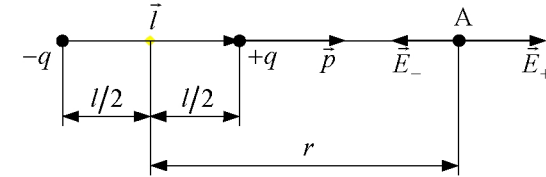


Рис. 15

Рассмотрим частные случаи:

1. Точка A расположена на оси диполя (рис. 15).

Модули напряженностей в точке A от положительного E_+ и отрицательного E_- зарядов равны

$$E_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(r - l/2)^2},$$

$$E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{(r + l/2)^2}.$$

По принципу суперпозиции суммарная напряженность поля в точке A:

$$E_A = E_+ - E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{q}{(r - l/2)^2} - \frac{q}{(r + l/2)^2} \right).$$

После преобразования и учитывая, что $\frac{l^2}{4} \ll r^2$ (по определению диполя), получим

$$E_A = \frac{2ql}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{2p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}. \quad (3.35)$$

Вектор \vec{E}_A совпадает по направлению с электрическим вектором \vec{p} , а само поле убывает пропорционально $1/r^3$.

2. Найдем выражение для напряженности поля диполя в точке B, расположенной на перпендикуляре, восстановленном к оси диполя из его середины (рис. 16).

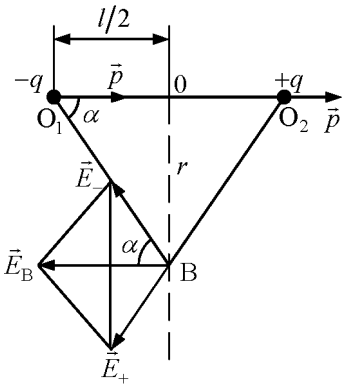


Рис. 16

В силу симметрии напряженность $|\vec{E}_-| = |\vec{E}_+|$ и равна

$$|\vec{E}_+| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(O_1B)^2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0(r^2 + l^2/4)}.$$

Треугольники ΔO_1O_2B и ΔE_-BE_+ равнобедренные, а так как отрезок BO_2 параллелен \vec{E}_+ и BO_1 параллелен \vec{E}_- , то \vec{E}_B параллелен и противоположно направлен вектору \vec{p} .

$$E_B = E_+ \cos \alpha + E_- \cos \alpha, \text{ где}$$

$$\cos \alpha = (l/2) / \sqrt{r^2 + l^2/4}.$$

$$\text{Поэтому } E_B = \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0(r^2 + l^2/4) \cdot 2 \cdot (\sqrt{r^2 + l^2/4})}.$$

С учетом того, что $\frac{l^2}{4} \ll r^2$, окончательно получаем

$$E_B = -\frac{ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = -\frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (3.36)$$

В общем случае, когда рассматриваемая точка лежит на расстоянии \vec{r} от середины оси диполя и радиус – вектор \vec{r} образует с осью диполя произвольный угол θ , напряженность поля

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{3 \cos^3 \theta + 1}. \quad (3.37)$$

Если $\theta = 0$, то из формулы (3.37) получим формулу (3.35), если $\theta = \frac{\pi}{2}$, то формулу (3.36).

§71. Электрические свойства диэлектриков

По способности проводить электрический ток вещества делятся на проводники, полупроводники и диэлектрики.

Диэлектрики – это вещества, которые при обычных условиях не проводят электрический ток. Это объясняется тем, что в диэлектриках практически отсутствуют сторонние электрические заряды. Молекулы диэлектрика электрически нейтральны, так как положительный суммарный заряд

ядер атомов равен по абсолютной величине заряду всех электронов, которые связаны с атомами и не могут перемещаться по всему объему диэлектрика.

Все диэлектрики делятся на диэлектрики с неполярными молекулами и диэлектрики с полярными молекулами.

В молекулах некоторых диэлектриков (H_2 , N_2 , O_2 , CO_2 и др.) электроны расположены симметрично вокруг ядра. Электрический момент молекулы в отсутствие внешнего электрического поля равен нулю. Поэтому молекулы таких диэлектриков называются *неполярными*.

Если неполярную молекулу диэлектрика поместить во внешнее электрическое поле, то происходит смещение орбиты электронов, а следовательно, и центра тяжести отрицательных зарядов. Таким образом, под действием внешнего поля в молекуле индуцируется электрический момент

$$\vec{p} = \epsilon_0 \beta \vec{E}, \quad (3.38)$$

где \vec{E} – напряженность внешнего электростатического поля.

Здесь

$$\beta = 4\pi r^2$$

– множитель, пропорциональный объему атома, он называется *поляризуемостью атома*.

В молекулах других диэлектриков (H_2O , NH_3 , HCl , CH_3Cl и др.) электроны расположены несимметрично относительно ядра. В таких молекулах центры тяжести положительных и отрицательных зарядов не совпадают, т.е. молекулы обладают электрическим моментом \vec{p} . Молекулы этих диэлектриков подобны *жесткому диполю*, так как плечо диполя l не зависит от того, действует на молекулу внешнее электростатическое поле или нет. Молекулы указанного типа называются *полярными*. К ним не применима формула (3.38).

Если жесткий диполь поместить во внешнее однородное электростатическое поле (рис. 17), то на него будет действовать пара сил: $\vec{F}_1 = q\vec{E}$ и $\vec{F}_2 = -q\vec{E}$, создающая вращающий момент

$$M = qEl \sin \varphi = pE \sin \varphi.$$

Вектор момента \vec{M} равен векторному произведению

$$\vec{M} = [\vec{p}, \vec{E}]. \quad (3.39)$$

Момент пары сил стремится повернуть диполь так, чтобы направления векторов \vec{p} и \vec{E} совпали.

Если жесткий диполь находится в неоднородном электростатическом поле, то помимо вращающего момента на диполь будет действовать сила

\vec{F} , равная векторной сумме сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 . Под действием силы \vec{F} диполь одновременно с вращением будет втягиваться в область электростатического поля, имеющего большую напряженность.

§72. Поляризация диэлектрика. Напряженность поля в диэлектрике

Поляризацией диэлектрика называется возникновение суммарного дипольного электрического момента молекул в любом малом объеме диэлектрика при внесении его во внешнее электрическое поле.

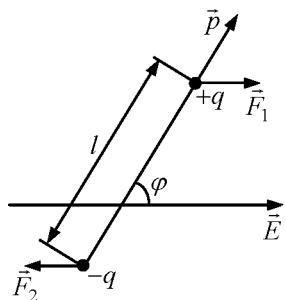


Рис. 17

Различают два типа поляризации:

Деформационная поляризация диэлектрика с неполярными молекулами, заключающаяся в возникновении у атомов индуцированного дипольного момента за счет деформации электронных орбит.

Ориентационная поляризация диэлектрика с полярными молекулами, заключающаяся в ориентации имеющихся дипольных моментов по полю.

В результате поляризации на поверхности диэлектрика и в его объеме появятся нескомпенсированные электрические заряды, называемые *связанными зарядами*. Обозначим их q' . *Сторонние заряды*, не входящие в состав молекул диэлектрика, обозначим q .

Количественной мерой поляризации диэлектрика служит вектор поляризации (*поляризованность диэлектрика*):

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i / \Delta V, \quad (3.40)$$

равный сумме дипольных моментов молекул, содержащихся в единице объема диэлектрика. Здесь \vec{p}_i - дипольный момент i -й молекулы, n - число молекул в объеме ΔV . В СИ вектор поляризации измеряется в кулонах на квадратный метр (Кл/м²).

При внесении диэлектрика во внешнее электростатическое поле напряженностью \vec{E}_0 вследствие поляризации внутри него образуется поле связанных зарядов напряженностью \vec{E}' . По принципу суперпозиций напряженность поля в диэлектрике

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

Опыт показывает, что вектор поляризации для всех изотропных ди-

электриков пропорционален напряженности поля \vec{E} :

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}, \quad (3.41)$$

где χ - безразмерная физическая величина, называемая *диэлектрической восприимчивостью*.

Установим связь между поверхностной плотностью связанных зарядов σ' и вектором поляризации \vec{P} . Пусть пластина из однородного диэлектрика находится в однородном электростатическом поле напряженностью \vec{E}_0 (рис. 18).

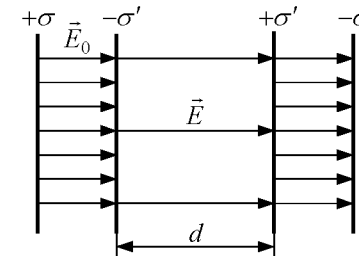


Рис. 18

В результате поляризации происходит смещение зарядов в диэлектрике: на одной грани образуется избыток положительных зарядов с поверхностной плотностью связанных зарядов $+\sigma'$, на другой - избыток отрицательных зарядов с поверхностной плотностью $-\sigma'$.

Таким образом, в диэлектрике появляется поле связанных зарядов, вектор напряженности которого \vec{E}' направлен в сторону, противоположную \vec{E}_0 . По принципу суперпозиций напряженность поля в диэлектрике

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

или по модулю

$$E = E_0 - E'.$$

Согласно формуле (3.25)

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0},$$

тогда

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}. \quad (3.42)$$

Найдем суммарный дипольный момент пластины по формуле (3.40):

$$\sum p_i = PV = PSd, \quad (3.43)$$

где S - площадь грани пластины; d - ее толщина.

С другой стороны, согласно (3.42), суммарный дипольный момент равен произведению связанного заряда $q' = \sigma'S$ на толщину пластины d , т.е.

$$\sum p_i = \sigma'Sd. \quad (3.44)$$

Из выражений (3.43) и (3.44) следует, что

$$P = \sigma' . \quad (3.45)$$

Подставим в (3.42) выражения (3.45) и (3.41), получим

$$E = E_0 - \chi E ,$$

откуда

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon} . \quad (3.46)$$

Безразмерная физическая величина $\varepsilon = 1 + \chi$ называется *диэлектрической проницаемостью вещества*. Из (3.46) следует, что

$$\varepsilon = E_0 / E ,$$

т.е. диэлектрическая проницаемость показывает во сколько раз напряженность поля в диэлектрике меньше, чем напряженность поля в вакууме.

§73. Вектор электрического смещения.

Теорема Гаусса для диэлектриков

Для описания поля в диэлектрике помимо вектора напряженности вводится *вектор электрического смещения*

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} . \quad (3.47)$$

В системе СИ единицей электрического смещения является кулон на метр в квадрате (Кл/м²). Вектор электрического смещения не зависит от свойств среды и вводится как вспомогательный вектор, упрощающий изучение поля в диэлектрике.

Аналогично напряженности, электростатическое поле можно изображать *линиями электрического смещения*. Как видно из рис. 18, линии вектора \vec{E} на границе с диэлектриком претерпевают разрыв. Они могут начинаться и заканчиваться как на сторонних, так и на связанных зарядах. Линии вектора \vec{D} начинаются и заканчиваются только на сторонних зарядах. В диэлектриках, где находятся связанные заряды, линии вектора электрического смещения не прерываются.

Для электростатического поля вектора \vec{D} применим принцип суперпозиции полей:

$$\vec{D} = \sum_{i=1}^n \vec{D}_i .$$

Вычислим поток вектора \vec{D} , образованный электрическим зарядом q , сквозь сферическую поверхность радиуса r :

$$\Phi_D = \oint \vec{D} d\vec{S} = \frac{q}{4\pi r^2} \cdot 4\pi r^2 = q .$$

Если электростатическое поле образовано системой зарядов

$$q = \sum q_i , \text{ то}$$

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{i=1}^n q_i . \quad (3.48)$$

Уравнение (3.48) является теоремой Гаусса для диэлектрика: *поток вектора электрического смещения сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, заключенных внутри данной поверхности*.

§74. Условия на границе раздела двух диэлектриков

Рассмотрим условия, которым удовлетворяют векторы напряженности электрического поля \vec{E} и электрического смещения \vec{D} на границе раздела двух однородных и изотропных диэлектриков.

Пусть граница плоская, а диэлектрическая проницаемость первого диэлектрика ε_1 меньше диэлектрической проницаемости второго диэлектрика ε_2 .

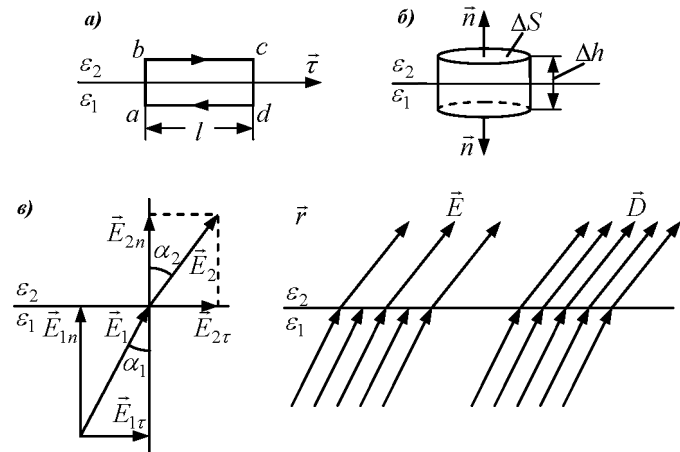


Рис. 19

трика ε_2 . Обозначим \vec{E}_1 - напряженность поля, \vec{D}_1 - вектор электрического смещения в первом диэлектрике, \vec{E}_2 и \vec{D}_2 - соответственно во втором диэлектрике. Выделим на границе раздела диэлектриков небольшой прямоугольный контур $abcd$ (рис. 19,а), в котором стороны ab и cd пренебрежимо малы по сравнению с l . Применим теорему о циркуляции вектора \vec{E} (3.16), считая вклад в циркуляцию на участках ab и cd пренебрежимо малым:

$$-E_{1\tau}l + E_{2\tau}l = 0 \text{ или } E_{1\tau} = E_{2\tau}, \quad (3.49)$$

где $E_{1\tau}$ и $E_{2\tau}$ - проекции вектора \vec{E} на направление обхода контура $\vec{\tau}$, указанное на рис. 19,а стрелками.

Из уравнения (3.49) следует, что тангенциальные составляющие векторов \vec{E}_1 и \vec{E}_2 одинаковы по обе границы раздела диэлектриков, а нормальная составляющая $E_{1n} \neq E_{2n}$.

Выделим на границе раздела диэлектриков замкнутую цилиндрическую поверхность с малой высотой Δh и площадью основания ΔS (рис. 19,б) и применим теорему Гаусса для вектора \vec{D} (3.48), считая, что сторонние заряды в выделенном объеме отсутствуют:

$$-D_{1n}\Delta S + D_{2n}\Delta S = 0 \text{ или } D_{1n} = D_{2n}, \quad (3.50)$$

где D_{1n} и D_{2n} - проекции вектора \vec{D} на внешнюю нормаль \vec{n} . Поток вектора \vec{D} через боковую поверхность цилиндра ввиду малости пренебрегаем.

Из уравнения (3.50) следует, что нормальные составляющие векторов \vec{D}_1 и \vec{D}_2 одинаковы. Следовательно, тангенциальная составляющая

$$D_{1\tau} \neq D_{2\tau}.$$

Таким образом, при переходе границы раздела диэлектриков E_{τ} и D_n изменяются непрерывно, а E_n и D_{τ} изменяются скачком, т.е. претерпевают разрыв.

Разложим векторы \vec{E}_1 и \vec{E}_2 на нормальную и тангенциальную составляющие. Поскольку $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$, то из (3.49) и (3.50) запишем: $E_{1\tau} = E_{2\tau}$, $\epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$. Поля векторов \vec{E} и \vec{D} на границе раздела двух диэлектриков показаны на рис. 19,в, из которого найдем соотношение:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_{1\tau}/E_{1n}}{E_{2\tau}/E_{2n}} \text{ или с учетом предыдущих условий } \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}.$$

Получили закон преломления линий \vec{E} и \vec{D} .

Как видно из рис. 19,г, линии вектора напряженности электрического поля \vec{E} на границе раздела двух диэлектриков не только преломляются, но и терпят разрыв (из-за наличия связанных зарядов), линии вектора электрического смещения \vec{D} только преломляются. С увеличением диэлектрической проницаемости угол между нормалью к границе раздела диэлектриков и линиями векторов \vec{E} и \vec{D} также возрастает.

§75. Сегнетоэлектрики

Сегнетоэлектрики – это кристаллические диэлектрики ($\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ – сегнетова соль, BaTiO_3 – титанат бария и др.), обладающие *спонтанной* (самопроизвольной) поляризованностью в определенном интервале температур. Сегнетоэлектрики имеют следующие отличительные свойства:

1. Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков ϵ велика и может равняться нескольким тысячам, в то время как у рассмотренных диэлектриков ϵ порядка нескольких единиц (или десятков единиц).

2. Диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков зависит от напряженности поля E , т.е. не является постоянной величиной.

3. В сегнетоэлектриках наблюдается явление *диэлектрического гистерезиса* (гистерезис - от греческого запаздывать).

Как видно из рис. 20, с увеличением напряженности E внешнего электростатического поля числовое значение вектора поляризации P увеличивается и достигает насыщения. Если затем постепенно напряженность E уменьшать до нуля, то вектор поляризации уменьшится, достигнет значения P_0 (*остаточная поляризация*). Лишь при наложении $-E_K$

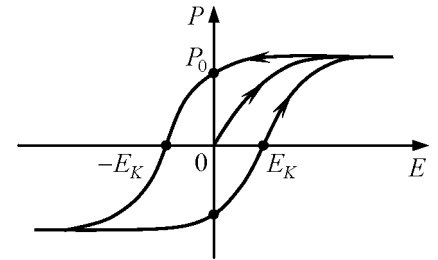


Рис. 20

поляризация исчезает полностью. Величина E_K называется *коэрцитивной силой*.

Большие значения ϵ обусловлены особенностями процесса поляризации в сегнетоэлектриках. Монокристалл сегнетоэлектрика разбит на ряд самопроизвольно поляризованных областей – *доменов*. Спонтанная поляризация является результатом ориентации дипольных моментов всех молекул внутри домена в некотором определенном направлении. Однако при отсутствии внешнего поля области спонтанной поляризации располагаются так, что электрические моменты разных доменов компенсируют друг друга и средняя поляризация достаточно большого монокристалла равна нулю.

При внесении кристалла сегнетоэлектрика во внешнее электростатическое поле происходит переориентация электрических моментов доменов и кристалл оказывается поляризованным.

Спонтанная ориентация дипольных моментов, ведущая к образованию доменов, происходит в определенном температурном интервале, между

так называемыми *точками Кюри* – верхней и нижней. Для сегнетовой соли $T_{\text{верх}} = 297 \text{ К}$, $T_{\text{ниж}} = 255 \text{ К}$.

Сегнетоэлектрики используют для изготовления конденсаторов большой емкости и малых размеров, для модуляций частоты электромагнитных колебаний и т.д.

Отметим еще одно явление, наблюдаемое в диэлектриках. При сжатии или расширении в определенных направлениях на гранях некоторых кристаллов (кварц, турмалин, сегнетова соль и др.) появляются электрические заряды подобные поляризионным. Это явление получило название *прямого пьезоэлектрического эффекта*, а кристаллы, у которых он наблюдается, называются *пьезоэлектриками*. При внесении пьезоэлектрика в электростатическое поле наблюдается механическая деформация кристалла – это *обратный пьезоэффект*.

Пьезоэлектрики широко применяются в технике.

§76. Проводники в электростатическом поле

При внесении проводника в электростатическое поле в нем происходит перераспределение носителей зарядов до тех пор, пока результирующая напряженность поля внутри проводника не станет равной нулю:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i = 0,$$

а линии напряженности вне проводника – перпендикулярными его поверхности. Здесь \vec{E}_0 – напряженность внешнего поля, \vec{E}_i – напряженность поля индуцированных зарядов.

Таким образом, нейтральный проводник, внесенный в электростатическое поле, разрывает часть силовых линий поля, так как они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах проводника и вновь начинаются на положительных. Внутри проводника поле отсутствует, потенциал всех точек внутри проводника будет постоянным и равным потенциалу его поверхности (рис. 21):

$$\varphi = \varphi_{\text{пов}} = \text{const}.$$

Поверхность проводника становится *эквипотенциальной поверхностью*. Силовые линии поля будут перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям, так как работа по перемеще-

нию заряда вдоль поверхности проводника равна нулю. Следовательно, векторы напряженности \vec{E} направлены по нормали к эквипотенциальным поверхностям.

Выделим небольшой цилиндрический объем с площадью оснований ΔS , охватывающий часть поверхности проводника, несущей положительный заряд (рис. 22).

Линии вектора напряженности поля \vec{E} перпендикулярны поверхности. Применим для выделенного объема теорему Гаусса. Поток вектора напряженности через боковую поверхность и внутреннее основание цилиндра равны нулю.

Поток вектора \vec{E} через наружное основание цилиндра, если проводник граничит с вакуумом, равен:

$$E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0},$$

где σ – поверхностная плотность заряда на проводнике. Поделив правую и левую части на ΔS , получим связь напряженности электрического поля непосредственно у поверхности с поверхностной плотностью заряда проводника: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Когда поверхностная плотность заряда $\sigma < 0$, то $|\vec{E}| < 0$, вектор напряженности \vec{E} направлен к поверхности проводника.

Емкостью уединенного проводника называется физическая величина, равная отношению заряда проводника к его потенциалу:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (3.51)$$

Емкость проводника не зависит ни от заряда, ни от потенциала, а зависит от его размеров и формы, а также от относительной диэлектрической проницаемости среды, в которой находится проводник. В системе СИ емкость измеряется в фарадах (Ф). 1 Ф – это емкость такого уединенного проводника, при сообщении которому заряда 1 Кл его потенциал увеличивается на 1 В.

Найдем *емкость шара*. Потенциал поверхности шара можно определить по формуле потенциала поля точечного заряда, так как вне шара силовые линии поля совпадают с линиями поля точечного заряда, если бы заряд был расположен в центре шара. Поэтому

$$\varphi_{\text{ш}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r}, \quad (3.52)$$

где r – радиус шара.

Подставив уравнение (3.52) в (3.51), получим:

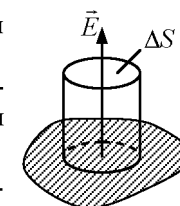


Рис. 22

$$C_{ш} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{r}{q} = 4\pi\varepsilon_0 r .$$

Емкость шара зависит от его радиуса. Если шар находится в среде с относительной диэлектрической проницаемостью ε , то

$$C_{ш} = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r .$$

Электрическая емкость Земли составляет около 700 мкФ.

§77. Конденсаторы

Конденсатором называется устройство, состоящее из двух проводников, образующих квазизамкнутый объем, разделенных диэлектриком. Образующие конденсатор проводники называются *обкладками*. В зависимости от формы обкладок конденсаторы бывают плоские, сферические и цилиндрические.

Емкостью конденсатора называется физическая величина, равная отношению заряда одной из обкладок к разности потенциалов между обкладками. При отключенном источнике тока разность потенциалов равна напряжению (U) между обкладками:

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi} = \frac{q}{U} .$$

Плоский конденсатор состоит из двух пластин, разделенных диэлектриком. Если размеры пластин гораздо больше расстояния между ними, то поле внутри такого конденсатора можно считать однородным.

По определению емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U} . \quad (3.53)$$

Заряд q на обкладке конденсатора выразим через поверхностную плотность сторонних зарядов σ :

$$q = \sigma S , \quad (3.54)$$

где S – площадь обкладки конденсатора.

Запишем связь напряженности с разностью потенциалов:

$$E = \frac{\Delta\varphi}{d} = \frac{U}{d} , \quad (3.55)$$

где d – расстояние между обкладками.

Напряженность поля конденсатора связана с поверхностной плотностью зарядов следующим соотношением:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} , \quad (3.56)$$

где ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, находящегося меж-

ду обкладками.

Подставив уравнения (3.54 – 3.56) в выражение (3.53), получим формулу емкости плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d} . \quad (3.57)$$

Емкость плоского конденсатора прямо пропорциональна площади обкладки, относительной диэлектрической проницаемости и обратно пропорциональна расстоянию между обкладками.

Цилиндрический конденсатор представляет собой два коаксиальных цилиндра (рис. 23), имеющих общую ось симметрии, пространство между которыми заполнено диэлектриком.

Если длина $l \gg R_2$, то поле такого конденсатора можно рассматривать как поле заряженного бесконечно длинного цилиндра, для которого согласно (3.27)

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r l} ,$$

где ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего конденсатор.

По уравнению (3.28) найдем разность потенциалов между цилиндрами:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l} \ln \frac{R_2}{R_1} .$$

Тогда емкость цилиндрического конденсатора

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)} . \quad (3.58)$$

Сферический конденсатор представляет собой две концентрические сферы с радиусами R_1 и R_2 , разделенные слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε . Напряженность поля между обкладками сферического конденсатора найдем по формуле (3.31):

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} ,$$

а разность потенциалов по формуле (3.33):

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} .$$

Емкость сферического конденсатора

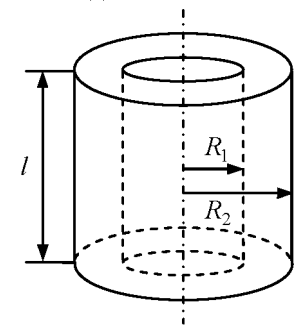


Рис. 23

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Для получения большой электрической емкости конденсаторы соединяются в батарею параллельно (рис. 24,а).

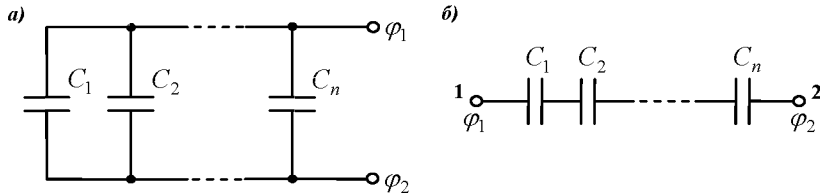


Рис. 24

На каждой из двух обкладок накапливается суммарный заряд:

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n C_i (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Так как при параллельном соединении $\varphi_1 - \varphi_2 = const$ на обкладках всех конденсаторов, то

$$q = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{i=1}^n C_i.$$

Емкость системы

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2},$$

следовательно,

$$C = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{i=1}^n C_i}{(\varphi_1 - \varphi_2)} = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (3.59)$$

Емкость батареи при параллельном соединении конденсаторов равна сумме емкостей соединенных конденсаторов.

При последовательном соединении (рис. 24,б) заряд q на пластинах каждого конденсатора одинаков. А разность потенциалов между точками 1 и 2

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i} = q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

С другой стороны,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{C},$$

где C – емкость батареи.

Тогда емкость батареи последовательно соединенных конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (3.60)$$

При последовательном соединении конденсаторов электрическая емкость батареи меньше наименьшей из электроемкостей C_i , но пробивное напряжение батареи увеличивается.

§78. Энергия электростатического поля

Энергия системы неподвижных точечных зарядов. Рассмотрим систему двух неподвижных точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга. Каждый из этих зарядов в поле другого заряда обладает потенциальной энергией

$$W_1 = q_1\varphi_{12} \text{ и } W_2 = q_2\varphi_{21},$$

где φ_{12} и φ_{21} – соответственно потенциалы, создаваемые зарядом q_2 в точке нахождения заряда q_1 и зарядом q_1 в точке нахождения заряда q_2 .

По определению потенциала, создаваемого точечным зарядом (в вакууме):

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r} \text{ и } \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r},$$

поэтому

$$W_1 = W_2 = W,$$

т.е. роль каждого заряда во взаимодействии одинакова.

Окончательно можно записать:

$$W = q_1\varphi_{12} = q_2\varphi_{21} = \frac{q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}}{2} = \frac{W_{12} + W_{21}}{2}. \quad (3.61)$$

Найдем далее энергию взаимодействия для системы, состоящей из трех точечных зарядов:

$$W = W_{12} + W_{13} + W_{23}.$$

Представим каждое слагаемое в симметричном виде аналогично формуле (3.61):

$$W = \frac{W_{12} + W_{21}}{2} + \frac{W_{13} + W_{31}}{2} + \frac{W_{23} + W_{32}}{2}.$$

Сгруппируем члены с одинаковыми первыми индексами:

$$W = \frac{(W_{12} + W_{13}) + (W_{21} + W_{23}) + (W_{31} + W_{32})}{2}.$$

Каждая сумма в круглых скобках – это энергия W_i взаимодействия i -го заряда с остальными зарядами. Поэтому последнее выражение можно переписать в виде

$$W = \frac{W_1 + W_2 + W_3}{2} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 W_i. \quad (3.62)$$

Обобщив выражение (3.62) на систему из произвольного числа зарядов n , получим энергию взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n W_i.$$

Поскольку

$$W_i = q_i \varphi_i,$$

где q_i – i -й заряд системы; φ_i – потенциал, создаваемый в месте нахождения i -го заряда всеми остальными зарядами системы, получим окончательное выражение для энергии взаимодействия системы точечных зарядов:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i. \quad (3.63)$$

Энергия заряженного проводника и конденсатора. Пусть проводник имеет заряд q и потенциал φ . Поскольку значение φ во всех точках, где имеется заряд, одинаково, то φ можно вынести из-под знака суммы в формуле (3.63). Тогда оставшееся выражение есть не что иное, как заряд q на проводнике, и

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.64)$$

По формуле (3.64) определяется энергия заряженного проводника.

Найдем выражение для энергии заряженного конденсатора.

Пусть q и φ – заряд и потенциал положительно заряженной обкладки конденсатора. Тогда выражение (3.64) можно разбить на две части – для положительно и отрицательно заряженных обкладок:

$$W = \frac{q_+\varphi_+ + q_-\varphi_-}{2}.$$

Так как

$$q_- = -q_+,$$

то

$$W = \frac{1}{2} q_+ (\varphi_+ - \varphi_-) = \frac{1}{2} qU,$$

где $q = q_+$ – заряд конденсатора, U – напряжение на его обкладках. Приняв во внимание, что

$$C = \frac{q}{U},$$

получим выражение для энергии конденсатора:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (3.65)$$

Энергия электростатического поля. На примере поля плоского конденсатора найдем выражение для энергии электростатического поля. Согласно уравнению (3.65) энергия плоского конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2},$$

где $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$ (см. 3.57), а $U = Ed$.

Тогда

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{2d} E^2 d^2 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (3.66)$$

т.к. $S \cdot d = V$ – объем конденсатора.

Формула (3.66) справедлива для однородного поля. В случае неоднородного поля

$$W = \int_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \int_V \frac{ED}{2} dV, \quad (3.67)$$

где \vec{D} – вектор электрического смещения.

Формула (3.67) показывает, что поле имеет энергию. Из формулы (3.66) найдем объемную плотность электрической энергии:

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}. \quad (3.68)$$

Объемная плотность энергии электростатического поля измеряется в джоулях на кубический метр (Дж/м³).

Зная плотность энергии поля в каждой точке, можно определить энергию, заключенную в произвольном объеме поля V :

$$W = \int_V \omega dV = \int_V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} dV. \quad (3.69)$$

Примеры решения задач

Задача 38. Тонкий очень длинный стержень равномерно заряжен с линейной плотностью заряда $\tau = 10$ мкКл/м. На перпендикуляре к оси стержня, восстановленном из конца его, находится точечный заряд $q = 10$ нКл. Расстояние заряда от конца стержня $a = 0,2$ м. Найти силу F взаимодействия заряженного стержня и точечного заряда.

Дано:
 $\tau = 10^{-5}$ Кл/м
 $q = 10^{-8}$ Кл
 $a = 0,2$ м
 $F - ?$

Решение. Допустим, что стержень и заряд q положительно заряжены. Выделим на стержне элемент длины dl , в силу чего заряд на нем $dq = \tau dl$ можно считать точечным (см. рис.). По закону Кулона найдем силу взаимодействия зарядов dq и q :

$$dF = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau dl}{r^2}. \quad (1)$$

Так как

$$r = \frac{a}{\cos \alpha}, \quad (2)$$

а $AC = r d\alpha = dl \cos \alpha$, то

$$dl = \frac{r d\alpha}{\cos \alpha} = \frac{a d\alpha}{\cos^2 \alpha}. \quad (3)$$

Подставив выражения (2) и (3) в (1), получим

$$dF = \frac{q\tau \cos^2 \alpha d\alpha}{4\pi\epsilon_0 a^2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau d\alpha}{a}. \quad (4)$$

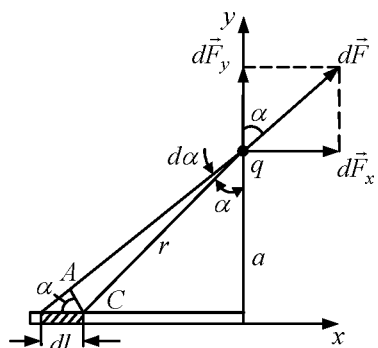


Рис. к задаче 38

Разложим вектор $d\vec{F}$ по взаимно перпендикулярным направлениям x и y :

$$dF_x = dF \sin \alpha, \quad dF_y = dF \cos \alpha. \quad (5)$$

Подставим в уравнение (5) выражение (4):

$$dF_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau \sin \alpha d\alpha}{a}, \quad (6)$$

$$dF_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau \cos \alpha d\alpha}{a}. \quad (7)$$

Интегрируя выражения (6) и (7) с пределами от 0 до $\pi/2$, найдем

$$F_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau}{a} \int_0^{\pi/2} \sin \alpha d\alpha = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau}{a} \cos \alpha \Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau}{a}, \quad (8)$$

$$F_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau}{a} \int_0^{\pi/2} \cos \alpha d\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q\tau}{a}. \quad (9)$$

По теореме Пифагора определим неизвестную силу:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{\frac{1}{(4\pi\epsilon_0)^2} \frac{q^2 \tau^2 + q^2 \tau^2}{a^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sqrt{2} q\tau}{a} = 6,36 \text{ мН}.$$

Ответ: $F = 6,36$ мН.

Задача 39. Расстояние d между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно 16 см. Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $|\tau| = 150$ мкКл/м. Какова напряженность E поля в точке, удаленной на $r = 10$ см как от первой, так и от второй проволоки?

Дано:
 $d = 16$ см
 $|\tau| = 150 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}}$
 $r = 0,1$ м
 $E - ?$

Решение. Каждая заряженная проволока создает в заданной точке электрическое поле напряженностью

$$|E_+| = |E_-| = \frac{|\tau|}{2\pi\epsilon_0 r}. \quad (1)$$

Согласно принципу суперпозиции электрических полей, результирующее поле имеет напряженность

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-.$$

По теореме косинусов

$$E = \sqrt{E_+^2 + E_-^2 + 2E_+ E_- \cos \varphi}, \quad (2)$$

где φ – угол между векторами \vec{E}_+ и \vec{E}_- .

Угол $\varphi = 180^\circ - \psi$. Угол ψ найдем по теореме косинусов:

$$d^2 = r^2 + r^2 - 2rr \cos \psi,$$

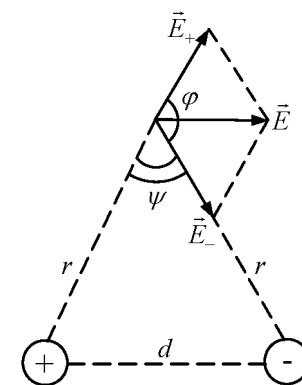


Рис. к задаче 39

$$\cos \psi = \frac{2r^2 - d^2}{2r^2}, \text{ тогда}$$

$$\cos \varphi = \cos(180^\circ - \psi) = -\cos \psi = \frac{d^2 - 2r^2}{2r^2}. \quad (3)$$

Подставив выражения (1) и (3) в уравнение (2), получим

$$E = \sqrt{\left(\frac{|r|}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2 + \left(\frac{|r|}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2} + 2\left(\frac{|r|}{2\pi\varepsilon_0 r}\right)^2 \frac{d^2 - 2r^2}{2r^2} =$$

$$= \frac{|r|}{2\pi\varepsilon_0 r} \sqrt{1 + 1 + 2 \frac{d^2 - 2r^2}{2r^2}} = \frac{|r|d}{2\pi\varepsilon_0 r^2} = 43,2 \frac{\text{МВ}}{\text{м}}.$$

Ответ: $E = 43,2 \frac{\text{МВ}}{\text{м}}$.

Задача 40. Шар радиусом $R_1 = 6$ см заряжен до потенциала $\varphi_1 = 300$ В, а шар радиусом $R_2 = 4$ см до потенциала $\varphi_2 = 500$ В. Найдите потенциал шаров после того, как их соединили металлическим проводником. Емкостью соединительного проводника пренебречь.

<p>Дано:</p> <p>$R_1 = 6$ см</p> <p>$\varphi_1 = 300$ В</p> <p>$R_2 = 4$ см</p> <p>$\varphi_2 = 500$ В</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> <p>$\varphi - ?$</p>	<p>Решение. Определим заряд шаров до и после соединения их проводником. Электрическая емкость шара, с одной стороны</p> $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R, \quad (1)$ <p>с другой стороны емкость</p> $C = \frac{q}{\varphi}. \quad (2)$
--	--

Из уравнений (1), (2):

$$q = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R \varphi. \quad (3)$$

Заряды шаров до соединения их проводником найдем по формуле (3):

$$\begin{cases} q_1 = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 \varphi_1, \\ q_2 = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_2 \varphi_2. \end{cases} \quad (4)$$

После соединения проводником потенциалы шаров станут одинаковыми и равными φ , а их заряды q'_1 и q'_2 определятся по формуле (3):

$$\begin{cases} q'_1 = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 \varphi, \\ q'_2 = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_2 \varphi. \end{cases} \quad (5)$$

По закону сохранения заряда

$$q_1 + q_2 = q'_1 + q'_2. \quad (6)$$

Подставив уравнения (4) и (5) в (6), получим

$$4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2) = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 (R_1 + R_2) \varphi,$$

$$\varphi = \frac{R_1 \varphi_1 + R_2 \varphi_2}{R_1 + R_2} = 380 \text{ В}.$$

Ответ: $\varphi = 380$ В.

Задача 41. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено эбонитом, толщина которого $d = 5$ мм. Определите работу, необходимую для удаления диэлектрика из конденсатора, если поверхностная плотность зарядов на его пластинах $\sigma = 1,8 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$, а площадь пластины $S = 0,01 \text{ м}^2$.

<p>Дано:</p> <p>$d = 5 \cdot 10^{-3}$ м</p> <p>$\sigma = 1,8 \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$</p> <p>$S = 0,01 \text{ м}^2$</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black;"/> <p>$A - ?$</p>	<p>Решение. Согласно закону сохранения энергии, работа</p> $A = W_2 - W_1,$ <p>где W_2 и W_1 – энергия поля конденсатора в начальном и конечном состояниях.</p> <p>Так как $W_1 = \frac{q^2}{2C_1}$, $W_2 = \frac{q^2}{2C_2}$, $C_1 = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$,</p>
---	---

$C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, $q = \sigma S$, то выражения для энергии поля конденсатора примут вид

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 S^2 d}{\varepsilon\varepsilon_0 S} = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 S d}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad W_2 = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 S d}{\varepsilon_0},$$

где C_1 и C_2 – начальная и конечная емкости конденсатора, q – заряд пластины.

Тогда $A = \frac{1}{2} \frac{\sigma^2 S d}{\varepsilon_0} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) = 6 \text{ мкДж}.$

Ответ: $A = 6 \text{ мкДж}.$

Задача 42. Сплошной парафиновый шар радиусом $R = 10$ см заряжен равномерно по объему с объемной плотностью заряда $\omega = 10 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^3}$. Опре-

делите энергию W_1 электрического поля, сосредоточенную в самом шаре, и энергию W_2 вне его.

Дано:
 $R = 0,1 \text{ м}$
 $\omega = 10 \frac{\text{нКл}}{\text{м}^3}$
 $\varepsilon_1 = 2$
 $\varepsilon_2 = 1$
 $W_1 - ? \quad W_2 - ?$

Решение. Объемная плотность заряда

$$\omega = \frac{q}{V} = \frac{q}{(4/3)\pi R^3} = \frac{3q}{4\pi R^3},$$

где V – объем шара; q – заряд на шаре.

Электрическое поле, созданное заряженным шаром, не является однородным, т.е. энергия в диэлектрике (как в парафине, так и в воздухе) распределена неравномерно. Однако поле заряженного шара обладает сферической симметрией, поэтому объемная плотность энергии одинакова во всех точках, отстоящих на равных расстояниях от центра шара.

Выделим внутри шара тонкий сферический слой объемом

$$dV_1 = 4\pi r_1^2 dr, \quad (1)$$

имеющий радиус r_1 и толщину dr .

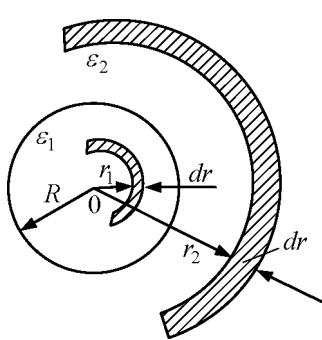


Рис. к задаче 42

Заряд внутри слоя $q_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \omega$. По теореме Гаусса запишем:

$$4\pi r_1^2 E_1 = \frac{q_1}{\varepsilon_1 \varepsilon_0} = \frac{4}{3} \frac{\pi r_1^3 \omega}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}, \quad (2)$$

откуда напряженность поля E_1 , создаваемая зарядом q_1 в сферическом слое, равна

$$E_1 = \frac{1}{3} \frac{r_1 \omega}{\varepsilon_1 \varepsilon_0}. \quad (3)$$

Выразим энергию в элементарном сферическом слое объемом dV_1 , используя

уравнения (1)-(3):

$$dW_1 = \omega dV_1 = \frac{1}{2} \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_1^2 dV_1 = \frac{2\pi\omega^2}{9\varepsilon_1 \varepsilon_0} r_1^4 dr. \quad (4)$$

Полная энергия, сосредоточенная в парафиновом шаре, выразится интегралом

$$W_1 = \int \omega dV_1 = \frac{2\pi\omega^2}{9\varepsilon_1 \varepsilon_0} \int_0^R r_1^4 dr = \frac{2\pi\omega^2 R^5}{45\varepsilon_1 \varepsilon_0} = 7,88 \text{ нДж.}$$

Выделим вне шара тонкий сферический слой радиусом r_2 , толщиной

dr и объемом $dV_2 = 4\pi r_2^2 dr$, внутри которого находится электрический заряд $q_2 = \frac{4}{3}\pi R^3 \omega$ (заряд шара).

Проделив аналогичные операции, найдем

$$dW_2 = \frac{1}{2} \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_2^2 dV_2,$$

где $E_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \frac{q_2}{r_2^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2\varepsilon_0} \frac{4}{3} \frac{\pi R^3 \omega}{r_2^2} = \frac{R^3 \omega}{3\varepsilon_2 \varepsilon_0 r_2^2}$ – напряженность поля,

создаваемая зарядом q_2 в точках сферического слоя радиусом r_2 .

$$W_2 = 2\pi\varepsilon_2\varepsilon_0 \frac{R^6 \omega^2}{9\varepsilon_2^2 \varepsilon_0^2} \int_R^\infty \frac{dr}{r_2^2} = \frac{2}{9} \frac{\pi R^5 \omega^2}{\varepsilon_2 \varepsilon_0} = 78,8 \text{ нДж.}$$

Ответ: $W_1 = 7,88 \text{ нДж}$; $W_2 = 78,8 \text{ нДж}$.

Глава 14

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

§79. Условия возникновения электрического тока.

Сила тока. Плотность тока

Электрическим током называется упорядоченное (направленное) движение заряженных частиц. Ток, образованный зарядами, движущимися по проводнику, называют *током проводимости*. В зависимости от природы носителей тока в проводнике различают проводимость электронную (в металлах), ионную (в электролитах), электронно-ионную (в газах), электронно-дырочную (в полупроводниках).

За направление тока принимается направление движения положительно заряженных частиц.

Для возникновения и существования тока проводимости в веществе необходимо, чтобы в нем имелись носители тока и электрическое поле, вызывающее и поддерживающее их упорядоченное движение.

Чтобы ток в проводнике был постоянным, необходимо на его концах поддерживать постоянное напряжение, а в проводнике неизменяющееся электрическое поле. Для этого в замкнутую цепь должен быть включен источник тока.

Количественными характеристиками электрического тока являются сила тока I и плотность тока j .

Силой тока называют скалярную величину, равную отношению заря-

да dq , переносимого через поперечное сечение проводника за интервал времени dt , к величине этого интервала:

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (3.70)$$

За единицу силы тока в СИ принят ампер (А). Электрический ток, сила которого с течением времени не изменяется, называется *постоянным*.

Рассмотрим проводник, по которому течет ток.

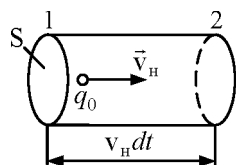


Рис. 25

За промежуток времени dt через поперечное сечение S проводника (рис. 25) пройдет число заряженных частиц N , находящихся в объеме, ограниченном сечениями 1 и 2:

$$N = nS v_H dt,$$

где n – концентрация заряженных частиц, v_H – скорость их направленного движения (дрейфа).

Общий заряд этих частиц

$$dq = q_0 n S v_H dt,$$

где q_0 – заряд частицы.

Тогда сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = q_0 n S v_H. \quad (3.71)$$

Итак, сила тока зависит от заряда, переносимого каждой частицей, концентрации частиц, скорости их направленного движения и площади поперечного сечения проводника.

Плотность тока – это векторная физическая величина, совпадающая с направлением тока, равная отношению силы тока к площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока:

$$\vec{j} = \frac{I}{S} \vec{e},$$

где \vec{e} – единичный вектор, совпадающий с направлением тока.

В СИ за единицу плотности тока принят ампер на квадратный метр ($\text{А}/\text{м}^2$).

Приняв во внимание уравнение (3.71), получим плотность тока

$$j = q_0 n v_H.$$

Вектор плотности тока по направлению совпадает с направлением движения положительно заряженных частиц:

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}_H. \quad (3.72)$$

Для электролитов плотность тока

$$\vec{j} = \vec{j}^+ + \vec{j}^- = q_0 (n^+ \vec{v}_H^+ + n^- \vec{v}_H^-),$$

где \vec{j}^+ , \vec{j}^- – плотности тока положительных и отрицательных ионов; n^+ , n^- – концентрация положительных и отрицательных ионов; \vec{v}_H^+ , \vec{v}_H^- – скорости направленного движения положительных и отрицательных ионов.

Зная вектор плотности тока, можно найти силу тока, протекающего по проводнику:

$$I = \int_S \vec{j} d\vec{S}, \quad (3.73)$$

где $d\vec{S}$ – вектор бесконечно малой площадки в сечении проводника, перпендикулярном вектору \vec{j} .

§80. Электродвижущая сила и напряжение

В замкнутой электрической цепи на носители тока действует сила электростатического поля, вызывая их перемещение от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом (для положительных зарядов). Перемещение зарядов приведет к выравниванию потенциалов во всех точках электрической цепи и ток прекратится. Чтобы ток был постоянным, в цепи кроме электростатических сил должны действовать силы неэлектростатического происхождения, называемые *сторонними силами*.

Природа сторонних сил может быть различна. В источнике тока происходит непрерывное превращение энергии неэлектрического происхождения в электрическую: в электрогенераторе – механической, в аккумуляторе – химической, в термобатарее – тепловой, в фотоэлементе – световой и т.д. За счет таких превращений в источнике тока происходит разделение разноименных зарядов, в результате которого на клеммах источника накапливаются заряды противоположных знаков и устанавливается постоянная разность потенциалов.

При подключении нагрузки к источнику тока электростатическое поле разделенных зарядов совершает работу по перемещению заряда q во внешней цепи. Затраты энергии электростатического поля во внешней цепи восполняются за счет работы сторонних сил по разделению электрических зарядов. Таким образом, полная работа в замкнутой цепи совершается за счет энергии сторонних сил, действующих внутри источника тока.

Физическая величина, равная отношению работы $A_{ст}$, совершаемой сторонними силами при перемещении заряда q в электрической цепи, к значению этого заряда, называется *электродвижущей силой* (ЭДС) источника тока:

$$\mathbf{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q}.$$

Электродвижущую силу выражают в вольтах (В).

Работа сторонних сил по перемещению заряда q по замкнутой цепи равна

$$A_{\text{ст}} = \oint \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}, \quad (3.74)$$

где $\vec{F}_{\text{ст}}$ – сторонняя сила, $d\vec{l}$ – перемещение заряда, $\vec{E}_{\text{ст}}$ – напряженность поля сторонних сил.

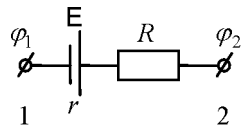


Рис. 26

Разделив уравнение (3.74) на величину перемещаемого заряда q , получим ЭДС, действующую в цепи:

$$\mathbf{E} = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

Таким образом, ЭДС, действующая в замкнутой цепи, равна циркуляции вектора напряженности поля сторонних сил.

Участок 1–2 электрической цепи (рис. 26) содержащий ЭДС, называется *неоднородным участком цепи*.

На заряд q на данном участке цепи 1–2 действуют как сторонние силы $F_{\text{ст}}$, так и силы электростатического поля F_e :

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{ст}} + \vec{F}_e = q(\vec{E}_{\text{ст}} + \vec{E}).$$

Работа результирующей силы \vec{F} на участке 1-2 равна

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} = q\mathbf{E} + q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.75)$$

Напряжением (падением напряжения) U_{12} на участке цепи 1-2 называется физическая величина, численно равная работе, совершаемой электрическими и сторонними силами по перемещению единичного положительного заряда:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathbf{E}. \quad (3.76)$$

Однородным называется участок электрической цепи, на котором не действуют сторонние силы. Напряжение U_{12} на однородном участке цепи совпадает с разностью потенциалов на концах участка:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

§81. Закон Ома для однородного участка цепи

Зависимость силы тока в проводнике от напряжения (рис. 27) записывается в виде уравнения

$$I = \frac{U}{R}, \quad (3.77)$$

которое выражает закон Ома¹ в интегральной форме для однородного участка цепи: сила тока в проводнике прямо пропорциональна приложенному напряжению U и обратно пропорциональна сопротивлению проводника R . Сопротивление измеряется в омах (Ом).

Сопротивление 1 Ом имеет такой проводник, в котором при напряжении 1 В течет ток силой 1 А.

Сопротивление металлического проводника зависит от его размеров и материала, из которого он изготовлен:

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (3.78)$$

где l – длина проводника; S – площадь поперечного сечения; ρ – удельное сопротивление.

Из уравнения (3.78) имеем

$$\rho = R \frac{S}{l}.$$

Удельное сопротивление – это физическая величина, равная сопротивлению проводника, изготовленного из данного материала, имеющего единичную длину и единичную площадь поперечного сечения.

Единицей удельного сопротивления в СИ является ом-метр (Ом·м).

Проводники, образующие электрическую цепь, могут быть соединены между собой различными способами.

При *последовательном соединении* (рис. 28,а) проводники включаются в цепь поочередно друг за другом. Если последовательно соединено n проводников, то сопротивление цепи R равно сумме сопротивлений этих проводников:

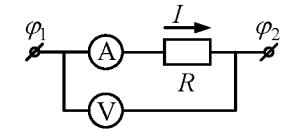


Рис. 27

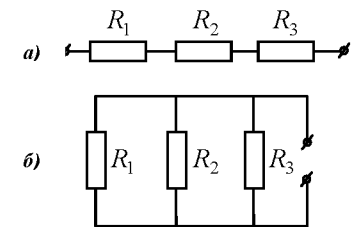


Рис. 28

¹ Георг Симон Ом (1787-1854) – немецкий физик.

$$R = \sum_{i=1}^n R_i.$$

При параллельном соединении n проводников (рис. 28,б) сопротивление цепи рассчитывается по формуле

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где R_i – сопротивление отдельно взятого проводника.

Подставив выражение (3.78) в закон Ома (3.77), получим

$$\frac{I}{S} = \frac{U}{\rho l}. \quad (3.79)$$

Физическая величина $\gamma = \frac{1}{\rho}$ называется *удельной электрической проводимостью* и измеряется в сименсах на метр (См/м). Так как $\frac{U}{l} = E$ – напряженность электрического поля в проводнике, а $\frac{I}{S} = j$ – плотность тока, то формула (3.79) переписывается в виде

$$j = \gamma E \text{ или } \vec{j} = \gamma \vec{E}. \quad (3.80)$$

Получили закон Ома для однородного участка цепи в дифференциальной форме.

§82. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца

При упорядоченном движении заряженных частиц в проводнике силы электрического поля, действующие на заряды, совершают работу. Эту работу называют *работой тока*.

Пусть за промежуток времени dt через поперечное сечение однородного проводника проходит заряд dq . Электрическое поле между точками проводника с напряжением U совершает работу $dA = Udq$.

Так как сила тока $I = \frac{dq}{dt}$, то

$$dA = IUdt. \quad (3.81)$$

Работа тока на участке цепи равна произведению силы тока, напряжения и времени, в течение которого совершалась работа.

Единица работы электрического тока – джоуль (Дж). С помощью закона Ома для участка цепи и формулы (3.81) можно получить эквивалентное уравнение для работы тока:

$$dA = IUdt = I^2 R dt. \quad (3.82)$$

Работа, совершаемая источником тока, ЭДС которого E , равна

$$dA = EIdt. \quad (3.83)$$

Мощность P постоянного тока – это физическая величина, равная отношению работы, совершаемой током за время dt , к этому интервалу времени:

$$P = \frac{dA}{dt}. \quad (3.84)$$

Подставив формулу (3.81) в (3.84), получим

$$P = IU. \quad (3.85)$$

Мощность тока выражается в ваттах (Вт).

Используя уравнение (3.82), получим для мощности:

$$P = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (3.86)$$

На практике для измерения работы и энергии электрического тока часто используют внесистемную единицу – киловатт-час (кВт·ч); $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

При прохождении электрического тока проводник нагревается. Закон, определяющий количество теплоты, выделившееся в проводнике, был экспериментально установлен английским ученым Джоулем¹ и русским ученым Ленцем².

Закон Джоуля-Ленца формулируется следующим образом: *количество теплоты, выделяемое проводником с током, равно произведению квадрата силы тока, сопротивления проводника и времени прохождения тока по проводнику:*

$$dQ = I^2 R dt. \quad (3.87)$$

Количество теплоты, выделяемое в проводнике, может быть рассчитано по любому выражению уравнения (3.82).

Выделим в проводнике элементарный объем

$$dV = dS \cdot dl,$$

сопротивление которого согласно выражению (3.78)

$$R = \rho \frac{dl}{dS}.$$

По формуле (3.87) закона Джоуля-Ленца найдем количество теплоты dQ , которое выделится в объеме dV за промежуток времени dt :

¹ Джеймс Прескотт Джоуль (1818-1889) – английский физик.

² Эмилий Христианович Ленц (1804-1865) – русский физик и электротехник.

$$dQ = I^2 R dt = I^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = (jdS)^2 \rho \frac{dl}{dS} dt = \rho j^2 dV dt. \quad (3.88)$$

Используя закон Ома в дифференциальной форме $j = \gamma E$ и выражение $\gamma = \frac{1}{\rho}$, получим

$$dQ = \gamma E^2 dV dt. \quad (3.89)$$

Количество теплоты, выделяемое единицей объема проводника за единицу времени, называется *удельной тепловой мощностью тока*:

$$\omega = \frac{dQ}{dV dt} = \gamma E^2. \quad (3.90)$$

Уравнение (3.90) называется *законом Джоуля-Ленца в дифференциальной форме*.

§83. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Неоднородный участок цепи показан на рис. 26. Работа всех сил (сторонних и электрических), совершаемая при перемещении заряда на участке 1–2, определяется по формуле

$$dA_{12} = qE + q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3.91)$$

По закону сохранения и превращения энергии данная работа dA_{12} равна количеству теплоты dQ , выделяемой на этом участке:

$$dQ = I^2 R dt = IR(Ids) = IRq, \quad (3.92)$$

т.е. $dA_{12} = dQ$ или $IRq = qE + q(\varphi_1 - \varphi_2)$, откуда получаем закон Ома для неоднородного участка цепи:

$$I = \frac{E + (\varphi_1 - \varphi_2)}{R + r}, \quad (3.93)$$

где r – внутреннее сопротивление источника тока.

Если участок цепи замкнуть, то $\varphi_1 = \varphi_2$ и уравнение (3.93) запишется в виде

$$I = \frac{E}{R + r}. \quad (3.94)$$

Сила тока равна отношению ЭДС, действующей в электрической цепи, к полному сопротивлению цепи.

Уравнение (3.94) называется *законом Ома для полной цепи*.

Различают последовательное и параллельное соединение источников в батареях.

При последовательном соединении n источников тока (рис. 29,а) ЭДС батареи E_6 равна сумме ЭДС отдельных источников:

$$E_6 = E_1 + E_2 + E_3 = \sum_{i=1}^n E_i. \quad (3.95)$$

Внутреннее сопротивление батареи равно сумме внутренних сопротивлений отдельных источников:

$$R_6 = r_1 + r_2 + r_3 = \sum_{i=1}^n r_i. \quad (3.96)$$

При параллельном соединении источников тока (рис. 29,б), если соединенные элементы имеют одинаковые ЭДС, то ЭДС батареи равна

$$E_6 = E_1 = E_2 = E_3.$$

Если элементы имеют разные ЭДС, то электрическую цепь можно рассчитывать по правилам Кирхгофа (см. §84) Сопротивление батареи определяется по формуле

$$\frac{1}{R_6} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}. \quad (3.97)$$

Внутреннее сопротивление батареи R_6 из n элементов, имеющих одинаковые внутренние сопротивления r , в n раз меньше, чем сопротивление отдельного элемента:

$$R_6 = \frac{r}{n}.$$

Закон Ома для n одинаковых элементов с ЭДС, равной E , и внутренним сопротивлением r примет вид: $I_{\text{посл}} = \frac{En}{R + rn}$ – при последовательном соединении и $I_{\text{парал}} = \frac{E}{R + \frac{r}{n}}$ – при параллельном соединении источников.

ников.

§84. Правила Кирхгофа.

Расчет разветвленной электрической цепи

Узлом электрической цепи называется точка, в которой сходятся три и более проводника. В цепи, изображенной на рис. 30, имеется два узла: А и В.

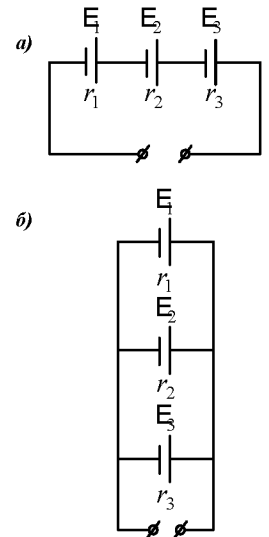


Рис. 29

Первое правило Кирхгофа¹: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю

$$\sum_{i=1}^k I_i = 0. \quad (3.98)$$

Токи, притекающие к узлу, считают положительными, а оттекающие от узла – отрицательными. По правилу Кирхгофа можно записать $(k - 1)$

уравнений, где k – число узлов цепи. Произвольно выбирается и обозначается на схеме стрелками направление токов во всех участках цепи (участок – это часть цепи между соседними узлами).

Для узла А первое правило Кирхгофа запишется в виде

$$I_1 + I_2 - I = 0. \quad (3.99)$$

Второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма произведений токов на сопротивления соответствующих участков контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в данном контуре:

$$\sum_{i=1}^m I_i R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i, \quad (3.100)$$

где m – число участков, а n – количество источников тока в контуре.

Число уравнений, записываемых по первому и второму правилам Кирхгофа, должно быть равно числу токов, текущих в разветвленной цепи.

При применении второго правила Кирхгофа необходимо выполнить следующее:

- 1) произвольно выбрать и обозначить на схеме направление обхода контура;
- 2) выделить замкнутые контуры таким образом, чтобы каждый новый контур имел не менее одного участка цепи, не входящего в уже рассмотренные контуры;
- 3) если направление обхода контура совпадает с направлением тока I_i , то произведение $I_i R_i$ в уравнении (3.100) запишется со знаком плюс, и наоборот;
- 4) если направление тока от источника (ток течет по цепи от положительного полюса к отрицательному) совпадает с направлением обхода

контура, то соответствующая ЭДС в уравнении (3.100) берется со знаком плюс, и наоборот.

В цепи, изображенной на рис. 30, три замкнутых контура. Применим для двух из них второе правило Кирхгофа (обход контура выбираем по ходу часовой стрелки):

$$I r_1 + I_1 R_1 = -\mathcal{E}_1, \quad (3.101)$$

$$I r_1 + I_2 (R_2 + r_2) = -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2. \quad (3.102)$$

Допустим, что условию задачи известны внутренние сопротивления источников тока r_1 и r_2 , сопротивления нагрузки R_1 и R_2 и величины ЭДС \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 , то, решая уравнения (3.99), (3.101) и (3.102), можно определить токи на участках цепи: I, I_1, I_2 . Если при решении сила тока получилась со знаком минус, то истинное направление тока противоположно выбранному.

§85. Электронная проводимость металлов

В начале XX века была создана электронная теория проводимости металлов. Согласно этой теории носителями тока в металлах являются электроны проводимости, т.е. электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решетки металла. Эти электроны между собой не взаимодействуют, а при своем движении сталкиваются с ионами решетки, т.е. электроны проводимости ведут себя подобно идеальному одноатомному газу.

В отсутствие внешнего электрического поля электроны проводимости совершают хаотическое тепловое движение со средней квадратичной скоростью, зависящей от температуры металла.

Когда к металлу приложено внешнее электрическое поле, то на хаотическое движение электронов накладывается их направленное движение, так называемый дрейф электронов, со средней скоростью, пропорциональной модулю напряженности этого поля. В процессе дрейфа электроны сталкиваются с ионами кристаллической решетки, обуславливая тем самым сопротивление проводника электрическому току.

Сопротивление металлических проводников зависит от температуры. При повышении температуры возрастает скорость хаотического теплового движения свободных электронов, увеличивается амплитуда тепловых колебаний положительных ионов в узлах кристаллической решетки. Это приводит к более частым столкновениям электронов с решеткой и к уменьшению скорости дрейфа электронов. Чем меньше скорость дрейфа, тем меньше заряд переносится через поперечное сечение проводника, тем меньше сила тока в проводнике. А это, согласно закону Ома для участка цепи, свидетельствует об увеличении сопротивления проводника.

Пусть при 0°C сопротивление проводника R_0 , а при температуре t –

¹ Густав Роберт Кирхгоф (1824-1887) – немецкий физик.

R . Опыт установлено, что относительное изменение сопротивления прямо пропорционально изменению температуры:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (3.103)$$

где α – температурный коэффициент сопротивления, характеризующий зависимость сопротивления вещества от температуры и численно равный относительному изменению сопротивления проводника при нагревании на 1 К.

Из формулы видно, что размерность $[\alpha] = \text{K}^{-1}$.

Для химически чистых металлов $\alpha \approx \frac{1}{273} \text{K}^{-1}$. Существуют сплавы, у

которых температурный коэффициент сопротивления настолько мал, что их сопротивление практически не зависит от температуры. Эти сплавы используют для создания эталонных сопротивлений, шунтов и добавочных сопротивлений к измерительным приборам.

Используя уравнения (3.78) и (3.103), получим формулу, выражающую зависимость удельного сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t).$$

Для чистых металлов при не слишком низких и не слишком высоких температурах α практически не зависит от температуры и температурная зависимость удельного сопротивления является линейной.

У некоторых металлов и сплавов при температурах, близких к абсолютному нулю, сопротивление скачком обращается в нуль (рис. 31).

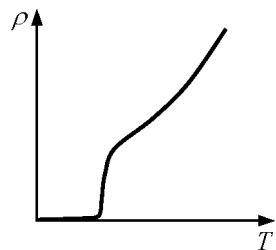


Рис. 31

Впервые это явление, названное *сверхпроводимостью*, было обнаружено в 1911 году голландским физиком Камерлинг-Оннесом¹ у ртути.

Прохождение тока в сверхпроводнике происходит без потерь энергии. Для каждого сверхпроводника имеется своя *критическая температура* $T_{кр}$, при которой он переходит в сверхпроводящее состояние. Для ртути $T_{кр} = 4 \text{ К}$.

В настоящее время достигнуты значительные успехи в получении высокотемпературной сверхпроводимости. На базе металлокерамики получены вещества, для которых температура перехода в сверхпроводящее состояние $T_{кр}$ превышает температуру сжижения азота ($T_{кр} = 77 \text{ К}$).

¹ Хейке Камерлинг-Оннес (1853-1926) – нидерландский физик.

§86. Электрический ток в газах.

Самостоятельный и несамостоятельный разряды

В обычных условиях газы являются хорошими изоляторами, т.к. атомы и молекулы, из которых они состоят, электрически нейтральны, а концентрация носителей тока мала.

Чтобы газ стал проводящим, нужно добиться образования в нем подвижных заряженных частиц, т.е. *ионизировать* его. К ионизации газа могут привести его нагревание, воздействие излучений: ультрафиолетового, рентгеновского, радиоактивного.

При ионизации часть атомов газа распадается на положительно заряженные ионы и электроны. При этом в газе могут образоваться и отрицательные ионы вследствие захвата нейтральным атомом свободного электрона. После этого газ становится проводящим. Проводимость газов носит ионно-электронный характер.

Наряду с процессом ионизации в газе протекает процесс *рекомбинации* – воссоединения ионов в нейтральные атомы или молекулы. Если внешний ионизатор не будет действовать, проводимость газа уменьшится и газ перестанет быть проводником.

При неизменной мощности ионизатора между процессом ионизации и рекомбинации устанавливается динамическое равновесие, при котором число вновь образующихся пар заряженных частиц равно в среднем числу пар ионов, исчезающих вследствие рекомбинации.

Электрический ток в газах называется *газовым разрядом*.

Электропроводимость газов, возникающая под действием внешнего ионизатора, называется *несамостоятельным газовым разрядом*.

Предположим, что на воздушный промежуток между обкладками конденсатора воздействует ультрафиолетовое излучение. Возникает газовый разряд. Если плавно увеличивать напряжение на конденсаторе, то сила тока будет увеличиваться до некоторого значения I_n , называемого *током насыщения* (см. рис. 32). Возрастание силы тока объясняется тем, что при увеличении напряжения возрастает количество ионов и электронов, движущихся к обкладкам.

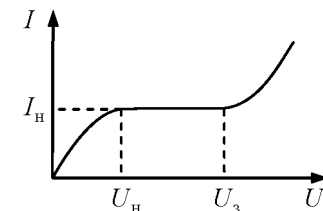


Рис. 32

При напряжении U_n , при котором все образовавшиеся в зазоре заряды достигают обкладок конденсатора, ток максимален при данной интенсивности ионизации (*ток насыщения*). Увеличение напряжения (до значения U_3) не вызовет увеличения тока.

Если источник ионизации перестает действовать, электрический ток

через газ прекращается. Описанный процесс – несамостоятельный газовый разряд.

Если после достижения тока насыщения продолжить увеличивать напряжение (выше U_3), то сила тока резко возрастает. Такой разряд может продолжаться без внешнего ионизатора. При этом ионы и электроны, необходимые для поддержания электропроводности газа, создаются самим разрядом.

Газовый разряд, который продолжается после прекращения действия внешнего ионизатора, называют *самостоятельным газовым разрядом*.

Напряжение U_3 , при котором возникает самостоятельный разряд, называют *напряжением зажигания газового разряда* или *напряжением пробоя*. Причиной резкого увеличения тока является возрастание числа заряженных частиц за счет ионизации молекул газа при столкновении их с электронами, разогнанными электрическим полем до больших скоростей. При этом кинетическая энергия электронов оказывается достаточной для того, чтобы они могли совершить работу по отрыву электронов от нейтральных атомов или молекул, т.е. *работу ионизации*. Произойдет ионизация электронным ударом, в результате которой возникает лавина электронов и ионов. Необходимость во внешнем ионизаторе для поддержания самостоятельного разряда отпадает. Однако только ионизация электронным ударом не может обеспечить длительный самостоятельный разряд. Необходимо, чтобы в газе протекал процесс воспроизведения электронов. Если газовый разряд горит между анодом и катодом, то эти электроны испускаются катодом при бомбардировке его положительными ионами, движущимися к катоду под действием электрического поля и вследствие фотоэффекта.

§87. Понятие о плазме

Под *плазмой* понимают сильно ионизированный газ, в котором концентрация электронов и отрицательных ионов равна концентрации положительных ионов. Плазма в целом является электрически нейтральным состоянием вещества.

Ионизация газа и образование плазмы могут быть вызваны нагреванием газа, а также различными излучениями или бомбардировкой атомов газа быстрыми заряженными частицами. В зависимости от условий степень ионизации плазмы может быть различной. Чем выше температура газа, тем больше ионов и электронов в плазме, тем меньше остается в ней нейтральных молекул.

В зависимости от степени ионизации газа различают частично или полностью ионизованную плазму. Плазма рассматривается как *четвертое состояние вещества*, т.к. имеет ряд отличительных свойств. Плазма обла-

дает хорошей теплопроводностью. Поскольку электроны и ионы плазмы могут перемещаться под действием электрического поля, то по характеру электропроводности плазма приближается к металлам. В отличие от металлов проводимость плазмы растет с увеличением температуры. При высокой температуре сопротивление плазмы становится исчезающе малым.

Световое излучение плазмы широко используется в лампах дневного света, газоразрядных лампах уличного освещения. Высокая температура плазмы позволяет использовать её для резки, сварки и плавки металлов. Газоразрядную плазму используют в квантовых источниках света (лазерах).

§88. Электрический ток в вакууме. Электронная эмиссия

Под *вакуумом* подразумевают такую степень разрежения газа в сосуде, при которой молекулы газа успевают пролететь от одной стенки сосуда к другой, не сталкиваясь друг с другом. Чтобы в вакуумированном баллоне, имеющем два электрода – катод и анод, протекал электрический ток, необходим источник заряженных частиц. Действие такого источника основано на свойстве тел испускать электроны. Явление, заключающееся в испускании электронов металлами при сообщении им энергии, необходимой для преодоления работы выхода, называется *электронной эмиссией*. Испускание электронов нагретыми твердыми телами называется *термоэлектронной эмиссией*.

При повышении температуры металла увеличивается кинетическая энергия электронов и часть электронов получает возможность выйти за пределы металла. Получить в вакууме свободные электроны можно и другими способами, например освещением катодов, изготовленных из щелочных металлов. Это так называемая *фотоэлектронная эмиссия*.

Наконец, с поверхности металла испускаются электроны, когда на неё попадают быстрые заряженные частицы (электроны, ионы и др.). Это *вторичная электронная эмиссия*.

Все виды эмиссии широко используются для получения электрического тока в вакууме.

В электронных лампах *диодах* (двухэлектродная электронная лампа), *триодах* (трехэлектродная лампа) и т.д. используется явление термоэлектронной эмиссии. Если диод включить в цепь (рис. 33), то при накаливании нити катода К от батареи накала B_n и подаче на анод А

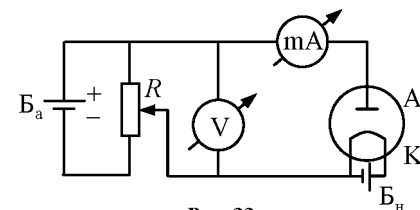


Рис. 33

положительного (относительно катода) напряжения от батареи B_a в лампе

возникает электрический ток. Изменяя сопротивление R в цепи, можно получить зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a – вольт-амперную характеристику лампы (рис. 34).

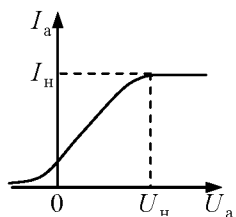


Рис. 34

Как видно из рис. 34, зависимость тока от напряжения не является линейной. В области малых положительных значений напряжений эта зависимость описывается законом трех вторых Ленгмюра¹:

$$I = BU^{3/2}. \quad (3.104)$$

Здесь B – коэффициент, зависящий от формы, размеров электродов и их взаимного расположения.

При $U_a = U_n$ почти все электроны, вылетающие из катода, достигают анода, наступает ток насыщения. Плотность тока насыщения j_n определяется формулой Ричардсона²– Дешмана:

$$j_n = cT^2 e^{-\frac{A}{kT}}, \quad (3.105)$$

где A – работа выхода электронов из катода; T – термодинамическая температура; c – постоянная, одинаковая для всех металлов; k – постоянная Больцмана.

Явление термоэлектронной эмиссии широко используется в электронно-вакуумных приборах и устройствах – электронных лампах, электронно-лучевых и рентгеновских трубках, в электронных микроскопах и т.д.

Примеры решения задач

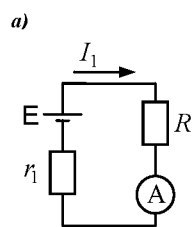
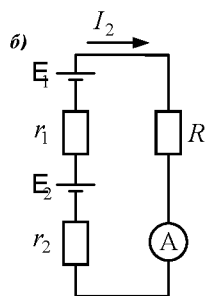


Рис. к задаче 43

Первого и второго источников тока.



Задача 43. К источнику тока с ЭДС $E = 1,5$ В присоединили катушку с сопротивлением $R = 0,1$ Ом. Амперметр показал силу тока равную $I = 0,5$ А. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же ЭДС, то сила тока I в той же катушке оказалась равной $0,4$ А. Определите внутренние сопротивления r_1 и r_2 пер-

¹ Ирвинг Ленгмюр (1881-1957) – американский физик.

² Оуэн Уилланс Ричардсон (1879 – 1959) – английский физик.

Дано:
 $E = 1,5$ В
 $R = 0,1$ Ом
 $I_1 = 0,5$ А
 $I_2 = 0,4$ А
 $r_1 - ?$ $r_2 - ?$

Решение. Запишем для приведенных в задаче электрических цепей закон Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{E}{R + r_1}, \quad (1)$$

$$I_2 = \frac{E + E}{R + r_1 + r_2} = \frac{2E}{R + r_1 + r_2}. \quad (2)$$

Получим два уравнения с неизвестными r_1 и r_2 .

Из уравнения (1) находим

$$R + r_1 = \frac{E}{I_1}. \quad (3)$$

Подставив выражение (3) в (2), получим

$$I_2 = \frac{2E}{r_2 + \frac{E}{I_1}}, \quad r_2 + \frac{E}{I_1} = \frac{2E}{I_2}, \quad \text{откуда}$$

$$r_2 = \frac{2E}{I_2} - \frac{E}{I_1} = \frac{E}{I_1 I_2} (2I_1 - I_2) = 4,5 \text{ Ом.}$$

$$\text{Из уравнения (1): } r_1 = \frac{E}{I_1} - R = 2,9 \text{ Ом. } [r] = \frac{В}{А} - \text{Ом} = \text{Ом.}$$

Ответ: $r_1 = 2,9$ Ом; $r_2 = 4,5$ Ом

Задача 44. Даны 12 элементов с ЭДС $E = 1,5$ В и внутренним сопротивлением $r = 0,4$ Ом. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной из них батареи наибольшую силу во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0,3$ Ом. Определить I_{\max} .

Дано:
 $E = 1,5$ В
 $R = 0,3$ Ом
 $N = 12$
 $r = 0,4$ Ом
 $I_{\max} - ?$

Решение. Предположим, что элементы собраны в батарею, состоящую из нескольких параллельно соединенных групп, содержащих по n последовательно соединенных элементов.

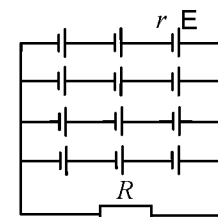


Рис. к задаче 44

Число параллельно соединенных групп $k = \frac{N}{n}$, ЭДС такой батареи равна

$$E_0 = nE.$$

Внутреннее сопротивление этой батареи

$$\frac{1}{r_0} = \sum_k \frac{1}{nr} = \frac{k}{nr} \Rightarrow r_0 - \frac{n}{k}r = \frac{n^2}{N}r.$$

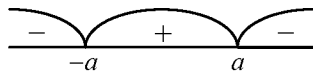
Согласно закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{E_0}{r_0 + R} = \frac{nE}{R + \frac{n^2}{N}r} = \frac{NE}{r} \cdot \frac{n}{n^2 + \frac{NR}{r}}.$$

Рассмотрим функцию $I(x) = A \frac{x}{x^2 + a^2}$, где $A = \frac{NE}{r}$, $a = \sqrt{\frac{NR}{r}}$ и исследуем ее на экстремум:

$$\frac{dI(x)}{dx} = A \frac{x^2 + a^2 - 2x^2}{(x^2 + a^2)^2} = A \frac{a^2 - x^2}{(x^2 + a^2)^2} = A \frac{(a-x)(a+x)}{(x^2 + a^2)^2}.$$

Знак производной определяется знаком выражения $(a-x)(a+x)$, ко-



торый можно определить по методу интервалов: при переходе через точки

$x = a = \sqrt{\frac{NR}{r}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 0,3}{0,4}} = 3$ производная меняет знак с «+» на «-», поэто-

му эта точка максимума функции $I(x) = A \frac{x}{x^2 + a^2}$.

Следовательно, наибольшая сила тока достигается при условии, что эти элементы соединены в батарею, состоящую из параллельно соединенных групп, содержащих по $n = x_{\max} = 3$ последовательно соединенных элементов. Общее число этих групп:

$$k = \frac{N}{n} = \frac{12}{3} = 4.$$

Максимальная сила тока соответственно равна

$$I_{\max} = A \frac{a}{a^2 + a^2} = \frac{A}{2a} = \frac{NE}{2r} \cdot \sqrt{\frac{r}{NR}} = \frac{E}{2} \cdot \sqrt{\frac{N}{rR}} = \frac{1,5}{3} \cdot \sqrt{\frac{12}{0,3 \cdot 0,4}} = 7,5 \text{ А}.$$

Ответ: вторая батарея состоит из 4 параллельно соединенных групп по 3 последовательно соединенных элемента в каждой группе; $I_{\max} = 7,5 \text{ А}$.

Задача 45. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12 \text{ Ом}$ равномерно убывает от $I_0 = 5 \text{ А}$ до $I = 0 \text{ А}$ в течение $t = 10 \text{ с}$. Какое коли-

чество теплоты Q выделится в этом проводнике за указанный промежуток времени?

Дано:
 $R = 12 \text{ Ом}$
 $I_0 = 5 \text{ А}$
 $I = 0 \text{ А}$
 $t = 10 \text{ с}$
 $Q - ?$

Решение. Согласно закону Джоуля - Ленца в проводнике выделяется количество теплоты

$$dQ = I^2 R dt. \quad (1)$$

Сила тока пропорциональна времени

$$I = Kt. \quad (2)$$

где K — коэффициент пропорциональности.

По условию задачи:

$$K = \frac{I - I_0}{t}. \quad (3)$$

Подставив выражения (2) и (3) в (1), получим

$$dQ = K^2 R t^2 dt.$$

Интегрируем полученное уравнение с учетом выражения (3):

$$Q = \int_0^t K^2 R t^2 dt = \frac{1}{3} K^2 R t^3 = \frac{1}{3} (I - I_0)^2 R t = 1000 \text{ Дж}.$$

$$[Q] = \text{А}^2 \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{А} \cdot \text{А} \cdot \text{Ом} \cdot \text{с} = \text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с} = \text{Вт} \cdot \text{с} = \text{Дж}.$$

Ответ: $Q = 1000 \text{ Дж}$.

Задача 46. ЭДС батареи аккумуляторов $E = 12 \text{ В}$, сила тока короткого замыкания равна $I_{\text{кз}} = 5 \text{ А}$. Какую наибольшую мощность P_{\max} можно получить во внешней цепи, соединенной такой батареей?

Дано:
 $E = 12 \text{ В}$
 $I_{\text{кз}} = 5 \text{ А}$
 $P_{\max} - ?$

Решение. Согласно закону Ома (3.94) сила тока в цепи

$$I = \frac{E}{R + r}.$$

Мощность, выделяющаяся во внешней цепи, найдем по закону Джоуля-Ленца (3.87):

$$P(R) = I^2 R = E^2 \cdot \frac{R}{(R + r)^2}.$$

Иследуем эту функцию на экстремум:

$$\frac{dP(R)}{dR} = E^2 \cdot \frac{(r + R)^2 - 2(r + R)R}{(r + R)^4} = E^2 \cdot \frac{r + R - 2R}{(r + R)^3} = 0$$

$$\Rightarrow r - R = 0.$$

Точка $R = r$ является точкой максимума функции $P(R)$, поскольку при переходе через эту точку производная $\frac{dP(R)}{dR}$ меняет знак с плюса на минус, поэтому

$$P_{\max} = P(r) = E^2 \cdot \frac{r}{4r^2} = \frac{E^2}{4r}.$$

Учитывая, что наибольший ток в цепи соответствует короткому замыканию, при котором сопротивление внешней нагрузки равно нулю, согласно закону Ома получим

$$I_{\max} = \frac{E}{r}, \text{ тогда } P_{\max} = \frac{E^2}{4r} = \frac{I_{\max} E}{4} = 15 \text{ Вт.}$$

Ответ: $P_{\max} = 15 \text{ Вт.}$

Задача 47. Два источника тока с ЭДС и внутренними сопротивлениями $E_1 = 8 \text{ В}$, $r_1 = 2 \text{ Ом}$, $E_2 = 6 \text{ В}$, $r_2 = 1,5 \text{ Ом}$ и реостат с сопротивлением $R = 10 \text{ Ом}$ соединены, как показано на рисунке. Вычислить силу тока I , текущего через реостат.

<p>Дано:</p> <p>$E_1 = 8 \text{ В}$</p> <p>$E_2 = 6 \text{ В}$</p> <p>$r_1 = 2 \text{ Ом}$</p> <p>$r_2 = 1,5 \text{ Ом}$</p> <p>$R = 10 \text{ Ом}$</p> <p>$I - ?$</p>	<p>Решение. Произвольно выберем направление токов. Согласно первому правилу Кирхгофа для узла А запишем:</p> $I_1 - I_2 - I = 0. \quad (1)$ <p>Согласно второму правилу Кирхгофа для контура ABCDA:</p> $I_1 r_1 + I_2 r_2 = E_1 + E_2, \quad (2)$ <p>для контура AFEDA:</p> $I_2 r_2 - IR = E_2. \quad (3)$
--	--

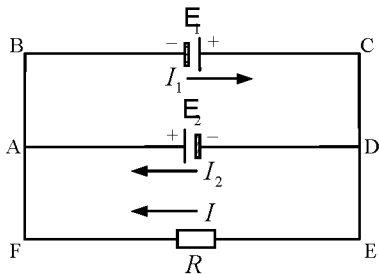


Рис. к задаче 47

Получим систему трех уравнений (1–3) с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I = 0, \\ I_1 r_1 + I_2 r_2 = E_1 + E_2, \\ I_2 r_2 - IR = E_2. \end{cases}$$

Приведем ее к виду, удобному для решения:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I = 0, \\ 2 \cdot I_1 + 1,5 \cdot I_2 = 14, \\ 1,5 \cdot I_2 - 10 \cdot I = 6, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 - I_2 - I = 0, \\ 4 \cdot I_1 + 3 \cdot I_2 = 28, \\ 3 \cdot I_2 - 20 \cdot I = 12. \end{cases}$$

Решим систему по формулам Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 4 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & -20 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & 4 \\ 0 & 3 & -20 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-140 - 12) = -152.$$

$$\Delta I = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 14 \\ 0 & 3 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 7 & 14 \\ 0 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 1 \cdot (42 - 42) = 0.$$

$$I = \frac{\Delta I}{\Delta} = \frac{0}{-152} = 0.$$

Ответ: $I = 0.$

Глава 15

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§89. Магнитное поле тока. Индукция магнитного поля

В 1820 г. Эрстед¹ обнаружил, что магнитная стрелка, расположенная рядом с проводником, отклоняется, когда по проводнику течет электрический ток (рис. 35). Магнитная стрелка, как известно, отклоняется в магнитном поле. Следовательно, вокруг проводника с током образуется магнитное поле. Тем самым была установлена связь между электричеством и магнетизмом.

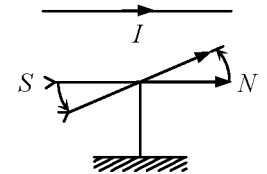


Рис. 35

Магнитное поле – это форма материи, которая создается движущимися электрическими зарядами.

Силовой характеристикой магнитного поля является магнитная индукция \vec{B} .

Индукция магнитного поля \vec{B} определяется по действию поля на контур с током (рис. 36).

За направление вектора индукции магнитного поля принимается направление нормали \vec{n} , ориентированной в поле контура с током. Контур

¹ Ханс Кристиан Эрстед (1777 – 1851) – датский физик.

должен быть достаточно малых размеров, чтобы в пределах его поле можно было считать однородным.

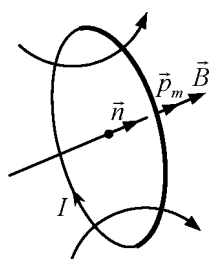


Рис. 36

Положительной нормалью \$\vec{n}\$ контура называется перпендикуляр, проведенный к его плоскости так, чтобы вращательное движение рукоятки буравчика совпадало с током в контуре, тогда поступательное движение буравчика укажет направление положительной нормали.

Линией магнитной индукции (силовой линией магнитного поля) называется линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с направлением вектора индукции \$\vec{B}\$.

Если контур отклонить от положения равновесия, то на него будет действовать вращающий момент \$M\$, т.е. магнитное поле будет поворачивать контур. Вращающий момент максимален, когда нормаль к плоскости контура перпендикулярна вектору индукции. Через наибольшее значение вращающего момента определяется модуль индукции магнитного поля:

$$|\vec{B}| = \frac{M_{\max}}{IS} = \frac{M_{\max}}{|\vec{p}_m|}. \quad (3.106)$$

Произведение силы тока \$I\$ и площади контура \$S\$ называется *дипольным магнитным моментом контура* \$\vec{p}_m\$. Единицей дипольного магнитного момента является ампер-квадратный метр (\$A \cdot m^2\$).

Итак, *магнитная индукция* – это векторная физическая величина, численно равная отношению максимального механического момента, действующего на контур с током в магнитном поле, к дипольному магнитному моменту контура. Единицей магнитной индукции является тесла. Тесла – это магнитная индукция однородного магнитного поля, в котором на плоский контур с током с дипольным магнитным моментом \$1 A \cdot m^2\$ действует максимальный вращающий момент, равный \$1 N \cdot m\$.

§90. Закон Био–Савара–Лапласа

Закон Био¹–Савара²–Лапласа³ позволяет определить индукцию магнитного поля, созданного проводником с током. Пусть по проводнику произвольной формы течет ток \$I\$ (рис. 37).

Выделим бесконечно малый элемент проводника с током \$d\vec{l}\$, отстоя-

щий на расстоянии радиуса – вектора \$\vec{r}\$ от точки А. Согласно закону Био–Савара–Лапласа индукция магнитного поля \$d\vec{B}\$, обусловленная элементом тока длиной \$d\vec{l}\$ в данной точке А, равна

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I [d\vec{l}, \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (3.107)$$

где \$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\$ Гн/м – магнитная постоянная.

Полную индукцию \$\vec{B}\$ в точке А можно найти по принципу суперпозиций – векторным суммированием по всем элементам тока:

$$\vec{B} = \int d\vec{B}. \quad (3.108)$$

Применим формулу (3.107) для вычисления поля, созданного бесконечно длинным прямолинейным проводником с током \$I\$ (рис. 38). Пусть точка А находится на расстоянии \$b\$ от проводника. Выделим элемент длины проводника \$d\vec{l}\$, находящийся на расстоянии \$\vec{r}\$ от точки А. Из рис. 38 видно, что

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}; \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

Модуль вектора магнитной индукции согласно формуле (3.107) равен

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2}. \quad (3.109)$$

Подставив выражения для \$r\$ и \$dl\$ в (3.109), получим

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \sin \alpha d\alpha.$$

Поскольку вектора \$d\vec{B}\$ от всех элементов тока в точке А направлены в одну сторону, то сложение векторов заменяется суммированием их модулей:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 2I}{4\pi b}. \quad (3.110)$$

Интегрирование производится от 0 до \$\pi\$, так как угол \$\alpha\$ для всех элементов \$d\vec{l}\$, на которые разбивается бесконечно длинный проводник, изменяется от 0 до \$\pi\$.

Линии магнитной индукции поля прямолинейного проводника с током представляет собой концентрические окружности (рис. 39), по касатель-

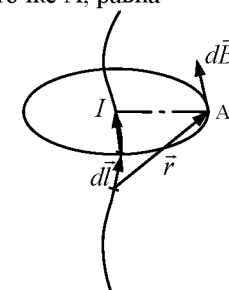
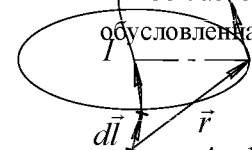


Рис. 37

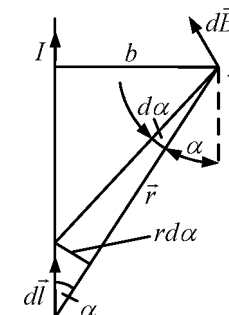


Рис. 38

¹ Жан Батист Био (1774 – 1862) – французский физик.

² Феликс Савар (1791 – 1841) – французский физик.

³ Пьер Симон Лаплас (1749 – 1827) – французский астроном, математик и физик.

ным к которым направлен вектор \vec{B} . Направление магнитных силовых линий определяется по *правилу буравчика (правого винта)*.

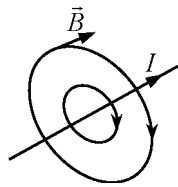


Рис. 39

В случае прямолинейного проводника конечной длины пределы интегрирования в выражении (3.110) будут от α_1 до α_2 (рис. 40) и магнитная индукция

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (3.111)$$

Вычислим индукцию магнитного поля, созданного круглым витком радиуса R , по которому течет ток I (рис. 41). Выделим элемент длины $d\vec{l}$ в верхней части витка, расположенный на расстоянии r от точки А, в которой определяется магнитная индукция. Точка А находится на оси витка на расстоянии x от его центра.

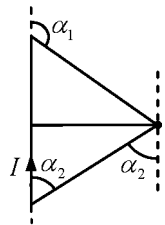


Рис. 40

Элемент витка $d\vec{l}$ с током I создает в точке А поле, модуль магнитной индукции которого согласно закона Био–Савара–Лапласа равен

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dl}{r^2}. \quad (3.112)$$

Разложим вектор $d\vec{B}$ на параллельную $d\vec{B}_\parallel$ и вертикальную $d\vec{B}_\perp$ составляющие. При суммировании по всем элементам $d\vec{l}$ перпендикуляр-

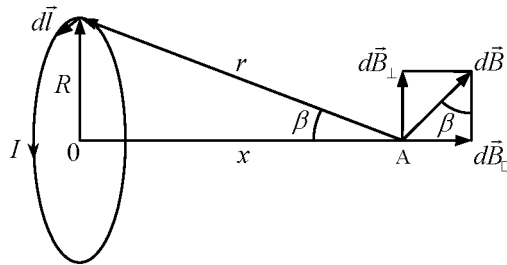


Рис. 41

ные компоненты взаимно сократятся, т.е.

$$\sum d\vec{B}_\perp = 0.$$

Поэтому вектор индукции магнитного поля \vec{B} будет направлен вдоль оси витка, а его значение равно

$$B = \int dB \cos \beta = \int dB \frac{R}{r} = \int dB \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}},$$

так как $r = \sqrt{R^2 + x^2}$.

Подставим данное выражение в уравнение (3.112) и проинтегрируем его по длине витка:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (3.113)$$

Запишем полученное уравнение в векторной форме:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\vec{P}_m}{(R^2 + x^2)^{3/2}}, \quad (3.114)$$

где \vec{P}_m – дипольный магнитный момент витка с током.

При $x = 0$ из формул (3.113) и (3.114) определяется магнитная индукция в центре витка:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}, \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{\vec{P}_m}{R^3}. \quad (3.115)$$

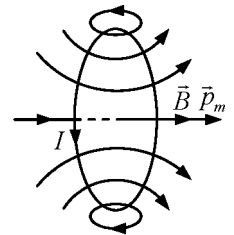


Рис. 42

Изображение силовых линий индукции магнитного поля витка с током показано на рис. 42.

§91. Закон Ампера. Взаимодействие проводников с током

На проводник с током, помещенный в магнитное поле, действует сила, определяемая законом Ампера¹:

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}], \quad (3.116)$$

где I – сила тока в проводнике, \vec{B} – магнитная индукция в месте расположения элемента проводника $d\vec{l}$. Модуль силы Ампера равен

$$dF = B dl \sin \alpha, \quad (3.117)$$

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

Направление силы Ампера определяется по *правилу левой руки* (правило правого винта):

Левую руку следует располагать так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь, четыре вытянутых пальца показывали направление тока в проводнике, тогда отогнутый на 90° большой палец покажет направление силы Ампера.

Магнитное поле называется *однородным*, если вектор индукции поля \vec{B} не зависит от координат ($\vec{B} = const$). Для однородного магнитного поля закон Ампера имеет вид

$$F = BIl \sin \alpha,$$

¹ Андре Мари Ампер (1775 – 1836) – французский физик.

где l – длина проводника, находящаяся в поле, α – угол между вектором \vec{B} и направлением тока.

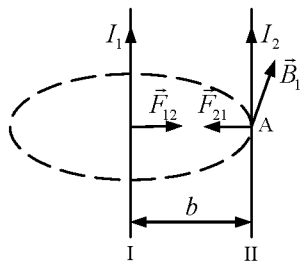


Рис. 43

Используя закон Ампера, найдем силу взаимодействия двух параллельных, бесконечно длинных, прямолинейных проводников с током I_1 и I_2 , расположенных в вакууме на расстоянии b друг от друга (рис. 43).

Пусть проводник I создает магнитное поле с индукцией \vec{B}_1 в точке A, через которую проходит проводник II с током I_2 . Направление индукции \vec{B}_1 определяется по правилу

буравчика. На проводник II действует сила Ампера \vec{F}_{21} , направление которой определяется по правилу левой руки.

Из рис. 43 видно, что проводник II притягивается проводником I. Аналогично рассуждая, можно показать, что проводник I притягивается проводником II. Таким образом, если направления токов I_1 и I_2 совпадают, то проводники притягиваются друг к другу, если направление токов противоположны, то проводники отталкиваются друг от друга.

Подставив выражение (3.115) в (3.117) и учитывая, что угол $\alpha = 90^\circ$, найдем силу, действующую на элемент тока I_2 :

$$dF = I_2 B_1 dl = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b} dl.$$

На единицу длины тока I_2 действует сила

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi b}. \quad (3.118)$$

Такая же сила действует на единицу длины тока I_1 .

На основании соотношения (3.118) устанавливается единица силы тока в системе СИ – ампер (А). 1 А – это сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум прямолинейным параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины проводника.

§92. Рамка с током в магнитном поле

Рассмотрим прямоугольную рамку со сторонами a и b , по которой течет ток I . Рамка находится в однородном магнитном поле, вектор

магнитной индукции которой \vec{B} составляет угол α с нормалью \vec{n} к плоскости рамки. Рамка может вращаться относительно вертикальной оси ОО (рис. 44). Силы Ампера, действующие на горизонтальные стороны рамки, равны по величине, противоположны по направлению и уравниваются:

$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_4| = IBb.$$

Силы, действующие на вертикальные стороны рамки, также по модулю равны друг другу

$$|\vec{F}_1| = |\vec{F}_3| = Iba,$$

противоположно направлены и образуют пару сил. Как известно из механики, пара сил создает вращающий момент

$$M = IabB \sin \alpha = ISB \sin \alpha = p_m B \sin \alpha, \quad (3.119)$$

где $S = ab$ – площадь рамки, $p_m = IS$ – магнитный момент рамки. Формулу (3.119) можно записать в векторной форме:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (3.120)$$

Под действием момента \vec{M} рамка может поворачиваться относительно оси ОО.

Если магнитное поле неоднородно, то силы, действующие на рамку, не равны друг другу и кроме вращающего момента возникает результирующая сила, способная сообщить ей поступательное движение. Рамка будет втягиваться в область магнитного поля с большим значением магнитной индукции.

§93. Циркуляция вектора магнитной индукции.

Теорема о циркуляции

Аналогично выражению (3.16) интеграл по замкнутому контуру от скалярного произведения вектора магнитной индукции \vec{B} на элемент контура $d\vec{l}$, т.е. $\oint_L \vec{B} d\vec{l}$, называется *циркуляцией вектора магнитной индукции*.

Вычислим циркуляцию вектора \vec{B} для поля прямолинейного проводника с током. Пусть ток I течет по проводнику, расположенному перпендикулярно плоскости рис. 45, а замкнутый контур в виде окружности радиуса R лежит в плоскости чертежа. Вектор \vec{B} направлен по касательной

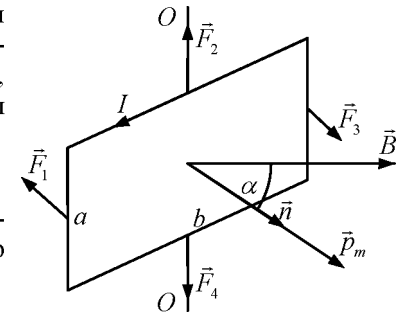


Рис. 44

к окружности. Выделим на окружности элемент контура $d\vec{l}$. Скалярное произведение

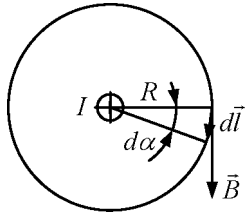


Рис. 45

где dl_B – проекция $d\vec{l}$ на направление вектора \vec{B} . Ввиду малости угла $d\alpha$

$$\vec{B}d\vec{l} = Bdl_B,$$

$$dl_B = R d\alpha,$$

тогда

$$\oint_1 \vec{B}d\vec{l} = \oint_1 RBd\alpha.$$

Согласно формуле (3.110)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \quad \text{и} \quad \oint_1 \vec{B}d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 IR}{2\pi R} d\alpha = \mu_0 I. \quad (3.121)$$

Если контур не охватывает проводник, то

$$\oint_1 \vec{B}d\vec{l} = 0,$$

если контур охватывает n проводников с токами I_1, I_2, \dots, I_n , то

$$\oint_1 \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (3.122)$$

Уравнение (3.122) справедливо и для проводников произвольной формы, охватываемых любым контуром.

Знак циркуляции в уравнении (3.122) определяется направлением обхода контура. Если направление обхода и направление тока связаны правилом правого винта, то ток I_i в $\sum I_i$ берется с плюсом, в противном случае – с минусом.

Формула (3.122) является алгебраическим выражением теоремы о циркуляции \vec{B} :

Циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру, охватывающему систему проводников с токами, равна алгебраической сумме токов в этих проводниках, умноженной на μ_0 .

Напомним, что циркуляция вектора напряженности электростатического поля

$$\oint_1 \vec{E}d\vec{l} = 0.$$

Электростатическое поле является *потенциальным*. Циркуляция вектора магнитной индукции

$$\oint_1 \vec{B}d\vec{l} \neq 0$$

не равна нулю. Магнитное поле является *вихревым*.

§94. Магнитное поле соленоида и тороида

Соленоидом называется катушка, на которую намотано большое число витков провода. Магнитное поле внутри соленоида образуется суммированием полей, создаваемых каждым витком, и поэтому может быть весьма большим. Если длина соленоида l намного больше его диаметра d (т.е. $l \gg d$), то соленоид называют длинным (в пределе – бесконечно длинным). Применим теорему о циркуляции вектора \vec{B} для расчёта магнитной индукции поля бесконечно длинного соленоида (рис. 46). Из опытов известно, что магнитное поле соленоида симметрично и линии вектора \vec{B} внутри соленоида параллельны его оси.

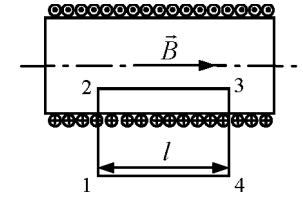


Рис. 46

В качестве замкнутого контура возьмём прямоугольник 1-2-3-4, проведённый вдали от концов соленоида. По формуле (3.122) запишем:

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \int_1^2 \vec{B}d\vec{l} + \int_2^3 \vec{B}d\vec{l} + \int_3^4 \vec{B}d\vec{l} + \int_4^1 \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 NI,$$

где I – ток в витке, N – число витков, охватываемых контуром.

Интегралы $\int_1^2 \vec{B}d\vec{l}$ и $\int_3^4 \vec{B}d\vec{l}$ пренебрежимо малы, так как направление

вектора \vec{B} перпендикулярно сторонам 1-2 и 3-4. Интегралом $\int_4^1 \vec{B}d\vec{l}$ также

можно пренебречь, поскольку индукция магнитного поля вне соленоида очень мала. Таким образом,

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \int_2^3 \vec{B}d\vec{l} = Bl = \mu_0 NI.$$

Если обозначить

$$n = \frac{N}{l}$$

число витков, приходящееся на единицу длины, то индукция магнитного поля внутри соленоида

$$B = \mu_0 nI. \quad (3.123)$$

Итак, магнитное поле внутри бесконечно длинного соленоида однородно, вне соленоида поле отсутствует.

Тороид представляет собой соленоид, свёрнутый в кольцо (рис. 47). Пусть R – средний радиус тороида, а r – радиус произвольного замкнутого контура, охватывающего витки тороида. В силу симметрии магнитного поля вектор \vec{B} направлен по касательной к окружности радиуса r .

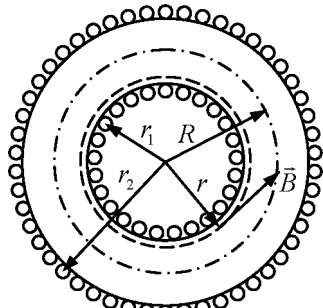


Рис. 47

По формуле (3.122) запишем:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = B \int_0^{2\pi r} dl = \mu_0 \sum I.$$

Сумма токов $\sum I = 2\pi R n I$, тогда

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = 2\pi r B = 2\pi R n I \mu_0,$$

откуда находится индукция магнитного поля внутри тороида:

$$B = \mu_0 n I \frac{R}{r}. \quad (3.124)$$

При расчётах r изменяется от r_1 до r_2 .

Согласно формуле (3.124) магнитное поле внутри тороида не является однородным. Вне тороида магнитное поле отсутствует.

§95. Сила Лоренца.

Движение заряженных частиц в магнитном поле

На частицу с электрическим зарядом q , движущуюся в магнитном поле со скоростью \vec{v} , направленной произвольным образом по отношению к вектору магнитной индукции \vec{B} , действует сила Лоренца¹ F . Силу Лоренца можно найти из закона Ампера (3.117).

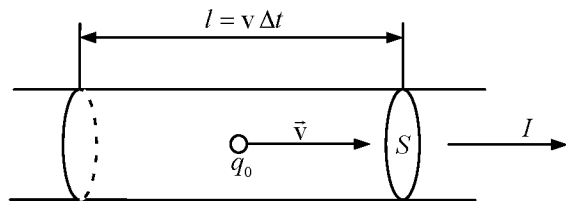


Рис. 48

Для этого силу Ампера следует представить как сумму сил, действующих на каждый заряд в проводнике (рис. 48):

¹ Хендрик Антон Лоренц (1853 - 1928) – нидерландский физик.

$$F_A = N F,$$

где N – общее число зарядов в проводнике.

Тогда

$$F = \frac{F_A}{N} = \frac{I B l \sin \alpha}{N}. \quad (3.125)$$

Сила тока

$$I = \frac{q}{\Delta t}, \quad (3.126)$$

где q – заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за время Δt :

$$q = q_0 n v S \Delta t. \quad (3.127)$$

Здесь q_0 – заряд свободной частицы, v – скорость её упорядоченного движения, n – концентрация частиц.

Число заряженных частиц

$$N = n S l. \quad (3.128)$$

Подставив выражения (3.126) – (3.128) в (3.125), получим

$$F = q_0 B v \sin \alpha, \text{ или } \vec{F} = q_0 [\vec{v}, \vec{B}]. \quad (3.129)$$

Сила Лоренца прямо пропорциональна величине заряда и векторному произведению скорости движения заряда на индукцию магнитного поля.

Направление силы Лоренца определяется по правилу левой руки, если заряд частицы положительный, и правой, если отрицательный.

Когда угол α между векторами \vec{v} и \vec{B} равен нулю или π , то сила Лоренца $F = 0$, т.е. магнитное поле на заряженные частицы не действует.

Если угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то $F = q v B$ и является центростремительной силой

$F_{ц}$. В этом случае в однородном магнитном поле заряженная частица будет двигаться по окружности, радиус которой R можно найти из соотношений

$$\frac{m v^2}{R} = q v B, \quad R = \frac{m v}{q B}, \quad (3.130)$$

где m – масса, а q – заряд частицы.

Период обращения частицы

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m v}{v q B} = \frac{2\pi m}{q B}. \quad (3.131)$$

Как видно из формулы (3.131), период обращения нерелятивистской частицы не зависит от скорости ее движения.

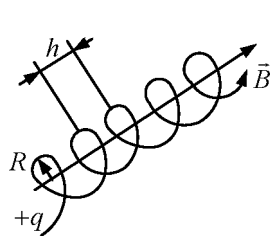


Рис. 49

Если угол $\frac{\pi}{2} > \alpha > 0$, то заряженная частица в однородном магнитном поле будет двигаться по спирали (рис. 49) с радиусом

$$R = \frac{m v \sin \alpha}{qB}$$

и шагом

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB}. \quad (3.132)$$

§96. Эффект Холла¹

По пластине из металла (или полупроводника) пропускается электрический ток, вектор плотности которого \vec{j} (рис. 50).

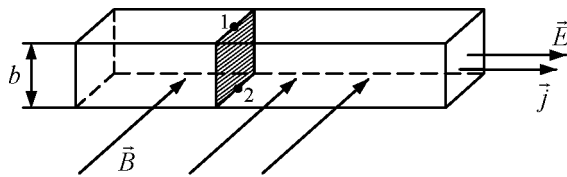


Рис. 50

Разность потенциалов между точками 1 и 2, расположенными на верхней и нижней гранях пластины, равна нулю. Пластина помещается в однородное магнитное поле, индукция которого \vec{B} . Между точками 1 и 2 появляется разность потенциалов $\Delta\varphi$.

Явление возникновения разности потенциалов в поперечном сечении проводника (или полупроводника), по которому течет электрический ток, при помещении его в магнитное поле, перпендикулярное вектору плотности тока, называется *эффектом Холла*.

Эффект Холла возникает в результате того, что на движущийся заряд q действует сила Лоренца $F = qvB$, отклоняя его (в зависимости от знака) к верхней или нижней грани пластины. Поэтому внутри пластины возникает электрическое поле напряженностью \vec{E} .

При стационарном процессе

$$qvB = qE.$$

Среднюю скорость движения заряда v можно выразить по формуле (3.72):

$$v = \frac{j}{qn}.$$

Тогда

$$\Delta\varphi = Eb = \frac{jBb}{nq}.$$

Введя обозначение

$$\frac{1}{nq} = R,$$

получим

$$\Delta\varphi = jRBb, \quad (3.133)$$

где R – постоянная Холла, зависящая от рода материала, из которого изготовлена пластина.

Из полученного выражения следует, что разность потенциалов $\Delta\varphi$ пропорциональна плотности тока и магнитной индукции. Зная $\Delta\varphi$, можно определить индукцию магнитного поля B .

По знаку (плюс или минус) постоянной Холла R определяется вид проводимости в полупроводниках (электронная или дырочная).

§97. Магнитный поток.

Теорема Гаусса для магнитного поля

Магнитным потоком через элементарную площадку dS называется физическая величина $d\Phi$, равная скалярному произведению индукции магнитного поля на площадь площадки (рис. 51):

$$d\Phi = \vec{B}d\vec{S} \text{ или } d\Phi = BdS \cos \alpha. \quad (3.134)$$

Магнитный поток Φ – это скалярная величина, знак потока зависит от выбора направления нормали \vec{n} к площадке dS .

В системе СИ магнитный поток измеряется в веберах (Вб). 1 Вб – это магнитный поток в однородном поле с индукцией 1 Тл через площадку 1 м^2 , перпендикулярную вектору индукции поля.

Найдем магнитный поток через произвольную замкнутую поверхность S (рис. 52). Поскольку линии вектора \vec{B} замкнутые, то сколько магнитных силовых линий входит в поверхность S , столько их и выходит из нее, т.е. потоки Φ_1 – на входе в поверхность и Φ_2 – на выходе из нее – равны. Так как угол между внешней нормалью \vec{n} и силовой линией магнитного поля на входе в поверхность тупой ($\cos \alpha_1$ имеет знак минус), а на выходе

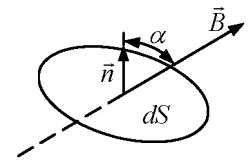


Рис. 51

¹ Эдвин Герберт Холл (1855 - 1938) – американский физик.

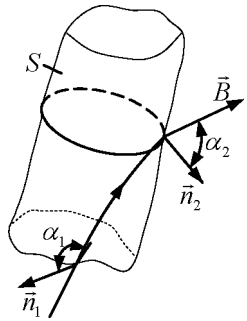


Рис. 52

полей являются электрические заряды, магнитные поля не имеют источников.

§98. Работа, совершаемая при перемещении проводника и контура с током в магнитном поле

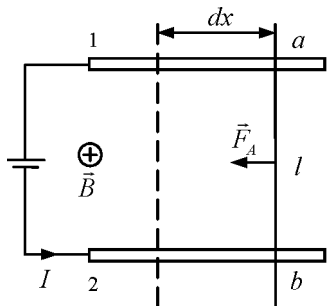


Рис. 53

этом совершается работа

$$dA = F_A dx = IBldx = IBdS = Id\Phi, \quad (3.136)$$

где $dS = ldx$ – площадь поверхности, описываемая проводником; $d\Phi = BdS$ – магнитный поток сквозь поверхность dS .

Определим работу, совершаемую при движении прямоугольного контура 1–2–3–4 с током I в неоднородном магнитном поле (рис. 54). По правилу левой руки найдем направление сил Ампера, действующих на проводники, из которых состоит контур (\vec{F}_{12} , \vec{F}_{23} , \vec{F}_{34} и \vec{F}_{41}).

Пусть сила $|\vec{F}_{34}| > |\vec{F}_{12}|$ и контур движется слева направо. Работа при этом

– острый ($\cos \alpha_2$ имеет знак плюс), то суммарный магнитный поток через замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_V \vec{B} d\vec{S} = 0. \quad (3.135)$$

Уравнение (3.135) является алгебраическим выражением теоремы Гаусса: *поток вектора магнитной индукции через произвольно взятую замкнутую поверхность равен нулю.*

Из формул (3.7) и (3.135) видно, что электрические и магнитные поля существенно различаются. Источниками электростатических

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41}.$$

Работа по перемещению проводников 2–3 и 1–4 равна нулю, так как действующие на них силы \vec{F}_{23} и \vec{F}_{41} перпендикулярны перемещению. Тогда работа, совершаемая при перемещении контура:

$$A = A_{12} + A_{34}.$$

Воспользовавшись формулой (3.136), определим работу по перемещению проводников 1–2 и 3–4:

$$A_{12} = -I(\Phi_1 + \Phi'), \quad A_{34} = I(\Phi_2 + \Phi'),$$

где Φ_1 , Φ' , Φ_2 – магнитные потоки, пронизывающие контур в начальном, промежуточном и конечном положениях.

Знак минус показывает, что сила, действующая на проводник 1–2, направлена против движения. Тогда работа по перемещению контура

$$A = -I\Phi_1 - I\Phi' + I\Phi_2 + I\Phi' = I(\Phi_2 - \Phi_1) = I\Delta\Phi.$$

Основываясь на полученном выражении, для элементарной работы можно записать:

$$dA = Id\Phi. \quad (3.137)$$

Работа по перемещению контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока I в контуре на изменение магнитного потока $d\Phi$, сцепленного с контуром.

Выражение (3.137) справедливо для контура произвольной формы. Им можно пользоваться и в случае, если контур неподвижен, а изменяется вектор магнитной индукции \vec{B} .

В заключение отметим, что работа по перемещению проводника и контура с током осуществляется за счёт энергии источника, поддерживающего ток в контуре.

Примеры решения задач

Задача 48. По двум длинным проводам текут токи $I_1 = 50$ А и $I_2 = 100$ А в противоположных направлениях. Расстояние между проводами равно $d = 20$ см. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25$ см от первого и на $r_2 = 40$ см от второго провода.

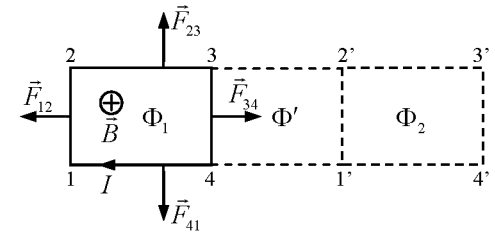


Рис. 54

Дано:
 $I_1 = 50 \text{ А}$
 $I_2 = 100 \text{ А}$
 $d = 0,2 \text{ м}$
 $r_1 = 0,25 \text{ м}$
 $r_2 = 0,4 \text{ м}$
 $B - ?$

Решение. Силовые линии магнитного поля прямолинейного провода с током представляют собой окружности, центры которых лежат на оси провода. Вектора \vec{B}_1 и \vec{B}_2 касательны к окружностям, проведенным из центров проводов с радиусами r_1 и r_2 . Направления \vec{B}_1 и \vec{B}_2 определены по правилу буравчика. Согласно принципу суперпозиции индукция магнитного поля в точке А равна

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2,$$

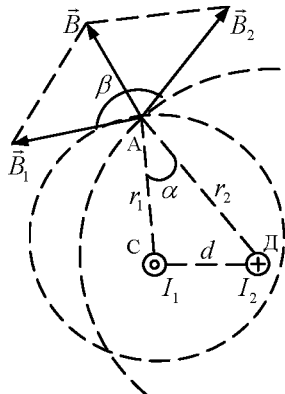


Рис. к задаче 48

где \vec{B}_1 – магнитная индукция в точке А, создаваемая током I_1 ; \vec{B}_2 – магнитная индукция, создаваемая в точке А током I_2 . Модули этих индукций соответственно равны

$$\left\{ \begin{aligned} |\vec{B}_1| &= \frac{\mu\mu_0 \cdot I_1}{2 \cdot \pi \cdot r_1}, \\ |\vec{B}_2| &= \frac{\mu\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot r_2}. \end{aligned} \right.$$

Модуль вектора \vec{B} определим по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2 \cdot B_1 B_2 \cos \beta},$$

где β – угол между векторами \vec{B}_1 и \vec{B}_2 . Из рисунка видно, что угол $\beta = 180^\circ - \alpha$. Поэтому $\cos \beta = \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

Косинус угла α определим по теореме косинусов, решая треугольник АСД:

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2 \cdot r_1 \cdot r_2} = 0,9125,$$

следовательно:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{I_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{r_2}\right)^2 - 2\left(\frac{I_1}{r_1}\right)\left(\frac{I_2}{r_2}\right)\cos \alpha} = \\ &= \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{I_1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{2I_1}{r_2}\right)^2 - 2\left(\frac{I_1}{r_1}\right)\left(\frac{2 \cdot I_1}{r_2}\right)\cos \alpha} = \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{2}{r_2}\right)^2 - 4\left(\frac{1}{r_1}\right)\left(\frac{2}{r_2}\right)\cos \alpha} = 21,2 \text{ мкТл.}$$

Ответ: $B = 21,2 \text{ мкТл.}$

Задача 49. Катушка длиной $l = 20 \text{ см}$ содержит $N = 100$ витков. По обмотке катушки идет ток $I = 5 \text{ А}$. Диаметр катушки равен $d = 20 \text{ см}$. Определите магнитную индукцию B в точке, лежащей на оси катушки на расстоянии $a = 10 \text{ см}$ от ее конца.

Дано:
 $l = 0,2 \text{ м}$
 $N = 100$
 $I = 5 \text{ А}$
 $d = 0,2 \text{ м}$
 $a = 0,1 \text{ м}$
 $B - ?$

Решение. Согласно формуле (3.113) индукция магнитного поля на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

где R – радиус кругового тока; x – расстояние от точки, в которой ищется индукция, до плоскости контура с током.

Применительно к данной задаче можно записать:

$$dB = \frac{\mu_0 R^2}{2} \cdot \frac{dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}},$$

где $dl = \frac{IN}{l} dx$ – элементарный круговой ток, текущий в элементе длины dx витка катушки.

Для нахождения индукции поля всей катушки с током необходимо проинтегрировать dB по x от $x = a$ до $x = a + l$:

$$B = \int_a^{a+l} \frac{\mu_0 R^2}{2} \frac{IN}{l} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IN R^2}{2l} \int_a^{a+l} \frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}}. \quad (1)$$

Заменим переменную: $x = R \operatorname{tg} z$, $dx = \frac{R}{\cos^2 z} dz$, тогда

$$(x^2 + R^2)^{3/2} = (1 + \operatorname{tg}^2 z)^{3/2} \cdot R^3 = \frac{R^3}{\cos^3 z}. \quad (2)$$

Решая интеграл (1) с учетом подстановки (2), получим

$$B = \frac{\mu_0 IN R^2}{2l} \int_{\operatorname{arctg} \frac{a}{R}}^{\operatorname{arctg} \frac{a+l}{R}} \frac{R}{\cos^2 z} \frac{dz}{\frac{R^3}{\cos^3 z}} = \frac{\mu_0 IN R^2}{2l} \frac{1}{R^2} \int_{\operatorname{arctg} \frac{a}{R}}^{\operatorname{arctg} \frac{a+l}{R}} \cos z dz =$$

$$= \frac{\mu_0 IN}{2l} \left(\sin \left(\arctg \frac{a+l}{R} \right) - \sin \frac{a}{R} \right).$$

Так как $\sin \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}}$, то

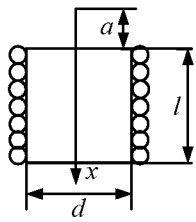


Рис. к задаче 49

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2l} \left(\frac{\frac{a+l}{R}}{\sqrt{1 + \left(\frac{a+l}{R}\right)^2}} - \frac{\frac{a}{R}}{\sqrt{1 + \left(\frac{a}{R}\right)^2}} \right) = \frac{\mu_0 IN}{2l} \left(\frac{a+l}{\sqrt{R^2 + (a+l)^2}} - \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right).$$

Учтем, что радиус катушки равен половине диаметра, тогда

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2l} \left(\frac{a+l}{\sqrt{\frac{d^2}{4} + (a+l)^2}} - \frac{a}{\sqrt{\frac{d^2}{4} + a^2}} \right) = 380 \text{ мкТл.}$$

$$[B] = \frac{\frac{\Gamma_{\text{H}}}{\text{M}} \cdot \frac{\text{A}}{\text{M}}}{\frac{\text{M}}{\text{M}}} = \frac{\Gamma_{\text{H}} \cdot \text{A}}{\text{M}^2} = \frac{\text{Вб}}{\text{M}^2} = \text{Тл.}$$

Ответ: $B = 380 \text{ мкТл.}$

Задача 50. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля и движется по винтовой линии радиусом $R = 1,5 \text{ см}$. Индукция магнитного поля $B = 0,1 \text{ Тл}$. Найти кинетическую энергию протона E_k .

Дано:

$$q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$R = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$B = 0,1 \text{ Тл}$$

$$E_k - ?$$

Решение. На протон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца (3.129):

$$F = qvB \sin \alpha,$$

где v – скорость, q – заряд протона. Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости и, следовательно, по второму закону Ньютона сообщает протону нормальное ускорение a_n :

$$F = ma_n = \frac{mv^2}{R},$$

где m – масса протона.

В итоге $qvB \sin \alpha = \frac{mv^2}{R}$, откуда

$$v = \frac{qBR \sin \alpha}{m} = 72 \text{ км/с.} \quad (1)$$

Так как скорость протона гораздо меньше скорости света, то кинетическую энергию протона определим по формуле:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} \text{ или с учетом (1)}$$

$$E_k = \frac{m}{2} \frac{(qBR \sin \alpha)^2}{m^2} = \frac{(qBR \sin \alpha)^2}{2m} = 4,3 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$$

Ответ: $E_k = 4,3 \cdot 10^{-18} \text{ Дж.}$

Задача 51. Коаксиальный кабель представляет собой длинную металлическую тонкостенную трубку радиуса $R = 10 \text{ мм}$, вдоль оси которой расположен тонкий провод. Силы токов I в трубке и в проводе равны и противоположно направлены. Определите магнитную индукцию в точках 1 и 2 (см. рис. к задаче), удаленных от оси кабеля на расстояния $r_1 = 5 \text{ мм}$ и $r_2 = 15 \text{ мм}$, если сила тока $I = 0,5 \text{ А}$.

Дано:

$$R = 10^{-2} \text{ м}$$

$$I = 0,5 \text{ А}$$

$$r_1 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$r_2 = 15 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$B_1 - ? \quad B_2 - ?$$

Решение. Магнитное поле коаксиального кабеля обладает цилиндрической симметрией, т.е. магнитные силовые линии имеют форму окружностей, центры которых лежат на оси кабеля, а плоскости перпендикулярны оси. Это значит, что во всех точках магнитной силовой линии модуль вектора B одинаков. Для определения магнитной индукции применим теорему о циркуляции вектора B (формула (3.122)):

$$\oint \vec{B}_1 d\vec{l} = \oint B_1 dl \cos(\vec{B}_1 \wedge d\vec{l}) = B_1 \oint dl = 2\pi r_1 B_1 = \mu\mu_0 I. \quad (1)$$

В качестве контура интегрирования использовалась окружность, проходящая через точку 1. Так как \vec{B}_1 направлен по касательной к силовой линии, то $\cos(\vec{B}_1 \wedge d\vec{l}) = 1$. Из выражения (1) найдем магнитную индукцию на расстоянии r_1 от оси кабеля:

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_1} = 20 \text{ мкТл.}$$

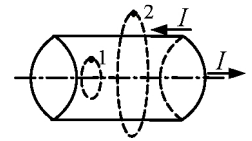


Рис. к задаче 51

Аналогично найдем B_2 , используя в качестве контура интегрирования окружность, проходящую через точку 2:

$$\oint B_2 dl \cos(\vec{B}_2 \wedge d\vec{l}) = B_2 \int_0^{2\pi r_2} dl = 2\pi r_2 B_2 = \mu\mu_0 (I - I) = 0. \quad (2)$$

Откуда $B_2 = 0$.

Так как контур интегрирования охватывает два равных и противоположно направленных тока, то алгебраическая сумма токов в уравнении (2) равна нулю.

Ответ: $B_1 = 20$ мкТл, $B_2 = 0$.

Задача 52. По прямому длинному проводу течет ток силой $I_1 = 10$ А. В одной плоскости с проводом расположена квадратная рамка с током $I = 5$ А и со стороной $a = 3$ см на расстоянии $x_0 = 5$ см от ближайшей стороны рамки до провода. Определите работу, затрачиваемую при удалении рамки из магнитного поля.

Дано:
 $I_1 = 10$ А
 $I = 5$ А
 $a = 0,03$ м
 $x_0 = 0,05$ м
 $A - ?$

Решение. Вокруг длинного прямого провода с током образуется магнитное поле, индукция которого зависит от расстояния x (от провода до точки поля):

$$B = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi x}. \quad (1)$$

Таким образом, рамка находится в неоднородном магнитном поле. Для определения работы при перемещении рамки на dx воспользуемся формулой (3.137):

$$dA = Id\Phi, \quad (2)$$

где $d\Phi = Badx$.

С учетом выражения (1) для элементарной работы запишем:

$$dA = \frac{\mu\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{I_1}{x} adx. \quad (3)$$

Работа сил магнитного поля:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\mu\mu_0 I_1 a}{2\pi} \int_{x_0}^{x_0+a} \frac{dx}{x} = \\ &= \frac{\mu\mu_0 I_1 a}{2\pi} \ln \frac{x_0+a}{x_0} = 14 \text{ мкДж.} \end{aligned}$$

Отметим, что в рассмотренной задаче рамка находится в положении неустойчиво-

го равновесия: при малейшем повороте рамки вокруг оси OO силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 создают вращающий момент и рамка повернется на угол π . После чего направление сил \vec{F}_1 и \vec{F}_2 изменится на противоположное и рамка начнет притягиваться к проводу с током.

Ответ: $A = 14$ мкДж.

Глава 16 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

§99. Магнитные моменты электронов и атомов. Атом в магнитном поле

Согласно теории Бора-Зоммерфельда электроны в атомах движутся по эллипсообразным траекториям. Допустим, что орбита электрона имеет форму окружности радиуса r (рис. 55). Движущийся по орбите электрон обладает моментом импульса

$$L_i = mvr,$$

который получил название *орбитальный механический момент* электрона.

Движущийся по орбите электрон эквивалентен круговому току

$$I = ev = \frac{ev}{2\pi r},$$

где e – заряд электрона; v – частота вращения; v – скорость электрона. Направление тока и направление движения электрона противоположны, т.к. заряд электрона отрицательный.

Магнитный момент кругового тока

$$p_{mi} = IS = \frac{ev\pi r^2}{2\pi r} = \frac{evr}{2},$$

назван *орбитальным магнитным моментом электрона*. Здесь S – площадь орбиты.

Моменты \vec{p}_{mi} и \vec{L}_i перпендикулярны плоскости орбиты и направлены по одной прямой, проходящей через её центр, в разные стороны. Отношение магнитного момента электрона к его механическому моменту называется *гиромагнитным отношением*:

$$\frac{p_{mi}}{L_i} = -\frac{e}{2m}. \quad (3.138)$$

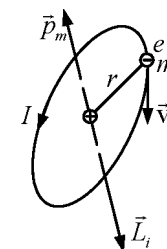


Рис. 55

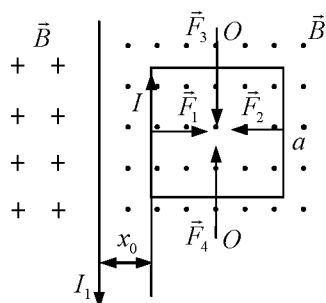


Рис. к задаче 52

Векторами орбитального магнитного и механического моментов атомов \vec{p}_m и \vec{L} являются векторные суммы соответствующих моментов всех его электронов:

$$\vec{p}_m = \sum_{i=1}^z \vec{p}_{mi}, \quad \vec{L} = \sum_{i=1}^z \vec{L}_i,$$

где z – порядковый номер атома в периодической системе элементов Менделеева¹.

При расчётах магнитных и механических орбитальных моментов атомов и молекул часто пренебрегают магнитным и механическим моментами ядра атома ввиду их малости.

Ряд закономерностей: распределение электронов по энергетическим уровням атома, тонкая структура спектральных линий возбужденных атомов и молекул и их расщепление в магнитных полях, природа ферромагнетизма и т.д. показывают, что помимо орбитальных моментов у электронов имеются собственные (спиновые) механический и магнитный моменты. Спин электрона – это его неотъемлемое свойство, как заряд и масса.

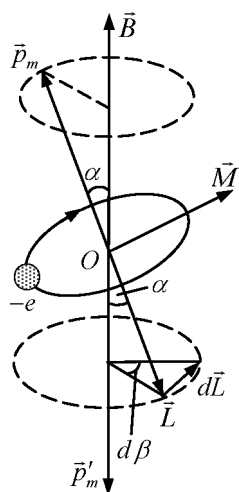


Рис. 56

Допустим, что атом находится в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} . На электронные орбиты, которые представляют собой “ниточки тока” (микротоки) (рис. 56), действует механический момент, определяемый уравнением $\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]$, или

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (3.139)$$

где p_m – орбитальный магнитный момент электрона; α – угол между векторами \vec{p}_m и \vec{B} . В результате действия механического момента вектора \vec{p}_m и \vec{L} совершают прецессию. Прецессией называется равномерное вращение вектора (в данном случае векторов \vec{p}_m и \vec{L}) вокруг неподвижной оси (вектора \vec{B}), при котором вектор описывает коническую поверхность с вершиной в точке O и углом раствора 2α . За

бесконечно малый промежуток времени dt орбитальный механический момент \vec{L} имеет приращение $d\vec{L}$, модуль которого согласно уравнению (1.74) равен

$$|d\vec{L}| = M dt. \quad (3.140)$$

Векторы $d\vec{L}$ и \vec{M} перпендикулярны плоскости, проходящей через \vec{B} и \vec{L} . Из уравнений (3.139) и (3.140) выразим модуль вектора:

$$dL = p_m B dt \sin \alpha. \quad (3.141)$$

С другой стороны, как видно из рис. 56,

$$dL = L d\beta \sin \alpha. \quad (3.142)$$

Отношение $\frac{d\beta}{dt} = \omega_L$ называют *угловой скоростью прецессии электронных орбит*. Найдем ω_L из выражений (3.141) и (3.142):

$$\omega_L = \frac{p_m B}{L} = \frac{eB}{2m}. \quad (3.143)$$

Теорема Лармора¹ гласит: *единственным результатом воздействия магнитного поля на атом является прецессия его электронных орбит с угловой скоростью ω_L .*

В результате прецессии электроны получают дополнительное движение, что приводит к образованию магнитного момента атома \vec{p}'_m , направленного согласно закону Ленца в сторону, противоположную вектору \vec{B} .

§100. Намагничивание вещества

Всякое вещество является *магнетиком*, так как при внесении его во внешнее магнитное поле оно намагничивается.

Пусть \vec{B}_0 – индукция магнитного поля в вакууме, \vec{B}' – индукция дополнительного магнитного поля, создаваемого веществом.

По принципу суперпозиции результирующее магнитное поле в магнетике обладает индукцией

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (3.144)$$

Существуют три типа магнетиков: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

Степень намагниченности магнетика принято характеризовать магнитным моментом единицы объема магнетика:

$$\vec{j} = \frac{\sum \vec{p}_m}{\Delta V},$$

где \vec{p}_m – магнитный момент молекулы, ΔV – объем магнетика.

¹ Дмитрий Иванович Менделеев (1834–1907) – русский химик.

¹ Джозеф Лармор (1857–1942) – английский физик.

Векторная физическая величина \vec{j} называется *намагниченностью магнетика*. Рассмотрим соленоид (рис. 46) с сердечником, изготовленным из какого – либо материала. При протекании тока I по обмотке в соленоиде возникает магнитное поле с индукцией \vec{B} , определяемой выражением (3.144), где \vec{B}_0 - магнитная индукция, созданная током I , \vec{B}' - индукция, обусловленная наличием сердечника. Распишем B_0 по формуле (3.123):

$$B_0 = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{l},$$

где N - число витков обмотки; l - длина соленоида. Согласно гипотезе Ампера в любом веществе циркулируют молекулярные токи, создающие вокруг себя магнитные поля. Эти токи обладают магнитными моментами \vec{p}_m . Результирующий эффект, создаваемый молекулярными токами, эквивалентен действию тока намагничивания I' , текущего по верхней поверхности цилиндрического сердечника и создающего индукцию \vec{B}' .

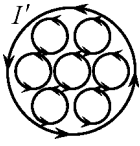


Рис. 57

Вектор \vec{B}' направлен противоположно \vec{B}_0 для диамагнетиков и совпадает по направлению с \vec{B}_0 для парамагнетиков. Если рассмотреть поперечное сечение сердечника (рис. 57), то внутри него молекулярные токи (на рис. показаны стрелками) соседних атомов направлены навстречу друг другу и взаимно компенсируются. Не скомпенсированы лишь молекулярные токи на боковой поверхности, которые образуют ток I' .

Тогда аналогично выражению для \vec{B}_0 можно записать:

$$\vec{B}' = \frac{\mu_0 N' I'}{l}, \quad (3.145)$$

где $\frac{N'}{l}$ - эффективное число витков молекулярных токов на единице длины; I' - сила молекулярного тока.

Выражение

$$\frac{N' I' S}{V} = \frac{N' I' S}{(S l)} = \frac{N' I'}{l} = j$$

представляет собой намагниченность магнетика j , где S - площадь поперечного сечения сердечника, $V = S l$ - его объем.

Таким образом, $\vec{B}' = \mu_0 \vec{j}$ и формула (3.144) запишется в виде:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{j}.$$

Применим теорему о циркуляции вектора магнитной индукции (3.122):

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l (\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{j}) d\vec{l} = \mu_0 (I + I'),$$

где I - суммарная сила тока в витках соленоида и I' - ток намагничивания, охваченные контуром интегрирования.

Из полученного выражения и соотношения $\oint_l \vec{B}_0 d\vec{l} = \mu_0 I$, имеем:

$$\oint_l \left(\frac{\vec{B} - \mu_0 \vec{j}}{\mu_0} \right) d\vec{l} = I. \quad (3.146)$$

Обозначив $\vec{H} = \frac{(\vec{B} - \mu_0 \vec{j})}{\mu_0}$, получим:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{j}), \quad (3.147)$$

где \vec{H} - напряженность магнитного поля.

Единицей намагниченности и напряженности магнитного поля является ампер на метр (А/м).

Для магнетиков, находящихся в не слишком сильных магнитных полях, намагниченность

$$\vec{j} = \varkappa \vec{H},$$

где \varkappa - магнитная восприимчивость (безразмерная физическая величина).

Тогда из формулы (3.147) запишем соотношение между индукцией магнитного поля \vec{B} и напряженностью \vec{H} :

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \varkappa \vec{H}) = \mu_0 \vec{H} (1 + \varkappa) = \mu \mu_0 \vec{H}. \quad (3.148)$$

Безразмерная физическая величина $\mu = 1 + \varkappa$ называется *магнитной проницаемостью вещества*.

Если использовать вектор \vec{H} , то равенство (3.122) примет вид

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I. \quad (3.149)$$

Выражение (3.149) называется законом полного тока: *циркуляция вектора напряженности магнитного поля по любому замкнутому контуру равна алгебраической сумме макротоков, охватываемых этим контуром*.

Вектор \vec{H} обычно ассоциируют только с макротоками, вектор \vec{j} - с микротоками (молекулярными токами), а вектор магнитной индукции \vec{B} с теми и другими токами.

§101. Диа- и парамагнетизм

Диамагнетизм – это явление возникновения в магнетике, внесенном во внешнее магнитное поле, намагниченности, направленной в сторону, противоположную полю. В отсутствие внешнего магнитного поля все орбитальные и спиновые магнитные моменты атомов и молекул диамагнетика взаимно уравновешены, т.е. их векторная сумма равна нулю. При внесении диамагнетика во внешнее магнитное поле в результате прецессии электронных орбит индуцируется дополнительный магнитный момент \vec{p}'_m , пропорциональный магнитной индукции внешнего поля \vec{B} и направленный в противоположную сторону. Поэтому магнитные восприимчивости диамагнетиков $\chi \neq 0$ и имеют отрицательные значения.

Стержень из диамагнетика, помещенный между полосами постоянно магнита, выталкивается из магнитного поля.

Итак, вещества, у которых магнитная восприимчивость χ имеет очень малые отрицательные значения, называются *диамагнетиками* (золото, цинк, висмут, ртуть, графит и т.д.). Магнитная восприимчивость диамагнетиков практически не зависит от температуры.

Парамагнетизм – это явление возникновения в магнетике, внесенном во внешнее магнитное поле, намагниченности, направленной по полю.

В отсутствие внешнего магнитного поля частицы парамагнетика имеют собственные магнитные моменты, отличные от нуля. Но за счет теплового хаотического движения суммарный магнитный момент атомов и молекул равен нулю. При внесении парамагнетика во внешнее магнитное поле магнитные моменты прецессируют с угловой скоростью ω_L , а также происходит их ориентация в поле. В результате возникает магнитная восприимчивость $\chi > 0$, т.е. намагниченность парамагнетика направлена по полю. Это означает, что парамагнетики, в отличие от диамагнетиков, полем не отталкиваются, а притягиваются.

Стержень из парамагнетика, внесенный в магнитное поле, устанавливается вдоль магнитных силовых линий поля.

С повышением температуры происходит разориентация магнитных моментов парамагнетиков. Для них справедлив закон Кюри¹:

$$\chi = \frac{C}{T},$$

где C – постоянная Кюри; T – термодинамическая температура.

Итак, вещества, магнитная восприимчивость которых имеет очень малые, но положительные значения, называются *парамагнетиками* (платина, алюминий, калий, натрий, литий и т.д.).

¹ Пьер Кюри (1859 – 1906) – французский физик.

§102. Условия на границе раздела двух магнетиков

Рассмотрим условия, которым удовлетворяют векторы магнитной индукции \vec{B} и напряженности магнитного поля \vec{H} на границе раздела двух однородных магнетиков. Допустим, что граница плоская, а магнитная проницаемость первого магнетика μ_1 меньше магнитной проницаемости второго магнетика μ_2 . Обозначим: \vec{B}_1 – индукция и \vec{H}_1 – напряженность магнитного поля в первом магнетике; \vec{B}_2 и \vec{H}_2 – соответственно во втором магнетике.

Выделим на границе раздела магнетиков замкнутую цилиндрическую поверхность с малой высотой Δh и площадью основания ΔS (рис. 58,а) и применим теорему Гаусса для вектора \vec{B} (3.135)

$$B_{2n}\Delta S - B_{1n}\Delta S = 0 \text{ или } B_{1n} = B_{2n}, \quad (3.150)$$

где B_{1n} и B_{2n} – проекции вектора \vec{B} на внешнюю нормаль \vec{n} .

Потоком вектора \vec{B} через боковую поверхность цилиндра пренебрегаем ввиду его малости.

Из уравнения (3.150) следует, что нормальные составляющие векторов \vec{B}_1 и \vec{B}_2 одинаковы, т.е. изменяются только тангенциальные составляющие.

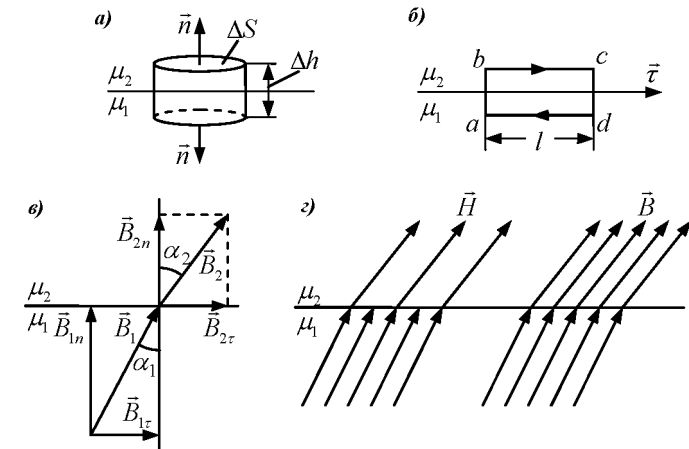


Рис. 58

Выделим на границе раздела магнетиков небольшой прямоугольный контур $abcd$ (рис. 58,б), в котором стороны ab и cd пренебрежимо малы по сравнению с l . Применим теорему о циркуляции вектора \vec{H} (3.149),

пренебрегая вкладом в циркуляцию на участках контура ab и cd :

$$H_{2\tau} - H_{1\tau} = 0 \text{ или } H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad (3.151)$$

где $H_{1\tau}$ и $H_{2\tau}$ - проекции векторов \vec{H}_1 и \vec{H}_2 на направление $\vec{\tau}$.

При написании уравнения (3.151) принимаем, что на границе раздела магнетиков токи проводимости отсутствуют.

Из уравнения (3.151) следует, что тангенциальные составляющие векторов \vec{H}_1 и \vec{H}_2 одинаковы по обе стороны границы раздела магнетиков.

Таким образом, при переходе границы раздела магнетиков B_n и H_τ изменяются непрерывно, а B_τ и H_n - скачком, претерпевая разрыв.

Поскольку $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, то из уравнений (3.150) и (3.151) запишем:

$$B_{1n} = B_{2n}, \quad \frac{B_{1\tau}}{\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_2}.$$

Поля векторов \vec{B} и \vec{H} на границе раздела двух магнетиков показаны на рис. 58,в. Из рисунка найдем соотношение:

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{B_{1\tau}/B_{1n}}{B_{2\tau}/B_{2n}}$$

или с учетом предыдущих условий

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Получили закон преломления линий \vec{B} и \vec{H} . Как видно из рис. 58,г, линии вектора напряженности \vec{H} магнитного поля на границе раздела двух магнетиков не только преломляются, но и терпят разрыв (из-за поверхностных токов намагничивания), линии вектора магнитной индукции \vec{B} только преломляются. С увеличением магнитной проницаемости угол между нормалью к границе раздела магнетиков и линиями векторов \vec{B} и \vec{H} также возрастает.

§103. Ферромагнетизм

Ферромагнетизм – это магнитоупорядоченное состояние макроскопических объемов вещества (ферромагнетиков), в котором магнитные моменты атомов параллельны и одинаково ориентированы. Ферромагнетики обладают спонтанной (самопроизвольной) намагниченностью даже в отсутствие внешнего намагничивающего поля.

Ферромагнетики, в отличие от слабомагнитных диа- и парамагнетиков, являются сильномагнитными средами. Магнитное поле, создаваемое ими, может в сотни и тысячи раз превосходить внешнее поле. У ферро-

магнетиков $\mu \gg 1$ и может достигать десятков и сотен тысяч. Ферромагнетизм наблюдается у железа, кобальта, никеля и у их многочисленных сплавов.

Ферромагнетики обладают особыми свойствами благодаря доменной структуре строения. *Домен* – микрорегион размером порядка (1-10) мкм, в которой спиновые магнитные моменты отдельных атомов имеют одинаковое направление. Направления магнитных моментов для разных доменов различны, так что в отсутствие внешнего поля суммарный магнитный

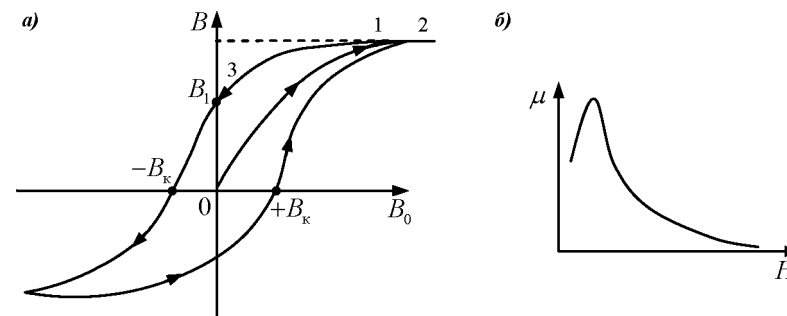


Рис. 59

момент всего ферромагнетика равен нулю.

При внесении ферромагнетика в магнитное поле происходит его намагничивание. Намагничивание состоит, во-первых, в смещении границ доменов и росте размеров тех доменов, векторы магнитных моментов которых близки по направлению к магнитной индукции внешнего намагничивающего поля \vec{B}_0 и, во-вторых, в повороте магнитных моментов целых доменов по направлению внешнего магнитного поля.

В достаточно сильном магнитном поле достигается состояние насыщения, когда весь образец намагничен по полю (рис. 59,а, участок 1-2). На рис. 59,а изображена кривая намагничивания, получившая название *петли гистерезиса*. Намагничивание происходит по кривой 0-1. Если затем уменьшить B_0 , то кривая пойдет по 1-3, т.е. происходит отставание изменения магнитного поля в веществе (B) по отношению к магнитному полю в вакууме (B_0); это явление запаздывания называется *гистерезисом*. При этом ферромагнетик остается намагниченным, когда $B_0 = 0$.

Чтобы размагнитить ферромагнетик, нужно изменить направление намагничивающего поля. Индукция B_k называется *коэрцитивной силой* (коэрцитивной индукцией). Она характеризует способность ферромагнетика сохранять намагниченное состояние.

Большой коэрцитивной силой (широкой петлей гистерезиса) обладают

магнитотвердые ферромагнетики, используемые для изготовления постоянных магнитов. Малую коэрцитивную силу (узкую петлю гистерезиса) имеют магнитомягкие ферромагнетики, используемые для сердечников трансформаторов, магнитных цепей и т.д.

Магнитная проницаемость μ ферромагнетиков является нелинейной функцией напряженности поля H (рис. 59,б). При увеличении H магнитная проницаемость сначала растет, достигая μ_{\max} , а затем убывает, асимптотически приближаясь к единице.

Остаточная намагниченность ферромагнетика нарушается при его сильном сотрясении или нагревании.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура, при которой домены разрушаются и ферромагнетик превращается в парамагнетик. Эта температура называется *точкой Кюри*.

Примеры решения задач

Задача 53. Соленоид с железным сердечником имеет длину $l = 0,3$ м и содержит $N = 300$ витков провода. Диаметр соленоида d намного меньше его длины l . Определите магнитную проницаемость μ железа при силе тока $I = 0,4$ А.

Дано:
 $l = 0,3$ м
 $N = 300$
 $I = 0,4$ А
 $d \ll l$
 $\mu - ?$

Решение. Магнитная проницаемость ферромагнетиков является функцией напряженности H магнитного поля, поэтому для ее определения воспользуемся графиком зависимости индукции магнитного поля B от H (см. рис.).

Из соотношения (3.148) выразим магнитную проницаемость:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \quad (1)$$

Напряженность магнитного поля бесконечно длинного соленоида ($d \ll l$) согласно формулам (3.123) и (3.148) определяется выражением

$$H = nI = \frac{N}{l} I, \quad (2)$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

Подставив в уравнение (2) численные значения величин и произведя вычисление, найдем $H = 400$ А/м.

По графику зависимости B от H для железа (см. рис.) определим,

что напряженности $H = 400$ А/м соответствует магнитная индукция $B = 1,06$ Тл.

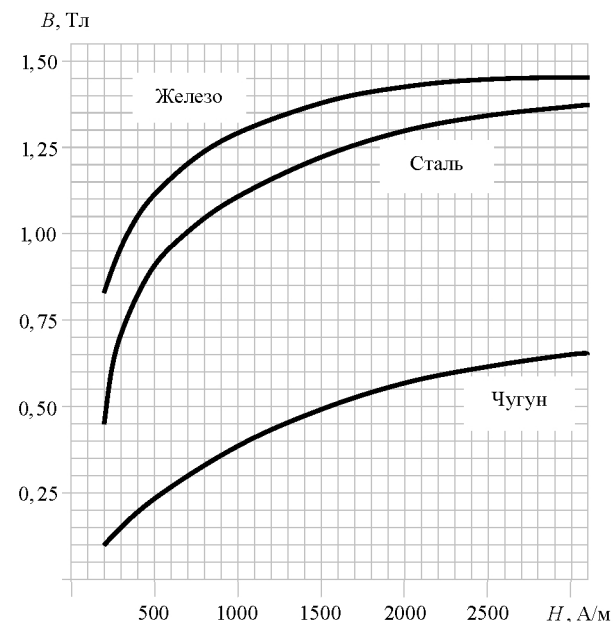


Рис. к задаче 53. Зависимость индукции B в ферромагнетиках от напряженности магнитного поля H

Подставив найденные значения B и H в формулу (1), вычислим магнитную проницаемость:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} = \frac{1,06 \text{ Тл}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}} \cdot 400 \frac{\text{А}}{\text{м}}} = 2110.$$

Ответ: $\mu = 2110$.

Задача 54. Торойд с железным сердечником и средним радиусом $R = 15,92$ см имеет воздушный зазор $l_2 = 2$ мм. По обмотке торойда, содержащей $N = 1000$ витков, течет ток I , в результате чего магнитная индукция в зазоре стала равна $B_2 = 1,0$ Тл. Определите силу тока I .

Дано:
 $R = 0,1592 \text{ м}$
 $l_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$
 $N = 1000$
 $B_2 = 1,0 \text{ Тл}$
 $I - ?$

Решение. Для расчета магнитного поля тороида используем теорему о циркуляции вектора магнитной индукции (3.122):

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu\mu_0 \sum I. \quad (1)$$

В качестве замкнутого контура выберем окружность радиуса R . Поскольку воздушный зазор l_2 в сердечнике очень узкий, то можно считать, что линии магнитной индукции будут проходить в зазоре так же, как в сплошном сердечнике, т.е. через любое поперечное сечение тороида (в том числе и через сечение в воздушном зазоре) проходит одинаковый магнитный поток:

$$B_1 = B_2 = \frac{\Phi}{S} = 1,0 \text{ Тл},$$

где S – площадь поперечного сечения тороида.

Однако магнитные проницаемости железа и воздуха разные, поэтому и напряженности магнитного поля в железе H_1 и в зазоре H_2 различны. Учитывая, что $B = \mu\mu_0 H$, теорема о циркуляции вектора H (закон полного тока (3.149)) запишется в виде

$$H_1 l_1 + H_2 l_2 = NI, \quad (2)$$

где $l_1 = 2\pi R - l_2 = 15,9 \text{ см}$.

$$\text{Для воздуха } \mu = 1 \text{ и } H_2 = \frac{B_2}{\mu_0} = \frac{1,0}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 8 \cdot 10^5 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

Значение H_1 найдем по кривой намагничивания железа, используя

рис. к задаче 53: $H_1 = 200 \frac{\text{А}}{\text{м}}$.

$$\text{Из уравнения (2) определим силу тока: } I = \frac{H_1 l_1 + H_2 l_2}{N} = 1,63 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 1,63 \text{ А}$.

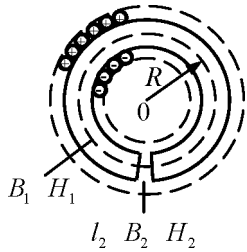


Рис. к задаче 54

Глава 17 ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

§104. Законы Фарадея и Ленца

Опыт Эрстеда показал, что электрический ток создает магнитное поле. А не может ли магнитное поле создавать электрический ток?

После многолетней работы Фарадей¹ ответил на этот вопрос положительно. Рассмотрим один из многочисленных опытов Фарадея, позволяющий понять явление электромагнитной индукции. Концы металлической проволоки, навитой на катушку, подключались к гальванометру G (рис. 60).

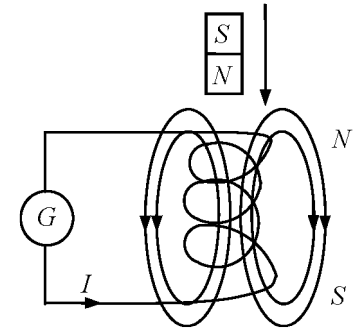


Рис. 60

Внутри катушки вводился постоянный магнит. При движении магнита стрелка гальванометра отклонялась. Это значит, что в витках катушки возбуждалась ЭДС, и возникал электрический ток, названный Фарадеем *индукционным*. Если магнит выводить из катушки, то стрелка гальванометра отклонялась в противоположную сторону. При остановке магнита стрелка возвращалась в нулевое положение.

Тот же эффект можно наблюдать, если магнит держать неподвижно, а катушку двигать. При движении магнита или катушки изменяется магнитный поток, пронизывающий витки проволоки. Явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром, называется *электромагнитной индукцией*.

Фарадей открыл закон электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.152)$$

ЭДС электромагнитной индукции, возникающая в замкнутом проводящем контуре, прямо пропорциональна скорости изменения магнитного потока, пронизывающего контур.

Явление электромагнитной индукции наблюдается и при движении проводника в однородном магнитном поле или в неподвижном проводнике при изменении магнитного поля.

Ленц установил закон, позволяющий определить направление индук-

¹ Майкл Фарадей (1791-1867) – английский физик.

ционного тока. Закон Ленца гласит: *индукционный ток имеет такое направление, что его собственное магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызвавшего индукционный ток.*

При определении направления индукционного тока в проводнике удобно пользоваться *правилом правой руки*: если силовые линии магнитного поля входят в ладонь, а отогнутый большой палец показывает направление движения проводника, то остальные четыре вытянутые в той же плоскости пальца показывают направление индукционного тока.

§105. Явление самоиндукции. Индуктивность

Самоиндукцией называется возникновение ЭДС индукции в катушке или контуре вследствие изменения в них электрического тока. Эта ЭДС называется *электродвижущей силой самоиндукции*.

По определению (3.134) магнитный поток Φ через площадку, охваченную контуром, пропорционален магнитной индукции B . По закону Био-Савара-Лапласа (3.107) индукция магнитного поля пропорциональна силе тока I , протекающего по контуру. Следовательно, магнитный поток

$$\Phi = LI. \quad (3.153)$$

Коэффициент пропорциональности L называется *индуктивностью контура* (катушки, проводника). *Индуктивность* замкнутого контура – это скалярная физическая величина, равная отношению магнитного потока, сцепленного с контуром, к силе тока в контуре. Индуктивность контура зависит от его размеров, формы и магнитной проницаемости среды, в которой он находится.

Подставив выражение (3.152) в (3.153), получим (при $L = const$)

$$E_s = -\frac{dI}{dt}. \quad (3.154)$$

Электродвижущая сила самоиндукции E_s прямо пропорциональна скорости изменения силы тока в контуре.

В СИ индуктивность измеряется в генри (Гн). 1 Гн – это индуктивность такой катушки (контура), в которой при равномерном изменении тока на 1 А за 1 с возникает ЭДС самоиндукции 1 В.

В качестве примера определим индуктивность длинного соленоида.

Если по соленоиду течет ток I , то согласно уравнению (3.153) полный магнитный поток сквозь соленоид (*потокосцепление ψ*) равен

$$\psi = LI, \quad (3.155)$$

где L – индуктивность соленоида. С другой стороны

$$\psi = N\Phi = NBS, \quad (3.156)$$

где N – число витков соленоида; Φ – магнитный поток, пронизывающий каждый виток; S – площадь поперечного сечения соленоида.

Согласно уравнению (3.123) магнитная индукция длинного соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI, \quad (3.157)$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу его длины; μ – магнитная проницаемость вещества, из которого изготовлен сердечник соленоида.

Из уравнений (3.155) – (3.157) получим

$$L = \mu\mu_0 NnS = \mu\mu_0 n^2 V, \quad (3.158)$$

где $V = Sl$ – объем соленоида.

Таким образом, индуктивность соленоида зависит от его длины l , площади сечения S , числа витков N и магнитной проницаемости сердечника μ .

Ток самоиндукции возникает в электрической цепи, содержащей сопротивление R и индуктивность L . По закону Ленца индукционный ток противодействует изменению тока в контуре, замедляя его возрастание или убывание. Закон изменения тока I в цепи с постоянной ЭДС, равной E , при ее замыкании и размыкании имеет вид

$$I = I_0 e^{-t/\tau} + \frac{E}{R(1 - e^{-t/\tau})}, \quad (3.159)$$

где I_0 – сила тока в начальный момент времени при $t = 0$; $\tau = \frac{L}{R}$ – постоянная, называемая *временем релаксации*.

На рис. 61 показаны кривые нарастания силы тока в цепи при ее замыкании (кривая 1 при $I = 0$, второе слагаемое формулы (3.159)) и убывания тока при размыкании цепи (кривая 2 при $E = 0$, первое слагаемое формулы (3.159)).

Явление возникновения ЭДС индукции в одном из контуров при изменении тока в другом контуре, расположенном вблизи него, называется *взаимной индукцией*. Это явление используется, например, в трансформаторах.

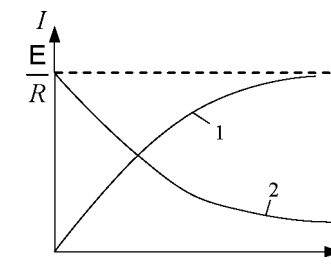


Рис. 61

§106. Энергия магнитного поля

На рис. 62 изображена электрическая цепь, содержащая источник тока (батарея) B , электрическую лампочку L , катушку индуктивности L и ключ K . Если поставить ключ K в положение 1, то по катушке потечет

электрический ток I . Переводом ключа K в положение 2 отсоединим источник тока от катушки. Образуется замкнутый контур цепи, включающий катушку и лампочку. Электрическая лампочка при этом вспыхивает, так как при размыкании цепи сила тока падает (рис. 61, кривая 2), возникает ЭДС самоиндукции:

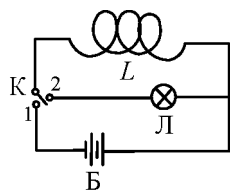


Рис. 62

Найдем работу по загоранию лампочки:

$$E = -L \frac{dI}{dt}.$$

$$dA = E dt = -L \frac{dI}{dt} I dt = -LI dI.$$

Поскольку ток уменьшается от I до нуля, то работа

$$A = -\int I dI = \frac{LI^2}{2}.$$

Работа по загоранию лампочки совершается за счет энергии магнитного поля катушки. Следовательно, энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (3.160)$$

Выразим энергию магнитного поля W через величины, характеризующие поле. Рассмотрим однородное магнитное поле бесконечно длинного соленоида. Подставив в формулу (3.160) индуктивность из уравнения (3.158) и силу тока из уравнения (3.157), получим

$$W = \frac{1}{2} \frac{\mu\mu_0 n^2 V B^2}{\mu^2 \mu_0 n^2} = \frac{1}{2} \frac{B^2 V}{\mu\mu_0}.$$

Объемная плотность энергии

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}.$$

Следовательно, энергия магнитного поля $W = \omega V$, где V – объем, занимаемый полем. Поскольку $B = \mu\mu_0 H$, то для объемной плотности энергии можно записать следующие выражения:

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (3.161)$$

Если магнитное поле неоднородно, то для определения энергии нужно вычислить интеграл:

$$W = \int \frac{1}{2} BH dV,$$

где dV – элементарный объем магнитного поля, в пределах которого поле можно считать однородным.

Примеры решения задач

Задача 55. Стержень длиной $l = 1$ м вращается в однородном магнитном поле с постоянной угловой скоростью $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$. Ось вращения стержня параллельна магнитным силовым линиям поля и проходит через его конец. Определите ЭДС индукции, возникающую на концах стержня, если индукция магнитного поля $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл.

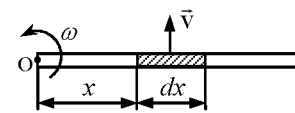


Рис. к задаче 55

Дано:
 $l = 1$ м
 $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$
 $B = 2 \cdot 10^{-2}$ Тл
 Э - ?

Решение. Стержень движется перпендикулярно магнитным силовым линиям и в любом его бесконечно малом участке dx (см. рис.) возникает элементарная ЭДС:

$$dE = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{B dS}{dt} = -B v dx.$$

Так как $v = \omega x$, то

$$dE = -B \omega x dx. \quad (1)$$

Интегрируя выражение (1) по длине стержня, получим:

$$E = -\int_0^l B \omega x dx = -B \omega \frac{x^2}{2} \Big|_0^l = -\frac{1}{2} B \omega l^2 = -0,3 \text{ В}.$$

Знак минус определяет направление ЭДС индукции.

Ответ: $E = -0,3 \text{ В}$.

Задача 56. В однородном горизонтальном магнитном поле с магнитной индукцией B по вертикально расположенным рельсам, замкнутым через последовательно соединенные резистор сопротивлением R и источник тока с ЭДС E , свободно скользит без нарушения контакта проводник AC длиной l и массой m (см. рис.). Найдите величину скорости движения проводника.

Дано:
 B
 R
 E
 l
 m
 v - ?

Решение. Если проводник AC неподвижен, то на него действует сила тяжести mg и сила Ампера

$$F_{A1} = I_1 l B, \quad (1)$$

где $I_1 = \frac{E}{R}$.

По правилу левой руки сила F_{A1} направлена вверх.

Возможны три случая:

- 1) $|m\vec{g}| < |\vec{F}_{A1}|$;
- 2) $|m\vec{g}| > |\vec{F}_{A1}|$;
- 3) $|m\vec{g}| = |\vec{F}_{A1}|$.

Случай третий нас не интересует, так как проводник будет находиться в равновесии.

Случай 1. Если $|m\vec{g}| < |\vec{F}_{A1}|$, то проводник начинает двигаться вверх с ускорением. В замкнутом контуре AMDC наводится ЭДС индукции. Согласно закону Фарадея (3.152)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -Bv l, \quad (2)$$

где S – площадь контура.

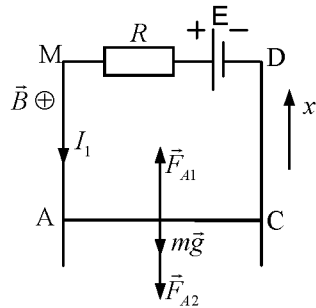


Рис. к задаче 56

В контуре возникает индукционный ток:

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Bv l}{R}, \quad (3)$$

направленный от С к А, чтобы сила F_{A2} , определенная по I_2 , согласно правилу Ленца была направлена вниз. С увеличением скорости движения проводника возрастает и \mathcal{E} , что приводит к росту I_2 и F_{A2} . При установившемся движении должно выполняться условие:

$$\vec{F}_{A1} + \vec{F}_{A2} + m\vec{g} = 0, \text{ или в проекции на ось } x: \quad (4)$$

$$F_{A1} - F_{A2} - mg = 0.$$

Модуль силы F_{A2} найдем по закону Ампера:

$$F_{A2} = I_2 B l.$$

С учетом уравнения (3)

$$F_{A2} = \frac{l^2 B^2 v}{R}. \quad (5)$$

Таким образом, используя выражения (1), (2), (3) и (5), уравнение (4) примет вид

$$\frac{\mathcal{E} B}{R} - \frac{l^2 B^2 v}{R} - mg = 0, \text{ откуда}$$

$$v = \frac{\mathcal{E} B - mg R}{l^2 B^2}. \quad (6)$$

Случай 2. Если $|m\vec{g}| > |\vec{F}_{A1}|$, то проводник AC будет с ускорением двигаться вниз. По правилу Ленца сила индукционного тока I_i будет направлена так, чтобы сила Ампера F_{A2} (на рис. указана для случая 1) препятствовала движению проводника вниз, т.е. уравнение второго закона Ньютона для установившегося движения запишется в виде

$$\vec{F}_{A1} + \vec{F}_{A2} + m\vec{g} = 0, \text{ или в проекции на ось } x:$$

$$mg - F_{A2} - F_{A1} = 0.$$

Откуда

$$mg - \frac{\mathcal{E} B}{R} - \frac{l^2 B^2 v}{R} = 0 \text{ и}$$

$$v = \frac{mg R - \mathcal{E} B}{l^2 B^2}. \quad (7)$$

Объединяя выражения (6) и (7), получим $v = \pm \frac{\mathcal{E} B - mg R}{l^2 B^2}$.

Ответ: $v = \pm \frac{\mathcal{E} B - mg R}{l^2 B^2}$.

Задача 57. Соленоид длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 2$ см² имеет индуктивность $L = 0,2$ мкГн. При каком токе I объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $\omega = 1 \frac{\text{мДж}}{\text{м}^3}$?

Дано:	Решение. Объемная плотность энергии магнитного поля согласно уравнению (3.161) равна
$l = 0,5$ м	$\omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (1)$
$S = 2 \cdot 10^{-4}$ м ²	
$L = 2 \cdot 10^{-7}$ Гн	Индукция магнитного поля B длинного соленоида определяется по формуле (3.157):
$\omega = 10^{-3} \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}$	
$I = ?$	$B = \frac{\mu\mu_0 I N}{l}. \quad (2)$

Число витков N можно найти из выражения для индуктивности длинного соленоида (3.158): $L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l}$, т.е.

$$N = \sqrt{\frac{L l}{\mu\mu_0 S}}. \quad (3)$$

Подставляя уравнение (3) в (2), получим

$$B = I \sqrt{\frac{\mu\mu_0 L}{IS}}. \quad (4)$$

Уравнение (1) с учетом выражения (4) примет вид

$$\omega = \frac{I^2 L}{2IS}, \text{ откуда } I = \sqrt{\frac{2IS\omega}{L}} = 1 \text{ А.}$$

Ответ: $I = 1 \text{ А.}$

Глава 18

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Обобщив экспериментальные данные по исследованию электрических и магнитных явлений, Максвелл создал теорию электромагнитного поля.

В основе теории Максвелла лежат два положения:

1) Переменное магнитное поле порождает переменное электрическое поле (открытие, сделанное Фарадеем в 1831 г.).

2) Переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле (открытие, сделанное Максвеллом).

§107. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла

Если неподвижный проводящий контур поместить в переменное магнитное поле, то согласно закону Фарадея в нем наводится ЭДС индукции:

$$\mathbf{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (3.162)$$

По определению магнитный поток

$$d\Phi = B dS \cos \alpha = B_n dS, \quad (3.163)$$

где $B_n = B \cos \alpha$ – проекция вектора \vec{B} на нормаль к контуру; B – индукция магнитного поля, пронизывающего элемент контура площадью dS ; α – угол между нормалью к контуру и вектором \vec{B} .

Выразим из уравнения (3.163) магнитный поток:

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

и подставим его значение в закон Фарадея (3.162):

$$\mathbf{E} = -\frac{d}{dt} \left(\int_S B_n dS \right) = -\int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS. \quad (3.164)$$

В уравнении (3.164) под знаком интеграла записана частная производная по времени, так как магнитная индукция \vec{B} зависит не только от времени, но и от координат пространства.

С другой стороны, как отмечалось в §80, ЭДС равна циркуляции вектора напряженности по данному контуру:

$$\mathbf{E} = \oint_l E_{B_l} dl, \quad (3.165)$$

где E_{B_l} – проекция вектора напряженности электрического поля, порожденного переменным магнитным полем, на направление dl .

Максвелл предположил, что под действием переменного магнитного поля ЭДС индукции наводится в любой точке пространства независимо от того, имеется в этой точке проводящий контур или нет.

В самом общем случае в рассматриваемой точке пространства может находиться еще и неподвижный электрический заряд. Тогда по принципу суперпозиции суммарный вектор напряженности электрического поля

$$\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_q,$$

где \vec{E}_q – напряженность электрического поля неподвижного заряда.

Циркуляция вектора напряженности \vec{E} по данному контуру равна

$$\oint_l E_l dl = \oint_l E_{B_l} dl + \oint_l E_{q_l} dl = \oint_l E_{B_l} dl. \quad (3.166)$$

Интеграл $\oint_l E_{q_l} dl = 0$, так как поле неподвижного электрического заряда потенциально.

Согласно уравнениям (3.165) и (3.166)

$$\mathbf{E} = \oint_l E_l dl. \quad (3.167)$$

Уравнение (3.167) показывает, что циркуляция вектора напряженности наведенного электрического поля по замкнутому контуру не равна нулю. Такое поле является *вихревым*, т.е. оно не имеет истоков и стоков, на которых бы начинались или заканчивались линии напряженности поля.

Подставив выражение (3.167) в (3.164), получим первое уравнение Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_l E_l dl = -\int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS. \quad (3.168)$$

Итак, под воздействием переменного магнитного поля в любой точке пространства наводится вихревое электрическое поле. *Циркуляция векто-*

ра напряженности электрического поля по произвольному замкнутому контуру пропорциональна скорости приращения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную данным контуром.

§108. Токи смещения. Второе уравнение Максвелла

Рассмотрим электрическую цепь переменного тока, содержащую конденсатор (рис. 63). От источника до пластин конденсатора протекает ток проводимости, плотность которого

$$j = \frac{i}{S} = \frac{dq}{dt \cdot S} = \frac{d}{dt} \left(\frac{q}{S} \right) = \frac{d\sigma}{dt}, \quad (3.169)$$

где i – сила тока в проводнике; S – площадь; q – заряд пластины; σ – поверхностная плотность электрического заряда на пластине конденсатора.

Максвелл предположил, что линии вектора плотности тока проводимости \vec{j} , текущего по проводнику, между пластинами конденсатора переходят в линии вектора тока смещения $\vec{j}_{\text{см}}$, т. е.

$$\vec{j} = \vec{j}_{\text{см}}. \quad (3.170)$$

Так как напряженность электрического поля конденсатора

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0},$$

а модуль электрического смещения

$$D = \varepsilon\varepsilon_0 E,$$

то $D = \sigma$, и согласно уравнениям (3.169) и (3.170) можно записать:

$$j_{\text{см}} = \frac{\partial\sigma}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (3.171)$$

Уравнение (3.171) показывает, что вектор плотности тока смещения равен скорости изменения электрического смещения.

Полный ток в цепи I , равный сумме тока проводимости и тока смещения, можно представить в виде

$$I = \int_S (\vec{j})_n dS + \int_S (\vec{j}_{\text{см}})_n dS = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \right)_n dS. \quad (3.172)$$

По закону полного тока (3.151) запишем

$$\oint_l H_t dl = \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \right)_n dS, \quad (3.173)$$

где H – напряженность магнитного поля.

Уравнение (3.173) является вторым уравнением Максвелла в интегральной форме. Согласно (3.173) переменное электрическое поле порождает магнитное поле. Циркуляция вектора напряженности магнитного поля по замкнутому контуру равна алгебраической сумме тока проводимости и тока смещения.

§109. Полная система уравнений Максвелла

Уравнение (3.168) и теорема Гаусса для вектора магнитной индукции \vec{B} образуют первую пару уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \oint_l E_t dl &= - \int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS, \\ \oint_S B_n dS &= 0. \end{aligned} \quad (3.174)$$

Первое уравнение является выражением закона электромагнитной индукции, а второе уравнение указывает на отсутствие магнитных зарядов.

Уравнение (3.173) и теорема Гаусса для вектора электрического смещения \vec{D} образуют вторую пару уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \oint_l H_t dl &= \int_S \left(\vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \right)_n dS, \\ \oint_S D_n dS &= \int_V \rho dV, \end{aligned} \quad (3.175)$$

где $\rho = \frac{dq}{dV}$ – объемная плотность сторонних электрических зарядов.

Первое уравнение устанавливает связь между полным током и порождаемым им магнитным полем, а второе уравнение показывает, что сторонние заряды плотностью ρ являются источниками вектора \vec{D} .

Приведенная система четырех уравнений Максвелла дополняется соотношениями, характеризующими свойства среды. Для изотропных, неферромагнитных и несегнетоэлектрических сред такими уравнениями являются выражения, устанавливающие связь между векторами \vec{D} и \vec{E} , \vec{B} и \vec{H} , \vec{j} и \vec{E} :

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \gamma \vec{E},$$

где ε , μ и γ – постоянные, характеризующие электрические свойства среды: ε – диэлектрическая проницаемость, μ – магнитная проницаемость, γ – удельная проводимость.

С помощью теорем Стокса и Гаусса, известных из векторного анализа, интегральные уравнения Максвелла можно записать в дифференциальной

форме:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0; \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right), \\ \operatorname{div} \vec{B} &= \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z}. \end{aligned} \quad (3.176)$$

Из уравнений Максвелла следует, что электрические и магнитные поля являются проявлением *единого электромагнитного поля*.

Теория Максвелла предсказала: образование электромагнитных волн при ускоренном движении электрических зарядов; электромагнитные волны распространяются в пространстве со скоростью света.

Уравнения Максвелла выражают основные законы электромагнетизма. Они также фундаментальны, как законы Ньютона в механике.

Глава 19

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§110. Свободные электромагнитные колебания в контуре

Электромагнитные колебания – это повторяющиеся во времени изменения зарядов, токов и напряжений, энергии и напряженности электрического и магнитного полей.

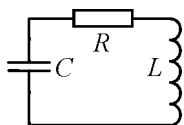


Рис. 64

Простейшая схема (колебательный контур), в котором могут происходить свободные электромагнитные колебания, состоит из конденсатора емкостью C и катушки индуктивности L , присоединенной к его обкладкам (рис. 64).

Рассмотрим идеальный колебательный контур, активным сопротивлением R которого будем пренебрегать. Пусть конденсатору был сообщен электрический заряд q_0 , на его обкладках появляется напряжение U_0 . При этом

$$q_0 = CU_0, \quad (3.177)$$

где q_0 и U_0 – амплитудные (максимальные) значения заряда и напряжения.

Полная энергия системы W равна энергии электрического поля конденсатора:

$$W = W_{\text{эл}} = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{q_0^2}{2C}. \quad (3.178)$$

Так как обкладки конденсатора замкнуты на катушку, конденсатор начинает разряжаться, его электрическое поле – уменьшается, в контуре возникает электрический ток. Вследствие явления самоиндукции разряд конденсатора происходит постепенно, и ток в катушке достигнет максимального значения I_0 через четверть периода T . При этом заряд конденсатора станет равным нулю, а энергия системы будет равна энергии магнитного поля катушки:

$$W = W_{\text{маг}} = \frac{LI_0^2}{2}. \quad (3.179)$$

К моменту полного разряда конденсатора разность потенциалов на его обкладках становится равной нулю, ток в цепи прекратится. Однако возникающая электродвижущая сила самоиндукции будет поддерживать убывающий ток, что приведет к перезарядке конденсатора. Постепенно ток в цепи уменьшается до нуля и, таким образом, через промежуток времени $t = T/2$ энергия системы окажется снова сосредоточена в конденсаторе, т.е. энергия магнитного поля катушки превращается в энергию электрического поля конденсатора. Затем конденсатор вновь начинает разряжаться, только ток через катушку потечет в обратном направлении. Через промежуток времени t , равный периоду T , система придет в исходное состояние, и далее процесс будет повторяться.

Периодические изменения заряда и напряжения на обкладках конденсатора, силы тока в катушке без потребления энергии от внешних источников называются *свободными электромагнитными колебаниями*. В процессе таких колебаний происходит периодически повторяющийся обмен энергией между конденсатором и катушкой индуктивности.

Полная энергия W контура в любой момент времени равна сумме энергий магнитного и электрического полей контура:

$$W = \frac{Li^2}{2} + \frac{q^2}{2C}, \quad (3.180)$$

где i и q – мгновенные значения тока и заряда в контуре. Эта энергия не меняется с течением времени, если активное сопротивление R контура равно нулю.

**§111. Собственная частота колебаний в контуре.
Формула Томсона**

Напряжение на обкладках конденсатора в любой момент времени равно электродвижущей силе самоиндукции:

$$\frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d^2q}{dt^2}. \quad (3.181)$$

Из выражения (3.181) получим основное уравнение свободных электромагнитных колебаний в контуре:

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\frac{q}{LC}. \quad (3.182)$$

Уравнение (3.182) можно записать в виде

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.183)$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – циклическая частота свободных электромагнитных колебаний.

Периодом колебаний называют минимальный промежуток времени T , через который весь процесс в контуре повторяется, т. е. заряд или ток в контуре совершает полное колебание.

Поскольку период колебаний связан с циклической частотой формулой (1.123):

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0},$$

то для периода свободных электромагнитных колебаний, используя выражение $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, получим формулу Томсона¹:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (3.184)$$

Из решения уравнения (3.183) можно получить выражения, описывающие изменения заряда q , напряжения U и тока I в контуре со временем:

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.185)$$

$$U = \frac{q_0}{C} = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.186)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (3.187)$$

где $I_0 = q_0 \omega_0$, $U_0 = \frac{q_0}{C}$ – амплитудные значения силы тока и напряжения соответственно.

Из выражений (3.185)-(3.186) следует, что колебания заряда и напряжения сдвинуты по фазе на $\pi/2$ в сравнении с колебаниями тока. Ток имеет максимальное значение в момент времени, когда заряд и напряжение на обкладках конденсатора равны нулю.

§112. Затухающие электромагнитные колебания

Реальный колебательный контур имеет активное сопротивление R , при прохождении тока часть энергии, запасенной в контуре, превращается в теплоту и колебания затухают. В этом случае уравнение (3.183) примет вид

$$\frac{q}{C} + iR + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (3.188)$$

или

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (3.189)$$

Если ввести обозначения

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad \frac{R}{L} = 2\beta,$$

то получим дифференциальное уравнение затухающих электромагнитных колебаний:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0, \quad (3.190)$$

где β – коэффициент затухания.

Решением уравнения (3.190) является уравнение вида

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi). \quad (3.191)$$

Уравнение (3.191) справедливо для случая, когда $\omega_0^2 > \beta^2$. Из решения следует, что частота колебаний $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, а амплитуда колебаний $A_t = q_0 e^{-\beta t}$ уменьшается со временем по экспоненциальному закону. Затухающие колебания принято характеризовать периодом:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}, \quad (3.192)$$

логарифмическим декрементом затухания:

¹ Джозеф Джон Томсон (1856-1940) – английский физик.

$$\delta = \ln \frac{A_t}{A_{(t+T)}} = \ln \frac{q_0 e^{-\beta t}}{q_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T \quad (3.193)$$

и добротностью контура:

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{\omega}{2\beta}. \quad (3.194)$$

§113. Вынужденные электромагнитные колебания

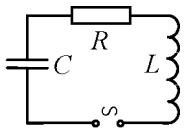


Рис. 65

Вынужденными называются колебания в цепи, происходящие под действием внешней электродвижущей силы, изменяющейся с течением времени. Рассмотрим колебательный контур, состоящий из конденсатора ёмкостью C , катушки индуктивности L , активного сопротивления R , имеющий переменную ЭДС (рис. 65).

Напряжение в контуре U изменяется по закону:

$$U = U_0 \cos \omega t, \quad (3.195)$$

где ω – частота вынужденных колебаний.

Уравнение вынужденных электромагнитных колебаний запишется в виде

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = U_0 \cos \omega t, \quad (3.196)$$

или, введя обозначения

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2, \quad \frac{R}{L} = 2\beta,$$

получим

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_0}{L} \cos \omega t. \quad (3.197)$$

Уравнение (3.197) аналогично уравнению вынужденных механических колебаний (1.139).

Частное решение данного неоднородного дифференциального уравнения имеет вид

$$q = q_m \cos(\omega t + \varphi), \quad (3.198)$$

где

$$q_m = \frac{U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}, \quad (3.199)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Подставив в уравнение (3.199) значение ω_0^2 и β , получим

$$q_m = \frac{U_0}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_0}{\omega Z}, \quad (3.200)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L},$$

где $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ – полное сопротивление колебательного контура, состоящее из R – активного сопротивления, ωL – индуктивного сопротивления, $\frac{1}{\omega C}$ – емкостного сопротивления.

Найдем из уравнений (3.198) и (3.200) колебания электрического заряда

$$q = \frac{U_0}{\omega Z} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.201)$$

и напряжения

$$U = \frac{q}{C} = \frac{U_0}{\omega C Z} \cos(\omega t + \varphi).$$

Дифференцируя по времени уравнение (3.201), определим изменение силы тока в контуре:

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{U_0}{Z} \sin(\omega t + \varphi) = \frac{U_0}{Z} \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (3.202)$$

Из сопоставления уравнений (3.201) и (3.202) видно, что между силой тока и напряжением возникает сдвиг фаз, равный $\pi/2$.

§114. Резонанс в цепи переменного тока

Если колебательный контур включить в электрическую цепь переменного тока, то в нем возникнут вынужденные колебания, частота которых определяется частотой вынуждающей их переменной ЭДС ω . Амплитуда колебаний силы тока зависит не только от параметров контура, т. е. R , L , C , но и от частоты вынуждающей ЭДС ω .

Если величина полного сопротивления цепи Z имеет наименьшее значение, то амплитуда колебаний силы тока I_0 максимальна. При малом

активном сопротивлении R это происходит, когда $L\omega - \frac{1}{\omega C} = 0$. Отсюда следует, что циклическая частота колебаний силы тока и вынуждающей ЭДС $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, т.е. совпадает с циклической частотой собственных незатухающих колебаний в контуре.

Явление резкого увеличения амплитуды вынужденных колебаний силы тока в контуре при приближении циклической частоты внешней ЭДС ω к циклической частоте собственных незатухающих колебаний ω_0 называется *резонансом* в цепи переменного тока. Если источник внешней переменной ЭДС подключен к колебательному контуру последовательно с его катушкой индуктивности и конденсатором (рис. 65), то при резонансе в данном контуре сдвиг фаз между колебанием внешней ЭДС и силой тока равен нулю. Амплитуды колебаний напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе одинаковы: $\omega LI_0 = I_0/\omega C$.

При этом падение напряжения на катушке U_L и конденсаторе U_C , всегда противоположные по фазе, оказываются равными друг другу, т.е. $U_L + U_C = 0$. Все внешнее напряжение приходится на активное сопротивление, создавая наибольшую силу тока в цепи, сдвиг по фазе не изменится:

$$Z = R, \quad I = U/R, \quad \varphi_c = 0.$$

Резонансные значения U_L и U_C могут значительно превышать приложенное напряжение U . Это явление получило название *резонанса напряжений*. Если при этом активное сопротивление R мало, то ток в нем достигает больших значений.

График зависимости I_0 от ω показан на рис. 66. Как видно из графика, чем меньше R , тем острее максимум резонансной кривой.

При параллельном соединении индуктивного и емкостного сопротивлений, если циклическая частота вынуждающей ЭДС приближается к резонансной частоте, то возникает резонанс токов, приводящий к резкому уменьшению силы тока во внешней цепи.

Явление электрического резонанса используется в радиотехнике при настройке приемника на частоту передающей радиостанции. При возникновении резонанса в электрической цепи может произойти пробой изолятора, разрушение проводов и т.п. в результате действия больших токов или напряжений.

§115. Электромагнитные волны

Если в окружающем пространстве возбудить переменное электрическое поле, то возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяемых от одной точки пространства к другой. Этот периодический процесс представляет собой электромагнитную волну. *Электромагнитная волна – это распространяющееся в пространстве переменное электромагнитное поле.* Существование электромагнитных волн вытекает из уравнений Максвелла. Пусть имеется электронейтральная ($\rho = 0$), неэлектропроводная ($j = 0$) среда с постоянными проницаемостями ($\varepsilon = const$, $\mu = const$). Запишем систему уравнений Максвелла в дифференциальном виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, & \operatorname{rot} \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} &= 0, & \operatorname{div} \vec{B} &= 0, \\ \vec{D} &= \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, & \vec{B} &= \mu \mu_0 \vec{H}. \end{aligned}$$

Решая данные уравнения, можно получить дифференциальное уравнение электромагнитной волны:

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (3.203)$$

где $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа.

Из механики известно (см. §33), что уравнение вида

$$\nabla^2 s = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

называется *волновым уравнением*. Из сравнения уравнения (3.203) с волновым уравнением (1.151) следует, что

$$\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 = \frac{1}{v^2},$$

где v – фазовая скорость волны. Подсчитаем скорость распространения электромагнитной волны в вакууме ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$):

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu} \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Гн}}{\text{м}}}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}} = c,$$

где c – скорость света в вакууме.

Скорость распространения электромагнитной волны в вакууме равна скорости распространения света в вакууме.

Основываясь на вычислениях скорости электромагнитной волны, Максвелл сделал важное открытие: *свет – это электромагнитная волна*. Итак, фазовая скорость электромагнитной волны $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$. Следовательно, электромагнитные поля могут существовать в виде электромагнитных волн, распространяющихся со скоростью v .

Абсолютный показатель преломления света

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (3.204)$$

Формула (3.204) связывает электрические свойства вещества с его оптическими свойствами.

Решая систему уравнений (3.203), можно получить уравнение плоской электромагнитной волны:

$$\begin{aligned} E &= E_0 \cos(\omega t - kx), \\ H &= H_0 \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \quad (3.205)$$

где E_0 и H_0 – амплитуды векторов \vec{E} и \vec{H} ; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; x – текущая координата пространства.

Мгновенные значения \vec{E} и \vec{H} связаны соотношением

$$E\sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}. \quad (3.206)$$

При распространении электромагнитных волн в каждой точке пространства происходят периодически повторяющиеся изменения электрического и магнитного полей, которые можно представить в виде колебаний векторов \vec{E} и \vec{H} . Эти вектора взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, т.е. перпендикулярно вектору скорости \vec{v} в рассматриваемой точке поля (рис. 67). Это означает, что электромагнитные волны являются *поперечными волнами*. Векторы \vec{E} и \vec{H} в бегущей волне колеблются в одинаковой фазе: они одновременно обращаются в нуль и одновременно достигают максимального значения. *Длина электромагнитной волны λ* есть расстояние между двумя ближайшими точками, совершающими колебания в одинаковых фазах, и определяется по формуле

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu},$$

где T – период колебаний, а ν – их частота.

Фазовой скоростью электромагнитной волны v называется скорость распространения данной фазы колебаний, например, скорость перемещения максимума напряженности электрического поля \vec{E} .

Впервые электромагнитную волну в лабораторных условиях получил

Г. Герц¹. В опытах он применил *вибратор*, состоящий из двух металлических стержней 1 (рис. 68), к которым подводилось переменное напряжение высокой частоты от индуктора 2. В момент образования искры в искровом промежутке вибратора возникали электромагнитные колебания и в окружающее пространство излучались электромагнитные волны.

Аналогичные стержни (резонатор 3) были использованы для приема волн. Экспериментально Герц показал, что электромагнитные волны, подобно свету, отражаются металлическими поверхностями и преломляются на границе раздела двух диэлектрических сред.

При наложении электромагнитных волн двух когерентных источников наблюдается явление интерференции, при прохождении их через малые отверстия или щели – явление дифракции.

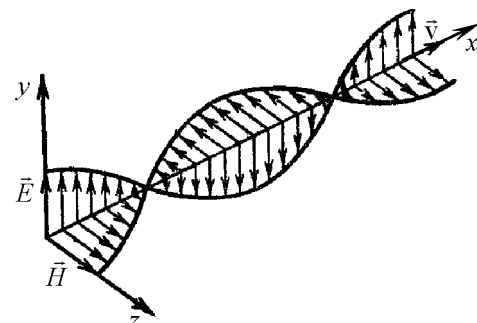


Рис. 67

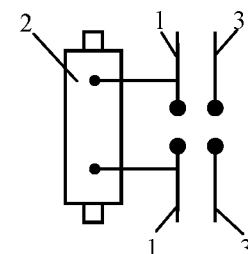


Рис. 68

С помощью металлического зеркала Герц получил стоячую волну, что позволило рассчитать скорость электромагнитных волн. Она оказалась равной скорости света.

Распространение электромагнитных волн связано с переносом энергии электромагнитного поля, что позволяет осуществлять радиосвязь.

§116. Энергия электромагнитных волн

Энергия электромагнитной волны заключена в распространяющихся в пространстве электрическом и магнитном полях. Объемная плотность энергии электромагнитных волн равна

$$\omega = \omega_e + \omega_m = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

где ω_e , ω_m – объемная плотность энергии электрического и магнитного полей соответственно.

¹ Генрих Рудольф Герц (1857-1894) – немецкий физик.

Поскольку $\omega_s = \omega_m$, то

$$\omega = 2\omega_s = \varepsilon\varepsilon_0 E^2. \quad (3.207)$$

Согласно выражению (3.206) $E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}$ и уравнение (3.207) примет вид

$$\omega = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}EH = \frac{1}{v}EH,$$

отсюда $EH = \omega v$. Здесь v – фазовая скорость распространения волны.

Обозначив произведение $\omega v = S$, получим

$$S = EH, \quad (3.208)$$

где S – вектор плотности потока энергии.

Так как векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно перпендикулярны, то уравнение (3.208) можно записать в виде векторного произведения:

$$\vec{S} = [\vec{E}\vec{H}]. \quad (3.209)$$

Полученное выражение (3.209) называется уравнением Умова¹–Пойнтинга², а вектор \vec{S} – вектором Умова–Пойнтинга. Вектор \vec{S} совпадает по направлению со скоростью \vec{v} распространения волны и модуль его равен энергии, переносимой волной через единичную площадку, перпендикулярную вектору \vec{v} , в единицу времени. Единицей измерения вектора плотности энергии является ватт на метр в квадрате (Вт/м²).

§117. Шкала электромагнитных волн

В зависимости от длины волны λ (или частоты ν) электромагнитные волны подразделяют на несколько видов: радиоволны, оптическое излучение, рентгеновское излучение и γ –излучение.

Электромагнитные волны, имеющие длину волны от нескольких километров до 10^{-3} метра, относятся к диапазону *радиоволн*. С их помощью осуществляется радиосвязь, радиолокация и телевидение. *Инфракрасное излучение* с длиной волны примерно от 0,1 мм до 800 нм лежит в диапазоне между радиоволнами и видимым светом. Очень узкий участок шкалы с длиной волны примерно от 800 нм до 400 нм занимает *видимый свет*, включающий область от красного до фиолетового излучения. *Ультрафиолетовое излучение* имеет длину волны примерно (400 – 1) нм. Еще более короткие длины волн присущи *рентгеновским лучам*, лежащим в диапазоне примерно (1 – 0,001) нм. Электромагнитное излучение, испускаемое

атомными ядрами и возникающее в результате взаимодействий элементарных частиц, называют *γ -излучением*. Оно имеет длину волны $\lambda \leq 10^{-13}$ м.

Примеры решения задач

Задача 58. Колебательный контур состоит из конденсатора электроемкостью $C = 405$ нФ, катушки с индуктивностью $L = 10$ мГн и сопротивлением $R = 2$ Ом. Во сколько раз уменьшится напряжение на обкладках конденсатора за время, равное двум периодам колебаний?

Дано:
$C = 405 \cdot 10^{-9}$ Ф
$L = 10^{-2}$ Гн
$R = 2$ Ом
$t = 2T$
$I - ?$

Решение. Коэффициент затухания $\beta = \frac{R}{2L}$.

Подставив числовые значения, получим

$$\beta = \frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} = 100.$$

Период незатухающих колебаний в контуре равен $T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 0,004$ с.

Так как затухание за один период колебаний мало, то период затухающих колебаний приблизительно равен периоду незатухающих колебаний. Тогда за два периода амплитуда колебаний уменьшится в k раз:

$$k = \frac{U(t)}{U(t+T)} = e^{\beta 2T} = 2,2 \text{ раза}.$$

Ответ: $k = 2,2$.

Задача 59. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 7$ мкФ и катушки с индуктивностью $L = 0,23$ Гн и сопротивлением $R = 40$ Ом. Найти логарифмический декремент затухания.

Дано:
$C = 7 \cdot 10^{-6}$ Ф
$L = 0,23$ Гн
$R = 40$ Ом
$\delta - ?$

Решение. Логарифмический декремент затухания

$$\delta = \beta T. \quad (1)$$

Коэффициент затухания

$$\beta = \frac{R}{2L}. \quad (2)$$

Период колебаний

¹ Николай Алексеевич Умов (1846-1915) – русский физик.

² Джон Генри Пойнтинг (1852-1914) – английский физик.

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \quad (3)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \quad (4)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (5)$$

Подставим уравнения (5) и (2) в (4):

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (6)$$

Подставим выражения (2)-(6) в (1), получим: $\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4L}{CR^2 - 1}}}$.

Ответ: $\delta = 0,7$.

Задача 60. В однородной изотропной среде с $\varepsilon = 2$, $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Найти фазовую скорость волны и амплитудное значение напряженности магнитного поля волны, если амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 24$ В/м.

<p>Дано: $\varepsilon = 2$ $\mu = 1$ $E_0 = 24$ В/м $v - ?$ $H_0 - ?$</p>	<p>Решение. Фазовая скорость распространения волны</p> $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \quad (1)$
--	---

Связь между мгновенными значениями E и H в бегущей волне устанавливается соотношением (3.206):

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E = \sqrt{\mu_0\mu}H. \quad (2)$$

Используя формулу (2), для амплитудных значений E_0 и H_0 запишем:

$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_0 = \sqrt{\mu_0\mu}H_0, \text{ отсюда } H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}}{\sqrt{\mu_0\mu}}E_0. \quad (3)$$

Вычисляя по формулам (1) и (3), получим

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2 \cdot 1}} \text{ м/с} = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с};$$

$$H_0 = \frac{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 2}}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}} \cdot 24 \text{ А/м} = 90 \cdot 10^{-3} \text{ А/м}.$$

Ответ: $v = 2,12 \cdot 10^8$ м/с, $H_0 = 90$ мА/м.

Задача 61. Чему равно отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля в момент времени $t = T/8$.

<p>Дано: $t = \frac{T}{8}$ $\frac{W_m}{W_e} - ?$</p>	<p>Решение. Энергия магнитного и электрического поля определяется по формулам</p> $W_m = \frac{LI^2}{2}, \quad (1)$ $W_e = \frac{CU^2}{2}. \quad (2)$
--	---

Напряжение в контуре меняется по закону

$$U = U_0 \cos \omega t, \quad (3)$$

а сила тока

$$I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt}. \quad (4)$$

Подставим уравнение (3) в уравнение (4) и про дифференцируем:

$$I = -CU_0\omega \sin \omega t. \quad (5)$$

Подставив уравнения (3) и (5) в соответствующие формулы энергии (1) и (2), получим

$$W_m = \frac{LC^2U_0^2\omega^2 \sin^2 \omega t}{2}; \quad W_e = \frac{CU_0^2 \cos^2 \omega t}{2}.$$

Если $t = \frac{T}{8}$, $\sin \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $\cos \omega t = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $LC = \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{1}{\omega^2}$, то

$$\frac{W_m}{W_e} = \frac{\sin^2 \omega t}{\cos^2 \omega t} = 1.$$

Ответ: $\frac{W_m}{W_e} = \frac{\sin^2 \omega t}{\cos^2 \omega t} = 1$.

ЧАСТЬ 4

ОПТИКА

Глава 20

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

§118. Законы геометрической оптики

Линии, перпендикулярные волновым поверхностям, вдоль которых распространяется свет, называются *световыми лучами*. При прохождении света в неоднородной среде световые лучи искривляются.

В основу геометрической оптики положен принцип Ферма¹: *световой луч распространяется по такому пути, на прохождение которого требуется минимальное время*.

Закон прямолинейного распространения света: *свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно*. Это справедливо до тех пор, пока длина световой волны мала по сравнению с размерами препятствий (щелей, отверстий), через которые проходит свет.

Скорость света в вакууме является предельной скоростью распространения каких-либо физических возмущений и входит в формулы многих физических законов. По современным данным, скорость света в вакууме $c = (299792456,2 \pm 1,1) \text{ м/с}$, $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

В различных прозрачных средах свет распространяется с разной скоростью. Отношение скоростей распространения света в вакууме c и в среде v называется *абсолютным показателем преломления среды*:

$$n = \frac{c}{v}. \quad (4.1)$$

Законы отражения: *отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол отражения i' равен углу падения i* :

$$i' = i. \quad (4.2)$$

Законы преломления: *луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред*:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.3)$$

где n_{12} – *относительный показатель преломления второй среды относительно первой*; n_1 и n_2 – *абсолютный показатель преломления первой и второй среды соответственно*.

Если обратить луч III (рис. 69), заставив его падать на границу раздела под углом r , то преломленный луч в первой среде будет распространяться под углом i , т.е. пойдет в обратном направлении вдоль луча I. В этом заключается свойство *обратимости светового луча*.

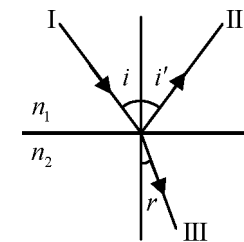


Рис. 69

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотной $n_1 > n_2$), например из стекла в воду, то преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления r больше, чем угол падения i (рис. 70). С

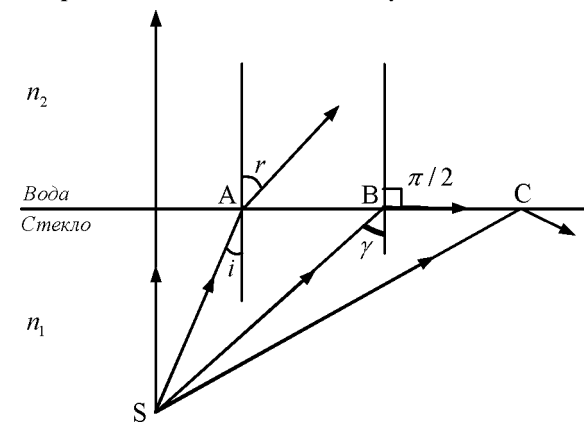


Рис. 70

увеличением угла падения увеличивается и угол преломления до тех пор, пока при некотором угле падения ($i = \gamma$) угол преломления не окажется равным 90° . Угол γ называется *предельным углом*. При углах $i > \gamma$ весь свет полностью отражается. Это явление называется *полным отражением*. Предельный угол полного отражения определяется по формуле

$$\sin \gamma = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}. \quad (4.4)$$

¹ Пьер Ферма (1601-1665) – французский математик и физик.

§119. Линзы. Формулы тонкой линзы

Линзы представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них чаще сферическая, а вторая – сферическая или плоская), преломляющими световые лучи.

По оптическим свойствам линзы делятся на *собирающие* и *рассеивающие*. Линза называется *тонкой*, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше радиусов поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется *главной оптической осью*. *Оптическим центром* линзы называется точка, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее без преломления. Всякая прямая, проходящая через оптический центр линзы под углом к главной оптической оси, называется *побочной осью*.

Если на линзу направить пучок лучей параллельно главной оптической оси, то они или их продолжения пересекутся в одной точке, расположенной на главной оптической оси линзы. Эта точка называется *главным фокусом линзы*. Расстояние от главного фокуса до оптического центра линзы называется *фокусным расстоянием* линзы. Плоскость, проходящая через фокус линзы, перпендикулярная к её главной оптической оси, называется *фокальной плоскостью*. *Оптической силой* линзы в воздухе D называется величина, обратная фокусному расстоянию:

$$D = \frac{1}{F}. \quad (4.5)$$

Оптическая сила измеряется в диоптриях. За одну диоптрию принята оптическая сила такой линзы, фокусное расстояние которой равно одному метру: 1 дптр = 1/м.

Оптическую силу собирающей линзы считают *положительной*, а рассеивающей – *отрицательной*.

Оптическая сила D системы двух линз, составленных вместе, равна алгебраической сумме оптических сил обеих линз:

$$D = D_1 + D_2.$$

В среде, оптически более плотной по сравнению с материалом линзы, выпуклые линзы становятся рассеивающими, а вогнутые собирающими.

Рассмотрим изображение светящейся точки S , расположенной на главной оптической оси собирающей линзы (рис. 71). Для этого используем луч SO , падающий на линзу вдоль главной оптической оси и сохраняющий то же направление после прохождения линзы, и произвольный

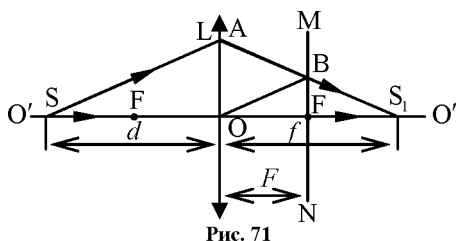


Рис. 71

луч SA , который падает на линзу параллельно побочной оптической оси OB и после преломления в линзе пересекает фокальную плоскость MN в точке B и главную оптическую ось в точке S_1 .

Точка S_1 является изображением светящейся точки S . Введем обозначения: d – расстояние от светящейся точки S до оптического центра O линзы; f – расстояние от изображения S_1 до оптического центра O ; F – фокусное расстояние линзы.

На рис. 71 треугольники SAS_1 и OBS_1 подобны, поэтому $\frac{SS_1}{OS_1} = \frac{AS_1}{BS_1}$,

или $\frac{d+f}{f} = \frac{AS_1}{BS_1}$. Из подобия треугольников OAS_1 и FBS_1 имеем

$\frac{OS_1}{FS_1} = \frac{AS_1}{BS_1}$ или $\frac{f}{f-F} = \frac{AS_1}{BS_1}$. В этих пропорциях правые части равны,

поэтому $\frac{d+f}{f} = \frac{f}{f-F}$.

Отсюда имеем:

$$fF + Fd = fd.$$

Разделив это уравнение на fdF , получим формулу тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f} \quad \text{или} \quad D = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}. \quad (4.6)$$

При использовании формулы (4.6) необходимо придерживаться следующего правила знаков. Расстояние предмета от линзы принято считать положительным ($d > 0$), если предмет находится слева от линзы, и отрицательным ($d < 0$), если предмет расположен справа от линзы. Фокусное расстояние собирающей линзы – положительное ($F > 0$), а рассеивающей – отрицательное ($F < 0$). Если при этих условиях в результате расчета по формуле (4.6) получается положительное расстояние изображения от линзы ($f > 0$), то изображение действительное и расположено с противоположной стороны линзы. Если же расстояние окажется отрицательным, то изображение мнимое и расположено по ту же сторону линзы, что и предмет.

Формулу тонкой линзы можно записать через радиусы кривизны R_1 и R_2 сферических поверхностей, образующих линзу:

$$D = \frac{1}{F} = \left(\frac{n_n}{n_c} - 1 \right) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (4.7)$$

где n_n – показатель преломления линзы; n_c – показатель преломления

среды, в которой находится линза.

§120. Построение изображений в линзах

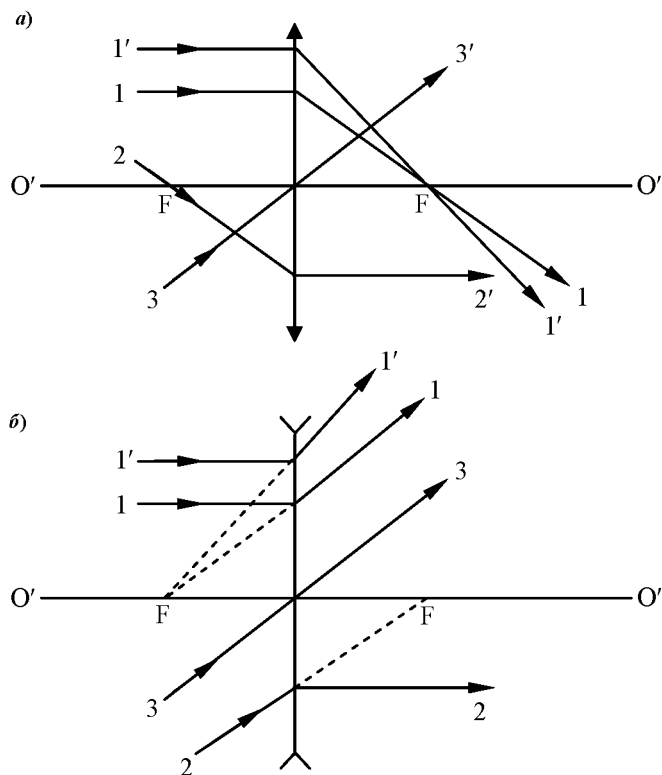


Рис. 72

Для построения изображения светящейся точки в тонкой линзе достаточно построить ход каких-либо двух выходящих из этой точки лучей до падения на линзу и после преломления в ней. Изображение предмета получается как совокупность изображений отдельных его точек. При построении изображений предметов в линзах пользуются лучами, ход которых показан на рис. 72 (*a* – в собирающей линзе; *b* – в рассеивающей):

1 – луч, идущий параллельно главной оптической оси, после преломления в собирающей линзе проходит через главный задний фокус собирающей линзы, а после преломления в рассеивающей линзе распространяется так, что его продолжение проходит через передний главный фокус

линзы;

2 – луч, который проходит через передний главный фокус собирающей линзы, после преломления в ней распространяется параллельно главной оптической оси; если луч 2 падает на рассеивающую линзу так, что его продолжение проходит через главный задний фокус линзы, то после преломления в рассеивающей линзе он распространяется параллельно

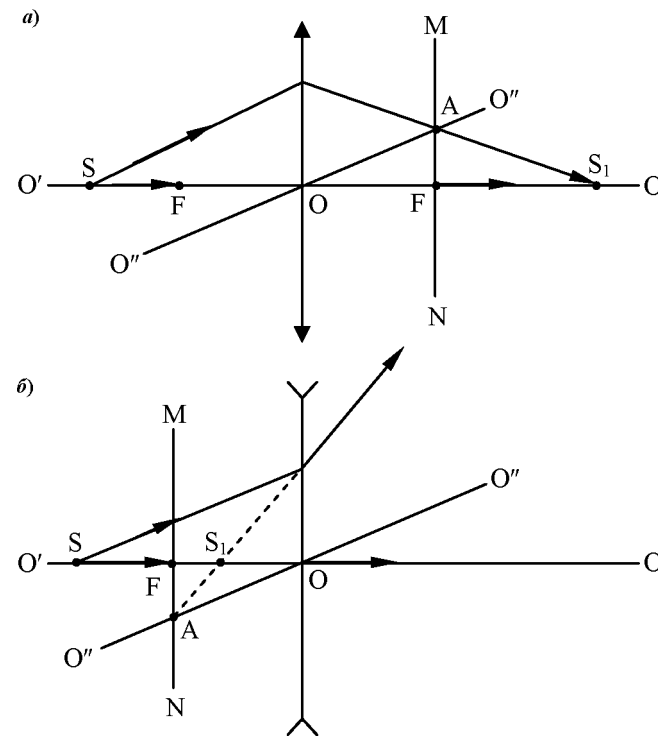


Рис. 73

главной оптической оси;

3 – луч, падающий в оптический центр линзы, после прохождения сквозь линзу не изменяет своего направления. Можно построить изображение светящейся точки как в собирающей, так и в рассеивающей линзе с помощью побочных оптических осей. Проводится побочная оптическая ось $O''O''$ любого направления (рис. 73). Через светящуюся точку проводится луч, параллельный побочной оси $O''O''$. Преломленный луч или его продолжение пройдет через точку пересечения A побочной оптической оси $O''O''$ с фокальной плоскостью линзы MN . Второй луч проводится по

главной оптической оси, он пройдет линзу без преломления. Точка пересечения этих двух лучей (или их продолжений) есть изображение S_1 .

Рассмотрим типичные случаи построения изображений предмета при помощи собирающей линзы. Предмет обозначим стрелкой AB , а его изображение A_1B_1 .

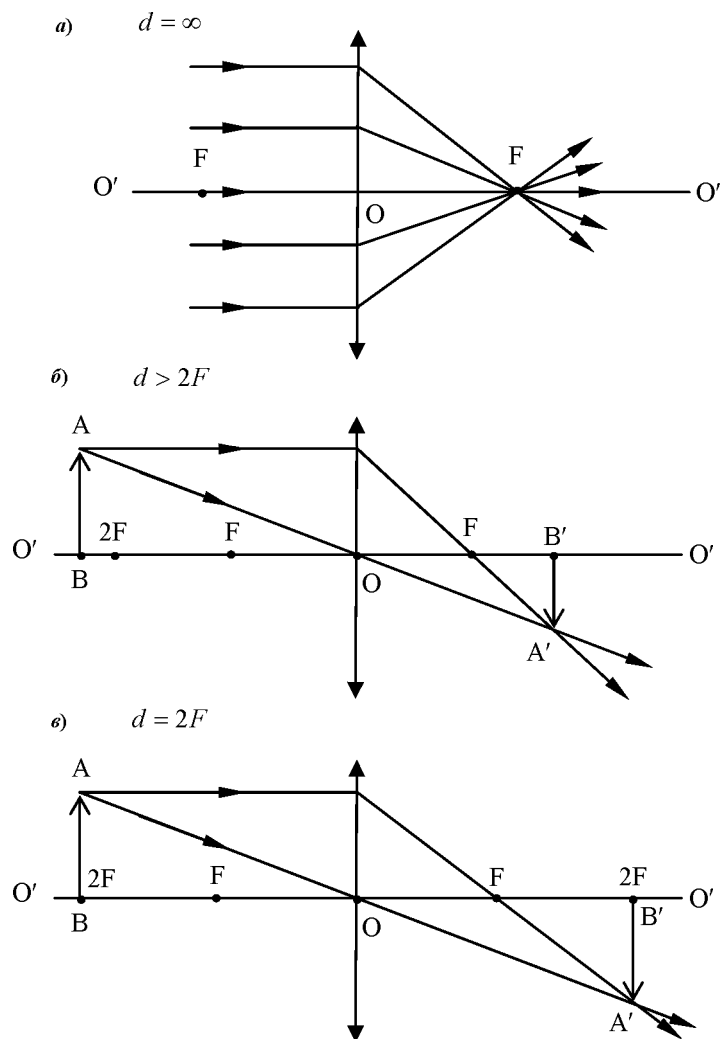


Рис. 74

1 – предмет бесконечно удален от линзы (рис. 74,а). От предмета на

линзу падает пучок лучей, параллельных главной оптической оси линзы. После преломления лучи пересекаются в фокусе линзы.

2 – предмет расположен за двойным фокусом ($d > 2F$). Полученное изображение (рис. 74,б) – действительное, обратное и уменьшенное.

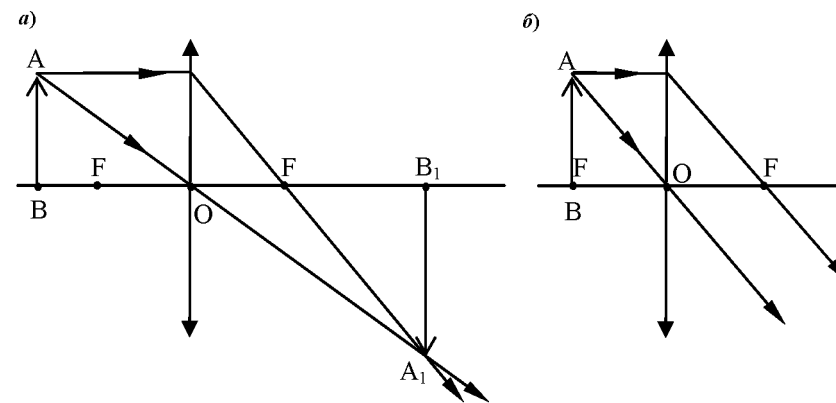


Рис. 75

3 – предмет расположен перед линзой на двойном фокусном расстоянии ($d = 2F$). Изображение (рис. 74,в) – действительное, обратное, в натуральную величину.

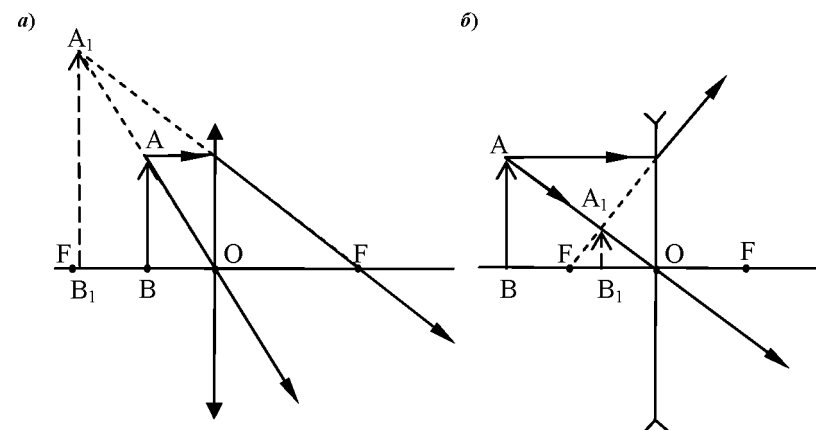


Рис. 76

4 – предмет находится между двойным фокусом и фокусом линзы. Изображение – действительное, обратное, увеличенное (рис. 75,а).

5 – предмет располагается в фокальной плоскости линзы. Лучи из лин-

зы выходят параллельными (рис. 75,б) друг другу. Изображения не будет.

б – предмет между фокусом и линзой. Изображение – мнимое, прямое и увеличенное, находится с той же стороны линзы, что и предмет (рис.76,а).

Построение изображения в рассеивающей линзе дано на рис. 76,б. Рассеивающая линза всегда дает мнимое, уменьшенное и прямое изображение предмета, расположенное между линзой и ее главным фокусом с той же стороны, что и предмет.

Отношение линейных размеров изображения предмета h_1 в линзе к линейным размерам предмета h называется линейным увеличением линзы:

$$\Gamma = \frac{h_1}{h} = \frac{f}{d}.$$

Собирающая линза дает увеличенное изображение только тогда, когда расстояние от линзы до изображения больше расстояния от линзы до предмета. Рассеивающая линза дает только уменьшенное изображение предмета.

Увеличение в линзе считается положительным, когда h и h_1 находятся на одной стороне главной оптической оси линзы (изображение прямое, мнимое), и отрицательным, когда h и h_1 находятся по разные стороны от главной оптической оси линзы (изображение перевернутое, действительное).

Примеры решения задач

Задача 62. Человек рассматривает светящуюся точку S через плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной $d = 3$ см так, что луч зрения нормален к пластинке. Найти расстояние между точкой S и ее изображением S' .

Дано:
 $d = 3 \cdot 10^{-2}$ м
 $n = 1,5$
 $SS' - ?$

Решение. В глаз человека попадают лучи, которые образуют между собой малые углы i . Продолжим эти лучи до их пересечения в точке S' , которая является изображением светящейся точки S . Рассмотрим два луча, которые выходят из точки S и попадают в

глаз человека SD и SB . Луч SD падает на пластинку нормально, а луч SB , дважды преломившись, выйдет из пластинки параллельно отрезку SO . Проведем отрезок OA параллельно лучу SD . Из параллелограмма $SS'CO$

$$SS' = OC = d - h. \quad (1)$$

Отрезок $h = AC$ выразим через величины d и n . Заметим, что если бы в точке O находился источник света, то его изображением явилась бы точка C .

Из треугольников OAB и CAB имеем

$$\frac{h}{d} = \frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i}. \quad (2)$$

В силу малости углов i и r отношение

$$\frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} \approx \frac{\sin r}{\sin i}. \quad (3)$$

Воспользуемся законом преломления (4.3):

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}, \quad (4)$$

так как показатель преломления воздуха примем равным 1.

Тогда из уравнений (2) - (4) получим

$$\frac{h}{d} = \frac{1}{n} \text{ и } h = \frac{d}{n}. \quad (5)$$

Подставив выражение (5) в (1), найдем искомую величину:

$$SS' = \frac{(n-1)d}{n}.$$

Ответ: $SS' = 10^{-2}$ м.

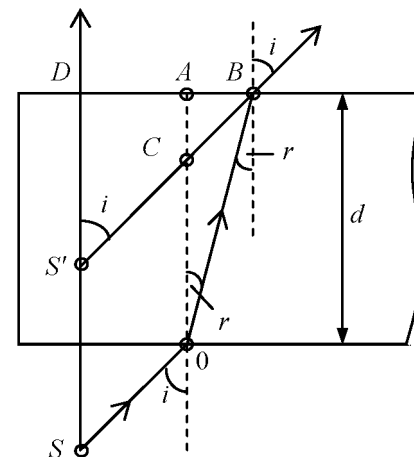


Рис. к задаче 62

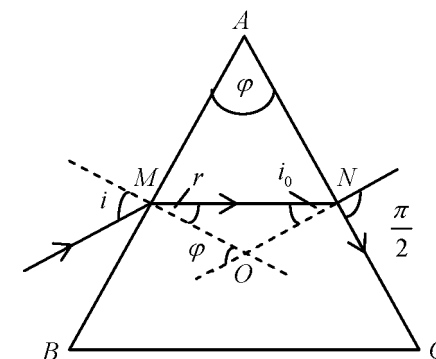


Рис. к задаче 63

Задача 63. Стеклянная треугольная призма имеет показатель преломления $n = 1,6$ и преломляющий угол $\varphi = 45^\circ$. Каким должен быть наибольший угол падения луча на боковую грань призмы, чтобы при выходе его из призмы наблюдалось полное отражение?

Дано:
 $n = 1,6$
 $\varphi = 45^\circ$
 $i - ?$

Решение. Полное отражение наступит тогда, когда луч будет падать на грань AC (см. рис.) под углом, который равен или больше предельного угла полного отражения. Предельный угол полного отражения определяется из закона преломления (4.3):

$$\frac{\sin i_0}{\sin(\pi/2)} = \frac{1}{n}, \text{ откуда } i_0 = 38^\circ 40'.$$

Из $\triangle MNO$, зная угол i_0 , найдем угол r :

$$r + i_0 = \varphi = 45^\circ, \quad r = 6^\circ 20'.$$

Так как $\frac{\sin i}{\sin r} = n$, то $\sin i = n \sin r$ и угол $i = \arcsin(n \sin r)$, $i = 10^\circ$

Ответ: $i = 10^\circ$.

Задача 64. Фокусное расстояние линзы в воздухе $F_1 = 0,5$ м. Найти фокусное расстояние линзы F_2 , погруженной в воду, если показатель преломления стекла, из которого сделана линза, $n = 1,6$.

Дано: $F_1 = 0,5$ м $n = 1,6$ $n_b = 1,33$ $F_2 = ?$	Решение. Используя формулу тонкой линзы (4.7) и принимая $n_c = 1$, найдем выражение для фокусного расстояния линзы в воздухе: $F = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 + R_1)}. \quad (1)$
--	---

Принимая $n_c = n_b$, найдем выражение для фокусного расстояния линзы, погруженной в воду:

$$F_2 = \frac{R_1 R_2}{\left(\frac{n}{n_b} - 1\right)(R_2 + R_1)}. \quad (2)$$

Разделив уравнение (2) на (1), получим

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{(n-1)}{\left(\frac{n}{n_b} - 1\right)}, \text{ откуда}$$

$$F_2 = \frac{(n-1)}{\left(\frac{n}{n_b} - 1\right)} F_1, \quad F_2 = 1,5 \text{ м.}$$

Ответ: $F_2 = 1,5$ м.

Глава 21 ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§121. Уравнение световой волны. Условия интерференционного максимума и минимума

Свет – это электромагнитная волна, длина которой лежит в диапазоне от 10 нм до 1 мм. Из теории Максвелла для плоской монохроматической волны были получены уравнения:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx), \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx), \end{aligned} \quad (4.8)$$

где \vec{E} – вектор напряженности электрического поля; \vec{H} – вектор напряженности магнитного поля; \vec{E}_0, \vec{H}_0 – максимальные (амплитудные) значения векторов \vec{E} и \vec{H} ; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; $(\omega t - kx)$ – фаза волны; T – период колебаний; λ – длина волны.

Вектор \vec{E} называется *световым вектором*, так как многие из оптических действий (физиологические, фотохимические, фотоэлектрические и другие) вызываются колебаниями данного вектора.

Интерференция – это физическое явление наложения когерентных волн, в результате которого происходит усиление колебаний в одних точках пространства и ослабление в других. При интерференции света образуются чередующиеся между собой светлые и темные полосы или кольца. Интерферировать могут только волны, имеющие одинаковые частоты, постоянные во времени разности фаз и одинаковые ориентации в пространстве векторов \vec{E} и \vec{H} . Такие волны называются *когерентными*.

Волна, у которой амплитуда, частота и начальная фаза остаются постоянными неограниченно долго, называется *монохроматической*.

Пусть источники света S_1 и S_2 (рис. 77) излучают когерентные волны:

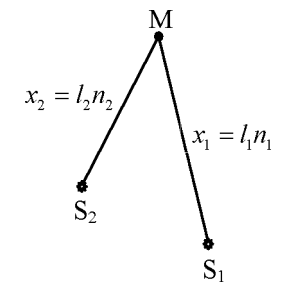


Рис. 77

$$E_1 = E_{01} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda} \right) = E_{01} \cos \varphi_1, \quad E_2 = E_{02} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_2}{\lambda} \right) = E_{02} \cos \varphi_2.$$

В точке М происходит наложение двух волн и наблюдается явление интерференции. Применяя принцип суперпозиции, найдем амплитуду результирующего колебания:

$$\begin{aligned} E_0^2 &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \Delta\varphi = \\ &= E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \left(2\pi \cdot \frac{l_1 n_1 - l_2 n_2}{\lambda} \right), \end{aligned} \quad (4.9)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ – разность фаз слагаемых волн; l_1 и l_2 – расстояния от источника света S_1 и S_2 до точки М; n_1 и n_2 – показатели преломления сред, в которых распространяются волны; nl – оптическая длина пути.

Амплитуда результирующего вектора E_0 максимальна, если $\cos \Delta\varphi = 1$, т.е. когда разность фаз

$$\Delta\varphi = \pm 2\pi \frac{l_1 n_1 - l_2 n_2}{\lambda} = \pm 2k\pi, \quad (4.10)$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядок интерференционного максимума.

Из выражения (4.10) имеем

$$\delta = \pm (l_1 n_1 - l_2 n_2) = \pm k\lambda = \pm 2k \frac{\lambda}{2},$$

где δ – оптическая разность хода волн.

Если оптическая разность хода двух волн равна целому числу длин волн или четному числу полуволи, то в точке М наблюдается усиление колебаний (условие максимума при интерференции).

Амплитуда результирующего вектора E_0 минимальна, если $\cos \Delta\varphi = -1$, т.е. когда разность фаз в уравнении (4.9)

$$\Delta\varphi = \pm 2\pi \frac{l_1 n_1 - l_2 n_2}{\lambda} = \pm (2k + 1)\pi$$

или

$$\delta = \pm (l_1 n_1 - l_2 n_2) = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2},$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядок интерференционного минимума.

Если оптическая разность хода двух волн равна нечетному числу полуволи, то в точке М наблюдается ослабление колебаний (условие минимума при интерференции).

Интенсивность света $I \sim E_0^2$, из уравнения (4.9) получим

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\varphi.$$

Допустим, что интенсивности интерферирующих волн одинаковы: $I_1 = I_2$. Если $\cos \Delta\varphi = 1$, то

$$I = I_1 + I_1 + 2\sqrt{I_1^2} = 4I_1,$$

т.е. в интерференционных максимумах интенсивность света возрастает в четыре раза.

Если $\cos \Delta\varphi = -1$, то $I = 0$, происходит полное гашение света светом.

§122. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников

Источники монохроматического света S_1 и S_2 находятся в одинаковой среде с показателем преломления $n = 1$ на расстоянии d друг от друга (рис. 78) и на расстоянии l от экрана Э. Пусть расстояние $l \gg d$. Выделим на экране произвольную точку М, положение которой определяется

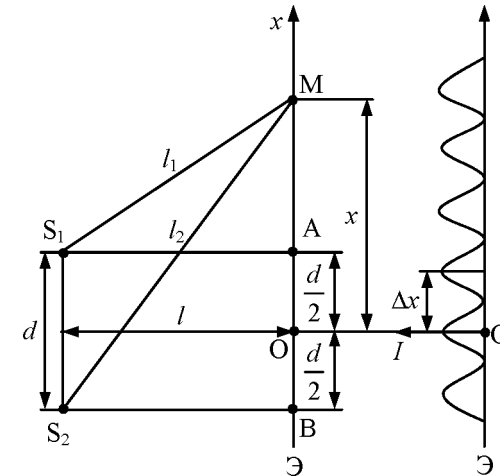


Рис. 78

координатой x . Начало отсчета координаты, точка О, равноудалена от S_1 и S_2 , а точка М отстоит от источника света S_1 на расстояние l_1 , а от S_2 – на расстояние l_2 . Найдем условия, при котором в точке М наблюдается максимум или минимум интенсивности света I . Из треугольников AS_1M и BS_2M запишем:

$$l_1^2 = l^2 + \left(x - \frac{d}{2} \right)^2,$$

$$l_2^2 = l^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2.$$

Вычитая первое уравнение из второго, получим

$$l_2^2 - l_1^2 = \left(x + \frac{d}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2 = 2xd \text{ или}$$

$$(l_2 - l_1)(l_1 + l_2) = 2xd.$$

При $d \ll l$ сумма $l_1 + l_2 \approx 2l$, тогда $(l_2 - l_1)2l = 2xd$, откуда оптическая разность хода волн

$$\delta = l_2 - l_1 = x \frac{d}{l}.$$

Если для точки М $\delta = \pm k\lambda$, то в этой точке наблюдается усиление интенсивности света. Найдем координату x_k , удовлетворяющую этому условию:

$$\pm k\lambda = x_k \frac{d}{l}, \quad x_k = \pm k \frac{\lambda l}{d},$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Ширина интерференционной полосы

$$\Delta x = x_k - x_{(k+1)} = \lambda \frac{l}{d}. \quad (4.11)$$

На экране образуются ряд чередующиеся светлых и темных интерференционных полос, ширина которых Δx увеличивается с уменьшением расстояния d .

В точке О всегда наблюдается максимум интенсивности, т.к. разность хода волн равна нулю ($S_1O = S_2O$). При наблюдении в белом свете полосы цветные, кроме точки О, где располагается белая полоса.

§123. Методы наблюдения интерференции света

Интерференция света наблюдается только при наложении когерентных волн. Свет, испущенный, например, лампой накаливания, не является монохроматическим, так как он складывается из волн, излучаемых многими атомами раскаленной нити. Время излучения атома около 10^{-8} с и при этом образуется синусоидальный цуг волны протяженностью порядка 3 м. Цуги многих атомов, накладываясь друг на друга, образуют световую волну. При наложениях фазовые соотношения между колебаниями многократно изменяются случайным образом, два источника света оказываются не когерентными.

Разработано несколько методов получения когерентных световых

волн от обычных источников света. Во всех случаях используется один и тот же принцип: световую волну, излучаемую одним источником, делят на две части, а затем образовавшиеся волны накладывают друг на друга. Рассмотрим некоторые из таких методов.

1. *Щели Юнга.* Яркий свет, пройдя через щель S (рис. 79), вследствие дифракции образует расходящуюся волну, которая падает на щели S_1 и S_2 . Эти щели можно рассматривать как вторичные источники света. В результате дифракции на щелях S_1 и S_2 образуются две когерентные волны, которые, накладываясь, дают на экране Э интерференционные полосы. Используя формулу (4.11), зная расстояния d , l и длину падающей световой волны λ , можно рассчитать ширину интерференционной полосы.

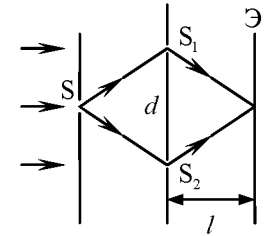


Рис. 79

2. *Зеркала Френеля* представляют собой два соприкасающихся плоских зеркала, расположенные под углом, близким к 180° друг к другу (рис. 80). Источник S испускает световые волны, которые отражаются от зеркал АО и ОВ и попадают на экран Э, образуя область MN – наложения волн. Кожух К защищает экран от прямого попадания лучей. Волны, отраженные от зеркал, распространяются так, как будто они исходят из мнимых источников света S_1 и S_2 .

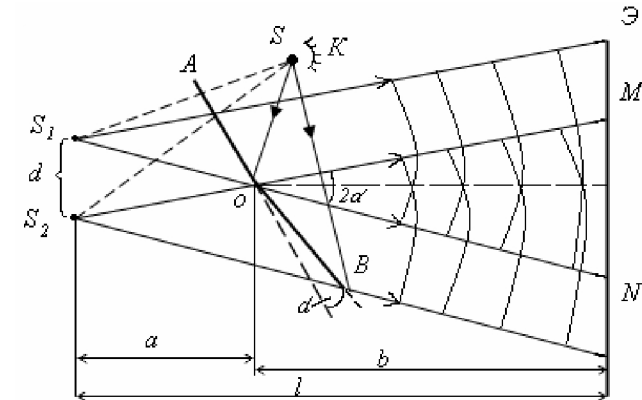


Рис. 80

Угол между отраженными от зеркал лучами OM и ON равен 2α .

Обозначив отрезок $OS_1 = OS_2 = r$, найдем расстояние между мнимыми источниками S_1 и S_2

$$d = 2OS_1 \sin \alpha = 2r \sin \alpha \approx 2r\alpha,$$

так как угол α очень мал.

Поскольку $a = r \cos \alpha \approx r$, то $l = a + b = r + b$.

Подставляя d и l в формулу (4.11), можно рассчитать ширину интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{(r+b)\lambda}{2r\alpha}.$$

3. Бипризма Френеля состоит из двух призм с малыми преломляющими углами φ (рис. 81), сложенными вместе. При освещении бипризмы линейным источником света S образуются две когерентные волны, исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 .

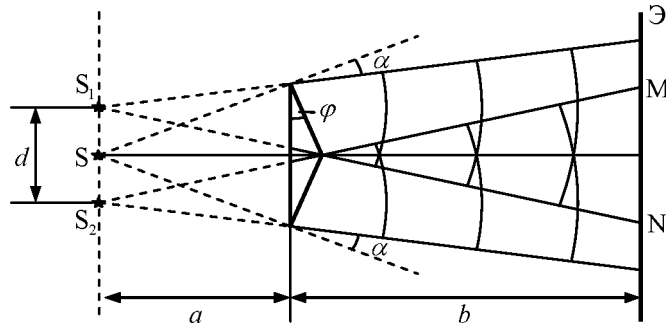


Рис. 81

Эти волны интерферируют и на экране Э можно наблюдать интерференционные полосы, ширина которых определяется по формуле:

$$\Delta x = \frac{(a+b)\lambda}{2a(n-1)\varphi},$$

где n – показатель преломления стекла бипризмы; λ – длина световой волны.

§124. Интерференция в тонких пленках

При падении световой волны под углом i на пленку толщиной d (рис. 82) происходит ее отражение от верхней и нижней поверхностей пленки. В результате образуются две волны 1 и 2, которые, пройдя линзу L , интерферируют в точке M . Определим оптическую разность хода лучей δ для случая, когда показатель преломления пленки n_2 больше показателя преломления среды n_1 , т.е. $n_2 > n_1$.

Оптические пути лучей 1 и 2 от плоскости DC до точки M одинаковы, первый луч от точки A проходит оптический путь ADn_1 , а второй луч $(AB+BC)n_2$. Таким образом, разность хода лучей

$$\delta = (AB+BC)n_2 - \left(ADn_1 - \frac{\lambda}{2}\right) = 2ABn_2 - \left(ADn_1 - \frac{\lambda}{2}\right). \quad (4.12)$$

В точке A отражение луча происходит от оптически более плотной среды, поэтому фаза волны меняется на π , т.е. отраженный луч теряет полволны (оптический путь ADn_1 уменьшается на $\lambda/2$).

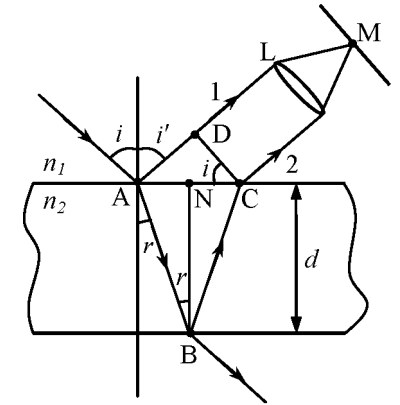


Рис. 82

$$AB = \frac{d}{\cos r},$$

$$AD = AC \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i. \quad (4.13)$$

По закону преломления запишем:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ откуда}$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \quad (4.14)$$

Подставив выражения (4.13) и (4.14) в (4.12), получим

$$\delta = \frac{2dn_2}{\cos r} (1 - \sin^2 r) + \frac{\lambda}{2} = 2dn_2 \cos r + \frac{\lambda}{2}. \quad (4.15)$$

Так как $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r}$, то уравнение (4.14) примет вид

$$\sin r = \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 i,$$

тогда

$$\cos r = \sqrt{1 - \frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 i}. \quad (4.16)$$

Подставив выражение (4.16) в (4.15), окончательно получим

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}. \quad (4.17)$$

Если пленка освещается монохроматическим светом (например, красным) и при этом выполняется условие максимума при интерференции: $\delta = \pm k\lambda$, то в отраженном свете пленка будет иметь тот же цвет (т.е. красный). Если же выполняется условие минимума: $\delta = \pm(2k+1)\frac{\lambda}{2}$, то пленка будет темной. При освещении белым светом пленка окрашивается

в цвет, соответствующий длине волны λ , для которой выполняется условие максимума.

§125. Интерференционные полосы равного наклона и равной толщины

Интерференционная картина, как следует из формулы (4.17), определяется величинами λ , d , n и i . При освещении плоскопараллельной пластинки монохроматическим светом (рис. 83) можно наблюдать чередование максимумов и минимумов интерференции.

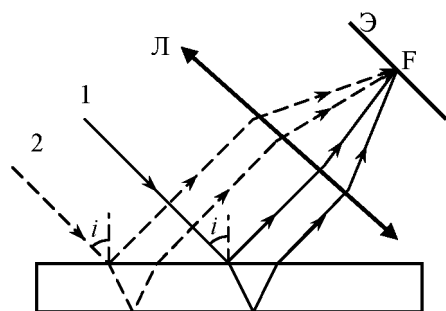


Рис. 83

Для этого на пути отражённой волны следует поставить собирающую линзу Л и экран Э.

Лучи 1 и 2, падающие на пластину под одним и тем же углом i , отразившись от верхней и нижней плоскостей пластинки, интерферируют и собираются в фокусе F линзы. Если оптическая разность хода этих лучей $\delta = \pm k\lambda$, то на экране наблюдаются максимумы интенсивностей, образуя полосы данного порядка интерференции. Каждая полоса обусловлена световыми лучами, падающими под одним и тем же углом i , но с разных направлений. Эти полосы называются *полосами равного наклона*. Поскольку интерферирующие лучи параллельны, то экран Э располагают в фокальной плоскости линзы, как это делается для получения изображения бесконечно удалённых предметов.

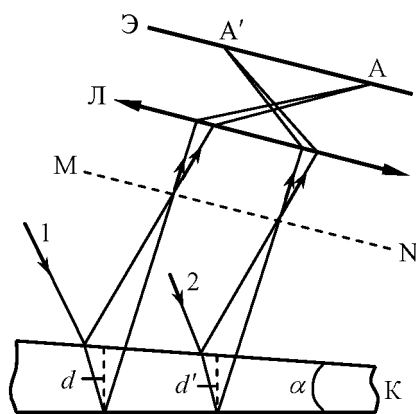


Рис. 84

Рассмотрим отражение параллельного светового пучка, падающего на пластину в виде клина с углом при вершине α . Отражённые от верхней и нижней плоскостей пластинки лучи 1 и 2 (рис. 84) не будут параллельными. Так как их оптическая разность хода не одинакова, то при определённом положении клина К и линзы Л на экране появляются светлые и тёмные интерференционные полосы, параллельные ребру клина.

Каждая полоса образуется в результате отражения от участков клина с одинаковой толщиной d , поэтому они называются *полосами равной толщины*.

Так как поверхности клина не параллельны друг другу, то интерферирующие лучи пересекаются вблизи клиновидной пластинки, т.е. локализованы на поверхности MN.

§126. Кольца Ньютона

Интерференционные полосы равной толщины можно наблюдать, если на плоскопараллельную пластинку положить плосковыпуклую линзу с весьма малой кривизной (рис. 85, а). Клиновидный слой воздуха (или другой среды) между линзой и пластинкой играет роль тонкой пленки, и вокруг точки касания линзы с пластинкой образуются светлые и темные кольца (кольца Ньютона, рис. 85,б). Наблюдение колец можно проводить как в отраженном, так и в проходящем свете. При наблюдении в белом свете кольца приобретают радужную окраску. Пусть на плоскую поверхность линзы в воздухе нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ . Показатель преломления линзы n_1 больше показателя преломления воздуха n_2 . Согласно формуле (4.17)

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}.$$

Световые лучи падают почти по нормали к пластинке, и $\sin i = 0$, а

$$\delta = 2dn_2 + \frac{\lambda}{2}. \quad (4.18)$$

Из треугольника OAB находим

$$R^2 = (R-d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2.$$

Поскольку толщина воздушного клина $d \ll R$, то $d^2 \approx 0$ и $d = \frac{r^2}{2R}$.

Подставив значение d в формулу (4.18), получим

$$\delta = \frac{r^2 n_2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Если $\delta = k\lambda$ (условие максимума

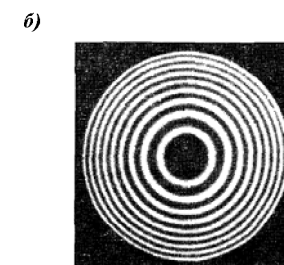
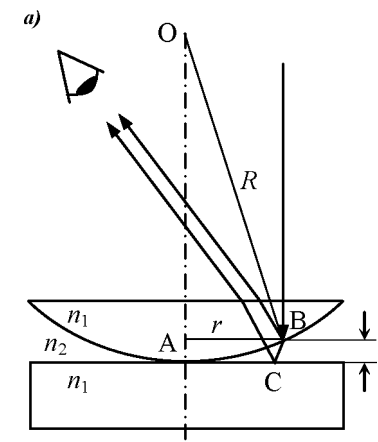


Рис. 85

интенсивности), то образуется светлое кольцо:

$$\frac{r^2 n_2}{R} + \frac{\lambda}{2} = k\lambda,$$

откуда радиус кольца

$$r_k = \sqrt{(2k-1) \frac{R\lambda}{n_2}}, \quad (4.19)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$

При $k = 0$ в точке касания линзы с пластинкой наблюдается минимум интенсивности, обусловленный изменением фазы световой волны на π при отражении её от пластинки.

По формуле (4.19) можно определить радиусы светлых колец при наблюдении в отражённом свете и радиусы тёмных колец при наблюдении в проходящем свете.

Если $\delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$, то наблюдается тёмное кольцо:

$$\frac{r^2 n_2}{R} + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}, \quad \text{откуда}$$

$$r_k = \sqrt{kR \frac{\lambda}{n_2}}, \quad k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4.20)$$

Формула (4.20) позволяет определить радиусы тёмных колец в отражённом свете и радиусы светлых колец в проходящем свете.

С помощью установки для наблюдения колец Ньютона можно найти длину волны монохроматического света, зная радиусы соответствующих колец, и радиус кривизны R линзы.

§127. Применение интерференции света

Приборы, в которых используется явление интерференции света, называются *интерферометрами*. На рис. 86 приведена схема интерферометра Майкельсона¹.

Прибор имеет два плоских зеркала M_1 и M_2 и полупрозрачную плоскопараллельную пластинку P_1 . Луч от источника монохромного света S попадает на пластинку P_1 , где разделяется на два луча, один из которых, отразившись от посеребрённого слоя пластинки, направлен к зеркалу M_1 . После отражения от зеркала M_1 луч вновь проходит пластинку P_1 (на

рис. 86 обозначен $1'$). Луч 2 идёт к зеркалу M_2 и, отразившись от него, возвращается к пластинке P_1 , отразившись от которой, идёт параллельно лучу $1'$ (на рис. 86 обозначен $2'$). Первый луч проходит пластинку P_1 дважды.

Чтобы компенсировать возникшую разность хода между лучами 1 и 2, на пути луча 2 ставится пластинка P_2 , отличающаяся от P_1 только тем, что не имеет серебряного покрытия.

Лучи $1'$ и $2'$ когерентны. Их оптическая разность хода

$$\delta = 2n_1(l_1 - l_2),$$

где n_1 – показатель преломления среды; l_1 и l_2 – расстояния от точки A до зеркала M_1 и M_2 соответственно.

Когда расстояния l_1 и l_2 равны, наблюдается максимум интерференции. При смещении зеркала M_1 на величину $\lambda/4$ оптическая разность хода лучей будет равна $\lambda/2$, наблюдается минимум интерференции.

Таким образом, по изменению интерференционной картины можно судить о незначительных перемещениях зеркала. Интерферометр Майкельсона используется для точного ($\sim 10^{-7}$ м) измерения длины тела. Различные типы интерферометров отличаются лишь конструктивно, принцип же действия остаётся одинаковым.

Применение интерферометров многообразно: для исследования качества изготовления оптических стёкол, измерения углов, при исследовании быстротекущих процессов, для измерения различных газодинамических параметров при обтекании воздушных летательных аппаратов и т.д.

Явление интерференции также используется в *просветлении* оптики. Интенсивность светового потока, проходящего сложную оптическую систему, состоящую из набора линз, призм и зеркал, значительно уменьшается. Кроме того, появляются блики, которые очень нежелательны при использовании некоторых оптических приборов (перископов, биноклей и т.п.). Эти дефекты устраняются методом просветления оптики: на оптические поверхности наносятся тонкие прозрачные плёнки толщиной $\lambda/4$ (λ – длина волны падающего света). Падающий и отражённый лучи, имеющие разность хода $\lambda/2$, интерферируют. При этом выполняется условие минимума, в результате чего уничтожаются

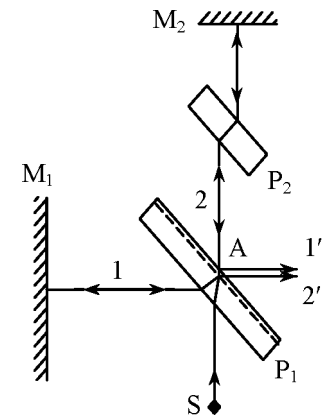


Рис. 86

¹ Альберт Абрахам Майкельсон (1852-1931) – американский физик.

ся блики и ухудшается чёткость изображения.

Примеры решения задач

Задача 65. На мыльную пленку с показателем преломления $n_2 = 1,33$ падает под углом $i = 30^\circ$ монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Отраженный от пленки свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина пленки?

Дано:
 $n_1 = 1$
 $n_2 = 1,33$
 $i = 30^\circ$
 $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$ м
 $h_{\min} - ?$

Решение. При падении световой волны на пленку (см. рис.) происходит ее отражение от верхней и нижней поверхностей пленки. В результате образуются две волны 1 и 2, которые, пройдя линзу Л, интерферируют в точке Р. Оптическая разность хода лучей 1 и 2:

$$\begin{aligned} \delta &= (AB + BC)n_2 - (ADn_1 - \frac{\lambda}{2}) = \\ &= 2ABn_2 - ADn_1 + \frac{\lambda}{2} \end{aligned} \quad (1)$$

В точке А отражение происходит от оптически более плотной среды, поэтому фаза волны изменяется на π , что эквивалентно «потере» полуволны.

Выполнив преобразования в выражении (1) (см. §124, формулы (4.12)-(4.17)), получим

$$\delta = 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Запишем условие максимума при интерференции:

$$2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2} = \pm 2k \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Для определения h_{\min} необходимо

в уравнении (3) принять $k = 1$, т.е.

$$2h_{\min} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} = \frac{\lambda}{2}, \text{ откуда}$$

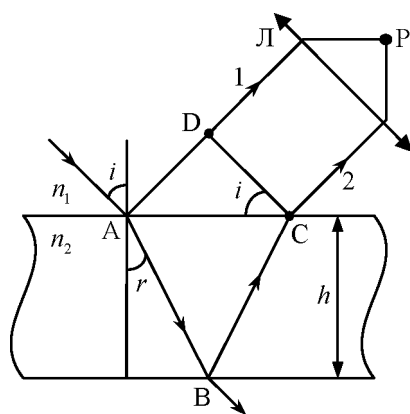


Рис. к задаче 65

$$h_{\min} = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}}. \quad (4)$$

Подставим численные значения в уравнение (4):

$$h_{\min} = \frac{6 \cdot 10^{-7} \text{ м}}{4\sqrt{1,33^2 - \sin^2 30^\circ}} = 1,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}.$$

Ответ: $h_{\min} = 1,2 \cdot 10^{-7}$ м.

Задача 66. На стеклянный клин нормально его грани падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,66$ мкм. Определить преломляющий угол клина, если на 1 см длины образуется 10 интерференционных полос.

Дано:
 $\lambda = 6,6 \cdot 10^{-7}$ м
 $n = 1,5$
 $N = 10$
 $l = 10^{-2}$ м
 $\alpha - ?$

Решение. Параллельный пучок световых лучей, отраженный от верхней и нижней граней клина, образует интерференционную картину вблизи верхней поверхности клина.

Лучи 1 и 2 при малом угле клина можно считать параллельными. Найдём оптическую разность хода лучей 1 и 2:

$$\delta = 2d_k n \cos r + \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается интерференционная полоса, соответствующая номеру полосы; r – угол преломления лучей; λ – длина волны.

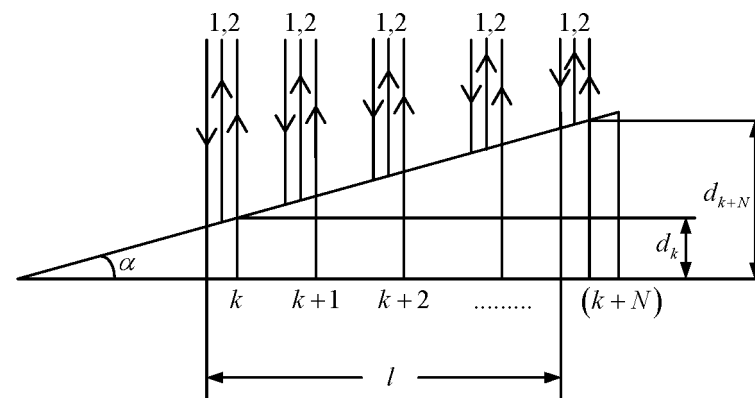


Рис. к задаче 66

При отражении от верхней грани клина фаза волны изменяется на π , поэтому в уравнении (1) появилась разность хода, равная половине длины волны.

Запишем условие интерференционного минимума:

$$\delta = 2d_k n \cos r + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Учитывая, что угол падения луча равен нулю, а $\cos r = 1$ (при малых углах α), уравнение (2) примет вид

$$2d_k = k\lambda, \text{ откуда} \\ d_k = \frac{k\lambda}{2n}. \quad (3)$$

Пусть темной полосе с номером $(k+N)$ соответствует толщина клина d_{k+N} (см. рис.). На расстоянии l по условию задачи укладывается N темных полос. Как видно из рисунка:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(d_{k+N} - d_k)}{l}. \quad (4)$$

Вследствие малости угла α можно считать, что $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$ и

$$\alpha = \frac{(d_{k+N} - d_k)}{l} = \frac{(k+N)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{N\lambda}{2nl}. \quad (5)$$

Подставив в уравнение (5) численные значения, получим

$$\alpha = \frac{5 \cdot 0,66 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Так как $1 \text{ рад} = 2,06'' \cdot 10^5$, то $\alpha = 41,2''$.

Ответ: $\alpha = 41,2''$.

Глава 22 ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§128. Принцип Гюйгенса – Френеля

Дифракцией света называется явление, обусловленное волновыми свойствами света и наблюдаемое при его распространении в среде с резко выраженными неоднородностями (отверстия, щели, границы непрозрачных тел, и т.д.). Дифракция приводит к огибанию волнами препятствий и к попаданию света в область геометрической тени, т.е. к отклонению от законов геометрической оптики.

Дифракция происходит всегда, если на пути распространения света имеется резко выраженная неоднородность. Другой вопрос, будем ли мы её видеть. С помощью микроскопа можно рассмотреть дифракцию тогда, когда простым глазом она не видна. Если длина световой волны λ соизмерима с размерами препятствий, то дифракция наблюдается. В зависимости от условий наблюдения различают два вида дифракции: дифракция в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера¹) и дифракция в непараллельных лучах (дифракция Френеля²).

По *принципу Гюйгенса*³ каждая точка среды, до которой доходит фронт волны, является центром вторичных волн, огибающая которых даёт положение нового фронта волны. Принцип Гюйгенса позволяет вывести законы отражения и преломления волн, но не даёт возможности рассчитывать их интенсивность. Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей о когерентности и интерференции вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля световую волну можно заменить эквивалентной системой вторичных когерентных волн. Волновое возмущение в любой точке пространства можно рассматривать как результат интерференции волн, идущих от вторичных источников.

§129. Метод зон Френеля

Для нахождения амплитуды световой волны в точке Р (рис. 87) по принципу Гюйгенса-Френеля сферический фронт волны от источника S разбивается на кольцевые зоны (зоны Френеля).

Пусть $PM = r_0$ – расстояние от точки Р до фронта волны. Расстояние от точки Р

$$\text{до первой зоны } r_1 = r_0 + \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{до второй зоны } r_2 = r_1 + \frac{\lambda}{2} = r_0 + 2 \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{до третьей зоны } r_3 = r_2 + \frac{\lambda}{2} = r_0 + 3 \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{и т.д. } r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2}, \quad (4.21)$$

где k – номер зоны.

Разности хода волн от соседних зон Френеля, приходящих в точку Р,

¹ Иозеф Фраунгофер (1787-1826) – немецкий физик.

² Огюстен Жан Френель (1788-1827) – французский физик.

³ Христиан Гюйгенс (1629-1695) – нидерландский ученый.

отличаются на $\lambda/2$, т.е. фазы колебаний противоположны. При наложении такие колебания будут ослаблять друг друга. Амплитуда A результирующих световых колебаний в точке Р равна

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_k, \quad (4.22)$$

где A_1, A_2, \dots, A_k – амплитуды колебаний, возбужденные 1-й, 2-й, ..., k -й зонами в точке Р.

Амплитуда колебаний, возбуждаемая зоной, зависит от площади зоны, от расстояния r от зоны до точки Р и от угла α (рис. 87) между внешней

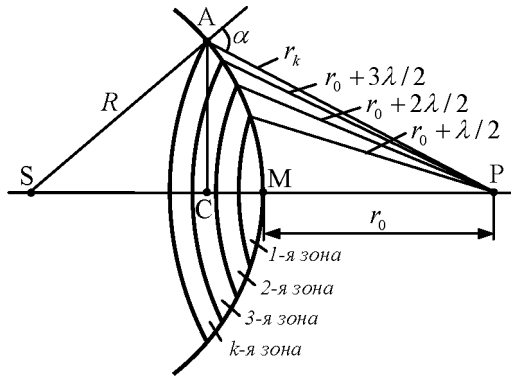


Рис. 87

нормалью к фронту волны и направлением распространения света от зоны к точке Р. Покажем, что площади зон равновелики. Из треугольников SAC и PAC запишем:

$$AC^2 = R^2 - (R - CM)^2 = r_k^2 - (r_0 + CM)^2,$$

где R – радиус сферической волны; $CM = h_k$ – высота сферического сегмента.

Тогда

$$R^2 - (R - h_k)^2 = r_k^2 - (r_0 + h_k)^2. \quad (4.23)$$

Подставив выражение (4.21): $r_k = r_0 + k \frac{\lambda}{2}$ в (4.23), получим

$$h_k = \frac{(r_k^2 - r_0^2)}{2(R + r_0)}. \quad (4.24)$$

Площадь сферического сегмента

$$S_k = 2\pi R h_k. \quad (4.25)$$

Считая $\lambda \ll r_0$, из уравнений (4.21), (4.24), (4.25) имеем

$$S_k = \frac{\pi R r_0 k \lambda}{R + r_0}, \text{ т.к. } k^2 \lambda^2 \approx 0.$$

Площадь зоны

$$S = S_k - S_{k-1} = \frac{\pi R r_0 \lambda}{R + r_0}.$$

Получили, что площадь зоны S не зависит от номера зоны k , значит, площади всех зон одинаковы. Тогда амплитуды колебаний, приходящих в точку Р, зависят только от r_k и α . С ростом номера зоны r_k и α возрастают, следовательно, амплитуда $A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_k$.

Найдём амплитуду результирующих колебаний в точке Р, используя выражение (4.22):

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots \pm \frac{A_k}{2},$$

откуда

$$A = \frac{A_1 \pm A_k}{2}, \quad (4.26)$$

так как слагаемые, стоящие в скобках, равны нулю.

Если число зон k чётное, то в формуле (4.26) берется знак минус, если нечётное – плюс. У свободной волновой поверхности число зон Френеля $k \rightarrow \infty$ и $A_k \rightarrow 0$, тогда $A = \frac{A_1}{2}$. Амплитуда результирующих колеба-

ний равна половине амплитуды центральной зоны Френеля. Так как площадь зоны Френеля очень мала, то свет распространяется, словно в узком канале, т.е. *прямолинейно*. Таким образом, с помощью дифракции можно объяснить прямолинейность распространения света.

Следует отметить, что результирующую амплитуду можно найти также методом графического сложения амплитуд.

Реальным подтверждением метода зон Френеля является *зонная пластинка Френеля*. На прозрачную пластинку наносится чередующиеся концентрические кольца, расположенные по принципу построения зон Френеля. Пусть эти кольца открывают только нечетные зоны Френеля (1-ю, 3-ю, 5-ю и т.д.). Тогда результирующая амплитуда $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ в точке наблюдения Р будет больше, чем при полностью открытом фронте волны. Резко возрастает и интенсивность света в наблюдаемой точке. Зонная пластинка действует подобно собирающей линзе.

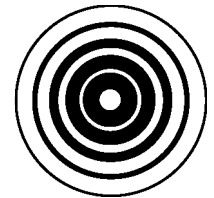


Рис. 88

Аналогично можно изготовить пластину, где открыты только четные зоны Френеля. На рис. 88 показана *амплитудная зонная пластинка*, у ко-

торой открыты нечетные зоны.

Еще больший эффект дает *фазовая зонная пластинка Вуда*, у которой вторичные волны от всех точек волновой поверхности приходят в рассматриваемую точку в одинаковых фазах. По сравнению с амплитудной фазовая зонная пластинка, увеличивает интенсивность света в четыре раза.

С помощью зонной пластинки можно определить длину световой волны. Ее используют также для фокусировки лучей в рентгеновских микроскопах.

§130. Дифракция на одиночном отверстии и экране

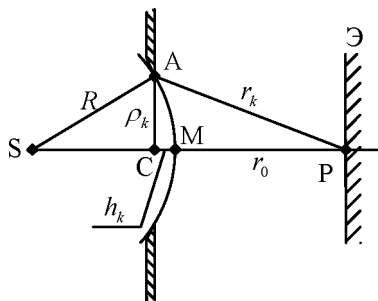


Рис. 89

Сферическая волна от точечного источника света S проходит через отверстие диафрагмы радиусом ρ_k (рис. 89).

Результирующая амплитуда колебаний в точке P будет зависеть от числа зон k , прошедших через отверстие.

Из треугольника ACP запишем:

$$\begin{aligned} \rho_k^2 &= r_k^2 - (r_0 + h_k)^2 = \\ &= r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h_k - h_k^2. \end{aligned}$$

Так как $h_k \ll r_0$, то $h_k^2 \approx 0$ и

$$\rho_k^2 = r_k^2 - r_0^2 - 2r_0h_k. \quad (4.27)$$

Возведём в квадрат левую и правую части уравнения (4.21):

$$r_k^2 = \left(r_0 + k \frac{\lambda}{2}\right)^2 = r_0^2 + 2r_0k \frac{\lambda}{2} + k^2 \frac{\lambda^2}{4}. \quad (4.28)$$

Поскольку $k^2 \lambda^2 / 4 \approx 0$, то из (4.28) получим

$$r_k^2 - r_0^2 = r_0 k \lambda. \quad (4.29)$$

Из уравнений (4.24) и (4.29) определим высоту сферического сегмента:

$$h_k = \frac{r_0 k \lambda}{2(R + r_0)}. \quad (4.30)$$

Подставив выражение (4.30) в (4.27), найдём число зон, укладывающихся на площади отверстия диафрагмы:

$$k = \frac{\rho_k^2 (R + r_0)}{r_0 R \lambda}. \quad (4.31)$$

Если число зон окажется нечётным, то согласно уравнению (4.26) в точке P наблюдается максимум освещённости. Самая наибольшая освещённость будет, когда диафрагма открывает только одну первую зону Френеля. Если отверстие открывает четное число зон, то в точке P наблюдается минимум освещённости. Самая минимальная освещённость в точке P будет в том случае, когда отверстие диафрагмы открывает лишь две первые зоны Френеля.

Вокруг точки P на экране образуются чередующиеся светлые и тёмные кольца. Интенсивность светлых колец убывает при удалении от центра. При освещении диафрагмы белым светом кольца имеют радужную окраску.

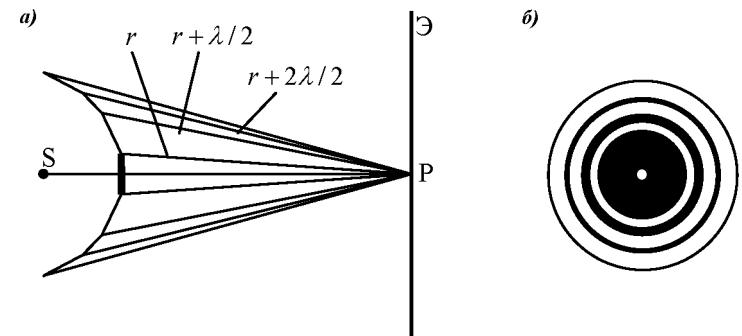


Рис. 90

Рассмотрим случай, когда между источником света S и экраном Э расположен круглый непрозрачный диск, закрывающий часть волнового фронта (рис. 90,а). Пусть диск перекрывает k первых зон Френеля. Амплитуда результирующего колебания в точке P равна:

$$A = A_{k+1} - A_{k+2} + A_{k+3} - \dots = \frac{A_{k+1}}{2} + \left(\frac{A_{k+1}}{2} - A_{k+2} + \frac{A_{k+3}}{2}\right) + \dots = \frac{A_{k+1}}{2},$$

так как выражения, заключенные в скобки, равняются нулю. Таким образом, в точке P вопреки «здравому смыслу» (за непрозрачной пластиной должна располагаться тень) всегда наблюдается светлое пятно (рис. 90,б). Его называют *пятном Пуассона*. Вокруг точки P располагаются чередующиеся концентрические окружности минимумов и максимумов интенсивности. При наблюдении в белом свете эти окружности имеют радужную окраску.

§131. Дифракция на одиночной щели

На одиночную щель шириной b (рис. 91) падает по нормали к ней плоская монохроматическая световая волна. АВ – фронт падающей волны.

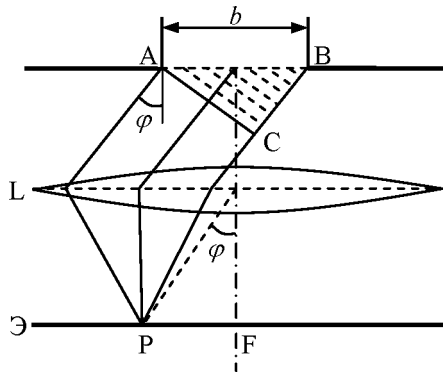


Рис. 91

За щелью расположена собирающая линза L. Лучи, падающие на линзу параллельно, собираются ею, и на экране Э наблюдается явление интерференции. AC – новый фронт волны для лучей, отклоненных на угол φ (угол дифракции). Лучи, идущие параллельно главной оптической оси линзы, собираются в фокусе линзы F и образуют максимум света, так как они проходят одинаковые оптические пути и в точку F

приходят в одинаковой фазе. Лучи, отклоненные щелью на угол φ , проходят различные оптические пути и имеют оптическую разность хода

$$\delta = BC = b \sin \varphi .$$

Эти лучи интерферируют в точке P. По методу зон Френеля разобьем волновую поверхность AB на зоны. Для этого расстояние BC поделим на отрезки, равные $\lambda/2$, и проведем пунктиром прямые, параллельные AC. Определим число зон Френеля k , укладывающихся на щели:

$$k = \frac{BC}{\lambda/2} = \frac{b \sin \varphi}{\lambda/2} .$$

Если на волновой поверхности AB укладывается чётное число зон, то в точке P наблюдается минимум интенсивности:

$$\frac{b \sin \varphi}{\lambda/2} = \pm 2k ,$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$ – порядок дифракционных минимумов.

Отсюда получаем условие минимумов:

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda . \quad (4.32)$$

Если

$$\frac{b \sin \varphi}{\lambda/2} = \pm (2k + 1) ,$$

то в точке P наблюдается максимум интенсивности, т.е.

$$b \sin \varphi = \pm (2k + 1) \frac{\lambda}{2} ,$$

это условие максимумов.

Таким образом, в монохроматическом свете на экране в центре (точка F) образуется нулевой максимум интенсивности, а от него влево и вправо

чередуются максимумы и минимумы первого, второго, третьего и т.д. порядков. При наблюдении в белом свете максимумы будут иметь вид дифракционных спектров, обращенных фиолетовой стороной к центру, кроме нулевого, который останется белым.

§132. Дифракционная решётка

Дифракционная решётка представляет собой совокупность большого числа одинаковых по ширине и параллельных друг другу щелей, разделенных непрозрачными промежутками (рис. 92). Величина

$$d = a + b$$

называется *периодом* (постоянной) *дифракционной решётки*. Здесь b – ширина щели, a – ширина непрозрачного промежутка.

Современная дифракционная решетка может иметь число штри-

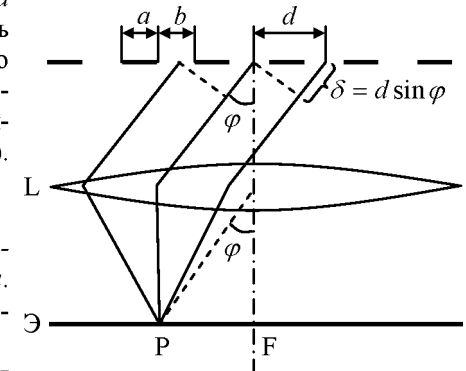


Рис. 92

хов $N_0 = 5000$ (и более) на 1 мм, а период $d = \frac{10^{-3} \text{ м}}{5000} = 0,2 \text{ мкм}$.

Пусть на дифракционную решётку нормально падает параллельный пучок монохроматического света. Для наблюдения дифракционной картины за решёткой ставится линза L, в фокальной плоскости которой располагается экран Э. На экране интерферируют лучи от разных щелей. Так как щели находятся на одинаковых расстояниях друг от друга, то оптические разности хода лучей от двух соседних щелей для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\delta = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi .$$

Прежние минимумы интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием (4.32):

$$b \sin \varphi = \pm k \lambda ,$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$

Это условие *главных минимумов* дифракционной решетки.

Освещенность от одной щели усиливается действием другой, если

$$d \sin \varphi = \pm 2k \frac{\lambda}{2} = \pm k \lambda , \quad (4.33)$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Это условие *главных максимумов*.

Если дифракционная решетка имеет N щелей, то между двумя главными максимумами располагается $(N-1)$ дополнительных минимумов, разделенных слабыми по интенсивности вторичными максимумами. Условие *дополнительных минимумов*:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{N},$$

где $m = 1, 2, 3, \dots, (N-1), (N+1), \dots, (2N-1), (2N+1)$ и т.д.

При наблюдении в белом свете максимумы первого, второго и т.д. порядков, кроме нулевого, имеют вид дифракционных спектров, обращенных фиолетовой частью к центру.

Дифракционная решетка является спектральным прибором и характеризуется *разрешающей способностью* и *угловой дисперсией*. Согласно критерию Рэлея: две спектральных линии с длиной волн λ_1 и λ_2 разрешаются (т.е. наблюдаются как отдельные линии), если главный максимум одной длины волны совпадает с ближайшим минимумом второй. Из этого критерия определяется *разрешающая способность* R дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = kN.$$

Для увеличения R следует увеличить число штрихов N , либо порядок дифракционного спектра k .

Угловая дисперсия D определяется шириной спектра:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Дифференцируя условие главных максимумов (4.33) по φ , для угловой дисперсии получим

$$D = \frac{k}{d \cos \varphi}.$$

Чем выше порядок спектра k , тем больше угловая дисперсия.

§133. Дифракция на пространственной решетке

Для наблюдения дифракции рентгеновских лучей Лауэ¹ использовал кристаллы, в которых атомы или ионы располагаются в определенном порядке, образуя трехмерную *пространственную решетку*. Постоянная

такой решетки порядка 10^{-10} м, что соизмеримо с длиной волны $\lambda \approx (10^{-10} - 10^{-12})$ м рентгеновского излучения.

Дифракция рентгеновских лучей возникает при отражении волн от систем параллельных плоскостей, в которых располагаются узлы кристаллической решетки. Отраженные вторичные волны когерентны и интерферируют между собой.

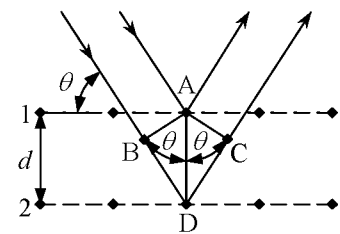


Рис. 93

Пусть монохроматический пучок параллельных рентгеновских лучей падает на кристалл под углом скольжения θ (рис. 93). Вторичные волны, отражаясь от слоев 1 и 2 кристаллической решетки, приобретают оптическую разность хода:

$$\delta = BD + DC = 2d \sin \theta.$$

Если отраженные волны находятся в одинаковой фазе, то при наложении их наблюдаются максимумы интенсивности:

$$2d \sin \theta = k\lambda, \quad (4.34)$$

где $k = 1, 2, 3, \dots$

Уравнение (4.34) называется *формулой Вульфа¹-Брэггов²*, которая используется при рентгеноструктурном анализе вещества: по известным значениям θ , k и λ определяется структура вещества (межплоскостное расстояние d).

§134. Физические принципы голографии

Голография – это метод записи и восстановления световых волн. На обычной фотографии записывается распределение амплитуды в волне, а на голограмме – амплитуды и фазы.

На примере простейшего предмета – точки рассмотрим механизм получения голограммы и восстановление её изображения по схеме, предложенной американскими физиками Э.Лейтом и Ю.Упатниексом.

Светящаяся точка S (рис. 94), расположенная на расстоянии a от фотопластины Φ , испускает сферическую световую волну.

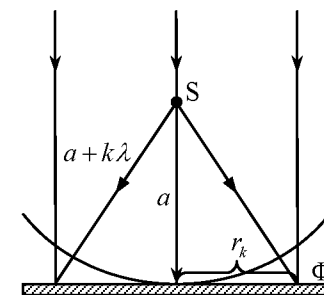


Рис. 94

¹ Георгий Викторович Вульф (1863-1925) – российский кристаллограф.

² Уильям Генри Брэгг (1862-1942) – английский физик.

Уильям Лоренс Брэгг (1890-1971) – английский физик, сын У. Г. Брэгга.

¹ Макс фон Лауэ (1879-1960) – немецкий физик.

На фотопластинку падает также опорная плоская волна, изображённая на рис 94 параллельными лучами. Если волны когерентны, то на пластинке образуется система интерференционных полос. Для всех точек пластинки, равноудалённых от её центра, фазовые соотношения падающих волн одинаковы, поэтому интерференционные полосы на фотопластинке будут иметь вид концентрических окружностей (рис 95.а). В центре разность хода волн равна нулю, а для произвольно взятого k -го кольца – $k\lambda$, поэтому радиус k -го кольца равен:

$$r_k^2 = (a + k\lambda)^2 - a^2 = 2ak\lambda + k^2\lambda^2,$$

где k – целое число.

Для достаточно больших k из полученного выражения можно найти расстояние между соседними кольцами Δr_k , считая $\Delta r_k \ll r_k$:

$$\Delta r_k = a\lambda + \frac{(k + \frac{1}{2})\lambda^2}{r_k}. \quad (4.35)$$

Таким образом, голограмма точки S представляет собой систему концентрических колец с радиусами, определяемыми уравнением (4.35). Такая система называется *зонной решёткой Френеля* (рис. 95.а). Распределение интенсивности в максимумах интерференционной картины синусоидальное (рис. 95.б).

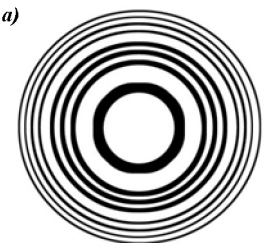


Рис. 95

Каждый малый участок зонной решётки Френеля можно рассматривать как дифракционную решётку с синусоидальным распределением прозрачности. При дифракции на ней образуются три пучка: пучок нулевого порядка (продолжение падающего); два пучка первого порядка, распространяющиеся под углами, удовлетворяющими условию:

$$\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{\Delta r_k}.$$

Рассмотрим луч света, падающий на голограмму на расстоянии r_k от её оси (рис. 96). Лучи первого порядка отклоняются на углы $\pm\varphi_k$. Эти лучи (или их продолжения) пересекут ось голограммы на расстоянии $\pm x$ от

её поверхности. Из рис. 96 следует, что

$$x = r_k \operatorname{ctg} \varphi_k = r_k \sqrt{\frac{1 - \sin^2 \varphi_k}{\sin \varphi_k}}.$$

Учитывая, что $\sin \varphi_k = \frac{\lambda}{\Delta r_k} \approx \frac{r_k}{a + k\lambda}$, получим:

$$x = \sqrt{a^2 + 2ak\lambda + k^2\lambda^2 - r_k^2}.$$

Подставив в данное выражение значение Δr_k из формулы (4.35), придём к равенству: $x = a$.

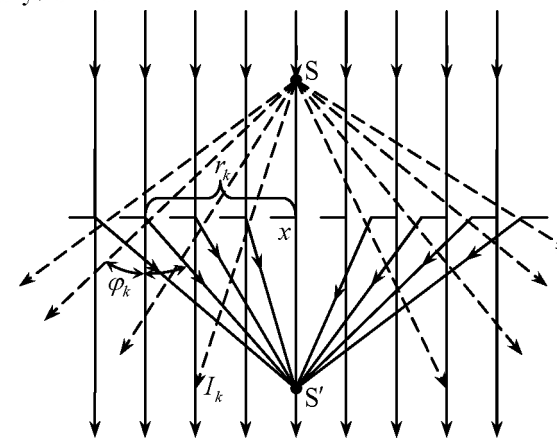


Рис. 96

Таким образом, расстояние, на котором лучи плюс первого и минус первого порядков пересекают ось голограммы, одинаково для лучей, дифрагированных всеми участками голограммы.

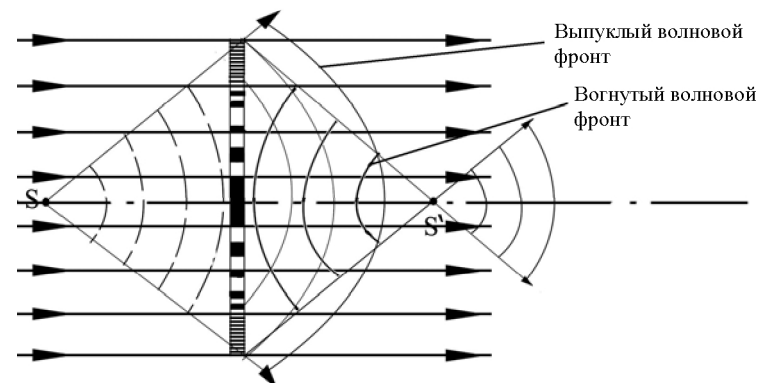


Рис. 97

Итак, при прохождении плоской волны через голограмму точки образуются две сферические волны (рис. 97), одна из которых имеет выпуклый, а другая – вогнутый фронт. Центр выпуклой волны находится в точке S , расположенной на расстоянии a от голограммы, т.е. в том месте, где помещалась точка при голографировании. Вогнутая волна сходится в точке S' , которая так же находится на расстоянии a от голограммы. Кроме волны первого порядка, образующей мнимое и действительное изображения точки, из голограммы выходит ещё плоская волна, соответствующая нулевому порядку.

Поскольку предметы состоят из большого числа точек, то результаты, полученные для точки, можно распространить на любые предметы. В этом случае голограмму следует рассматривать как наложение зонных решёток, образованных каждой точкой предмета. Рассмотрим процесс записи и восстановления изображения трёхмерного предмета.

С помощью линз 2 и 4 (рис. 98) расширяется и коллимируется пучок лазера 1. Одна часть пучка служит для освещения диффузно-рассеивающего предмета 6 (*предметная волна*), другая отражаясь от вспомогательного плоского зеркала 5, падает в виде плоской волны на фотопластинку 7 (*опорная волна*).

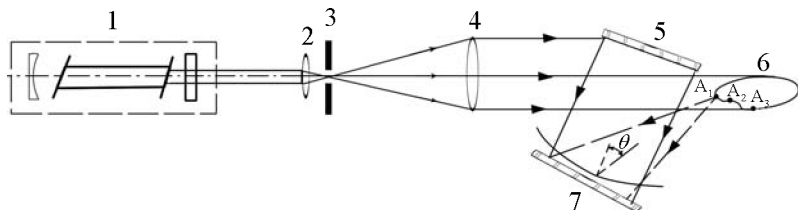


Рис. 98

Зарегистрированная на фотопластинке сложная интерференционная картина несёт амплитудную и фазовую информацию от каждой точки объекта, освещённой лучом лазера.

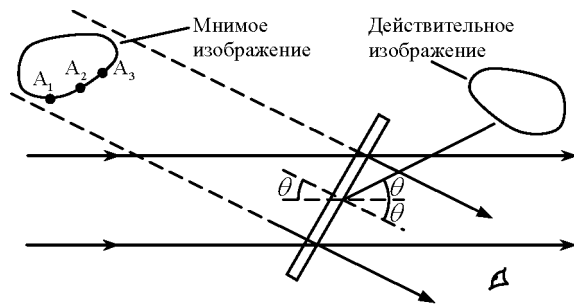


Рис. 99

Если полученную голограмму осветить параллельным пучком лазера,

падающим под тем же углом, под каким падала на пластинку опорная волна в момент фотографирования (рис. 99), то большая часть света пройдёт без отклонения в направлении максимума нулевого порядка, а часть света отклонится в направлении максимумов первого порядка. Нижний отклонённый пучок света является репродукцией волны, которая падала от объекта 6 на пластину. Глаз, расположенный на пути распространения этого волнового фронта, увидит за голограммой мнимое изображение объекта. Оно идентично объекту и расположено там, где находился объект. Восстановленное изображение трёхмерно.

Верхний отклонённый пучок образует волну, подобную предметной, но фазы в ней имеют противоположные знаки. Эта волна образует действительное изображение, которое является зеркальным изображением объекта.

Голограмма не имеет точечного соответствия, характерного для фотографии. В фотографии каждой точке объекта соответствует точка на негативе. В голографии каждая точка объекта регистрируется на всей голограмме.

Любой участок голограммы несёт информацию обо всём объекте, даже участок размером в одну - две длины волны, т.е. порядка одного квадратного микрона. Поскольку в восстановлении изображения основную роль играет дифракция, то чёткость восстановления картины, так же, как чёткость дифракционных максимумов, получаемых от дифракционной решётки и характеризуемых разрешающей способностью решётки, определяется числом дифрагируемых элементов.

Разрешающая способность дифракционной решётки $R = kN$, где k – порядок спектра (в нашем случае $k = 1$); N – число щелей решетки (в нашем случае число дифрагируемых элементов). Чем больше размер голограммы, тем чётче, без искажений, будет передано изображение объекта.

Можно получить увеличенное и уменьшенное изображение объекта путём изменения длины опорной волны при восстановлении или путём увеличения или уменьшения голограммы.

В 1969 году Ю.Н. Денисюк¹ предложил метод объёмного голографирования в толстых фотографических слоях. Одна из схем получения объёмной голограммы показана на рис. 100.

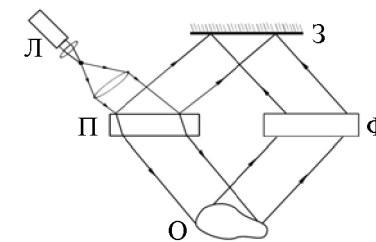


Рис. 100

¹ Юрий Николаевич Денисюк (р. 1927 году) – российский физик.

Опорная волна от лазера Л, пройдя через полупрозрачное зеркало П, рассеивается объектом О и попадает на толстослойную фотозмульсию пластинки Ф. С противоположной стороны на пластинку падает волна, отраженная от плоского зеркала З.

В эмульсионном слое образуются стоячие волны с расстоянием между пучностями, равном половине длины волны. При наклонном падении лучей (под углом α к фотопластинке) расстояние между пучностями d увеличивается и определяется из соотношения $d = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$. Изображение

предмета может быть восстановлено как при помощи такого же опорного луча лазера, так и при помощи обычной лампы накаливания Л (рис. 101).

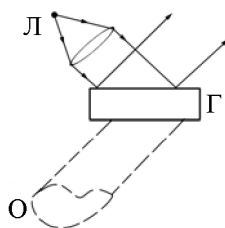


Рис. 101

Действительно, свет будет усиливаться вследствие интерференции отраженных лучей от различных плоскостей только тогда, когда выполняется условие интерференционных максимумов. А это условие может выполняться только для лучей той же длины волны, что и были взяты при получении голограммы Г, т.е. для длины волны лазера. Остальные лучи, испускаемые лампой накаливания, для которых условие максимумов не выполняется, будут взаимно погашены.

При рассмотрении голограммы при помощи глаза (рис. 101) появится мнимое изображение предмета О на том месте, где он находился ранее при голографировании. Однако изображение будет одноцветным в лучах лазерного источника. Чтобы получить цветное изображение предмета, необходимо получить голограмму в трёх цветах от трёх лазеров, сочетание излучений которых даёт белый свет. В этом случае на голограмме образуются три семейства плоскостей. Соотношение интенсивностей лучей лазера должно соответствовать реальному соотношению цветов.

Возможные применения голограммы разнообразны: запись и хранение информации (на одной фотопластинке можно записать книгу объёмом тысяча и более страниц), ЭВМ с голографической памятью, голографическое кино и телевидение, голографический электронный микроскоп, голографическая интерферометрия в радиолокационных системах и т.д.

Примеры решения задач

Задача 67. Расстояние от источника S монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,50$ мкм до экрана Э равно 3 м. Как изменится интенсивность света в точке Р, если между экраном и источником поставить диафрагму D с круглым отверстием радиуса $r = 1,0$ мм на расстоянии

$r_0 = 2,0$ м от экрана (см. рис.)?

Дано:
 $\lambda = 0,5 \cdot 10^{-6}$ м
 $R + r_0 = 3$ м
 $r_0 = 2,0$ м
 $r = 10^{-3}$ м
 $\frac{I}{I_0} = ?$

Решение. Согласно методу зон Френеля в отсутствие диафрагмы амплитуда результирующего колебания A в точке Р равна амплитуде первой зоны Френеля, т.е.

$$A = \frac{A_1}{2}.$$

Интенсивность света I_0 пропорциональна квадрату амплитуды, т.е. в нашем случае

$$I_0 \sim \frac{A_1^2}{4}. \quad (1)$$

При постановке диафрагмы в точке Р будет светлое или темное пятно в зависимости от числа зон Френеля, укладывающихся на поверхности волнового фронта, ограниченного отверстием диафрагмы. Четному числу зон соответствует темное пятно, а нечетному – светлое. Используя формулу (4.31), найдем число зон k , проходящих через отверстие, полагая $r = \rho_k$:

$$k = \frac{r^2(R+r_0)}{Rr_0\lambda}; \quad k = \frac{10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 3 \text{ м}}{1 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 3.$$

Таким образом, при постановке диафрагмы D на пути распространения световой волны (см. рис.) в точке Р будет светлое пятно.

Так как $r \ll R$ и $r \ll r_0$, то можно считать, что колебания, приходящие в точку Р от каждой из трех зон Френеля, будут иметь одинаковые амплитуды. Колебания от двух соседних зон приходят в противофазе и гасят друг друга. Амплитуда результирующего колебания A в данном случае будет равна амплитуде одной зоны Френеля, например первой, т.е. $A = A_1$. Интенсивность света при этом

$$I \sim A_1^2. \quad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) найдем отношение интенсивностей:

$$\frac{I}{I_0} = A_1^2 / \frac{A_1^2}{4} = 4.$$

Ответ: с диафрагмой интенсивность света увеличится в 4 раза.

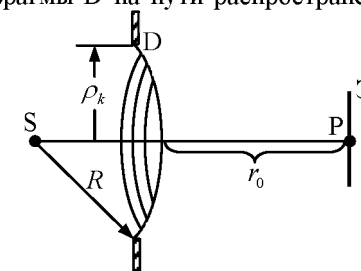


Рис. к задаче 67

Задача 68. Какое число штрихов нанесено на 1 мм дифракционной решетки, если красная линия ($\lambda = 0,7 \text{ мкм}$) в спектре третьего порядка наблюдается под углом $\varphi = 57^\circ 12'$? Свет падает на решетку нормально.

Дано: $\lambda = 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ $k = 3$ $\varphi = 57^\circ 12'$ $N = ?$	Решение. Запишем условие получения главных максимумов (4.34): $d \sin \varphi = k \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$ так как $d = \frac{1}{N}$, то получим $\frac{1}{N} \sin \varphi = k \lambda, \quad N = \frac{\sin \varphi}{k \lambda}.$ $N = \frac{\sin 57^\circ 12' \cdot 10^{-3} \text{ м}}{3 \cdot 0,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = 400.$
--	---

Ответ: $N = 400$.

Глава 23 ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§135. Естественный и поляризованный свет

Согласно теории Максвелла свет представляет собой поперечные волны (рис. 102,а).

На рис. 102,б, в рассматриваются только колебания светового вектора, т.е. вектора напряженности электрического поля \vec{E} . В естественном све-

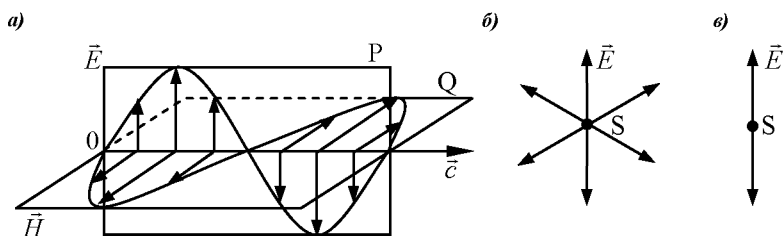


Рис. 102

те рис. 102,б вектора \vec{E} имеют разные направления, оставаясь перпендикулярным вектору скорости \vec{c} . Это объясняется тем, что источники естественного света S представляют собой совокупность огромного числа эле-

ментарных источников (атомов и молекул), испускающих свет независимо друг от друга с разными фазами и с различной ориентацией векторов \vec{E} и \vec{H} .

Некоторые кристаллы могут ослабить или совсем устранить колебания вектора \vec{E} какого-нибудь направления. Если колебания вектора \vec{E} совершаются в одной фиксированной плоскости, проходящей через луч (рис. 102,а,в), то такой свет называется *плоскополяризованным* или *линейно поляризованным*. Поляризация света – это упорядоченность в ориентации векторов напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей световой волны в плоскости, перпендикулярной световому лучу.

Плоскость P, в которой колеблется световой вектор \vec{E} в плоскополяризованной волне, называется *плоскостью колебаний*. Перпендикулярная к P плоскость Q, в которой колеблется вектор \vec{H} , называется *плоскостью поляризации*.

Возможна поляризация, в результате которой световой вектор \vec{E} поворачивается вокруг луча, а конец вектора описывает в пространстве эллипс. В этом случае свет называется *эллиптически поляризованным*. Если конец вектора \vec{E} описывает в пространстве окружность, то свет называется *поляризованным по кругу* или *циркулярно поляризованным*. Поляризация по кругу и линейная поляризация являются частными случаями эллиптической поляризации света.

Рассмотрим сложение двух линейно поляризованных электрических колебаний, имеющих одинаковую циклическую частоту ω и постоянную разность фаз, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{OX} \cos(\omega t + \varphi_1), \\ E_y &= E_{OY} \cos(\omega t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (4.36)$$

Исключив из системы уравнений (4.36) ωt , получают колебания, описываемые уравнением:

$$\frac{E_x^2}{E_{OX}^2} + \frac{E_y^2}{E_{OY}^2} - 2 \frac{E_x E_y}{E_{OX} E_{OY}} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (4.37)$$

Если разность фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right)$, где $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$, а $\sin(\varphi_2 - \varphi_1) = \pm 1$ и уравнение (4.37) примет вид:

$$\frac{E_x^2}{E_{OX}^2} + \frac{E_y^2}{E_{OY}^2} = 1. \quad (4.38)$$

В общем случае, когда $E_{OX} \neq E_{OY}$, выражение (4.38) является уравне-

нием эллипса с центром в начале координат (рис. 103). При нечетном числе k вектор \vec{E} вращается по ходу часовой стрелки (при четном k - *наоборот*) и световая волна распространяется в направлении оси Z . Это *правая*

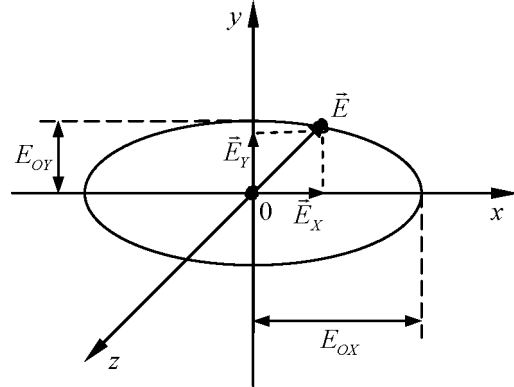


Рис. 103

эллиптически поляризованная волна. Когда k нечетное - *левая* эллиптически поляризованная волна.

Схематически эллиптически поляризованную волну для данного момента времени, когда $E_{Ox} = E_{Oy}$, можно представить следующим образом:

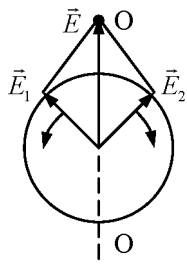


Рис. 104

конец вектора \vec{E} движется по винтовой линии, расположенной на наружной поверхности прямого цилиндра, поперечным сечением которого является эллипс. При этом вектор \vec{E} перпендикулярен оси цилиндра, вдоль которой распространяется световой луч.

При сложении двух волн одинаковой частоты и амплитуды, но обладающих левой и правой круговыми поляризациями, образуется линейно поляризованная волна, так как результирующий вектор $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ все время совпадает с вертикальной линией $O-O$ (рис. 104).

§136. Закон Малюса

Устройства, позволяющие получать поляризованный свет, называются *поляризаторами*. Для обнаружения поляризованного света применяются *анализаторы*. Анализаторами могут служить те же устройства, которые являются поляризаторами.

Пусть на поляризатор 1 (рис. 105) падает плоскополяризованный свет, имеющий амплитуду A_0 и интенсивность I_0 . Через поляризатор проходит

составляющая колебания с амплитудой $A = A_0 \cos \varphi$, где φ - угол между плоскостью колебаний светового вектора падающей волны и плоскостью поляризатора (плоскость, свободно пропускающая колебания). Тогда

$$A^2 = A_0^2 \cos^2 \varphi, \text{ но } A^2 = I_1, \text{ а } A_0^2 = I_0$$

и окончательно запишем:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi.$$

Получили *закон Малюса*¹ для плоскополяризованного света.

Если пропускать естественный свет интенсивностью I_e через два поляризатора, плоскости которых расположены под углом φ друг к другу, то из первого поляризатора выйдет плоскополяризованный свет с интенсивностью:

$$I_0 = \frac{1}{2} I_e, \text{ а из второго}$$

$I = I_0 \cos^2 \varphi$, т.е. интенсивность естественного света, прошедшего через два поляризатора, равна

$$I = \frac{1}{2} I_e \cos^2 \varphi. \quad (4.39)$$

Из уравнения (4.39) следует, что максимальная интенсивность поляризованного света равна $I_{\max} = \frac{1}{2} I_e$, когда угол $\varphi = 0$ (поляризаторы параллельны), и минимальная интенсивность $I_{\min} = 0$, когда $\varphi = 90^\circ$ (поляризаторы скрещены). Физическая величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (4.40)$$

называется *степенью поляризации*. Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$, для плоскополяризованного света $I_{\min} = 0$ и $P = 1$.

§137. Поляризация света при отражении и преломлении. Формулы Френеля

Поляризация света происходит на границе двух диэлектриков. В общем случае отраженный луч частично поляризован, но при угле падения $i_{\text{Бр}}$, удовлетворяющем условию

¹ Этьенн Луи Малюс (1775-1812) - французский физик.

$$\operatorname{tg} i_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (4.41)$$

отраженный луч становится полностью поляризованным. Уравнение (4.41) называется *законом Брюстера*¹, а угол падения луча $i_{\text{Бр}}$, при котором отраженный луч полностью поляризован, называется *углом Брюстера*. Колебания вектора \vec{E} в отраженном свете происходят перпендикулярно плоскости падения луча (на рис. 106 изображены точки).

Преломленный луч оказывается частично поляризованным. Колебания вектора \vec{E} в преломленном луче совершаются преимущественно параллельно плоскости падения (на рис. 106 изображены стрелками).

Если вместо одной пластинки свет пропускать через систему одинаковых пластинок, расположенных друг за другом так, что на каждую пластинку свет падает под углом Брюстера, то на выходе можно получить практически полностью поляризованный свет. Такая система, набранная

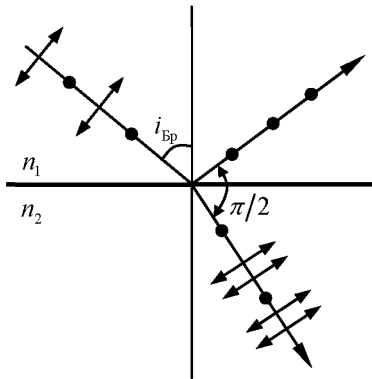


Рис. 106

из стеклянных пластинок, называется *стеклянной стопой*.

При падении луча под углом Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.

Пусть на границу, разделяющую два однородных диэлектрика, падает плоская электромагнитная волна. На поверхности раздела эта волна частично отражается в первую среду и частично преломляется, переходя во вторую среду. Из электромагнитной теории Максвелла и граничных условий

для векторов \vec{E} и \vec{H} (см. §74, 102)

следует, что на границе раздела двух сред с показателями преломления $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$ и $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$ должны выполняться следующие соотношения:

$\vec{E}_{1\tau} = \vec{E}_{2\tau}$ и $\vec{H}_{1\tau} = \vec{H}_{2\tau}$ (непрерывность тангенциальных компонент векторов напряженности электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей);

$\varepsilon_1 \vec{E}_{1n} = \varepsilon_2 \vec{E}_{2n}$ и $\vec{H}_{1n} = \vec{H}_{2n}$ (непрерывность нормальных компонент векторов \vec{E} и \vec{H}), где ε_1 и ε_2 - диэлектрические проницаемости первой и второй среды. В первой среде результирующее значение напряженности электрического поля определяется суммой напряженностей падающей и

отраженной волн, а во второй – полем преломленной волны.

Для нахождения соотношений между амплитудами и фазами волн принято раскладывать вектор \vec{E} на два взаимно перпендикулярных вектора, один из которых (\vec{E}_{\parallel}) колеблется в плоскости падения, а другой (\vec{E}_{\perp}) – перпендикулярно этой плоскости (рис. 107):

$$\vec{E}^n = \vec{E}_{\parallel}^n + \vec{E}_{\perp}^n, \quad \vec{E}^o = \vec{E}_{\parallel}^o + \vec{E}_{\perp}^o, \quad \vec{E}^{np} = \vec{E}_{\parallel}^{np} + \vec{E}_{\perp}^{np},$$

где индексы: п, о, пр – относятся к падающей, отраженной и преломленной волнам соответственно.

Из рис. 107 видно, что

$$\begin{aligned} E_x^n &= E_{\parallel}^n \cos i, & E_x^o &= -E_{\parallel}^o \cos i, \\ E_y^n &= E_{\perp}^n, & E_y^o &= E_{\perp}^o, \\ E_z^n &= -E_{\parallel}^n \sin i, & E_z^o &= -E_{\parallel}^o \sin i. \end{aligned} \quad (4.42)$$

Компоненты, перпендикулярные плоскости чертежа, на рис. (107) условно обозначены кружками. Положительные направления \square – составляющей показаны отрезками, а \perp – составляющие направлены от наблюдателя за чертеж. Отсюда следует, что компоненты E_{\perp}^n , E_{\perp}^o и E_{\perp}^{np} , а также E_{\parallel}^n и E_{\parallel}^{np} , совпадают по фазе, если их знаки одинаковы, и противоположны по фазе, когда имеют разные знаки. Компоненты E_{\parallel}^n и E_{\parallel}^o совпадают по фазе, когда их знаки различны, и противоположны по фазе, когда их знаки одинаковы.

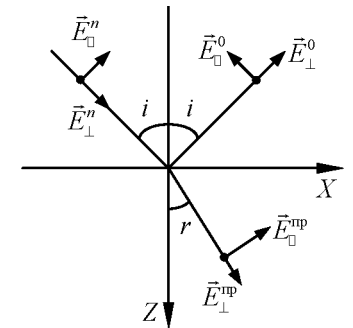


Рис. 107

Запишем граничные условия в виде:

$$E_y^n + E_y^o = E_y^{np}, \quad H_x^n + H_x^o = H_x^{np}, \quad H_y^n + H_y^o = H_y^{np}.$$

Тогда получим:

$$\begin{aligned} (E_{\parallel}^n - E_{\parallel}^o) \cos i &= E_{\parallel}^{np} \cos r, \\ E_{\perp}^n + E_{\perp}^o &= E_{\perp}^{np}, \\ \sqrt{\varepsilon_1} (E_{\perp}^n - E_{\perp}^o) \cos i &= \sqrt{\varepsilon_2} E_{\perp}^{np} \cos r, \\ \sqrt{\varepsilon_1} (E_{\parallel}^n + E_{\parallel}^o) &= \sqrt{\varepsilon_2} E_{\parallel}^{np}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Решая систему уравнений (4.43) относительно E_{\parallel}^o , E_{\perp}^o , E_{\parallel}^{np} и E_{\perp}^{np} , получим формулы Френеля:

¹ Дейвид Брюстер (1781-1868) – шотландский физик.

$$E_0^o = E_0^n \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}; \quad E_0^{mp} = E_0^n \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i+r) \cos(i-r)};$$

$$E_{\perp}^o = -E_{\perp}^n \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}; \quad E_{\perp}^{mp} = E_{\perp}^n \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i+r)}.$$
(4.44)

Если сумма углов $(i+r) = \frac{\pi}{2}$, то из формул Френеля следует, что

$\operatorname{tg}(i+r) = \infty$ и $E_0^o = 0$. Это значит, что в отраженной волне вектор \vec{E} колеблется только в направлении, перпендикулярном плоскости падения. Отраженная волна оказывается линейно поляризованной, а угол падения i является углом Брюстера.

Как следует из формул Френеля, знаки E_0^n и E_{\perp}^{mp} , E_0^n и E_{\perp}^{mp} совпадают. Это значит, что при преломлении фаза волны не меняется. Что касается отраженной волны, то при $n_1 < n_2$ для E_{\perp} наблюдается изменение фазы на π ; для компоненты E_0 такое изменение фазы происходит только при углах падения, больших $i_{\text{бр}}$. Если $n_1 > n_2$, то изменение фазы в отраженной волне не происходит.

Поскольку интенсивность света пропорциональна E^2 , то из формул Френеля можно получить распределение интенсивностей. Отношение интенсивностей отраженной I^o и падающей I^n волн называется *коэффициентом отражения* ρ . Так для коэффициентов отражения линейно-поляризованного света получили формулы:

$$\rho_{\perp} = \frac{I_{\perp}^o}{I_{\perp}^n} = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}, \quad \rho_0 = \frac{I_0^o}{I_0^n} = \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}.$$
(4.45)

Для уменьшения коэффициента отражения применяется эффективный метод просветления оптических систем, описанный в §127.

Классическая электромагнитная теория Максвелла позволяет объяснить механизм поляризации света при отражении и преломлении. Под действием световой волны оптические электроны атомов диэлектрика совершают вынужденные колебания, которые излучают вторичные электромагнитные волны. Вторичные волны, накладываясь друг на друга, образуют отраженную волну вне диэлектрика и, складываясь с падающей волной, - преломленную волну внутри диэлектрика.

Если колебания отдельного электрона разложить на составляющие: параллельную и перпендикулярную плоскости падения, то каждой из этих компонент соответствует плоскополяризованная вторичная волна.

Под действием падающей электромагнитной волны электрон излучает в основном в направлении, перпендикулярном направлению колебаний,

образуя лепесток направленности излучений. Интенсивность вторичной волны с плоскостью колебаний, перпендикулярной плоскости падения, намного превышает интенсивность колебаний другого направления. Поэтому отраженный луч оказывается частично поляризованным. При угле падения, равном углу Брюстера, интенсивность вторичной волны соответствующего направления уменьшается до нуля и отраженный луч полностью поляризуется.

§138. Двойное лучепреломление. Поляризационные призмы

Анизотропными называются вещества, свойства которых различны в разных направлениях. Анизотропные кристаллы (исландский шпат, кварц и др.) обладают двойным лучепреломлением. Если на кристалл исландского шпата, представляющий по форме ромбоэдр, направить луч естественного света, то он разделяется в кристалле на два луча, распространяющихся с разными скоростями. Это явление получило название *двойного лучепреломления*.

Луч o (рис. 108) распространяется во всех направлениях кристалла с одинаковой скоростью, имеет постоянный показатель преломления n_o и подчиняется законам преломления, и поэтому называется *обыкновенным лучом*. Другой луч (e) не подчиняется законам преломления, скорость его различна в разных направлениях и показатель преломления n_e зависит от направления распространения луча в кристалле. Этот луч называется *необыкновенным*.

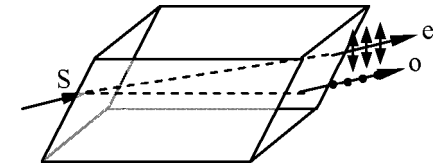


Рис. 108

В кристалле существуют направления, вдоль которых скорости распространения обыкновенного и необыкновенного лучей одинаковы, т.е. двойное лучепреломление не наблюдается. Такие направления называются *оптическими осями кристалла*. Плоскость, содержащая оптическую ось и данный луч, называется *главным сечением кристалла*.

Кристаллы, обладающие двойным лучепреломлением, делятся на *одноосные* и *двуосные*. У двуосных кристаллов (слюда, гипс), в отличие от одноосных, оба луча необыкновенные. Мы будем рассматривать только одноосные кристаллы.

В кристалле, в котором наблюдается двойное лучепреломление, диэлектрическая проницаемость ϵ зависит от ориентации светового вектора \vec{E} . Значения ϵ в направлении оптической оси ϵ_0 и в направлении

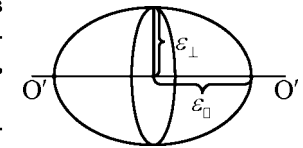


Рис. 109

ях, перпендикулярных оптической оси ε_{\perp} для одноосных кристаллов различны. Распределения ε_{\perp} и ε_{\parallel} образуют эллипсоид вращения (рис. 109).

Так как показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon}$, то скорость световой волны $v = \frac{c}{n}$ в кристалле зависит от направлений колебаний вектора \vec{E} .

Двойное лучепреломление можно объяснить, используя принцип Гюйгенса. Пусть пучок естественного света падает под углом i на грань одноосного кристалла (рис. 110).

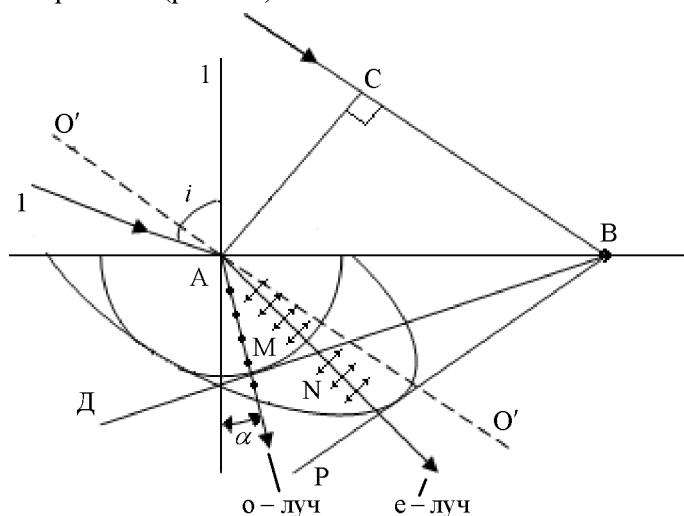


Рис. 110

Допустим, что в данный момент времени фронт падающей волны занимает положение AC, достигая кристалла. При различных углах падения i лучи, преломленные в кристалле, распространяются по всем направлениям. Скорость обыкновенной волны не зависит от направления и к моменту времени, когда фронт падающей волны достигнет точки В, фронт вторичной волны образует полусферу с центром в точке А. Касательная ДВ к полусфере является фронтом преломленной обыкновенной волны. Фронт вторичной необыкновенной волны имеет форму эллипса и касательная РВ является фронтом преломленной необыкновенной волны. Преломленный обыкновенный луч проходит через точку М, а необыкновенный — через N. Точки М и N лежат на разных лучах, таким образом, в кристалле происходит разделение падающего луча I на два: обыкновенный (o-луч) и необыкновенный (e-луч).

Обыкновенный и необыкновенный лучи полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях. Направление колебаний светового

вектора в o-лучах перпендикулярно главному сечению кристалла, а в e-лучах колебания вектора \vec{E} лежат в плоскости главного сечения.

Из анизотропных кристаллов изготавливают *поляризаторы* света. Для этого иногда используется один из линейнополяризованных лучей, а другой луч удаляется. Примером могут служить призмы Николя, Глана-Фуко, Волластона.

Призма Николя¹ (николь) представляет собой параллелепипед (рис. 111), вырезанный из кристалла исландского шпата, разрезанный по диагонали на две части и склеенный канадским бальзамом.

Для исландского шпата $n_o = 1,6584$, $n_e = 1,4864$, для канадского бальзама $n = 1,550$ (данные приведены для желтой линии натрия $\lambda = 589,3$ нм). При определенном угле падения лучей на призму обеспечивается полное отражение o-луча на границе с канадским бальзамом. Отраженный луч поглощается зачерненной боковой гранью призмы или выводится из кристалла. На выходе из призмы получается линейнополяризованный e-луч.

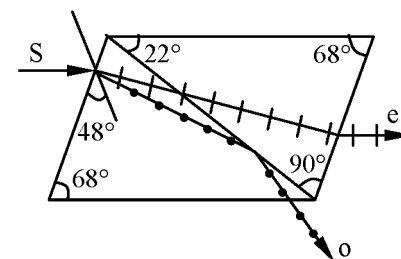


Рис. 111

Призма Глана-Фуко² состоит из двух прямоугольных призм (рис. 112,а), изготовленных из исландского шпата и разделенных воздушным промежутком. Оптические оси прямоугольных призм параллельны. Падающий луч делится призмой на обыкновенный и необыкновенный лучи. Обыкновенный луч претерпевает полное отражение и выводится из

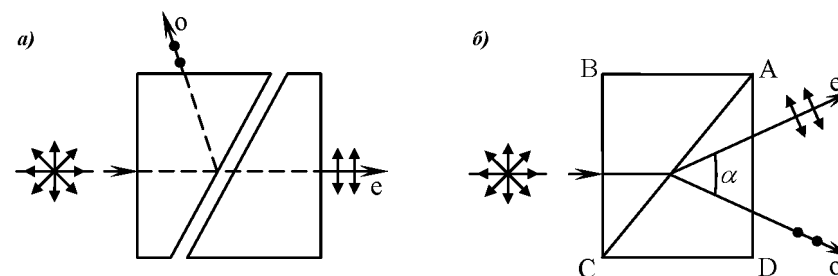


Рис. 112

¹ Уильям Николь (1768-1851) – шотландский ученый.

² Жан Бернар Фуко (1819-1868) – французский физик

системы, а необыкновенный луч проходит через обе призмы.

Призма Волластона¹ состоит из двух призм, изготовленных из исландского шпата, со взаимно перпендикулярными оптическими осями (рис. 112,б). Призмы склеены по гипотенузам AC. В призме ABC лучи o и e распространяются по направлению падающего луча. Оптические оси призм ABC и ACD взаимно перпендикулярны, поэтому o -луч первой призмы становится e -лучом во второй, и наоборот. Из призмы выходят два расходящихся луча, которые ортогонально поляризованы. Угол расхождения лучей $\alpha \approx (10^\circ - 20^\circ)$.

Некоторые анизотропные кристаллы (турмалин, герпатит и т.д.) наряду с двойным лучепреломлением обладают *дихроизмом* – способностью поглощать один из лучей значительно сильнее, чем другой. Такие кристаллы применяются для изготовления поляризаторов. Кристаллики герпатита, вкрапленные в целлюлодную пленку, используются для устройства поляридов, применяемых в качестве поляризаторов (анализаторов) света.

§139. Искусственная оптическая анизотропия

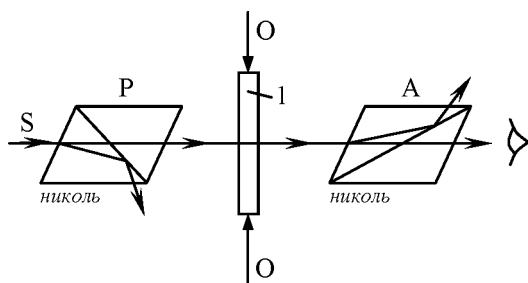


Рис. 113

В изотропных веществах может наблюдаться двойное лучепреломление под влиянием внешних воздействий: при механической деформации или под действием электрического поля. Пластина 1, изготовленная из плексигласа, помещается между скрещенными николями, один из которых является поляризатором P, а другой анализатором A (рис. 113). Если пластина свободна от деформаций, то луч света через систему не проходит. При сжатии (или растяжении) пластинки в направлении OO поле зрения просвет-

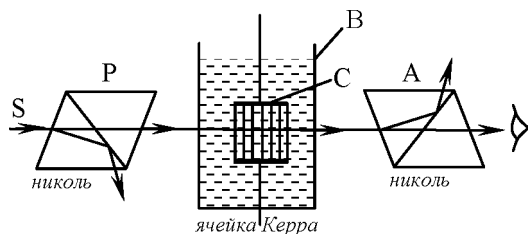


Рис. 114

ляется. Пластина приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации.

По разности показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей можно определить распределение механических напряжений σ в исследуемой пластинке:

$$n_o - n_e = k\sigma,$$

где k – коэффициент пропорциональности.

Если между двумя скрещенными николями поместить кювету с нитробензолом В и конденсатором С (рис. 114), то при подаче электрического заряда на пластины конденсатора поле зрения просветляется (жидкость приобретает свойства одноосного кристалла с оптической осью, направленной вдоль поля). Это явление получило название *эффекта Керра*¹, а кювета с жидкостью и конденсатором называется *ячейкой Керра*. Разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей равна

$$n_o - n_e = kE^2,$$

где E – напряженность электрического поля; k – постоянная Керра.

Ячейка Керра является практически безынерционным световым затвором (время срабатывания $\tau = (10^{-13} - 10^{-10})$ с) и используется при фото- и киносъемках быстропротекающих процессов, в схемах управления лазерами и т.д.

§140. Вращение плоскости поляризации

Некоторые кристаллы (кварц, киноварь и т.д.), а также жидкости (скипидар, никотин и др.) и водные растворы органических веществ (сахар, кислоты и др) способны вращать плоскость поляризации проходящего через них плоскополяризованного света. Такие вещества называются *оптически активными*.

В кристаллах угол поворота плоскости поляризации:

$$\varphi = \alpha l,$$

где α – постоянная вращения; l – путь света в кристалле.

Наибольший угол поворота φ наблюдается в случае, когда луч проходит вдоль оптической оси кристалла.

В растворах угол φ пропорционален концентрации вещества C :

$$\varphi = \alpha_0 C l, \quad (4.46)$$

где α_0 – удельная постоянная вращения; l – путь света в растворе.

Оптически активные вещества в зависимости от направления враще-

¹ У.Волластон (1766-1828) – английский физик.

¹ Джон Керр (1824-1907) – шотландский физик.

ния плоскости поляризации делятся на *право-* и *лево-вращающие*.

Оптическая активность веществ обусловлена асимметрией строения их молекул.

Согласно Френелю линейно-поляризованный монохроматический свет при входе в оптически активное вещество разлагается на две волны, которые циркулярно поляризованы в взаимно противоположных направлениях (рис. 115) и имеют одинаковую частоту ω . При этом вектор падающей волны $\vec{E} = \vec{E}' + \vec{E}''$, а модули векторов связаны соотношением $|\vec{E}'| = |\vec{E}''| = |\vec{E}|/2$. Если смотреть навстречу световому лучу, то вектор \vec{E}' вращается против, а \vec{E}'' - по часовой стрелке и в любой момент времени симметричны относительно плоскости колебаний падающей волны О-О. Скорости этих волн v' и v'' в оптически активном веществе различны, поэтому при прохождении через вещество между ними возникает оптическая разность хода δ и происходит сдвиг фаз $\Delta\varphi$:

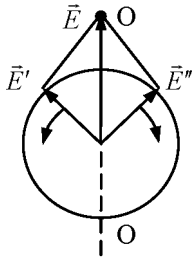


Рис. 115

где l – толщина слоя вещества; c – скорость света в вакууме, n' и n'' – показатели преломлений световых волн.

$$\delta = l(n' - n'') = lc \left(\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} \right),$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda} = \omega l \left(\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''} \right),$$

Когда скорость $v' < v''$, на выходе из оптически активного вещества вектор \vec{E}'' опережает по фазе вектор \vec{E}' на $\Delta\varphi > 0$ и результирующий вектор \vec{E} колеблется в плоскости $O'-O'$, которая оказывается повернутой по часовой стрелке на угол $\frac{\Delta\varphi}{2}$ (рис. 116). Такое оптически активное вещество является *правовращающим*. Если $v' > v''$, то $\Delta\varphi < 0$ и вещество будет *лево-вращающим*. Когда скорость $v' = v''$, эффекта не наблюдается, вещество не является оптически активным.

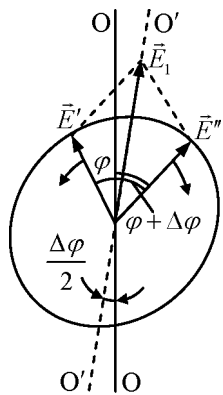


Рис. 116

Некоторые вещества, не являющиеся оптически активными, приобретают свойство вращать плоскость поляризации при помещении их в магнитное поле. Это явление получило название *эффекта Фарадея*. При этом угол поворота плоскости поляризации

$$\varphi = VHl,$$

где H – напряженность магнитного поля; l – путь света в веществе; V – постоянная Верде (удельное магнитное вращение).

Вращение плоскости поляризации обусловлено диамагнитным эффектом. При помещении вещества во внешнее магнитное поле возникает прецессия электронных орбит, что приводит к вращательной анизотропии вещества. Возникновение анизотропии объясняется различием во взаимодействии с веществом циркулярно-поляризованных волн \vec{E}' и \vec{E}'' , так как направление вращения одного из векторов совпадает с прецессионным вращением, а другого не совпадает.

Уравнение (4.46) лежит в основе метода измерения концентрации растворяемых веществ (поляриметрия), который широко используется в медицине, в биофизических исследованиях и в промышленности.

Примеры решения задач

Задача 69. Угол преломления луча в жидкости $r = 35^\circ$. Определить показатель преломления жидкости, если отраженный луч полностью поляризован.

Дано:
 $r = 35^\circ$
 $n_1 = 1,0$
 $n_2 = ?$

Решение. По условию задачи отраженный свет полностью поляризован. Это происходит тогда, когда луч света падает на жидкость под углом Брюстера (4.41):

$$\operatorname{tg} i_{\text{Бр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1)$$

Запишем закон преломления (4.3):

$$\frac{\sin i_{\text{Бр}}}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2)$$

Приравняем левые части уравнений (1) и (2):

$$\frac{\sin i_{\text{Бр}}}{\cos i_{\text{Бр}}} = \frac{\sin i_{\text{Бр}}}{\sin r}, \text{ откуда } \sin r = \cos i_{\text{Бр}}.$$

А это значит, что сумма углов $i_{\text{Бр}} + r = 90^\circ$, тогда

$$i_{\text{Бр}} = 90 - r = 55^\circ.$$

Из уравнения (2) находим n_2 :

$$n_2 = \frac{\sin i_{\text{Бр}}}{\sin r}, \quad n_2 = \frac{\sin 55^\circ}{\sin 35^\circ} = 1,43.$$

Ответ: $n_2 = 1,43$.

Задача 70. Во сколько раз уменьшается интенсивность естественного света, прошедшего через два поляризатора, если угол между их главными плоскостями был равен 30° и в каждом поляризаторе в отдельности теряется 10% интенсивности падающего на него света?

Дано: $\varphi = 30^\circ$ $k = 0,1$ $\frac{I_0}{I_2} = ?$	Решение. Естественный свет можно представить как наложение двух некогерентных волн, которые поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях и имеют одинаковые интенсивности, т.е. $I_0 = 0,5I_{\perp} + 0,5I_{\parallel},$ где I_0 – интенсивность естественного света, I_{\perp} и I_{\parallel}
---	---

– составляющие интенсивностей поляризованного света, у которых колебания вектора напряженности электрического поля \vec{E} перпендикулярны и параллельны плоскости падения.

Поляризатор пропускает колебания, параллельные его главной плоскости, интенсивность которых I_{\parallel} , и полностью задерживает колебания, перпендикулярные этой плоскости, интенсивность которых I_{\perp} . На выходе из первого поляризатора получается плоскополяризованный свет, интенсивность которого I_1 с учетом поглощения и отражения света поляризатором равна

$$I_1 = 0,5I_0(1-k). \quad (1)$$

После прохождения второго поляризатора интенсивность света еще уменьшится за счет поглощения и отражения света поляризатором и за счет несовпадения плоскости поляризации света с главной плоскостью поляризации.

С учетом закона Малюса

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2\varphi. \quad (2)$$

Подставив уравнение (1) в (2), получим

$$I_2 = 0,5I_0(1-k)^2\cos^2\varphi. \quad (3)$$

Используя уравнение (3), найдем уменьшение интенсивности света:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2\cos^2\varphi}.$$

Подставив численные значения, получим

$$\frac{I_0}{I_2} = 3,3.$$

Ответ: интенсивность света уменьшится в 3,3 раза.

Глава 24 ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

§141. Электронная теория дисперсии

Зависимость показателя преломления n вещества от частоты ω или длины волны λ называется *дисперсией света*. Эта зависимость проявляется, например, при прохождении белого света через стеклянную призму. На экране за призмой наблюдается радужная полоска, называемая *дисперсионным спектром*. Различают нормальную дисперсию, когда $\frac{dn}{d\omega} > 0$, и

аномальную при $\frac{dn}{d\omega} < 0$.

По теории Максвелла свет представляет собой электромагнитные волны. Падающая световая волна вызывает вынужденные колебания электронов в атомах вещества. Выведенные из положений равновесия электроны начинают колебаться, теряя энергию на излучение вторичных волн.

Для простоты рассмотрим вынужденные колебания одного электрона. Аналогично уравнению (1.139) для вынужденных колебаний электрона запишем:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t = \frac{eE_0}{m}\cos\omega t = \frac{eE}{m}, \quad (4.47)$$

где F_0 – амплитудное значение силы, действующей на электроны; e , m – заряд и масса электрона; E_0 , E – амплитудное и мгновенное значения напряженности электрического поля волны; ω – циклическая частота колебаний в световой волне; ω_0 – собственная частота колебаний электрона. Уравнение (4.47) записано без учета сил сопротивления, обуславливающих поглощение энергии световой волны. Действием магнитной составляющей силы Лоренца также пренебрегли ввиду ее малости.

Решением уравнения (4.47) является уравнение вида

$$x = \frac{eE}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (4.48)$$

Оптически прозрачные среды являются диэлектриками. Под действием электрического поля падающей волны происходит их поляризация. Показатель преломления вещества согласно закону Максвелла (3.204) $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, т.к. для диэлектриков $\mu \approx 1$, то $n = \sqrt{\epsilon}$.

Диэлектрическая проницаемость однородного диэлектрика

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \chi = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E}, \quad (4.49)$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость; P – модуль вектора поляризации.

Модуль дипольного момента электрона, совершающего вынужденные колебания $p = ex$, где x – мгновенное смещение электрона.

Модуль вектора поляризации

$$P = Np = Nex, \quad (4.50)$$

где N – число атомов в единице объема диэлектрика.

Подставляя выражения (4.49) и (4.50) в (4.48), получим

$$n^2 = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E} = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (4.51)$$

Если в атоме несколько электронов, то уравнение (4.51) переписывается в виде

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_i \frac{1}{\omega_{oi}^2 - \omega^2}. \quad (4.52)$$

где ω_{oi} – собственная циклическая частота электрона.

На (рис. 117) показан вид функции, описываемой уравнением (4.52). Если собственная частота электрона ω_0 совпадает с частотой ω , то функция претерпевает разрыв (обозначено пунктиром). Но если учитывать силы сопротивления при колебаниях электронов, то график функции будет иметь вид, показанный на (рис. 117) сплошной линией.

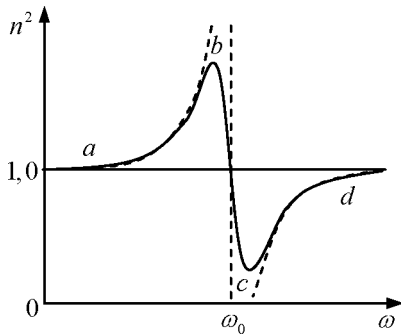


Рис. 117

Участки кривой ab и cd соответствуют области *нормальной дисперсии*, т.к. с ростом частоты ω показатель преломления n увеличивается. Участок кривой bc относится к области *аномальной дисперсии*, т.к. с увеличением ω показатель преломления n уменьшается.

Аномальная дисперсия наблюдается при частотах, соответствующих интенсивному поглощению света.

При аномальной дисперсии $n \leq 1$, т.е. длина световой волны в веществе больше длины волны в вакууме и фазовая скорость v больше скорости света в вакууме. Это не противоречит специальной теории относительности, т.к. в данном случае рассматривается фазовая скорость, а в СТО – реальной скоростью передачи сигнала является *групповая скорость*.

Излучение света, как правило, не является монохроматическим. Световой сигнал имеет форму короткого импульса, который можно представить как суперпозицию (наложение) гармонических волн различных частот, т.е. в виде *волнового пакета*. Волновой пакет характеризуется максимумом амплитуды. Если фазовая скорость распространения гармонических волн зависит от частоты (или длины волны), то наблюдается *дисперсия волн*. При отсутствии дисперсии волны распространяются с одинаковой фазовой скоростью и волновой пакет не меняет своей формы. В диспергирующей среде фазовые скорости гармонических волн различны и форма волнового пакета не сохраняется.

Скорость перемещения максимума амплитуды волнового пакета, когда спектр частот не очень широк, а дисперсия волн мала, называется *групповой скоростью*.

Рэлей установил связь между групповой v_r и фазовой v скоростями:

$$v_r = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (4.53)$$

Если $\frac{dv}{d\lambda} > 0$ (нормальная дисперсия), то $v_r < v$; если $\frac{dv}{d\lambda} < 0$, то

$v_r > v$ (аномальная дисперсия). При отсутствии дисперсии $\frac{dv}{d\lambda} = 0$ и

групповая скорость совпадает с фазовой.

В теории относительности доказывается, что групповая скорость в отличие от фазовой не может быть больше скорости света в вакууме.

Области аномальной дисперсии позволяют определять частоты собственных колебаний электронов в атомах и молекулах и на этом основании судить об их структуре.

Области нормальной дисперсии используются при проведении спектрального анализа.

§142. Поглощение света веществом

Уменьшение энергии световой волны при прохождении ее сквозь слой вещества называется *поглощением света*. Свет различных длин волн поглощается веществом по-разному. Тело, освещенное белым светом, способно поглощать лучи определенных длин волн. Остальные же лучи отражаются или рассеиваются. При поглощении света часть энергии световой волны переходит во внутреннюю энергию вещества, вызывая его нагревание, или в энергию вторичного излучения (*фотолуминесценция*).

Рассмотрим поглощение света пластиной толщиной d , через которую проходит световая волна (рис. 118). Выделим в пластине тонкий слой dx , отстоящий от ее грани на расстоянии x . Для бесконечно малой толщины

изменение интенсивности светового потока, прошедшего сквозь слой, пропорционально толщине слоя dx и интенсивности света I_x на входе в слой:

$$dI_x = -\alpha I_x dx, \quad (4.54)$$

где α – коэффициент поглощения, зависящий от свойств поглощающего вещества.

Знак минус в выражении (4.54) указывает на убывание интенсивности света. Разделив переменные в уравнении (4.54) и интегрируя его, получим закон Бугера¹.

$$\int_{I_0}^I \frac{dI_x}{I_x} = -\alpha \int_0^d dx, \quad I = I_0 e^{-\alpha d}. \quad (4.55)$$

где I_0 – интенсивность света на входе в пластину; I – интенсивность света на выходе из пластины.

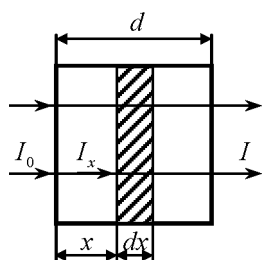


Рис. 118

Из закона Бугера следует, что интенсивность света, проходящего сквозь пластину, уменьшается по экспоненте. Коэффициент поглощения α не зависит от интенсивности проходящего света. Для каждого вещества существует зависимость коэффициента α от длины волны, называемая спектром поглощения. Газы при небольших давлениях поглощают в узких спектральных интервалах и их спектры состоят из отдельных линий (или групп линий). Спектры жидкостей и твердых тел образуют широкие полосы поглощения.

Из закона Бугера следует, что интенсивность света, проходящего сквозь пластину, уменьшается по экспоненте. Коэффициент поглощения α не зависит от интенсивности проходящего света. Для каждого вещества существует зависимость коэффициента α от длины волны, называемая спектром поглощения. Газы при небольших давлениях поглощают в узких спектральных интервалах и их спектры состоят из отдельных линий (или групп линий). Спектры жидкостей и твердых тел образуют широкие полосы поглощения.

Глава 25

КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

§143. Тепловое излучение. Закон Кирхгофа

Тепловым называется электромагнитное излучение, обусловленное нагреванием тела. Тепловое излучение происходит за счет энергии атомов и молекул вещества и возникает при любых температурах выше абсолютного нуля.

Если нагретое тело поместить в идеально отражающую и непроницаемую для излучения оболочку, то с течением времени в результате обмена

энергией между телом и излучением наступит *равновесие*: количество энергии, излучаемой и поглощаемой телом в единицу времени, станет одинаковым. Состояние термодинамического равновесия системы сохраняется до тех пор, пока не изменятся внешние условия. Самостоятельно система не может выйти из этого состояния. Среди известных видов излучения только тепловое излучение может быть равновесным.

Количество энергии dW , излучаемое телом за единицу времени, называется *поток излучения*:

$$\Phi = \frac{dW}{dt}.$$

Энергетической светимостью тела R_s называется отношение потока излучения к площади поверхности S излучающего тела:

$$R_s = \frac{\Phi}{S}.$$

Энергетическая светимость измеряется в ваттах на квадратный метр ($\text{Вт}/\text{м}^2$).

Нагретое тело излучает электромагнитные волны различной длины волны. Каждая длина волны обладает определенной энергией.

Спектральный состав излучения характеризуется *спектральной плотностью энергетической светимости* $r_{\lambda,T}$ (лучеиспускательная способность):

$$r_{\lambda,T} = \frac{dR_s}{d\lambda},$$

где dR_s – энергетическая светимость на участке спектра шириной $d\lambda$.

Опыты показывают, что спектральная плотность энергетической светимости зависит от длины волны λ и от температуры тела T .

Зная $r_{\lambda,T}$, можно найти энергетическую светимость:

$$R_s = \int_0^{\infty} r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (4.56)$$

Поглощение телом лучистой энергии характеризуется *спектральной поглощательной способностью* (коэффициент поглощения):

$$\alpha_{\lambda,T} = \frac{\Phi'_{\lambda,T}}{\Phi_{\lambda,T}}, \quad (4.57)$$

где $\Phi_{\lambda,T}$ – поток падающего на тело излучения для данного интервала длин волн; $\Phi'_{\lambda,T}$ – поток, поглощенный телом.

Коэффициент поглощения зависит от температуры, длины волны и от природы тела.

¹ Пьер Бугер (1698-1758) – французский ученый.

Из выражения (4.57) следует, что α изменяется от 0 до 1. Тело, коэффициент поглощения которого для всех длин волн (или частот) равен единице, называется *черным*. Сажа, черный бархат, платиновая чернь и др. имеют коэффициенты поглощения близкие к единице. Моделью черного тела может служить тело с небольшим отверстием в замкнутой полости (рис. 119). Луч света после многократного отражения в полости такого тела поглощается настолько, что интенсивность вышедшего луча практически равна нулю. Тело, для которого коэффициент поглощения меньше единицы, называется *серым*.

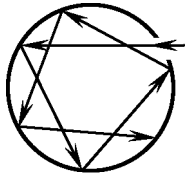


Рис. 119

Количественная связь между поглощением и излучением тел устанавливается *законом Кирхгофа*: в состоянии термодинамического равновесия отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности одинаково для всех тел и равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела $r_{\lambda,T}^{\text{чер}}$:

$$\frac{r_{\lambda,T}}{\alpha_{\lambda,T}} = \frac{r_{2\lambda,T}}{\alpha_{2\lambda,T}} = r_{\lambda,T}^{\text{чер}} = f(\lambda, T). \quad (4.58)$$

Это отношение для всех тел является универсальной функцией Кирхгофа $f(\lambda, T)$ длины волны λ и температуры T .

Из закона Кирхгофа следует, что каждое тело поглощает излучение в том интервале длин волн, в котором оно их испускает.

§144. Законы излучения черного тела

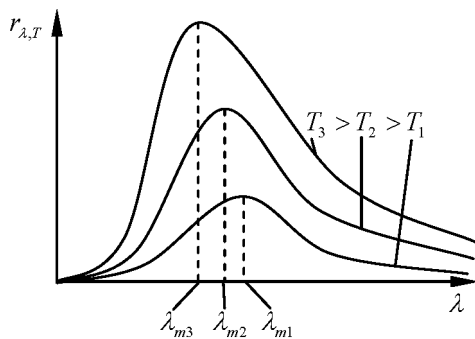


Рис. 120

Зависимость спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела от длины волны λ при постоянной температуре T была установлена экспериментально (рис. 120).

Как видно из рисунка, спектр теплового излучения сплошной, с ростом температуры ($T_3 > T_2 > T_1$) лучеиспускательная способность тела увеличивается.

Сформулируем опытные законы теплового излучения черного тела.

Закон Стефана¹-Больцмана²: энергетическая светимость R_Σ черного тела прямо пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$R_\Sigma = \sigma T^4, \quad (4.59)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$ – постоянная Стефана-Больцмана.

Из рис. 120 также видно, что с ростом температуры максимум излучения $r_{\lambda,T}$ смещается в сторону более коротких длин волн.

Закон смещения Вина³: длина волны λ_m , соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре:

$$\lambda_m = \frac{b'}{T}, \quad (4.60)$$

где $b' = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ мК}$ – постоянная Вина.

Второй закон Вина: максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела прямо пропорционально пятой степени его абсолютной температуры:

$$r_{\lambda,T} = b'' T^5, \quad (4.61)$$

где $b'' = 1,30 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^3 \text{К}^5}$ – постоянная второго закона Вина.

В классической физике считается, что излучение и поглощение энергии телами происходит непрерывно. Экспериментальную зависимость спектральной плотности энергетической светимости от длины волны и температуры в рамках представлений классической физики объяснить не удалось.

§145. Формула Планка

В 1900 г. М. Планк⁴ выдвинул гипотезу, согласно которой атом вещества излучает и поглощает энергию определенными порциями – *квантами*. Энергия кванта

¹ Йозеф Стефан (1835-1893) – австрийский физик.

² Людвиг Больцман (1844-1906) – австрийский физик.

³ Вильгельм Вин (1864-1928) – немецкий физик.

⁴ Макс Планк (1858-1947) – немецкий физик.

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}, \quad (4.62)$$

где $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; ν – частота колебаний; λ – длина волны; c – скорость света в вакууме.

Согласно гипотезе Планка энергия, излучаемая и поглощаемая веществом, может принимать лишь дискретные значения, кратные целому числу $h\nu$. Для универсальной функции Кирхгофа Планк вывел формулу

$$r_{\lambda,T}^{\text{чер}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp[hc/(\lambda kT)] - 1},$$

или

$$r_{\lambda,T}^{\text{чер}} = \frac{2\pi hv^3}{c^2} \frac{1}{\exp[hv/(kT)] - 1}, \quad (4.63)$$

которая блестяще согласуется с опытными данными по распределению энергии в спектре излучения черного тела во всем диапазоне длин волн (частот) и температур. Здесь k – постоянная Больцмана.

Законы Стефана-Больцмана и Вина, а также постоянные этих законов σ , b' , b'' можно вычислить по формулам Планка (4.62), (4.63), зная универсальные постоянные h , k и c .

Законы теплового излучения используются в оптической пирометрии при измерении температуры раскаленных тел.

§146. Фотоэлектрический эффект

Внешним фотоэффектом называется явление выбивания электронов с поверхности металлов под действием света. Внешний фотоэффект был открыт в 1887 г. Г. Герцем и исследован в 1888-1890 гг. А. Столетовым¹. Схема экспериментальной установки показана на рис. 121. Световой поток, падая на металлический катод К, вырывает из него электроны, которые под действием внешнего электрического поля двигались к аноду А. Напряжение между анодом и катодом регулировалось потенциометром Р и измерялось вольтметром V. Ток, протекающий через вакуумированный сосуд, где располагались катод и анод, регистрировался гальванометром G.

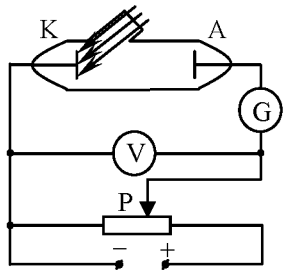


Рис. 121

На рис. 122 дана зависимость фототока от напряжения в цепи. С уве-

личением напряжения U сила тока I также увеличивается, достигая *тока насыщения* I_n . Значение тока насыщения определяется числом электронов n , вырываемых светом из катода в единицу времени:

$$I_n = en,$$

где e – заряд электрона.

При $U = 0$ в цепи течет некоторый ток, что свидетельствует о наличии начальной скорости у электронов, покидающих катод. Если сменить полярность электродов, то электроны будут тормозиться электрическим полем и при $U = U_3$ (*задерживающее напряжение*) фототок прекращается. Согласно закону сохранения энергии можно записать:

$$\frac{mv_m^2}{2} = eU_3,$$

где v_m – максимальная скорость электрона; m – масса электрона.

Опытами установлены следующие законы внешнего фотоэффекта:

- максимальная скорость фотоэлектронов определяется частотой излучения, падающего на катод;
 - для каждого вещества существует минимальная частота $\nu_{кр}$, при которой начинает наблюдаться фотоэффект; эта частота получила название *красной границы фотоэффекта*;
 - сила фототока насыщения пропорциональна освещенности катода.
- Внешний фотоэффект практически безынерциален: фототок возникает через 10^{-9} с после начала освещения катода.

Используя гипотезу М. Планка о квантах (фотонах) электромагнитного излучения, А. Эйнштейн¹ разработал теорию внешнего фотоэффекта.

Фотоны, падая на катод, отдают свою энергию, которая расходуется на работу выхода электронов из металла $A_{\text{вых}}$ и кинетическую энергию электрона:

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_k^{\text{max}}, \quad (4.64)$$

где $h\nu$ – энергия поглощенного фотона; E_k^{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Красная граница фотоэффекта определяется по формуле

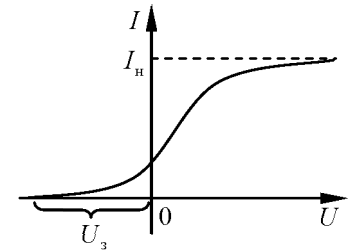


Рис. 122

¹ Александр Григорьевич Столетов (1839-1896) – русский физик.
180

¹ Альберт Эйнштейн (1879-1955) – физик-теоретик.

$$v_{кр} = \frac{A_{вых}}{h}. \quad (4.65)$$

Внешний фотоэффект используется в фотоэлементах, которые широко применяются в технике: при сортировке и счете деталей на конвейере, при передаче изображения по телеграфу, в телевидении, в звуковом кино и т.д.

Внутренний фотоэффект заключается в том, что под действием света электропроводность кристаллических полупроводников и некоторых диэлектриков увеличивается.

Внутренний фотоэффект возникает, если энергия поглощенного фотона достаточна для перевода электрона из валентной зоны в зону проводимости.

Вентильный фотоэффект (разновидность внутреннего фотоэффекта) наблюдается в контакте электронно-дырочного полупроводника. Под действием света в полупроводниках возникают электроны и дырки, которые разделяются электрическим полем $p-n$ перехода и между дырочным и электронным полупроводниками образуется фотоэлектродвижущая сила. Фотоэффект возникает при поглощении фотонов связанными электронами вещества.

На основе вентильных фотоэлементов разработаны солнечные батареи для питания бортовой аппаратуры спутников и космических кораблей.

Некоторые вентильные фотоэлектроды чувствительны к инфракрасному излучению. Их используют в системах ночного видения.

§147. Фотон. Давление света

По современным представлениям свет испускается, распространяется и поглощается дискретными порциями (квантами), которые получили название *фотоны*. Энергия фотона

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}.$$

Фотон – это элементарная частица с нулевой массой, которая в любой среде движется со скоростью света c .

Импульс фотона

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (4.66)$$

Фотон обладает энергией и импульсом (это корпускулярные свойства частицы) и характеризуется частотой (волновая характеристика).

Падая на какую – либо поверхность, фотон передает свой импульс атомам или молекулам вещества поверхности, оказывая на нее световое давление.

Пусть в единицу времени на единицу площади поверхности падает n

фотонов. Часть фотонов отражается поверхностью, часть поглощается. Обозначим за ρ коэффициент отражения света, тогда ρn – число отражаемых фотонов, а $(1-\rho)n$ – число поглощаемых фотонов. Каждый отражаемый фотон передает поверхности импульс:

$$\frac{h\nu}{c} - \left(-\frac{h\nu}{c}\right) = \frac{2h\nu}{c},$$

так как при отражении знак импульса меняется на противоположный.

Каждый поглощаемый фотон передает поверхности импульс $\frac{h\nu}{c}$. Дав-

ление света P на поверхность равно импульсу, который передают поверхности за единицу времени все n фотонов:

$$P = \frac{2h\nu}{c} \rho n + \frac{h\nu}{c} (1-\rho)n$$

или

$$P = \frac{nh\nu}{c} (1+\rho) = \frac{E_0}{c} (1+\rho) = \omega (1+\rho), \quad (4.67)$$

где $E_0 = nh\nu$ – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени; ω – объемная плотность энергии.

Существование давления света было предсказано Максвеллом после создания им электромагнитной теории и впервые измерено П. Лебедевым¹ в 1901 г.

Естественный свет оказывает на поверхность очень малое давление, примерно $5 \cdot 10^{-6}$ Па, что на десять порядков меньше нормального атмосферного давления.

§148. Эффект Комптона

*Эффект Комптона*² – это изменение длины волны (или частоты) падающего на вещество излучения при рассеянии его веществом.

Исследуя рассеяние рентгеновских лучей на парафине, Комpton обнаружил в спектре рассеянного излучения наряду с

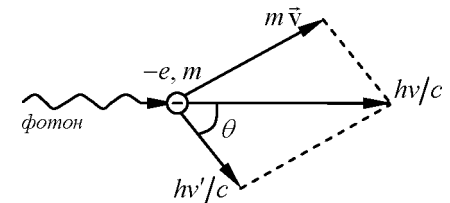


Рис. 123

¹ Петр Николаевич Лебедев (1866-1912) – русский физик.

² Артур Холи Комpton (1892-1962) – американский физик.

длиной волны падающего излучения λ присутствие новых, больших по величине, длин волн λ' . С волновой точки зрения в рассеянном излучении должна наблюдаться только длина волны падающего на вещество излучения.

Эффект Комптона можно объяснить, рассматривая столкновения фотонов со свободными (слабо связанными) электронами атомов. При взаимодействии фотон отдает часть своей энергии электрону. Так как энергия фотона

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda},$$

то при этом должна уменьшаться частота ν его колебаний, т.е. увеличиваться длина волны λ .

Изменение длины волны при рассеянии излучения веществом можно определить, используя законы сохранения энергии и импульса.

По закону сохранения энергии:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2, \quad (4.68)$$

где $h\nu$ – энергия падающего на вещество фотона; m_0c^2 – энергия покоящегося электрона; $h\nu'$ – энергия рассеянного фотона; mc^2 – полная энергия электрона (после взаимодействия).

Применим закон сохранения импульса, считая соударение фотона с электроном упругим:

$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e, \quad (4.69)$$

где $p = \frac{h\nu}{c}$, $p' = \frac{h\nu'}{c}$ – модули импульсов падающего и рассеянного фотонов соответственно; $p_e = mv$ – модуль импульса электрона.

Используя рис. 123, запишем закон сохранения импульса (4.69) в скалярном виде:

$$m^2v^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu\nu'}{c^2}\cos\theta, \quad (4.70)$$

где θ – угол рассеяния.

Решая совместно уравнения (4.68) и (4.70) и учитывая, что

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

можно определить изменение длины волны $\Delta\lambda$ при комптоновском рассеянии:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2k \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (4.71)$$

где $k = \frac{h}{m_0c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ – *постоянная Комптона* (комптоновская длина волны).

Несмещенные линии с длиной волны λ в исследуемом спектре образуются за счет столкновений фотонов с электронами, прочно связанными с атомами.

§149. Корпускулярно-волновой дуализм света

Электромагнитное излучение имеет двойственную корпускулярно-волновую природу: с одной стороны, оно обладает волновыми свойствами, обуславливающими такие явления как интерференция, дифракция, поляризация, с другой стороны, представляет поток элементарных частиц-фотонов, действие которых проявляется в фотоэлектрическом эффекте, тепловом излучении, эффекте Комптона и т.д.

Давление света можно объяснить как волновой, так и квантовой теорией.

Свет распространяется в пространстве как волна, а взаимодействует с веществом как частица.

Квантовая механика не отрицает электромагнитную теорию света. Согласно квантовой теории свет-это волна, квадрат амплитуды которой характеризует вероятность появления фотонов.

Дуализм света – это частный случай общего свойства материи, отчетливо проявляющегося в микромире.

Примеры решения задач

Задача 71. Максимум энергии в спектре излучения черного тела приходится на длину волны $\lambda_{\text{max}} = 0,80 \text{ мкм}$. Найти энергетическую светимость поверхности тела.

<p>Дано: $\lambda_{\text{max}} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ $R_s - ?$</p>	<p>Решение. По закону Стефана-Больцмана (4.59) можно определить энергетическую светимость тела:</p> $R_s = \sigma T^4. \quad (1)$
---	---

Абсолютную температуру T , входящую в уравнение (1), найдем по закону смещения Вина (4.60):

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{b'}{T}. \quad (2)$$

Из уравнений (1), (2) получим

$$R_3 = \sigma \left(\frac{b'}{\lambda_{\max}} \right)^4. \quad (3)$$

Проверим размерность:

$$[R_3] = \frac{\text{Вт} \cdot \text{м}^4 \cdot \text{К}^4}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4 \cdot \text{м}^4} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Подставим в уравнение (3) численные значения:

$$R_3 = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{0,8 \cdot 10^{-6}} \right)^4 = 9,8 \frac{\text{МВт}}{\text{м}^2}.$$

Ответ: $R_3 = 9,8 \frac{\text{МВт}}{\text{м}^2}$.

Задача 72. Найдите постоянную Планка, если фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла светом с частотой $\nu_1 = 1,2 \cdot 10^{15}$ Гц, задерживаются напряжением $U_1 = 3,1$ В, а вырываемые светом с длиной волны $\lambda_2 = 125$ нм – напряжением $U_2 = 8,1$ В.

<p>Дано:</p> $\nu_1 = 1,2 \cdot 10^{15}$ Гц $\lambda_2 = 125 \cdot 10^{-9}$ м $U_1 = 3,1$ В $U_2 = 8,1$ В $h - ?$	<p>Решение. Если при фотоэффекте изменить полярность батареи, то сила фототока уменьшится и при некотором напряжении, называемом задерживающим, она станет равной нулю. Это значит, что электрическое поле тормозит вырываемые электроны до их полной остановки. Согласно теореме о кинетической энергии работа электрического поля равна изменению кинетической энергии электрона:</p>
---	---

$$eU = \frac{mv^2}{2}, \quad (1)$$

где e , m , v – заряд, масса и скорость электрона.

Записав дважды уравнение Эйнштейна для фотоэффекта (4.64) и используя равенство (1), получим

$$h\nu_1 = A + \frac{mv^2}{2} = A + eU_1, \quad (2)$$

$$h\nu_2 = h \frac{c}{\lambda_2} = A + \frac{mv^2}{2} = A + eU_2. \quad (3)$$

Найдем из уравнения (2) работу выхода электрона A и подставим ее в уравнение (3). Проведя преобразования, получим

$$h = \frac{e(U_2 - U_1)}{\left(\frac{c}{\lambda_2} - \nu_1 \right)}. \quad (4)$$

Подставив в уравнение (4) численные данные, найдем

$$h = 6,66 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Ответ: $h = 6,66 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

Задача 73. Определить максимальную скорость электронов, вырванных с поверхности вольфрама γ -лучами с длиной волны $\lambda = 0,001$ нм.

<p>Дано:</p> $\lambda = 1 \cdot 10^{-12}$ м $A = 7,2 \cdot 10^{-19}$ Дж $v - ?$	<p>Решение. Скорость электронов, вырываемых с поверхности вещества, зависит от энергии кванта электромагнитного излучения, падающего на поверхность. Если энергия кванта много меньше энергии покоя электрона, то скорость вырванного электрона оказывается много меньше скорости света в вакууме. В этом случае при решении задач кинетическая энергия в уравнении (4.64) записывается по классической формуле:</p>
---	--

$$E_{k(\max)} = \frac{mv^2}{2}.$$

Применив формулу Эйнштейна (4.64) $h\nu = A + \frac{mv^2}{2}$ и заменив частоту через длину волны λ и скорость света c , т.е. $\nu = \frac{c}{\lambda}$, для скорости электрона получим выражение

$$v = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{hc}{\lambda} - A \right)}. \quad (1)$$

Подсчитаем значение скорости: $v \approx 6,6 \cdot 10^8$ м/с.

Полученная скорость электрона оказалась больше скорости света, что противоречит специальной теории относительности. В нашем случае энергия кванта сравнима по величине с энергией покоя электрона, поэтому при решении необходимо применять релятивистскую формулу кинетической энергии (1.116):

$$E_k = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right). \quad (2)$$

Действительно, подсчитав энергию покоя электрона:

$$E_0 = m_0 c^2 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{ м}^2/\text{с}^2 = 0,82 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$$

и энергию кванта γ -лучей: $E = h\nu = \frac{ch}{\lambda} = 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$,

убеждаемся, что эти величины сравнимы друг с другом.

Для данного случая уравнение (4.64) примет вид

$$\frac{hc}{\lambda} = A + m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right). \quad (3)$$

Работой выхода электрона A в уравнении (3) можно пренебречь как очень малой по сравнению с энергией кванта $\frac{hc}{\lambda}$. Тогда из уравнения (3)

$$\text{получим } \frac{hc}{\lambda} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right), \text{ откуда } v = \frac{2c \sqrt{\left(m_0 c^2 + \frac{hc}{2\lambda} \right) \frac{hc}{2\lambda}}}{m_0 c^2 + \frac{hc}{\lambda}}.$$

Ответ: $v = 1,9 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Задача 74. Пучок света с длиной волны $\lambda = 490 \text{ нм}$, падая нормально на поверхность, производит на нее давление, равное $P = 9,81 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$. Сколько квантов света падает каждую секунду на единицу площади этой поверхности, если коэффициент отражения света $\rho = 0,5$?

Дано:
 $\lambda = 490 \cdot 10^{-9} \text{ м}$
 $\rho = 0,5$
 $P = 9,81 \cdot 10^{-7} \text{ Па}$
 $N - ?$

Решение. Давление, производимое светом, определяется формулой (4.67):

$$P = \frac{E_0 (1 + \rho)}{c}, \text{ откуда } E_0 = \frac{Pc}{1 + \rho}.$$

Если энергия данного кванта $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$, то

количество квантов, падающих каждую секунду на единицу поверхности:

$$N = \frac{E_0}{E} = \frac{Pc\lambda}{hc(1 + \rho)} = \frac{P\lambda}{h(1 + \rho)}.$$

Ответ: $N = 2,5 \cdot 10^{21} \text{ частиц}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$.

ЧАСТЬ 5

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Глава 26

СТРОЕНИЕ АТОМА

§150. Модель атома Томсона и Резерфорда

Со времен Демокрита ученые считали, что все вещества состоят из мельчайших неделимых частиц – атомов. Такое мнение существовало весьма долго. Во второй половине XIX века в связи с развитием спектроскопии и открытием электрона серьезно встал вопрос о строении атома.

Дж. Дж. Томсон в 1903 г. предложил *пудинговую* модель атома. Согласно этой модели атом представляет собой шар, равномерно заряженный положительным электричеством, внутри которого относительно его центра колеблются отрицательно заряженные электроны. В целом атом электронейтрален. Однако такая модель атома оказалась ошибочной, так как противоречила результатам опытов Э. Резерфорда¹.

Схема экспериментальной установки Резерфорда показана на рис. 124. Радиоактивное вещество P , испускающее α -частицы (ядра атома гелия), помещалось в вакуумной камере. Пройдя диафрагму D , узкий поток α -частиц попадал на тонкую (~1 мкм) металлическую фольгу Φ , которая рассеивала их на различные углы Θ . Затем α -частицы ударялись об экран \mathcal{E} , покрытый сернистым цинком. Удары α -частиц вызывали на экране вспышки (сцинтилляцию), наблюдаемые в микроскоп.

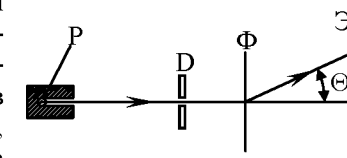


Рис. 124

Опыты показали, что некоторые α -частицы (примерно одна из 20.000), проходя через фольгу, отклонялись на аномально большие (почти до 180°) углы.

По результатам опытов Резерфорд сделал следующие выводы:

- отклонение α -частиц на значительные углы происходит в результате их взаимодействия с большим положительным зарядом атома.
- поскольку α -частиц, испытывающих значительные отклонения, немного, то объем с большим положительным зарядом занимает очень малую часть атома.

¹ Эрнест Резерфорд (1871 - 1937) – английский физик.

Эти выводы противоречили модели атома Томсона.

На основании своих опытов Резерфорд разработал *ядерную (планетарную) модель атома*. Согласно этой модели атом состоит из ядра с положительным зарядом Ze (Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева; e – элементарный заряд) и имеет размер порядка $10^{-15} - 10^{-14}$ м, основная масса атома (~99,4 %) сосредоточена в атомном ядре. Вокруг ядра по орбитам, близким к круговым, вращаются электроны. Атом электронейтрален.

Однако ядерная модель атома не смогла объяснить линейчатый характер спектров излучения и поглощения и оказалась в противоречии с законами классической электродинамики.

В модели Резерфорда электроны, вращаясь вокруг атомного ядра по криволинейным орбитам, должны двигаться с ускорением. Согласно классической электродинамике любые ускоренно движущиеся электрические заряды должны излучать электромагнитные волны. Поскольку полная энергия системы «атом + электромагнитная волна» сохраняется, то энергия электрона должна уменьшаться, чтобы скомпенсировать излучение. В результате этого уменьшается радиус орбиты и, двигаясь по спирали, электрон должен упасть на ядро. По мере приближения к ядру частота обращения электрона и испускаемого электроном электромагнитного излучения должны возрастать. Таким образом, свет, испускаемый атомом, должен иметь сплошной спектр.

В действительности атомы являются устойчивыми системами, а излучение разреженных газов имеет линейчатый спектр.

Разработанная Резерфордом ядерная модель атома оказалась внутренне противоречива.

В рамках этой модели ни устойчивость атомных систем, ни линейчатость спектров объяснить не удалось.

§151. Спектр атома водорода

Спектры излучения и поглощения разреженных газов являются дискретными, так как атомы испускают свет только определенных длин волн. В спектроскопе наблюдается линейчатый спектр, представляющий собой совокупность спектральных линий, составляющих определенные серии.

Водород представляет собой простейший атом, состоящий из ядра, вокруг которого вращается один электрон. Поэтому водород имеет самый простой спектр. На рис. 125 показана схема спектральных линий водорода серии Бальмера¹, где символами H_α ($\lambda = 0,6563$ мкм), H_β

($\lambda = 0,481$ мкм), H_γ ($\lambda = 0,4340$ мкм), H_δ ($\lambda = 0,4102$ мкм) обозначены видимые спектральные линии.

Помимо видимого света, в спектре водорода имеются излучения, расположенные в инфракрасной области (серии Пашена, Брэкета, Пфунда) и в ультрафиолетовой (серия Лаймана).

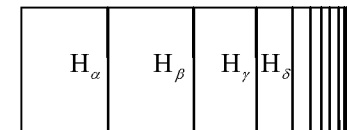


Рис. 125

Расположение спектральных линий в спектре подчиняется обобщенной формуле Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (5.1)$$

где $R = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга¹; λ – длина волны; m и n – целые числа, имеющие определенное значение для каждой серии и спектральной линии (см. табл. 4).

Таблица 4

Наименование серии	Значения m	Значения n
Серия Лаймана	1	2,3,4,...
Серия Бальмера	2	3,4,5,...
Серия Пашена	3	4,5,6,...
Серия Брэкета	4	5,6,7,...
Серия Пфунда	5	6,7,8,...

Формулу (5.1) можно записать для частоты излучения:

$$\nu = R' \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (5.2)$$

где $R' = R \cdot c = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга; c – скорость света в вакууме.

§152. Теория Бора

Спектральные закономерности атома водорода объяснила теория Бора², разработанная в 1913 г. и являющаяся первым вариантом квантовой теории. В основу теории Бора положены два постулата:

1. Электроны в атоме могут находиться только в определенных устойчивых состояниях, в которых атом не излучает энергии. Эти состояния называли *стационарными*. На стационарных орбитах момент импульса электрона $m_e v r_n$ кратен значению $h/(2\pi)$, т.е.

¹ Иоганн Якоб Бальмер (1825 - 1898) – швейцарский физик.

¹ Юханнес Роберт Ридберг (1854 - 1919) – шведский физик.

² Нильс Хендрик Давид Бор (1885 - 1962) – датский физик.

$$m_e v r_n = n \frac{\hbar}{2\pi} = n \hbar, \quad (5.3)$$

где m_e – масса электрона; v – линейная скорость электрона; r_n – радиус орбиты; $n = 1, 2, 3, \dots$ – целое число, названное *главным квантовым числом*; \hbar – постоянная Планка.

2. Атом излучает или поглощает фотон электромагнитного поля при переходе из одного стационарного состояния в другое:

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (5.4)$$

где E_n , E_m – энергии стационарных состояний атома до и после излучения или поглощения. Если $E_n > E_m$, то атом излучает фотон (электрон переходит на орбиту более близкую к ядру атома).

Постулаты Бора позволили рассчитать спектр атома водорода и определить постоянную Ридберга.

В атоме на электрон действует сила кулоновского притяжения к ядру, сообщающая ему нормальное (центростремительное) ускорение. Считая орбиту электрона круговой, запишем уравнение его движения:

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r_n^2}. \quad (5.5)$$

Из уравнений (5.3) и (5.5) находится выражение для радиусов орбит:

$$r_n = n^2 \frac{\hbar^2 \epsilon_0}{\pi m_e e^2 Z}. \quad (5.6)$$

Подставляя значения констант и считая $Z=1$ и $n=1$ (первая орбита атома водорода), по формуле (5.6) определим значение первого боровского радиуса:

$$r_b = 0.528 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Используя выражение (5.5), вычислим полную энергию электрона в атоме, которая согласно принятой модели является суммой кинетической энергии вращающегося электрона и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром:

$$E = E_k + E_p = \frac{m_e v^2}{2} - \frac{e^2 Z}{4\pi\epsilon_0 r_n} = \frac{e^2 Z}{8\pi\epsilon_0 r_n} - \frac{e^2 Z}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{e^2 Z}{8\pi\epsilon_0 r_n}. \quad (5.7)$$

Согласно (5.7) полная энергия электрона оказывается отрицательной и равной по абсолютному значению его кинетической энергии. Знак минус означает, что система является связанной.

Из соотношения (5.7) следует, что в боровской модели энергии электрона принимают дискретные значения.

При $n=1$ атом обладает наименьшей энергией (*основное состояние*). Состояния атома с $n > 1$ называются *возбужденными*.

Из соотношений (5.6) и (5.7) получаем энергетический спектр атома водорода:

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{8h^2 \epsilon_0^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.8)$$

Подставляя выражение (5.8) в условие (5.4), получим обобщенную формулу Бальмера:

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{или} \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2 c} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (5.9)$$

где $R = \frac{m_e e^4}{8h^3 \epsilon_0^2 c}$ – постоянная Ридберга.

Совпадение теоретического и экспериментального значений постоянной Ридберга, физическое истолкование формулы Бальмера убеждает в правильности теории Бора.

Теория Бора позволила рассчитать спектры атома водорода и *водородоподобных систем* (ионы He^+ , Li^{2+}), но не смогла объяснить интенсивность спектральных линий.

§153. Опыт Франка и Герца

Эксперимент, проведенный в 1913 году Франком¹ и Герцем², доказывает существование в атоме дискретных энергетических уровней, постулируемых теорией Бора. В опытах изучалось взаимодействие электронов, ускоренных электрическим полем, с атомами паров ртути.

К разрядной трубке, содержащей катод К, анод А и сетку С, подавалось напряжение, как показано на рис. 126,а. Между катодом и сеткой прикладывалось напряжение U , которое регулировалось потенциометром Р. Между сеткой и анодом подавалось встречное напряжение порядка 0,5 В. Трубка заполнялась насыщенными парами ртути под давлением ~ 100 Па.

В экспериментах измерялся анодный ток I (количество электронов, пришедших на анод, в единицу времени) в зависимости от напряжения U между катодом и сеткой. Полученная вольт-амперная характеристика показана на рис. 126,б.

Электроны, вылетающие с поверхности накаливаемого катода, ускорялись электрическим полем в промежутке между катодом и сеткой и, преодолев задерживающее поле, достигали анода. Анодный ток возрастал. Однако этот рост сопровождался резкими спадами тока каждый раз, когда

¹ Джеймс Франк (1882 - 1964) – немецкий физик.

² Густав Людвиг Герц (1887 - 1975) – немецкий физик.

ускоряющий потенциал увеличивался приблизительно на 4,9 В. Это объясняется тем, что электроны, испускаемые катодом, до напряжения 4,9 В испытывали упругие столкновения с атомами ртути, и их кинетическая энергия поступательного движения оставалась неизменной. При напряжении $U_0 = 4,9$ В электроны стали испытывать неупругие столкновения с атомами ртути, и их энергия настолько уменьшалась, что они не могли преодолеть задерживающее поле и не достигали анода. Анодный ток резко падал.

Если ускоряющий потенциал увеличить еще на 4,9 В, то электроны

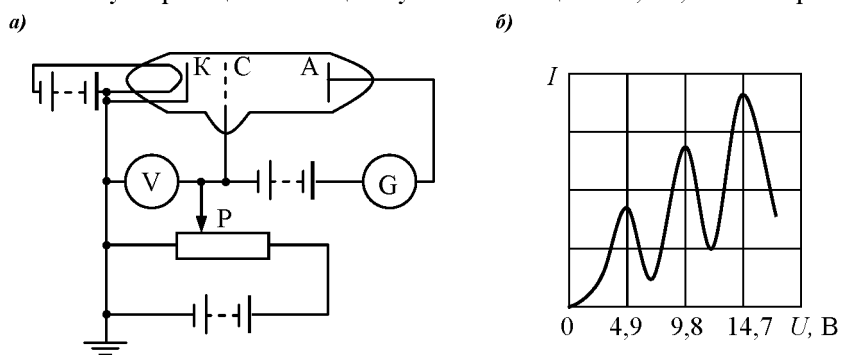


Рис. 126

могут снова испытывать неупругие столкновения и терять свою кинетическую энергию. Этим объясняется второй спад тока, наблюдаемый в опытах. Третий спад соответствует электронам, которые испытали три неупругих столкновения и т.д.

Каждый раз после неупругого столкновения, атом ртути переходил в возбужденное состояние, а затем возвращался в основное состояние, излучая фотон с длиной волны $\lambda \approx 250$ нм.

В основном состоянии энергия валентного электрона ртути $E_0 = -10,42$ эВ. Энергия первого возбужденного состояния $E_1 = -5,54$ эВ. Для переход из основного состояния в первое возбужденное требуется энергия $\Delta E = E_1 - E_0 = -5,54 - (-10,42) = 4,88$ эВ $\approx 4,9$ эВ.

В возбужденном состоянии атом пребывает очень короткое время ($\approx 10^{-8}$ с), а затем переходит в основное состояние. Такой переход сопровождается излучением фотона с энергией 4,9 эВ и длиной волны $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = 250$ нм, что и наблюдалось в опытах.

Таким образом, возбуждение атома ртути происходит лишь в том случае, когда атому передается энергия, равная разности энергий в основном

и возбужденном состояниях.

Опыты Франка и Герца доказали существование дискретных энергетических уровней в атоме ртути.

Примеры решения задач

Задача 75. Найдите период T обращения электрона на первой боровской орбите атома водорода.

Дано: $n = 1$ $T - ?$	Решение. Согласно теории Бора (5.3) $mvr = n\hbar, \quad (1)$ где m – масса электрона, $\hbar = 1,055 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; r – радиус электронной орбиты, v –
-----------------------------	---

скорость электрона; n – номер орбиты.

Сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону нормальное (центростремительное) ускорение. На основании второго закона Ньютона запишем:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad (2)$$

где e – заряд электрона.

Из выражений (1) и (2) определим скорость v и радиус r n -й электронной орбиты:

$$r = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{me^2}, \quad v = \frac{n\hbar}{mr} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar n}. \quad (3)$$

Зная r и v , найдем период обращения:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{32\pi^3 \epsilon_0^2 \hbar^3 n^3}{me^4} = 1,5 \cdot 10^{-16} \text{ с.}$$

Ответ: $T = 1,5 \cdot 10^{-16}$ с.

Задача 76. Найдите длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизированном атоме гелия.

Дано: $m = 1$ $n = 2$ $Z = 2$ $\lambda - ?$	Решение. Частота излучения фотона водородоподобным ионом при переходе электрона со второй боровской орбиты на первую можно определить по формуле Бальмера (5.9): $\nu = RcZ^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (1)$
---	---

где Z – порядковый номер элемента в таблице Менделеева; $R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

При подстановке значений $m = 1$ и $n = 2$ из выражения (1) получим

$$v = \frac{3RcZ^2}{4}. \quad (2)$$

Так как $v = c/\lambda$, то из формулы (2) имеем:

$$\lambda = \frac{4}{3RZ^2}.$$

Для однократно ионизированного гелия $Z = 2$, т.е. $\lambda = \frac{1}{3R} = 30,4 \text{ нм}$.

Ответ: $\lambda = 30,4 \text{ нм}$.

Задача 77. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки $d = 5 \text{ мкм}$. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом $\varphi = 41^\circ$?

Дано: $d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ $k = 5$ $\varphi = 41^\circ$ переход - ?	Решение. Из условия максимумов интенсивности при дифракции света на дифракционной решетке при нормальном падении лучей (4.33) $d \sin \varphi = k \lambda$ найдем длину волны
--	---

$$\lambda = \frac{d \sin \varphi}{k}. \quad (1)$$

Связь длины волны света с номерами боровских орбит в атоме водорода устанавливается формулой Бальмера (5.9):

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (2)$$

где R – постоянная Ридберга; m – номер орбиты, на которую переходит электрон; n – номер орбиты, с которой переходит электрон.

Из соотношений (1) и (2) получим

$$\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{k}{Rd \sin \varphi} = 0,139.$$

Подбором чисел m и n находим, что такой переход возможен с $n = 3$ на $m = 2$ в серии Бальмера.

Глава 27

ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§154. Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов

В 1923 г. Луи де Бройль¹ высказал гипотезу о том, что подобно фотону света материальные частицы наряду с корпускулярными обладают волновыми свойствами. Согласно де Бройлю, любой материальной частице, обладающей импульсом p , можно сопоставить волновой процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (5.10)$$

где m , v – масса и скорость частицы; h – постоянная Планка.

Величина λ называется *дебройлевской длиной волны*.

Если подсчитать дебройлевскую длину волны для пули массой $m = 10 \text{ г}$, летящей со скоростью $v = 500 \text{ м/с}$, то она окажется чрезвычайно малой ($\sim 1,3 \cdot 10^{-34} \text{ м}$), чтобы ее можно было обнаружить или измерить. Дебройлевская длина волны электрона, ускоренного разностью потенциалов $U = 10 \text{ кВ}$, составляет

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2eUm}} \approx 0,012 \text{ нм}.$$

Такую длину волны можно обнаружить экспериментально.

В 1927 году Дэвиссон² и Джермер³, исследуя рассеяние электронов монокристаллом никеля, обнаружили в распределении отраженных электронов регулярные пики. Эти пики были интерпретированы на основе дифракционной картины. Оказалось, что длина волны электрона совпадает с дебройлевской длиной волны, рассчитанной по формуле (5.10).

В том же году Дж. Томсон⁴ и Тарковский⁵, облучая металлическую фольгу потоком быстрых электронов, получили дифракционную картину. В более поздних экспериментах было показано, что и другие частицы (протоны, нейтроны и т.д.) обладают волновыми свойствами.

Итак, эксперименты доказали, что микрочастицы имеют волновую природу. А это значит, что, подобно фотону, всем частицам присущи и корпускулярные, и волновые свойства. В то же время любую из них нель-

¹ Луи де Бройль (1892 - 1987) – французский физик.

² Клинтон Джозеф Дэвиссон (1881 - 1958) – американский физик.

³ Лестер Халберт Джермер (1896 - 1971) - американский физик.

⁴ Джордж Паджет Томсон (1892 - 1975) – английский физик.

⁵ П.С. Тарковский (1895 - 1939) – советский физик.

зя считать ни частицей, ни волной, как это делалось в классической физике.

§155. Соотношение неопределенностей Гейзенберга

Гипотеза де Бройля и опытное подтверждение волновых свойств частиц создали предпосылки для создания принципиально новой теории, описывающей их поведение. Такой теорией стала *квантовая механика*, основы которой были заложены Гейзенбергом¹ и Шредингером² в 20-х годах двадцатого столетия.

Квантовая механика раскрывает квантованность энергии атомов и волновую природу частиц. В отличие от классической физики, часто оперирующей моделями объектов, квантовая механика лишена наглядности.

По классическим представлениям координата и импульс тела могут быть одновременно точно известными. Из корпускулярно-волнового дуализма следует, что существуют границы применимости этих понятий. В квантовой механике движущейся частице соответствует волна, позволяющая определять вероятность нахождения частицы в данной точке в данный момент времени. На основе волновых свойств частиц Гейзенберг сформулировал *соотношение неопределенностей*, согласно которому положение (координата) и импульс (или скорость) движущейся частицы могут быть заданы одновременно лишь с ограниченной степенью точности:

$$\begin{aligned} \Delta x \cdot \Delta p_x &\geq \hbar, \\ \Delta y \cdot \Delta p_y &\geq \hbar, \\ \Delta z \cdot \Delta p_z &\geq \hbar, \end{aligned} \quad (5.11)$$

где Δx , Δy , Δz – неопределенности координат, в которых находится частица; Δp_x , Δp_y , Δp_z – неопределенности интервалов, в которых заключены проекции импульса частицы по осям x , y и z ; $\hbar = h/(2\pi)$ – постоянная Планка.

Произведение неопределенности координаты частицы на неопределенность проекции импульса на заданное направление не может быть меньше постоянной Планка.

Чем точнее определен импульс, тем неопределенней является ее координата, и наоборот.

Другое соотношение неопределенностей устанавливает связь между энергией и временем:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \quad (5.12)$$

¹ Вернер Карл Гейзенберг (1901 - 1976) – немецкий физик.

² Эрвин Шредингер (1887 - 1961) – австрийский физик.

где ΔE – неопределенность энергии некоторого состояния системы; Δt – время измерения энергии некоторого состояния.

Из соотношения (5.12) следует, что чем больше точность измерения времени, т.е. чем меньше Δt , тем меньше точность определения энергии, и наоборот.

Используя соотношения неопределенностей (5.11), покажем, что представление атома в виде большого числа электронов, вращающихся по замкнутым орбитам вокруг положительно заряженного ядра, оказывается несостоятельным.

Радиус атома имеет порядок 10^{-10} м, значит, неопределенность координаты $\Delta x \approx 10^{-10}$ м, а неопределенность скорости определим из уравнения (5.11):

$$\Delta v = \frac{\Delta p_x}{m} = \frac{\hbar}{\Delta x \cdot m} \approx 1,2 \cdot 10^6 \text{ м/с},$$

где $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг – масса электрона.

По классическим представлениям электрон, вращаясь по орбите, имеет скорость v порядка $10^6 \div 10^7$ м/с. Так как неопределенность скорости Δv того же порядка, что и сама скорость v , то для электрона в атоме невозможно сохранить представление о траектории движения.

Другое дело, если наблюдается движение электрона, например, в камере Вильсона. Толщина следа электрона имеет величину порядка 10^{-4} м, т.е. $\Delta x \approx 10^{-4}$ м, а

$$\Delta v = \frac{6,26 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{2\pi 10^{-4} \text{ м} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}} \approx 1 \text{ м/с}.$$

При скорости электрона в камере Вильсона порядка 1000 м/с неопределенность Δv составляет 0,1%, и в этом случае можно пользоваться понятием траектория движения.

§156. Волновая функция. Уравнение Шредингера

Для теоретического описания динамики процессов, протекающих на атомном уровне, была разработана квантовая механика. Квантовомеханический расчет не позволяет найти траекторию движения частицы, с его помощью можно лишь вычислить вероятность, с которой частица может быть обнаружена в различных точках пространства.

Поскольку с движением микрочастицы сопоставляется волновой процесс, то ее состояние можно описать волновой функцией $\Psi(x, y, z, t)$, зависящей от координат и времени. Вид волновой функции (пси-функции) определяется состоянием частицы. Интерпретацию Ψ -функции дал

Борн¹: вероятность dP того, что частица находится в объеме dV прямо пропорциональна квадрату модуля Ψ -функции и элементу объема, т.е.

$$dP = |\Psi|^2 dV = \Psi^* \Psi dV = |\Psi|^2 dx dy dz, \quad (5.13)$$

где Ψ^* – функция, комплексно сопряженная с Ψ .

Отсюда следует, что физический смысл имеет квадрат модуля волновой функции

$$|\Psi|^2 = \frac{dP}{dV},$$

который определяет плотность вероятности нахождения частицы в окрестности точки с координатами x, y, z .

Условием нормировки Ψ -функции является выражение

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* \Psi dV = 1,$$

т.е. пребывание частицы в одной из точек пространства есть достоверное событие и его вероятность равна единице.

По своему смыслу волновая функция должна быть *однозначной, непрерывной и ограниченной*, производные $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ должны

быть непрерывны. Перечисленные требования носят название *стандартных условий*.

Э. Шредингер получил уравнение, позволяющее найти волновые функции частиц, движущихся в различных силовых полях:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi, \quad (5.14)$$

где m – масса частицы; \hbar – постоянная Планка; i – мнимая единица; $U(x, y, z, t)$ – потенциальная энергия частицы в силовом поле, где она движется; $\Psi = \Psi(x, y, z, t)$ – волновая функция частицы; Δ – оператор Лапласа (в декартовой системе координат $\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2}$).

При решении большого числа задач (например, для описания поведения электрона в атоме) используется стационарное уравнение Шредингера, в котором исключена зависимость Ψ -функции от времени ($\Psi = \Psi(x, y, z), U = U(x, y, z)$):

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right) + U \Psi = E \Psi, \quad (5.15)$$

где E – полная энергия микрочастицы.

§157. Частица в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме

Квантовая механика позволяет на основе волновых свойств частиц объяснять дискретность энергетических спектров атомов. Для того чтобы понять природу квантования энергии, рассмотрим в качестве примера одномерное движение частицы, находящейся в бесконечно глубокой потенциальной яме (рис. 127).

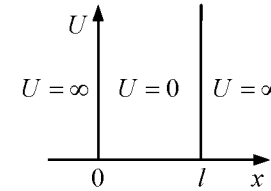


Рис. 127

Допустим, что частица может двигаться только вдоль оси x , и ее движение ограничено непроницаемыми для частицы вертикальными стенками: $x=0$ и $x=l$. Потенциальная энергия U в этом случае принимает следующие значения:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0, \\ 0, & 0 \leq x \leq l, \\ \infty, & x > l. \end{cases}$$

Уравнение Шредингера (5.15) для рассматриваемой области, в которой волновая функция отлична от нуля, примет вид

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \Psi = 0. \quad (5.16)$$

Введя обозначение

$$\omega^2 = \frac{2m}{\hbar^2} E,$$

запишем:

$$\frac{d^2 \Psi}{dx^2} + \omega^2 \Psi = 0. \quad (5.17)$$

Получили однородное дифференциальное уравнение второго порядка, решением которого является функция

$$\Psi(x) = A \sin(\omega x + \varphi). \quad (5.18)$$

Выбор Ψ -функции должен удовлетворять граничным условиям. За пределы потенциальной ямы частица попасть не может, а поэтому вероятность обнаружения ее там равна нулю (следовательно, и $\Psi = 0$). Из условия непрерывности следует, что на границах потенциальной ямы, при

¹ Макс Борн (1882 – 1970) – немецкий физик.

$x = 0$ и $x = l$ Ψ -функция должна быть также равна нулю:

$$\Psi(0) = \Psi(l) = 0. \quad (5.19)$$

Из уравнения (5.18) при $x = 0$ $\Psi(0) = A \sin(\varphi) = 0$, откуда следует, что $\varphi = 0$; при $x = l$

$$\Psi(l) = A \sin \omega l = 0,$$

что возможно лишь в случае

$$\omega_n l = \pm n\pi, \quad (5.20)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

Значение $n = 0$ отпадает, так как при этом $\Psi = 0$, т.е. частица нигде не находится, что противоречит условию задачи.

Из выражений $\omega_n^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ и $\omega_n l = \pm n\pi$, исключив ω_n , определим значения энергии E частицы в виде:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.21)$$

Как следует из уравнения (5.21), значения энергии частицы квантованы и образуют *дискретный спектр*. Целое число n , определяющее энергию частицы, называется *главным квантовым числом*.

Найдем разность энергий двух соседних уровней:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ml^2} (2n+1) \approx \frac{\hbar^2 \pi^2}{ml^2} n, \quad (5.22)$$

т.к. $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$.

Из уравнения (5.22) видно, что чем меньше масса частицы и размеры потенциальной ямы, тем больше расстояние между уровнями энергии. Допустим, что масса частицы $m = 10^{-26}$ кг (примерно масса молекулы), а $l = 10$ см (размер сосуда с газом), то $\Delta E_n = 16 \cdot 10^{-40} \cdot n$, Дж. В этом случае энергетические уровни располагаются так часто, что воспринимаются как сплошной спектр энергий.

Для электрона, движущегося в атоме ($l \approx 10^{-10}$ м, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг), $\Delta E_n = 10^{-17} \cdot n$, Дж и дискретность энергетических уровней весьма заметна.

Из уравнений (5.21) и (5.22) следует, что

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} \approx \frac{2}{n}.$$

Это отношение при больших квантовых числах ($n \gg 1$) гораздо меньше единицы, т.е. соседние уровни тем ближе, чем больше n . При

больших n энергетические уровни воспринимаются как сплошной спектр, т.е. выполняется принцип соответствия Бора: *законы квантовой механики при больших значениях квантовых чисел переходят в законы классической механики*.

Найдем значения собственных функций Ψ , подставив выражение (5.20) в (5.18):

$$\Psi_n(x) = A \sin \frac{\pi x}{l} n. \quad (5.23)$$

Для определения постоянной A используется условие нормировки:

$$A^2 \int_0^l \sin^2 \frac{\pi x n}{l} dx = 1.$$

В результате интегрирования получим

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Тогда уравнение (5.23) запишется в виде

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi x}{l} n, \quad (5.24)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

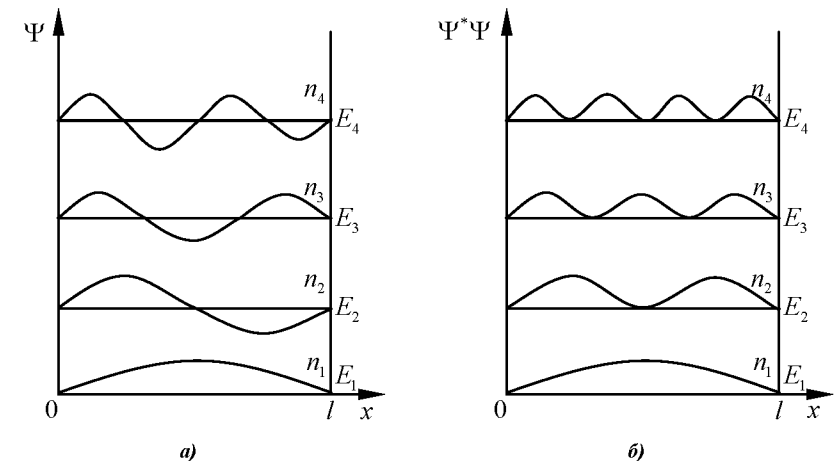


Рис. 128

На рис. 128 изображены графики волновой функции и квадрата модуля волновой функции, а также значения энергии E для нескольких наименьших значений квантового числа n . Из рис. 128,а видно, что распределение вероятностей обнаружения частицы имеет характер стоячей волны.

Вероятность обнаружения частицы у стенок потенциальной ямы равна

нулю: при $n = 1$ наиболее вероятное нахождение частицы в середине потенциальной ямы; при $n = 2$ частица не может быть обнаружена в середине потенциальной ямы (рис. 128,б), но одинаково часто бывает слева и справа от середины.

По законам классической физики все положения частицы в потенциальной яме равновероятны.

§158. Атом водорода. Квантовые числа

Атом водорода с высокой степенью точности можно рассматривать как систему, состоящую из неподвижного ядра с зарядом $+e$ и движущегося вокруг него электрона с зарядом $-e$. В системе СИ потенциальная энергия U такой системы отрицательна и равна

$$U = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (5.25)$$

где r – расстояние электрона от ядра; ϵ_0 – электрическая постоянная.

Для данного случая уравнение Шредингера примет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \Psi = 0, \quad (5.26)$$

где m_e – масса электрона.

Уравнение (5.26) имеет *однозначное, конечное и непрерывное* решение при любых положительных значениях энергии $E > 0$ и при дискретных отрицательных значениях энергии, равных

$$E_n = -\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad (5.27)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$

Случай положительных энергий соответствует процессу рассеяния электрона на протоне при термоэлектронной эмиссии, фотоэффекте и т.д. При отрицательных значениях энергии электрона связана с ядром в атоме водорода.

Целое положительное число n называется *главным квантовым числом* и представляет собой номер уровня энергий.

Волновая функция электрона в атоме водорода нумеруется тремя квантовыми числами: n, l, m , где $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ – *орбитальное квантовое число*; $m = -l, \dots, -1, 0, 1, \dots, l$ – *магнитное квантовое число*.

Поэтому для каждого значения энергии E_n , кроме E_1 , приходится несколько волновых функции $\Psi_{n,l,m}$, которые отличаются квантовыми числами l и m , т.е. атом может иметь одно и то же значение энергии, находясь

в нескольких состояниях. Такие состояния атома называют *вырожденными*, а их количество называется *кратностью вырождения*.

Суммарное число электронных состояний N (кратность вырождения), отличающихся хотя бы одним из квантовых чисел, при данном главном квантовом числе для уровней атома водорода определяется по формуле

$$N = \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2. \quad (5.28)$$

В квантовой механике показано, что орбитальное квантовое число l определяет момент импульса электрона L :

$$L = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad l = 0, 1, 2, \dots, (n-1), \quad (5.29)$$

т.е. момент импульса электрона квантуется – он может иметь лишь дискретные значения.

Проекция вектора \vec{L} орбитального момента импульса электрона на направление оси z внешнего магнитного поля тоже квантуется:

$$L_z = m\hbar, \quad (5.30)$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ – магнитное квантовое число.

Существует еще спиновое квантовое число s , которое принимает только два значения: $s = \pm \frac{1}{2}$. Экспериментальное исследование спек-

тральных линий водорода показало, что каждая линия состоит из двух (или большего числа) близких спектральных линий. Это явление получило название *тонкой структуры спектральных линий*.

Электрон может находиться в двух различных состояниях, характеризующихся *спином*. Эти два возможных значения спинового квантового числа ($+\frac{1}{2}$ и $-\frac{1}{2}$) определяют два возможных направления спинового момента импульса $M = \pm s\hbar$.

В атомной физике принято использовать заимствованные из спектроскопии обозначения. Например, состояние электрона с $l=0$ называют s -состоянием; $l=1$ – p -состояние и т.д. (s, p, d, f, g, h, \dots в порядке возрастания орбитального момента l).

При записи символа состояния главное квантовое число пишется в начале. Например, символ $4d$ означает, что электрон находится в состоянии с квантовыми числами $n = 4, l = 2$.

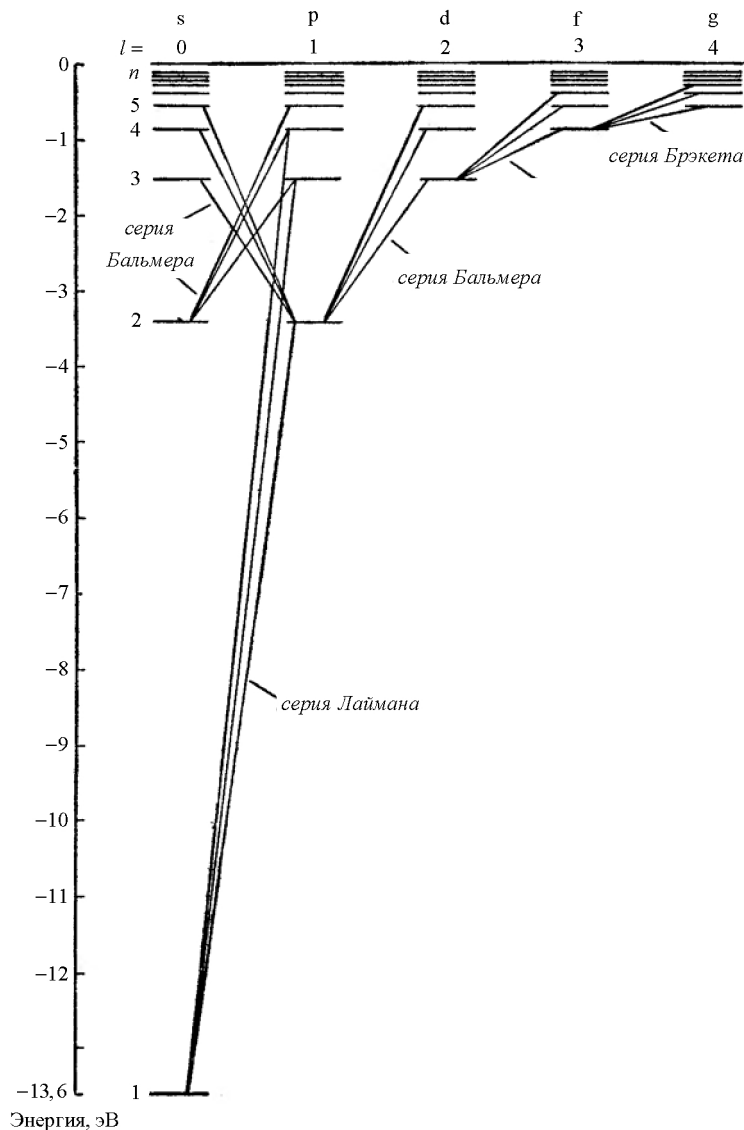


Рис. 129

Фотон является элементарной частицей, обладающей целым спином ($s = 1$). Поэтому при квантовых переходах выполняется *правило отбора*:

$$\Delta l = \pm 1. \quad (5.31)$$

Из схемы уровней, представленных на рис. 129, видно, что серии Лай-

мана соответствуют переходы $np \rightarrow 1s$, серии Бальмера – переходы $np \rightarrow 2s$, $ns \rightarrow 2p$, $nd \rightarrow 2p$.

Состояние $1s$ является *основным*. Находясь в этом состоянии, атом обладает минимальной энергией и не излучает. Поглощение электромагнитной энергии атомом обычно происходит в ситуации, когда атом находится в основном состоянии. Именно поэтому спектр поглощения для атомарного водорода состоит из линии серии Лаймана, то есть отвечает переходам:

$$1s \rightarrow np, \quad n = 2, 3, \dots \quad (5.32)$$

Обобщение результатов, полученных для атома водорода, в ряде случаев получается достаточно просто. Например, для водородоподобного атома (ион атома гелия или другого, более тяжелого иона, в котором вокруг ядра движется один электрон) энергетический спектр получается из формулы (5.27) путем замены заряда ядра e на Ze , где Z – порядковый номер химического элемента:

$$E_n = -\frac{m_e Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2 n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (5.33)$$

Для щелочных металлов процессы излучения и поглощения похожи на процессы в атоме водорода. Они определяются в основном переходами внешнего (валентного) электрона. Схема уровней в этом случае подобна атому водорода. Состояния валентного электрона также нумеруются главным и орбитальным квантовыми числами (n, l). Различные ряды уровней отличаются значением орбитального момента $L = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ и обозначаются буквами S, P, D, F, G, \dots

Ридберг показал, что в линейчатых спектрах химических элементов наблюдаются спектральные серии, частоты ω всех линий данной серии удовлетворяют соотношению

$$\omega = T(n_2) - T(n_1),$$

где n_1 и n_2 – некоторые целые числа.

Функции $T(n)$ называются *спектральными термами*.

§159. Магнитомеханические явления. Спин электрона

Рассмотрим опыты, в которых впервые экспериментально была обнаружена связь между орбитальными магнитными и механическими моментами электрона и определено гиромагнитное отношение.

*Опыт Эйнштейна и де Хааза*¹.

Стержень 1 из ферромагнетика, подвешенный на упругой нити 2, по-

¹ В. де Хааз (1878 - 1960) – голландский физик.

мещается внутри соленоида 3 (рис. 130), который запитывался переменным электрическим током. Намагничивание стержня приводит к его

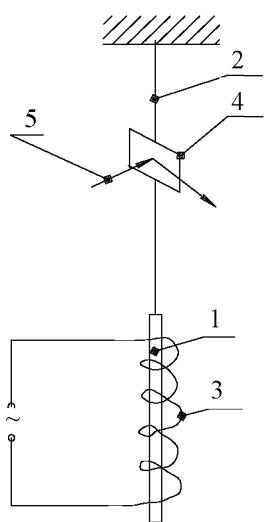


Рис. 130

вращению, так как магнитные орбитальные моменты электронов устанавливаются по направлению магнитного поля соленоида, а механические орбитальные моменты ориентируются против поля. При этом суммарный механический момент электронов, первоначально равный нулю (вследствие беспорядочной ориентации некоторых моментов), становится отличен от нуля. Стержень приобретает момент импульса и совершает крутильные колебания вокруг своей оси. Для усиления эффекта собственные частоты крутильных колебаний и переменного электрического тока подбирались так, чтобы имел место резонанс. По смещению светового луча 5, отраженного от зеркала 4, закрепленного на кварцевой нити, измерялась амплитуда колебаний. опыты позволили найти отношение магнитного орбитального момента электрона к его механическому орбитальному моменту (гиромагнитное отношение), которое оказалось равным $-e/m$, т.е. в два раза больше значения, определенного по формуле (3.140).

*Опыт Барнетта*¹.

Барнетт проделал опыт по определению гиромагнитного отношения, приводя железный стержень в быстрое вращение и измеряя возникающую в нем намагниченность. По опытам Барнетта значение гиромагнитного отношения оказалось в два раза больше теоретического, рассчитанного по формуле (3.140).

Явления, наблюдаемые в опытах Эйнштейна и де Хааза и Барнетта, получили название *магнитомеханические явления*.

В 1925 году Д. Ю. Уленбек² и С. А. Гаудсмит³ для объяснения результатов рассмотренных опытов выдвинули гипотезу о том, что электрон, помимо орбитальных механического и магнитного моментов, обладает собственным механическим моментом L_s , который они назвали *спином* (spin – вращение).

Спин электрона – это такое же его свойство, как масса m и заряд e . Спи́ну электрона соответствует собственный магнитный момент

¹ Сэмюэл Джексон Барнетт (1873 - 1956) – американский физик.

² Джордж Юджин Уленбек (1900 - 1974) - американский физик.

³ Самюэл Абрахам Гаудсмит (1902 – 1979) - американский физик.

$$p_s = -L_s \frac{e}{m}.$$

Было установлено, что

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar, \quad (5.34)$$

$$p_s = -\frac{e\hbar\sqrt{3}}{2m} = -\sqrt{3}\mu_B, \quad (5.35)$$

где $s = 1/2$ – спиновое квантовое число электрона,

$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Тл}}$ – магнетон Бора (единица магнитного момента).

Отношение собственного магнитного p_s и механического L_s моментов электрона (гиромагнитное отношение) равно

$$\frac{p_s}{L_s} = -\frac{e}{m},$$

что находится в соответствии с опытными данными.

Исследование спектров водорода показало, что каждая спектральная линия состоит из двух или более близких линий. Это явление называется *тонкая структура спектральных линий*.

При помещении атома в магнитное поле спектральная линия оказывается расщепленной на две компоненты с почти одинаковыми, но все же отличающимися частотами. Это явление называется *эффектом Зеемана*.

Наличие спина у электрона позволило объяснить как магнитные свойства ферромагнетиков, так и особенности оптических спектров.

§160. Опыт Штерна и Герлаха

Эксперимент, осуществленный Штерном и Герлахом¹ в 1921 г. подтвердил идею о пространственном квантовании спинового момента электрона.

Схема опыта показана на рис. 131. Пучок атомов, испускаемых серебром М, разогретым в печи, проходя в вакуумированном сосуде через систему диафрагм D и через сильно неоднородное магнитное поле, попадал на фотопластинку Ф. Неоднородность магнитного поля достигалась конструкцией полюсных наконечников электромагнита. До включения магнитного поля на фотопластинку падал узкий пучок атомов, фиксируя на ней тонкую сплошную полоску.

¹ Вальтер Герлах (1889 - 1979) – немецкий физик.

В соответствии с классической теорией после прохождения пучка атомов через сильно неоднородное магнитное поле на фотопластинке должна образовываться сплошная растянутая полоса. Согласно квантовой теории невозбужденные атомы не имеют магнитного момента, обусловленного движением электрона вокруг ядра, и поэтому на атомы магнитное поле не действует и они должны двигаться строго по прямой линии в центр экрана. Однако в опытах с пучком атомов серебра были зафиксированы две резко выраженные линии, расположенные симметрично относительно центра. Анализ показал, что на атом в неоднородном магнитном поле действует сила

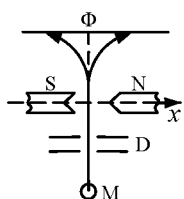


Рис. 131

$$F_x = -m_s \frac{e\hbar}{m} \frac{dB}{dx},$$

где e и m - заряд и масса электрона; B - индукция магнитного поля; m_s - магнитное спиновое квантовое число.

Атомы, для которых $m_s = -1/2$, смещаются в положительном направлении оси x , так как для них $F_x > 0$. Для атомов с $m_s = +1/2$ сила $F_x < 0$, и они смещаются в противоположную сторону.

Опыт Штерна-Герлаха был повторен с атомами водорода, меди, золота, натрия, калия и во всех случаях наблюдалось раздвоение пучка.

Эти опыты показали, что электрон имеет спиновый магнитный момент, который может принимать одну из двух дискретных ориентаций относительно внешнего поля, т.е. проекция спина электрона и его магнитного момента на направление внешнего магнитного поля является квантованной величиной.

§161. Принцип Паули.

Периодическая система элементов Менделеева

В 1925 г. Паули¹ выдвинул принцип, который гласил: *в одном и том же атоме не может быть двух электронов, имеющих набор одних и тех же квантовых чисел.*

Ранее отмечалось, что число электронов Z в атоме совпадает с номером элемента в периодической системе Менделеева. Поведение электронов в атоме подчиняется двум основным принципам:

- 1) электрон находится в состоянии с минимальной энергией,
- 2) принцип Паули.

Эти принципы лежат в основе распределения электронов по энерги-

ческим уровням и определяют положение атома в периодической системе элементов Менделеева.

Состояние электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами: главное квантовое число n , принимающее значения $1, 2, 3, \dots$; орбитальное квантовое число l со значениями $0, 1, 2, \dots, (n-1)$; магнитное квантовое число m , принимающее значения $0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$ и спиновое квантовое число $s = \pm 1/2$.

Электроны в атоме в зависимости от значения квантового числа n образуют *оболочки*, которые подразделяются на подоболочки, отличающиеся значениями орбитального квантового числа l . Обозначение оболочек представлено в табл. 5.

Атом водорода H имеет один электрон ($Z = 1$). По принципу минимальной энергии его главное квантовое число $n = 1$, орбитальное квантовое число $l = n - 1 = 0$, магнитное квантовое число $m = 0$, а $s = \pm 1/2$. Очевидно, что он будет находиться в K -оболочке, состояние электрона обозначается $1s$, спин которого может иметь произвольную ориентацию.

Таблица 5

Значение числа n	1	2	3	4	5	6	...
Обозначение оболочки	K	L	M	N	O	P	...
Орбитальное квантовое число l	0	1	2	3	4	5	...
Обозначение подоболочки	s	p	d	f	g	h	...

Следующий элемент гелий He с зарядовым числом $Z = 2$ (два электрона). Оба электрона находятся в K -оболочке в состоянии $1s^2$, но по принципу Паули их спиновые квантовые числа различны: $+1/2$ и $-1/2$ (антипараллельная ориентация спинов). Атом гелия заканчивает заполнение K -оболочки. Число состояний N электрона в атоме при данном значении главного квантового числа $n = 1$ согласно (5.28) $N = n^2 = 1$, но с учетом спина удваивается и принимает значение $N_1 = 2$. Это число состояний образует период таблицы элементов, заканчивающийся гелием.

Далее осуществляется построение L -оболочки, в которой может разместиться $N_2 = 8$ электронов. Заполнение начинается с атома лития Li, имеющего три электрона, два из которых находятся в состоянии $1s$, а третий электрон по принципу Паули не может находиться в этом состоянии и попадает в L -оболочку в состоянии $2s$. Заполнение L -оболочки заканчивается атомом неона Ne (см. табл. 6).

Затем идет построение M -оболочки, которая по формуле (5.28) может содержать $N_3 = 18$ электронов, имея в своем составе три подоболочки

¹ Вольфганг Паули (1900 - 1958) – швейцарский физик.

Таблица 6.

Элемент	K			L			M			N		Элемент	K	L	M	N			O			P
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	1s	1p	4d					4f	5s	5p	5d	6s		
1H	1	-	-	-	-	-	-	-	37Rb	2	8	18	8	-	-	1	-	-	-			
2He	2	-	-	-	-	-	-	-	38Sr	2	8	18	8	-	-	2	-	-	-			
3Li	2	1	-	-	-	-	-	-	39Y	2	8	18	8	1	-	2	-	-	-			
4Be	2	2	-	-	-	-	-	-	40Zr	2	8	18	8	2	-	2	-	-	-			
5B	2	2	1	-	-	-	-	-	41Nb	2	8	18	8	4	-	1	-	-	-			
6C	2	2	2	-	-	-	-	-	42Mo	2	8	18	8	5	-	1	-	-	-			
7N	2	2	3	-	-	-	-	-	43Tc	2	8	18	8	5	-	2	-	-	-			
8O	2	2	4	-	-	-	-	-	44Ru	2	8	18	8	7	-	1	-	-	-			
9P	2	2	5	-	-	-	-	-	45Rh	2	8	18	8	8	-	1	-	-	-			
10Ne	2	2	6	-	-	-	-	-	46Pd	2	8	18	8	10	-	-	-	-	-			
11Na	2	8	1	-	-	-	-	-	47Ag	2	8	18	18	-	1	-	-	-	-			
12Mg	2	8	2	-	-	-	-	-	48Cd	2	8	18	18	-	2	-	-	-	-			
13Al	2	8	2	1	-	-	-	-	49In	2	8	18	18	-	2	1	-	-	-			
14Si	2	8	2	2	-	-	-	-	50Sn	2	8	18	18	-	2	2	-	-	-			
15P	2	8	2	3	-	-	-	-	51Sb	2	8	18	18	-	2	3	-	-	-			
16S	2	8	2	4	-	-	-	-	52Te	2	8	18	18	-	2	4	-	-	-			
17Cl	2	8	2	5	-	-	-	-	53I	2	8	18	18	-	2	5	-	-	-			
18Ar	2	8	2	6	-	-	-	-	54Xe	2	8	18	18	-	2	6	-	-	-			
19K	2	8	8	-	1	-	-	-	55Cs	2	8	18	18	-	8	-	-	1	2			
20Ca	2	8	8	-	2	-	-	-	56Ba	2	8	18	18	-	8	-	-	2	2			
21Sc	2	8	8	1	2	-	-	-	57La	2	8	18	18	-	8	-	1	2	2			
22Ti	2	8	8	2	2	-	-	-	58Ce	2	8	18	18	2	8	-	-	2	2			
23V	2	8	8	8	2	-	-	-	59Pr	2	8	18	18	3	8	-	-	2	2			
24Cr	2	8	8	5	1	-	-	-	60Nd	2	8	18	18	4	8	-	-	2	2			
25Mn	2	8	8	5	2	-	-	-	61Pm	2	8	18	18	5	8	-	-	2	2			
26Fe	2	8	8	6	2	-	-	-	62Sm	2	8	18	18	6	8	-	-	2	2			
27Co	2	8	8	7	2	-	-	-	63Eu	2	8	18	18	7	8	-	-	2	2			
28Ni	2	8	8	8	2	-	-	-	64Gd	2	8	18	18	7	8	-	1	2	2			
29Cu	2	8	8	10	1	-	-	-	65Tb	2	8	18	18	8	8	-	1	2	2			
30Zn	2	8	8	10	2	-	-	-	66Dy	2	8	18	18	10	8	-	-	2	2			
31Ga	2	8	8	10	2	1	-	-	67Ho	2	8	18	18	11	8	-	-	2	2			
32Ge	2	8	8	10	2	2	-	-	68Er	2	8	18	18	12	8	-	-	2	2			
33As	2	8	8	10	2	3	-	-	69Tm	2	8	18	18	13	8	-	-	2	2			
34Se	2	8	8	10	2	4	-	-	70Yb	2	8	18	18	14	8	-	-	2	2			
35Br	3	8	8	10	2	5	-	-	71Lu	2	8	18	18	14	8	-	1	2	2			
36Kr	2	8	8	10	2	6	-	-														

3s, 3p и 3d. Как и в предыдущих случаях, сначала заполняются K – и L – оболочки, а затем в M – оболочке сначала заполняется подоболочка 3s, потом 3p.

Построение M – оболочки начинается с атома натрия Na и заканчивается атомом криптона Kr.

Как видно из табл. 6 инертные газы: Ne – неон, Ar – аргон, Kr – криптон, Xe – ксенон имеют одинаковые внешние оболочки из 8 электронов; во внутренней оболочке щелочных металлов (Li – литий, Na – натрий, K – калий, Rb – рубидий, Cs – цезий, Fr – франций) имеется лишь один s – электрон; во внешней оболочке щелочно-земельных металлов (Be – бериллий, Mg – магний, Ca – кальций, Sr – стронций, Ba – барий, Ra – радий) имеется два s – электрона.

Периодичность свойств химических элементов, открытая Д.И. Менделеевым, связана с периодичностью заполнения оболочек и подоболочек электронов, с номерами мест в них, определяемых квантовыми числами и разрешаемых принципом Паули.

§162. Рентгеновское излучение

В 1895 г. Рентген¹ обнаружил лучи, обладающие большой проникающей способностью, впоследствии названные *рентгеновскими лучами*.

Рентгеновские лучи можно получить с помощью рентгеновской трубки (рис. 132), состоящей из катода 1, фокусирующего цилиндра 2, анода 3 и вакуумированной колбы 4. Катод 1 выполняется из вольфрама в виде спирали. За счет термоэлектронной эмиссии катод испускает электроны,

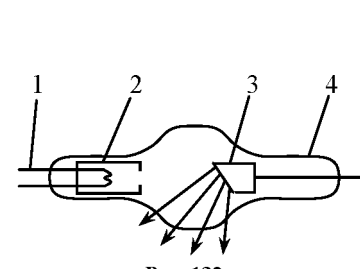


Рис. 132

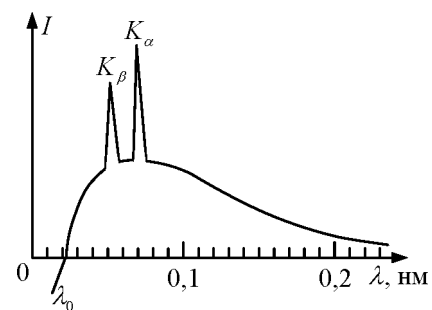


Рис. 133

которые фокусируются цилиндром 2 на металлический анод 3. Между анодом и катодом прикладывается высокое напряжение – десятки киловольт. Давление газа в трубке 4 очень низкое, порядка 10^{-5} мм рт. ст.

Электроны, вырываемые из катода и ускоренные внешним электрическим полем, бомбардируют анод, при этом образуются рентгеновские лучи.

Рентгеновские лучи представляют собой электромагнитные волны с

¹ Вильгельм Конрад Рентген (1845-1923) – немецкий физик.

длиной волны $\lambda \approx (0,1-1)$ нм .

Спектр рентгеновского излучения содержит две компоненты (рис. 133): сплошной спектр, обусловленный торможением электронов (*тормозное излучение*), и отдельные спектральные линии *характеристического излучения* (максимумы K_α и K_β на рис. 133).

Тормозное излучение наблюдается при напряжении U на рентгеновской трубке $\sim (30 \div 50)$ кВ, не зависит от материала анода и определяется энергией бомбардирующих электронов.

Кривая распределения интенсивности I , как видно из рис. 133, обрывается при длине волны λ_0 , которая зависит от приложенного к трубке напряжения:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{eU}, \quad (5.36)$$

где h – постоянная Планка; e – заряд электрона; c – скорость света в вакууме.

При повышении напряжения на трубке наблюдается характеристическое излучение, обусловленное возбуждением внутренних электронных оболочек атомов анода. Характеристическое излучение определяется природой вещества, из которого изготовлен анод.

Г. Мозли¹ установил закон для определения частоты спектральных линий характеристического излучения:

$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (5.37)$$

где ν – частота, соответствующая данной линии; R – постоянная Ридберга; Z – атомный номер химического элемента (вещества анода); σ – постоянная экранирования, принимающая различные значения для каждой серии спектра; $m = 1, 2, 3, \dots$ (определяет серию спектра); n принимает целочисленные значения, начиная с $m+1$ (определяет отдельную линию в соответствующей серии).

С помощью закона Мозли по измеренной длине волны спектральной линии рентгеновского излучения весьма точно определяется атомный номер химического элемента.

Благодаря высокой проникающей способности рентгеновские лучи находят широкое применение в медицине (диагностика и лечение ряда заболеваний), в дефектоскопии изделий, в металловедении при определении структуры кристаллов и т.д.

§163. Индуцированное излучение. Лазеры

Переход атома или молекулы из одного энергетического состояния в другое сопровождается поглощением или излучением квантовой энергии. Такие переходы могут происходить как спонтанно (например, люминесценция), так и под действием внешнего электромагнитного поля. Если квантовая система излучает энергию под действием внешнего электромагнитного поля, то такое излучение называется *индуцированным*. Отличительной чертой индуцированного излучения является то, что оно совпадает по частоте, направлению и поляризации с внешним, падающим на вещество излучением, и когерентно во всем объеме.

Когда квантовая система, через которую проходит электромагнитная волна, находится в термодинамическом равновесии, то населенность нижних энергетических уровней системы больше, чем верхних, и большее число атомов переходит в единицу времени с нижних уровней на верхние, чем наоборот. Хотя вероятности перехода с уровня на уровень при этом в обоих направлениях одинаковы.

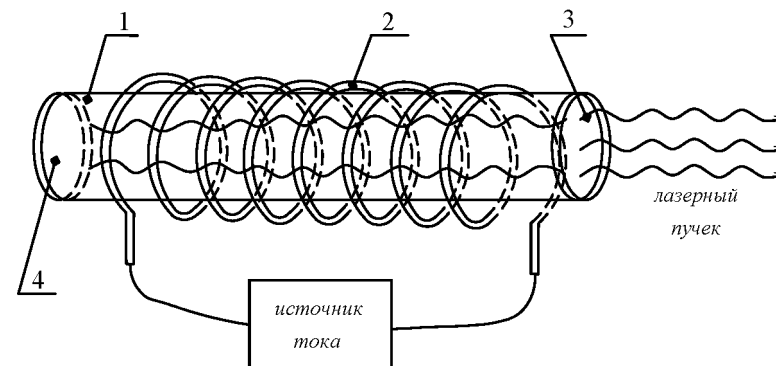


Рис. 134

Если квантовая система находится в возбужденном состоянии, то населенность верхних энергетических уровней значительно больше населенности нижних уровней, в этом случае под влиянием внешнего излучения большее число атомов переходит в единицу времени с верхних уровней на нижние. Этот процесс сопровождается индуцированным излучением.

Состояние системы, при котором число атомов в возбужденном состоянии больше, чем в основном, называется состоянием с *инверсной населенностью*. Для достижения такого состояния используется *оптическая накачка*.

Таким образом, имея возбужденную квантовую систему, можно получить усиление падающего слабого излучения.

¹ Генри Гвин Джефриз Мозли (1887-1915) – английский физик.

Приборы, генерирующие индуцированное излучение, называются *квантовыми генераторами*.

В начале 50-х годов советские физики Н. Г. Басов¹ и А. М. Прохоров², а также независимо от них американский физик Ч. Х. Таунс³ создали первые квантовые генераторы – мазеры, работающие в диапазоне сантиметровых волн. В 1960 г. Т. Г. Мейман⁴ создал первый оптический квантовый генератор – лазер, работающий в видимой области спектра.

Рабочим телом в первом лазере (рис. 134) служил цилиндр 1 диаметром порядка 1 см и длиной 5 см, изготовленный из розового рубина, который представлял собой окись алюминия Al_2O_3 с примесью 0,05% Cr_2O_3 . Плоские торцы цилиндра были тщательно отполированы и параллельны с большой степенью точности. На них наносилось серебряное покрытие таким образом, что торец цилиндра 4 полностью отражал свет, а торец 3 способен пропускать около 10% упавшей на него световой энергии. Рубиновый цилиндр помещался внутри спиральной импульсной лампы 2, дающей яркое излучение. За счет энергии этого излучения происходит возбуждение ионов хрома, которые участвуют в генерации лазерного излучения. Кроме основного состояния 1 (рис. 135) у иона хрома существуют возбужденные состояния 2 и 3. Уровень 2 получил название *метастабильного* уровня, так как время жизни его на несколько порядков больше, чем у обычных состояний, и составляет примерно 10^{-3} с.

Переход в состояние 1 из состояния 2 осуществляется под воздействием внешней электромагнитной волны. Как только несколько атомов осуществят этот переход, они стимулируют вынужденное излучение других атомов, и начинается лазерная генерация.

Для перевода системы в метастабильное состояние используется оптическая накачка. Накачку выполняет ксеноновая лампа – вспышка, излучающая свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Световая энергия от лампы проникает через прозрачный кристалл и переводит ионы хрома из основного состояния 1 в возбужденное состояние 3. Подавляющее число атомов путем безызлучательного перехода попадают на метастабильный уровень 2, в котором живут сравнительно долго. Уровень 2 становится перенасыщенным. Так «накапливается» энергия. Затем происходит вынужденный переход из состояния 2 в состояние 1. Начинают излучаться волны во всех направлениях.

¹ Николай Геннадиевич Басов (1922-2001) – советский физик.

² Александр Михайлович Прохоров (1916-2002) - советский физик.

³ Чарльз Хард Таунс (род. 1915) – американский физик.

⁴ Теодор Гарольд Мейман (род. 1927) – американский физик.

Волна, идущая вдоль цилиндра, многократно отражается от его торцов, так как один из торцов зеркальный, а другой полупрозрачный. Эта волна освобождает энергию, накопленную на метастабильных уровнях, и быстро усиливается. Через полупрозрачный торец из рубина выходит кратковременный импульс красного цвета. Лазерный луч монохроматичен, обладает высокой когерентностью, большой интенсивностью и имеет очень малый (порядок 10^{-5} рад) угол расхождения.

Лазеры используются в технике: для сварки, резки, плавления металлов; в медицине вместо скальпеля; в светолокаторах для измерения расстояний, в голографии как источники света и т.д.

Примеры решения задач

Задача 78. Найдите длину волны де Бройля для: а) электрона, движущегося со скоростью $v = 10^6$ м/с; б) атома водорода, движущегося со среднеквадратичной скоростью при температуре $T = 300$ К; в) шарика массой $m = 1$ г, движущегося со скоростью $v = 1$ см/с.

Дано:

а) $m_0 = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг

$v = 10^6$ м/с

б) $T = 300$ К

$\mu = 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$

в) $m = 10^{-3}$ кг

$v = 10^{-2}$ м/с

$\lambda - ?$

Решение. Длина волны де Бройля определяется по формуле (5.10):

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (1)$$

когда частота нерелятивистская, т.е. скорость движения v гораздо меньше скорости света c .

Масса релятивистской частицы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

и формула (1) примет вид

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1 - v^2/c^2}}{m_0 v}, \quad (2)$$

где m_0 – масса покоя частицы; h – постоянная Планка.

а) Так как скорость электрона v соизмерима со скоростью света c , то для определения λ воспользуемся уравнением (2):

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1 - v^2/c^2}}{m_0 v} = 727 \text{ пм}.$$

б) Среднеквадратичную скорость атома водорода найдем по формуле (2.25):

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = 2733 \text{ м/с},$$

где $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – универсальная газовая постоянная; μ – молярная масса атома водорода.

Так как $\langle v \rangle \ll c$, то длину волны найдем по формуле (1):

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{hN_A}{\mu v} = 146 \text{ пм},$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ – постоянная Авогадро.

в) Так как скорость шарика $v \ll c$, то по формуле (1) найдем $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-29} \text{ м}$. Ввиду малости λ волновые свойства шарика обнаружить невозможно.

Ответ: а) 727 пм, б) 146 пм, в) $6,62 \cdot 10^{-29} \text{ м}$.

Задача 79. Оцените с помощью соотношений неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R = 0,05 \text{ нм}$, со скоростью $v \ll c$.

Дано: $R = 0,5 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ $E_{\text{кmin}} - ?$	Решение. Соотношение неопределенностей для координаты и импульса имеет вид (5.11): $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar, \quad (1)$
--	---

где Δx – неопределенность координаты частицы;

Δp – неопределенность ее импульса; $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ – постоянная Планка.

Электрон движется внутри сферы радиусом R . Можно считать, что электрон будет находиться в пределах области с неопределенностью

$$\Delta x = R. \quad (2)$$

Физически неопределенность импульса Δp не должна превышать значение самого импульса p , т.е.

$$\Delta p \leq p. \quad (3)$$

Для нерелятивистской частицы кинетическая энергия $E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$, а импульс $p = mv$, откуда запишем:

$$p = \sqrt{2mE_{\text{к}}}. \quad (4)$$

Подставив выражения (2)-(4) в уравнение (1), получим

$$Rp \geq \hbar \text{ или } R\sqrt{2mE_{\text{к}}} \geq \hbar. \quad (5)$$

Выполняя подстановку, изменение импульса Δp заменили значением

$$p = \sqrt{2mE_{\text{к}}},$$

так как такая замена не нарушает неравенства.

Из выражения (5) находим

$$E_{\text{к}} \geq \frac{\hbar^2}{2R^2m}. \quad (6)$$

Переходя в уравнении (6) к равенству, определим минимальную кинетическую энергию электрона:

$$E_{\text{кmin}} = \frac{\hbar^2}{2R^2m} = 2,42 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 15 \text{ эВ}.$$

Ответ: $E_{\text{кmin}} = 15 \text{ эВ}$.

Глава 28

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§164. Энергетические зоны металлов, диэлектриков и полупроводников

В отдельном атоме, как было показано ранее, электроны могут занимать вполне определенные (разрешенные) энергетические уровни, образуя дискретный спектр. Самый низкий энергетический уровень соответствует основному состоянию, а более высокие уровни – возбужденным состояниям. В промежутках между энергетическими уровнями значения энергии для электронов запрещены. Состояния электронов в атоме определяются квантовыми числами n , l , m и s . Их принято изображать в виде схемы уровней (рис. 136). На каждом энергетическом уровне, согласно принципу Паули, могут находиться не более двух электронов, имеющих противоположно направленные спины. Заполнение уровней происходит в определенной последовательности: сначала заполняется самый низкий энергетический уровень, затем следующий и т.д. Последний энергетический уровень, заполненный при $T = 0 \text{ К}$, называется валентным. В кристалле разрешенные энергетические уровни расщепля-

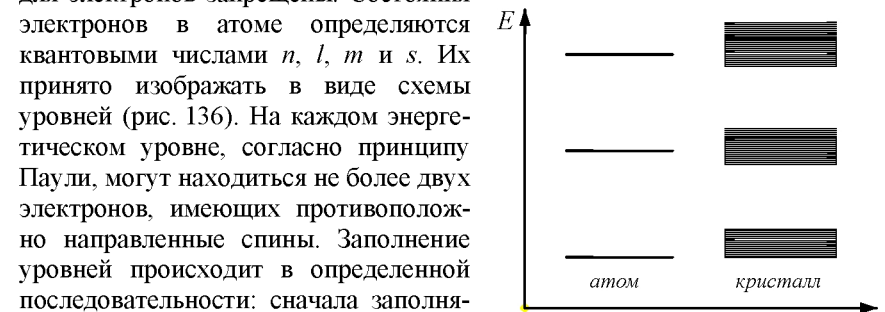


Рис. 136

В кристалле разрешенные энергетические уровни расщепля-

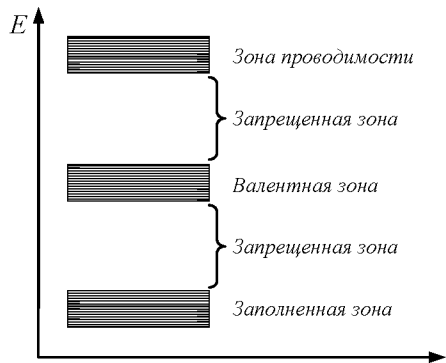


Рис. 137

ются, образуя широкие *зоны*. Внешние электроны оказываются в *валентной зоне*, или в частично заполненной зоне, следующей за валентной, называемой *зоной проводимости*. Между разрешенными зонами расположены *запрещенные зоны*, состоящие из значений энергий, которыми электроны обладать не могут. На рис. 137 показано распределение зон в кристалле.

У диэлектриков валентные зоны заполнены электронами, зона проводимости практически пуста,

а ширина запрещенной зоны ΔE настолько велика (порядка нескольких электрон-вольт), что энергия теплового движения электронов недостаточна для переброски их из валентной зоны в зону проводимости (рис. 138). В полупроводниках валентная зона также полностью заполнена электронами, но ширина запрещенной зоны сравнительно невелика ($\Delta E \sim 1$ эВ) и

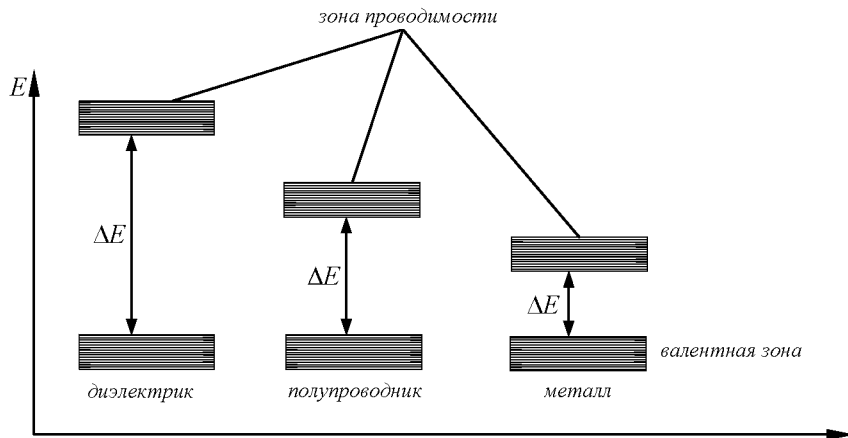


Рис. 138

при нормальных условиях на каждые 10^9 атомов приходится одна пара носителей электрических зарядов, появляющихся под действием света или теплоты.

В металлах валентная зона и зона проводимости расположены так близко, что могут частично перекрываться. Сравнительно небольшая энергия $\Delta E \sim (10^{-23} - 10^{-22})$ эВ способна перевести валентные (свободные)

электроны на более высокие энергетические уровни. Поэтому электроны легко ускоряются электрическим полем и металлы являются хорошими проводниками электрического тока.

Свободные электроны в металлах образуют *электронный газ*, так как их поведение подобно молекулам идеального газа.

Согласно квантовой модели проводимости электроны в металлах подчиняются *распределению Ферми¹-Дирака²*:

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_i - E_F}{kT}\right) + 1} \quad (5.38)$$

где $\langle n_i \rangle$ – среднее число электронов, находящихся на уровне энергии E_i , E_F – энергия (уровень) Ферми; k – постоянная Больцмана; T – температура.

Уровень Ферми E_F – это максимальная энергия, которую могут иметь электроны при абсолютном нуле температуры. Энергия Ферми слабо зависит от температуры:

$$E_F = E_F^0 \left[1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{E_F^0} \right)^2 \right], \quad (5.39)$$

где $E_F^0 = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}}{2m}$ – энергия Ферми при абсолютном нуле температуры; \hbar – постоянная Планка; m – масса электрона; n – концентрация электронов в металле.

Отношение

$$T_F = \frac{E_F}{k}$$

называется *температурой Ферми*. Если $T \ll T_F$, электронный газ называется *вырожденным*, если $T \gg T_F$, то электронный газ называется *невырожденным*. Электронный газ в металлах даже при температурах плавления ($\sim 10^3$ К) является вырожденным. Поэтому электронный газ вносит малый вклад в теплоемкость металлов.

¹ Энрико Ферми (1901 - 1954) – итальянский физик.

² Поль Адриен Морис Дирак (1902 - 1984) – английский физик.

§165. Полупроводники.

Собственная и примесная проводимость полупроводников

По способности проводить электрический ток все вещества делятся на проводники, полупроводники и изоляторы. Металлы являются хорошими проводниками, большинство других веществ (резина, слюда и т.д.) – изоляторы. Вещества, принадлежащие к промежуточной, но резко обособленной категории, называются *полупроводниками*.

Большинство полупроводников – это твердые кристаллические вещества. Ярко выраженными полупроводниками являются кремний и германий.

Электропроводимость чистых (т.е. без примесей) полупроводников называется *собственной*.

Рассмотрим механизм электрической проводимости на примере таких полупроводников, как германий или кремний.

Межатомные связи в любых кристаллах, в том числе и полупроводниковых, осуществляются с помощью валентных электронов, находящихся во внешней электронной оболочке атома.

Германий и кремний являются четырехвалентными элементами, т.е. их внешняя оболочка состоит из четырех электронов. При образовании кристаллов атомы настолько сближаются, что их внешние электронные оболочки перекрывают друг друга. Взаимодействие электронных оболочек приводит к тому, что валентные электроны соседних атомов становятся общими. Эти общие электроны и связывают между собой атомы кремния или германия, образуя *ковалентные* или *парноэлектронные* связи (рис. 139).

При температурах, близких к абсолютному нулю, все валентные электроны в полупроводниках связаны и свободно заряженных частиц (т.е. электронов проводимости) в кристаллах нет. Если поместить такой кристалл в электрическое поле, электрический ток не возникнет. При очень низких температурах чистые полупроводники являются диэлектриками.

При нагревании или облучении чистого полупроводника кинетическая энергия валентных электронов увеличивается и некоторые из парноэлектронных связей разрушаются. В результате этого в полупроводнике появляются свободные электроны. Если валентный электрон становится свободным, то атом, которому он раньше принадлежал, превращается в положительный ион с зарядом, равным по абсолютному значению заряду электрона.

При температурах, близких к абсолютному нулю, все валентные электроны в полупроводниках связаны и свободно заряженных частиц (т.е. электронов проводимости) в кристаллах нет. Если поместить такой кристалл в электрическое поле, электрический ток не возникнет. При очень низких температурах чистые полупроводники являются диэлектриками.

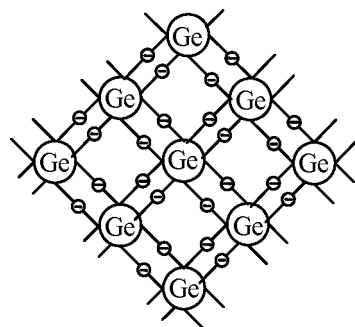


Рис. 139

Вакантные места, появляющиеся в валентных связях после освобождения электрона, называются *дырками*. Так как в чистом полупроводнике дырки появляются одновременно с образованием свободных электронов, то число дырок в нем равно числу свободных электронов.

Образование дырок происходит в результате перехода электрона с верхнего энергетического уровня валентной зоны в зону проводимости.

В отсутствие внешнего электрического поля дырки и свободные электроны движутся в кристалле полупроводника хаотически. При наложении на полупроводник внешнего электрического поля свободные электроны и дырки в нем начинают двигаться упорядоченно: электроны против направления внешнего электрического поля, дырки – по направлению этого поля, что и создает электрический ток.

Итак, собственная электропроводность γ обусловлена отрицательно заряженными электронами и положительными дырками:

$$\gamma = q_e n (U_n + U_p), \quad (5.40)$$

где n – концентрация свободных электронов, равная концентрации дырок; U_n и U_p – собственная подвижность электронов и дырок; q_e – элементарный заряд.

При повышении температуры (или при облучении) число разорванных связей в полупроводнике (а следовательно, число свободных электронов и дырок) увеличивается. Это приводит к уменьшению удельного сопротивления полупроводников. Удельное сопротивление полупроводника может резко уменьшиться при введении в него незначительного количества примесей.

При наличии в полупроводнике примеси в нем, наряду с собственной проводимостью, возникает дополнительная – *примесная проводимость*. Изменяя концентрацию примеси, можно значительно изменить число носителей заряда того или иного знака. Примеси могут служить дополнительным поставщиком электронов в кристаллы полупроводника. Например, в решетке полупроводника один атом германия, имеющий четыре валентных электрона, заменен атомом примеси, который имеет пять валентных электронов (мышьяк, сурьма).

Четыре валентных электрона примесного атома будут участвовать в образовании парноэлектронных связей с соседними атомами германия, а пятый электрон окажется лишним. Этот электрон очень слабо связан со своим атомом, легко может его покинуть и стать свободным электроном. Кристалл полупроводника в этом случае приобретает свободные электроны в основном от атомов примеси.

Примеси, отдающие электроны, называются *донорными*. В полупроводнике с донорной примесью основным носителем тока являются электроны. Под действием электрического поля эти электроны приходят в

упорядоченное движение и в полупроводнике возникает электронная примесная проводимость. Полупроводники с такой проводимостью называются электронными или полупроводниками *n*-типа (*n* – начальная буква слова negative, т.е. отрицательный).

Если в качестве примеси взять трехвалентный химический элемент (индий, бор, алюминий), то трехвалентный атом примеси своими электронами может заполнить лишь три валентные связи с соседними атомами. Возникает недостаток одного электрона для образования всех парноэлектронных связей в решетке четырехвалентного германия. Незаполненная валентная связь будет дыркой. Сюда может перейти валентный электрон от соседнего основного атома. При этом трехвалентный атом станет отрицательным ионом, а у соседнего атома, потерявшего электрон, возникнет положительная дырка, которая, в свою очередь, может быть заполнена электроном от следующего соседнего атома решетки, и т.д.

Таким образом, трехвалентная примесь отнимает у решетки электроны, создавая дырки. Под действием электрического поля дырки переме-

проводимости. Электроны на этом уровне легко приобретают дополнительную энергию и переходят в зону проводимости. В полупроводниках *p*-типа акцепторные уровни расположены немного выше потолка валентной зоны и электроны валентной зоны могут легко переходить на них. В результате образуются положительно заряженные дырки (светлые кружки на рис. 140,б). При заполнении дырки электроном она перемещается.

Итак, примесная проводимость в полупроводниках *n*-типа обусловлена движением электронов, а в полупроводниках *p*-типа – дырок. С увеличением температуры *T* подвижность электронов и дырок уменьшается, электропроводимость γ легированных полупроводников растет за счет увеличения концентрации носителей зарядов:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-b/T}, \quad (5.41)$$

где γ_0 – удельная проводимость при 0°C; *b* – постоянная, зависящая от материала; *e* – основание натуральных логарифмов.

§166. Полупроводниковый диод и транзистор

Основным элементом большинства полупроводниковых приборов является электронно-дырочный (*n-p*) переход, который образуется в полупроводниковом кристалле на границе между областями с электронной и дырочной проводимостью. Это может быть кристалл германия, у которого одна половина содержит донорную примесь, являясь полупроводником *n*-типа, а другая – акцепторную, представляя собой полупроводник *p*-типа.

Благодаря тепловому движению будет происходить взаимная диффузия основных носителей тока через контакт полупроводников. В результате на границе электронно-дырочного перехода образуется *запирающий электрический слой*. Электрическое поле запирающего слоя препятствует дальнейшему переходу электронов и дырок через границу раздела полупроводников (рис. 141,а).

Внешнее электрическое поле влияет на сопротивление запирающего электрического слоя.

Если *n*-полупроводник подключить к отрицательному полюсу источника тока, а плюс источника соединить с *p*-полупроводником, электрическое поле источника будет перемещать основные носители тока в каждой из областей к границе раздела полупроводников. Напряженность электрического поля запирающего слоя уменьшится. Через контакт будет проходить электрический ток. Такое включение *n-p* перехода называется *прямым* (пропускным).

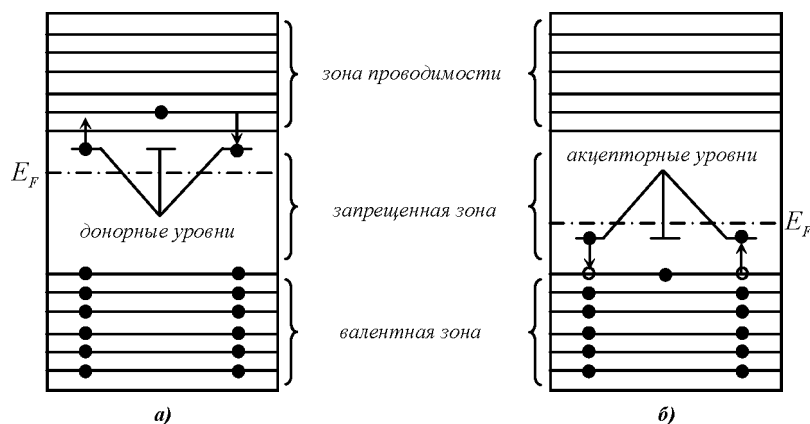


Рис. 140

щаются по направлению поля, и в полупроводнике возникает дырочная примесная проводимость.

Примеси, которые приводят к дырочной примесной проводимости, называются *акцепторными*. Присутствие в кристалле акцепторной примеси создает большую концентрацию дырок, которые становятся основными носителями тока. Полупроводники с преобладанием дырочной проводимости называются проводниками *p*-типа (*p* – начальная буква слова positive, т.е. положительный).

В легированных полупроводниках примеси создают дополнительные энергетические состояния между зонами. В полупроводнике *n*-типа (рис. 140,а) донорные энергетические уровни расположены ниже дна зоны

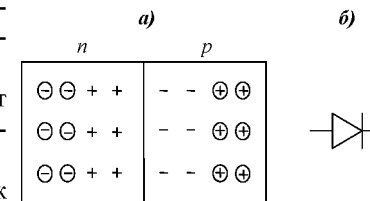


Рис. 141

Если n -полупроводник соединить с положительным полюсом источника, а p -полупроводник – с отрицательным, основные носители тока под действием электрического поля источника будут перемещаться от границы контакта в противоположные стороны. Напряженность поля $n-p$ перехода увеличивается, а сопротивление приконтактной области значительно возрастает. При таком направлении внешнего поля электрический ток через $n-p$ переход практически не проходит. Такое включение $n-p$ перехода называется *обратным* (запирающим).

Таким образом, контакт двух полупроводников с различными видами проводимости обладает свойством хорошо проводить ток в одном направлении и очень плохо в противоположном. Поэтому полупроводник с одним $n-p$ переходом называют полупроводниковым диодом и используют в выпрямителях переменного тока.

На протяжении половины периода, когда потенциал p -полупроводника положителен, ток свободно проходит через $n-p$ переход. В следующую половину периода ток равен нулю.

Схематическое изображение *диода* показано на рис. 141,б. Полупроводниковые диоды обладают рядом преимуществ перед электронными двухэлектродными лампами (экономия энергии, миниатюрность и т.д.), что позволяет широко использовать их в различных электрических схемах, радио-, теле- и видеоаппаратуре, в электронно-вычислительных машинах и т.д.

Полупроводниковое устройство с двумя электронно-дырочными переходами называют *транзистором* (триод).

С помощью соответствующих примесей в кристаллах германия или кремния создают три области:

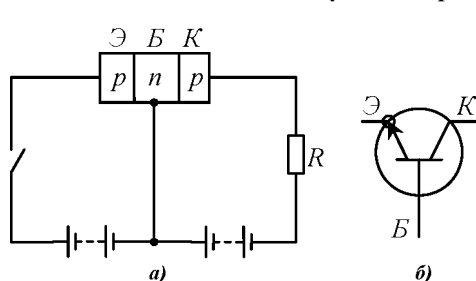


Рис. 142

между двумя областями с проводимостью p -типа создается слой с проводимостью n -типа. Эту тонкую прослойку называют *базой* (Б) (рис. 142,а). Одна из разделенных базой областей называется *эмиттером* (Э), а вторая – *коллектором* (К). Таким образом, между эмиттером и базой, а также коллектором и базой создаются два $p-n$ перехода, пропускные направления которых противоположны.

На рис. 142,б показано условное обозначение транзистора. Оба $p-n$ перехода соединены с двумя источниками тока (рис. 142,а). При этом переход «эмиттер-база» включен в прямом (пропускном), а переход «кол-

лектор-база» в обратном (запирающем) направлении. При создании напряжения между эмиттером Э и базой Б основные носители эмиттера (дырки) переходят из него в базу, создавая ток в этой цепи.

Так как толщина базы очень мала, попавшие в неё дырки не объединяются с электронами базы и проникают в коллектор К. В коллекторе дырки увлекаются электрическим полем и замыкают цепь. Сила тока в коллекторе приблизительно равна силе тока в эмиттере. Поэтому при изменении силы тока в цепи эмиттера с помощью источника переменного напряжения одновременно во столько же раз изменяется сила тока в цепи коллектора.

Эту особенность действия транзистора используют для управления током в цепи коллектора. Для этого в цепь коллектора включают резистор R с большим сопротивлением. Тогда *небольшие изменения напряжения в цепи эмиттера могут вызвать значительные изменения напряжения на резисторе*. Это означает усиление напряжения. Следовательно, транзисторы можно использовать для усиления напряжения и мощности, т. е. для преобразования малых сигналов в большие.

§167. Термоэлектрические явления

К термоэлектрическим относятся явления Зеебека¹, Пельтье² и Томсона³.

Явление Зеебека: в замкнутой электрической цепи, состоящей из двух разнородных проводников АСВ и АDB (рис. 143), спаи которых А и В находятся при различных температурах (допустим, что $T_1 > T_2$), возникает электрический ток I . Следовательно, в электрической цепи появляется *термоэлектродвижущая сила*, пропорциональная разности температур спаев:

$$E_T = \alpha(T_1 - T_2), \quad (5.42)$$

где α – удельная термо-ЭДС, значение которой постоянно для данной пары металлов или полупроводников.

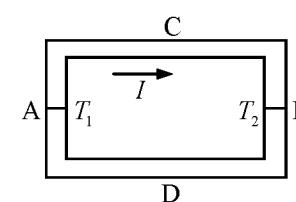


Рис. 143

Возникающая термо-ЭДС обусловлена зависимостью уровня Ферми от температуры и диффузией электронов (или дырок). Два разнородных металла, приводимые в соприкосновение, могут иметь различные значения уровней Ферми, в связи с чем в металлах возникает *внутренняя кон-*

¹ Томас Иоганн Зеебек (1770 – 1831) – немецкий физик.

² Жан Шарль Пельтье (1785 – 1845) – французский физик.

³ Уильям Томсон (Кельвин) (1824 – 1907) – английский физик.

тактная разность потенциалов:

$$\Delta\varphi = \frac{E_{F1} - E_{F2}}{e}, \quad (5.43)$$

где E_{F1} и E_{F2} – уровни Ферми первого и второго металлов; e – заряд электрона.

Как видно из уравнения (5.39), различия в уровнях Ферми, приводящие к возникновению внутренней контактной разности потенциалов, объясняются неодинаковой концентрацией электронов в металлах.

При различных температурах спаев двух металлов также возникает диффузия более быстрых электронов к холодному спаю, а более медленных к нагретому. Это объясняется тем, что концентрация электронов с энергией $E > E_F$ у нагретого спаю больше, чем у холодного, а концентрация электронов с $E < E_F$, наоборот, у нагретого спаю будет меньше. Образование градиента концентрации вызывает диффузию электронов, в результате которой у холодного спаю окажется больше электронов, чем у горячего.

Явление Зеебека используется при термопарных измерениях температуры. Термопара изготавливается из двух металлических проволок 1 и 2, концы которых в точках А и В спаиваются (рис. 144). Один спай помещают в среду, температуру которой необходимо измерить, а другой поддерживается при постоянной температуре (комнатной или 0°C). Возникший термоток измеряют чувствительным микроамперметром. Предварительно проводится градуировка термопары. Термопарные измерения позволяют определить температуру с точностью до сотых долей градуса.

Явление Пельтье обратное явлению Зеебека: при пропускании электрического тока по цепи, состоящей из двух разнородных металлов или полупроводников, один спай нагревается, а другой – охлаждается. Температуры спаев оказываются различны. Количество теплоты, выделившейся (или поглощенной) спаем:

$$Q = \Pi It, \quad (5.44)$$

где Π – коэффициент Пельтье; I – сила тока; t – время.

Явление Пельтье используется в термоэлектрических полупроводниковых холодильниках.

Если по проводнику, нагретому *неравномерно*, пропускать электрический ток, то в проводнике происходит дополнительное выделение (или поглощение) теплоты, аналогичной теплоте Пельтье. Это явление Томсона.

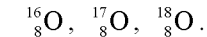
Глава 29

ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

§168. Структура ядра атома

Согласно современным представлениям атомное ядро состоит из *нуклонов*: протонов и нейтронов. Протон имеет положительный заряд, равный по величине заряду электрона. Масса протона $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг примерно в 1840 раз больше массы электрона. Нейтрон не имеет электрического заряда, а масса нейтрона приблизительно равна массе протона $m_n = 1,6750 \cdot 10^{-27}$ кг.

Количество нуклонов в ядре определяется *массовым числом* M (округленное значение атомной массы химического элемента), а число протонов $N_p = Z$ – *рядовым числом*, равным порядковому номеру элемента в периодической системе Д.И. Менделеева. Число нейтронов в ядре атома $N_n = M - Z$. Атомы одного и того же химического элемента, отличающиеся друг от друга числом нейтронов в их ядрах, называются *изотопами* данного элемента. Существуют, например, три стабильных изотопа кислорода. Принята условные символические обозначения химических элементов ${}^M_Z X$ и элементарных частиц: ${}^1_1 p$ – протон, ${}^1_0 n$ – нейтрон, ${}^{-1}_{-1} e$ – электрон и т.д. Изотопы кислорода, например, обозначаются:



Приблизительно размеры ядер впервые были определены Резерфордом в опытах по рассеянию α -частиц. Оказалось, что ядра имеют примерно сферическую форму, причем радиус возрастает в зависимости от массового числа M и может быть рассчитан по приближенной формуле:

$$r \approx 1,2 \cdot 10^{-15} \cdot M^{1/3}, \text{ м.}$$

Массы ядер принято измерять в атомных единицах массы (а.е.м.). Масса нейтрального атома углерода ${}^{12}_6 \text{C}$ принята за 12 а.е.м. Массы также выражают в единицах энергии электрон-вольтах (эВ). Согласно формуле Эйнштейна $E = mc^2$ масса и энергия взаимосвязаны. 1 а.е.м. = $1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг = $931,5016 \frac{\text{МэВ}}{c^2}$. Утверждение о том, что масса частицы равна 1 МэВ, эквивалентно тому, что масса равна

$10^6 \frac{\text{эВ}}{c^2} = 1,78 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$. Массы покоя некоторых частиц приведены в табл. 7.

Таблица 7.

Частица	Масса покоя		
	кг	а.е.м	МэВ
Электрон	$9,1095 \cdot 10^{-31}$	0,00054858	0,51100
Протон	$1,67256 \cdot 10^{-27}$	1,007276	938,28
Атом ^1_1H	$1,67356 \cdot 10^{-27}$	1,007825	938,79
Нейтрон	$1,67500 \cdot 10^{-27}$	1,008665	939,57

§169. Ядерные силы. Энергия связи атомных ядер

Ядро атома состоит из одноименно заряженных и нейтральных частиц. На первый взгляд, ядро атома должно разлететься на отдельные частицы. Однако этого не происходит. Ядра атомов устойчивы, а значит, они удерживаются какими-то силами. *Ядерные силы*, как принято их называть, отличаются от всех других известных сил. Они не являются электромагнитными силами, так как в ядре есть нейтральные частицы. Но это и не гравитационные силы, поскольку ядерные силы весьма велики. Это самые мощные силы, которые наблюдаются в природе. Их величина примерно в 10^3 раз больше сил кулоновского взаимодействия, поэтому взаимодействие частиц в ядре атома называют *сильными взаимодействиями*.

Ядерные силы, действующие между двумя протонами или между двумя нейтронами, или между протоном и нейтроном, имеют одинаковую величину. В этом смысле протон и нейтрон не отличаются друг от друга и могут считаться двумя состояниями одной частицы – нуклона. Их называют *короткодействующими силами*, так как радиус их действия порядка 10^{-15} м . В отличие от кулоновских, ядерные силы не являются центральными.

Масса покоя ядра

$$m_{\text{я}} = m_{\text{а}} - Zm_e \quad (5.45)$$

всегда меньше суммы масс образующих ядро нуклонов на величину Δm , называемую дефектом масс и определяемую выражением

$$\Delta m = Zm_p + (M - Z)m_n - m_{\text{я}}, \quad (5.46)$$

где $m_{\text{а}}$ – масса покоя нейтрального атома; m_p , m_n – массы покоя свободного протона и нейтрона соответственно; m_e – масса электрона.

Энергия, необходимая для полного расщепления ядра на нуклоны, называется *энергией связи ядра*. Энергию связи E_c рассчитывают по формуле

$$E_c = \Delta m \cdot c^2, \quad (5.47)$$

где c – скорость света в вакууме; Δm – дефект масс.

Энергия связи сравнительно велика. Так, например, для ядра гелия она составляет 28,4 МэВ. В расчете на один нуклон приходится энергия связи 7,1 МэВ. Энергия связи валентных электронов в атомах порядка 10 эВ, т.е. в миллион раз меньше.

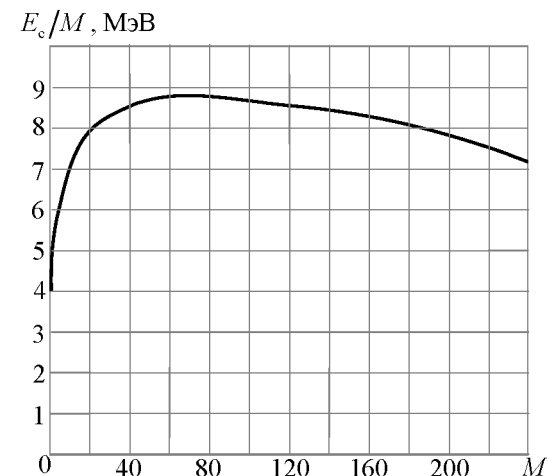


Рис. 145

Удельной энергией связи называется полная энергия связи, деленная на число нуклонов в ядре, т.е. $\frac{E_c}{M}$. Например, для гелия она составляет

$$\frac{28,3}{4} \text{ МэВ} = 7,1 \text{ МэВ}.$$

На рис. 145 показана зависимость удельной энергии связи для *стабильных ядер*. Под стабильным понимается ядро, существующее сколь угодно долго. С ростом массового числа M происходит увеличение удельной энергии связи, при $M \approx 50$ кривая выходит на насыщение, а затем с ростом M медленно снижается. Это означает, что более тяжелые ядра оказываются менее прочными.

§170. Радиоактивность

Радиоактивность – это спонтанное превращение атомных ядер одного химического элемента в ядра другого, сопровождающееся излучением и испусканием элементарных частиц.

Явление радиоактивности было открыто в конце девятнадцатого века Беккерелем¹. Некоторые вещества (полоний, уран, радий и др.) самопроизвольно и непрерывно излучают частицы, которые обладают высокой проникающей способностью. Такое излучение назвали *радиоактивным*.

Радиоактивное излучение сильно ионизирует газы, оказывает воздействие на биологические объекты, проникает через непрозрачные предметы. При воздействии электрического или магнитного полей поток радиоактивного излучения делится на три части: α – частицы, β – частицы, γ – лучи. α – и β – частицы отклоняются в электрическом и магнитном полях в разные стороны. Следовательно, они несут заряды противоположных знаков, γ – лучи не отклоняются. Исследования показали, что β – частицы – поток электронов, движущихся с огромной скоростью, близкой к скорости света; α – частицы – ядра атома гелия, которые движутся со скоростью порядка 10^7 м/с; γ – лучи – электромагнитные волны с очень короткой длиной волны ($\lambda \leq 10^{-10}$ м). Таким образом, к радиоактивным процессам относятся: α – распад, β – распад, γ – излучение ядер и др.

Радиоактивное излучение связано с процессами, происходящими внутри ядра атома. Ядра радиоактивных элементов превращаются в другие ядра. Происходит радиоактивный распад ядер.

Альфа-распад протекает по схеме



При α – распаде из материнского ядра (обозначенного в (5.48) буквой X) образуется дочернее ядро Y. При этом выделяется α – частица – ядро атома гелия. Например, при α – распаде радий превращается в радон:



Альфа-распад обусловлен тем, что у тяжелых ядер сильное ядерное взаимодействие, проявляющееся между соседними нуклонами, не может противостоять силам кулоновского отталкивания протонов. Энергия связи радиоактивного ядра слишком мала, чтобы ядро было стабильным.

Бета-распад протекает по схеме



Дочернее ядро имеет атомный номер на единицу больше, чем материнское. При β – распаде наряду с электроном испускается антинейтрино $\bar{\nu}$. *Нейтрино* и *антинейтрино* имеют нулевой заряд и нулевую массу покоя. Например, β – распад ядра ${}^{14}_6 \text{C}$ происходит следующим образом:



В β – распаде решающую роль играет *слабое взаимодействие*. β – распад сопровождается испусканием γ – лучей.

Гамма-излучение представляет собой фотоны, обладающие высокой энергией. Поскольку γ – излучение не имеет электрического заряда, то при γ – распаде не происходит превращения одного химического элемента в другой.

При радиоактивном распаде выполняются классические законы сохранения. Энергия, импульс, момент импульса и электрический заряд после распада остаются такими же, как до распада. Помимо этого действует еще *закон сохранения числа нуклонов*: полное число нуклонов M остается неизменным при любом радиоактивном распаде.

§171. Закон радиоактивного распада

Процесс радиоактивного распада является случайным процессом, поэтому точно предсказать, когда произойдет распад, невозможно. Однако можно приближенно определить число ядер, распадающихся за данный промежуток времени.

Пусть число распадов dN , происходящих за очень короткий промежуток времени dt , пропорционально dt и полному числу радиоактивных ядер N :

$$dN = -\lambda N dt. \quad (5.52)$$

Коэффициент пропорциональности λ называется *постоянной распада*. Знак минус указывает на то, что число N уменьшается.

Интегрируя уравнение (5.52):

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt,$$

получим

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (5.53)$$

где N_0 – количество нераспавшихся ядер в начальный момент времени $t = 0$; N – число нераспавшихся ядер в момент времени t .

Уравнение (5.53) выражает *закон радиоактивного распада*, согласно которому число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспоненциальному закону.

Скорость распада характеризуется *периодом полураспада* $T_{1/2}$. Период полураспада – это промежуток времени, за который распадается половина исходного количества ядер. Если принять $N = N_0/2$ при $t = T$, то из уравнения (5.53) получим

¹ Антуан Анри Беккерель (1852 - 1908) – французский физик.

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T} \text{ или } T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (5.54)$$

Период полураспада известных радиоактивных элементов изменяется в диапазоне от 10^{-22} до 10^{28} с, т.е. до 10^{21} лет.

Число распадов, происходящих в радиоактивном элементе за единицу времени, называется *активностью вещества*.

Пусть за промежуток времени dt распадается dN ядер. Используя выражение (5.52), получим

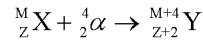
$$|dN| = \lambda N dt. \quad (5.55)$$

Активность радиоактивного вещества равна произведению постоянной распада на количество нераспавшихся в веществе ядер.

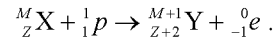
Единицей активности в СИ является беккерель (Бк), равный одному распаду в секунду.

§172. Ядерные реакции. Ядерный реактор

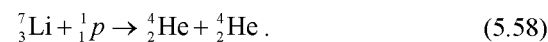
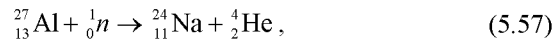
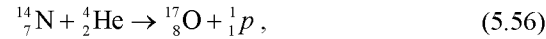
Ядерными реакциями называют изменения ядер атомов при их взаимодействии друг с другом или элементарными частицами. Эти реакции символически записываются в виде



или



В ядерных реакциях выполняются законы сохранения электрического заряда и числа нуклонов, например:



Если энергия покоя ядер и элементарных частиц после реакции больше, чем до реакции, то реакция протекает с поглощением энергии, если меньше, то энергия выделяется в результате реакции. Например, при бомбардировке атома азота α – частицами (реакция (5.56)) часть энергии переходит во внутреннюю энергию вновь образовавшегося ядра атома кислорода.

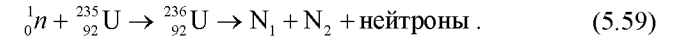
Исследуя искусственные превращения элементов Э. Ферми показал, что нейтроны наиболее эффективны для инициирования ядерных реакций. Нейтроны электронейтральны, поэтому не отталкиваются положительно заряженным ядром и вероятность реакции у них гораздо выше, чем у протонов или α – частиц.

При попадании нейтрона в ядра некоторых тяжелых элементов (уран,

плутоний и др.) ядра делятся обычно на осколки неравной массы, образуя 2–3 нейтрона. Такой распад тяжелого ядра называется *ядерной реакцией деления*.

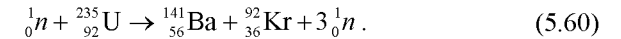
Образовавшиеся в результате реакции ядра-осколки и нейтроны разлетаются с огромными скоростями, происходит деление ядра атома, сопровождаемое γ – излучением. При распаде ядра образуются новые элементы: барий, стронций, криптон и другие.

Реакцию деления записывают в виде



где N_1 и N_2 – ядра, образовавшиеся в результате реакции, называемые *осколками деления*.

Процесс деления протекает очень быстро, промежуточное ядро ${}_{92}^{236} U$ существует порядка 10^{-12} с. Типичной реакцией деления является:



В реакции деления высвобождается огромная энергия, т.к. масса ядра ${}_{92}^{235} U$ существенно больше суммарной массы осколков деления.

Нейтроны, образовавшиеся в результате реакции, попадая в другие ядра, могут вызвать *цепную реакцию деления*. При цепной реакции можно получить огромное количество энергии.

Цепная реакция осуществляется в атомной бомбе. Если масса урана ${}_{92}^{235} U$ или плутония ${}_{94}^{239} Pu$ больше *критической*, нейтроны быстро размножаются, и в результате цепной реакции происходит взрыв.

Управляемые цепные реакции реализованы в *ядерных реакторах*.

Схема гетерогенного уранового реактора на тепловых нейтронах показана на рис. 146. В активной зоне реактора расположены тепловыделяющие урановые элементы 1 и графитовый замедлитель 2, в котором скорости нейтронов уменьшаются. Стержни 3 с примесью кадмия или бора

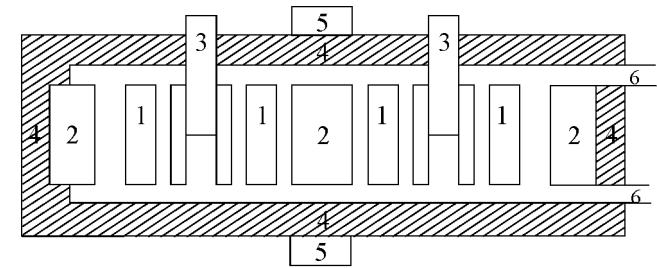


Рис. 146

сильно поглощают нейтроны и служат для регулирования скорости реакции и для аварийной остановки реактора. При опускании стержней 3 в

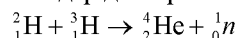
реактор уменьшается количество нейтронов, при поднятии – увеличивается. Автоматическое устройство управления стержнями позволяет регулировать мощность реактора.

Тепловыделяющие элементы (твэлы) представляют собой стержни из ядерного топлива, заключенные в оболочку, слабо поглощающую нейтроны. Отражатель нейтронов 4 окружает активную зону реактора и служит для уменьшения их утечки. Количество нейтронов контролируется с помощью счетчика 5. Тепло, выделяющееся в твэлах при делении ядер, передается теплоносителю, который насосами прокачивается по каналам 6. Теплоноситель переносит энергию от твэлов к газовой турбине или к электрогенератору (в зависимости от назначения реактора), в которых происходит ее дальнейшее преобразование в механическую или электрическую энергию. В качестве теплоносителей применяется вода, водяной пар, воздух, щелочные металлы, гелий, углекислый газ.

Ядерные реакторы используются для выработки новых делящихся материалов, радионуклидов, в атомных электростанциях, в качестве источников энергии двигателей судов, космических аппаратов и т.д.

Термоядерной реакцией синтеза называется процесс слияния легких ядер в одно ядро (ядерный синтез). Термоядерные реакции протекают при высоких температурах порядка $(10^7 - 10^8)$ К с выделением огромного количества энергии. Их осуществление даст человечеству неисчерпаемый запас энергии.

Так, например, при слиянии ядер дейтерия и трития



выделяется энергия 17,6 МэВ (или 3,5 МэВ на каждый нуклон). При соединении одного атома углерода с двумя атомами кислорода (сгорание угля с образованием углекислого газа) выделяется энергия порядка 5 эВ. В нашем примере при ядерном синтезе выделится энергии примерно в 3,5 миллиона раз больше, чем при сгорании каменного угля.

При делении урана выделяется энергии 0,85 МэВ на нуклон, т.е. в 4 раза меньше.

Однако осуществить управляемую термоядерную реакцию очень трудно. Для этого необходимо научиться получать очень высокие температуры и удерживать образовавшуюся плазму в заданном объеме.

Работы по осуществлению ядерного синтеза ведутся в нескольких направлениях. Одним из перспективных является создание установок «токамак», в которых плазма удерживается магнитным полем. Разрабатываются также установки с использованием мощных импульсных лазеров.

§173. Методы регистрации ионизирующих излучений

Радиоактивное излучение обладает сильным ионизирующим действием.

Это свойство излучения используется в *счетчике Гейгера-Мюллера* для регистрации β -частиц и γ -квантов. Счетчик Гейгера-Мюллера представляет собой металлическую трубку, вдоль оси которой натянута тонкая, изолированная от трубки вольфрамовая проволока. Трубка заполняется разреженным газом. Между проволокой-анодом и трубкой поддерживается высокое напряжение, примерно 1 кВ. Бета-частица или γ -квант, попав в газовую среду, ионизируя газ, создает свободные электроны, которые под действием электрического поля устремляются к аноду. Разрядные процессы внутри трубки регистрируются электронными счетными схемами.

В *цинтилляционных счетчиках* используются специальные кристаллы, в которых энергия элементарных частиц или γ -квантов переходит в энергию световых квантов. Вспышки света, возникающие в кристалле, усиливаются специальными фотоэлектронными умножителями и регистрируются электронными схемами.

В *камере Вильсона* траектория движения частиц видна непосредственно и может быть сфотографирована. Камера наполняется перенасыщенными парами жидкости (вода, спирт и т.д.). Через специальное отверстие в камеру проникают исследуемые частицы. Пролетая в камере, частицы на своем пути создают ионы. Перенасыщенный пар, конденсируясь на ионах, образует капельки жидкости, в результате чего наблюдаются *треки* – следы движущихся частиц.

Для регистрации частиц используется также *фотоэмульсионный метод*. Ионизирующее излучение действует на эмульсию фотопластинки, образуя скрытое изображение. При проявлении фотопластинки виден трек частицы.

§174. Дозиметрия. Дозы облучений

Прохождение α - и β -частиц, а также γ - и R -излучения (рентгеновского) через ткани живых существ оказывает сильное поражающее действие. Количественной оценкой действия ионизирующего излучения на вещество и живые организмы занимается *дозиметрия*.

Поглощенной дозой излучения D называется физическая величина, равная отношению энергии ионизирующего излучения ΔW , переданной элементу облученного вещества, к массе Δm этого элемента:

$$D = \frac{\Delta W}{\Delta m} . \quad (5.61)$$

Единицей поглощенной дозы является грей (Гр). 1 Гр – это доза излучения, при которой веществу массой 1 кг передается энергия ионизирующего излучения 1 Дж:

$$[D] = 1 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}} = 1 \text{ Гр} .$$

Поглощенную дозу практически оценить трудно, поэтому вводится

понятие *экспозиционной дозы* фотонного облучения D_0 , оцениваемой по ионизирующему действию излучения на воздух. Единицей экспозиционной дозы облучения является $[D_0] = 1 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$ – это доза фотонного излучения,

при которой сумма электрических зарядов всех ионов одного знака, созданного электронами, освобожденными в облученном воздухе массой 1 кг при полном использовании ионизирующей способности электронов, равна 1 Кл.

Ранее экспозиционная доза измерялась в рентгенах (Р), а поглощенная доза в радах (рад):

$$1 \text{ Р} = 258 \frac{\text{мкКл}}{\text{кг}}, \quad 1 \text{ рад} = 0,01 \text{ Гр}.$$

Действие ядерных излучений на живой организм определяется не только дозой облучения, но и природой ионизирующих частиц. Альфа-частицы, протоны, нейтроны, быстрые ионы производят больше физиологических нарушений в организме, чем β -частицы, γ - и R -лучи. Особенно опасны потоки нейтронов.

Для оценки биологического воздействия излучения вводится понятие *биологической дозы* D_6 , которая связана с экспозиционной дозой D_0 следующим соотношением:

$$D_6 = D_0 \cdot \text{ОБЭ}. \quad (5.62)$$

где ОБЭ – опытный коэффициент, называемый *относительной биологической эффективностью*.

ОБЭ показывает, во сколько раз действие данного излучения на живую ткань превышает действие γ - или R -лучей, если при их поглощении выделяется одинаковое количество энергии. В табл. 8 приводятся приближенные значения ОБЭ для различных видов излучения.

При воздействии на организм разных видов излучения, результирующий эффект определяется суммой биологических доз.

Таблица 8

Вид излучения	ОБЭ
R-, γ - и β - излучение	1
Медленные нейтроны	5
Быстрые нейтроны	10
Протоны	10
α -частицы	20
Осколки деления	20

Облучение организма разделяют на *внешнее* и *внутреннее*. Ядерные взрывы, ядерные реакторы, рентгеновские установки, горные породы, радиоактивные лечебные воды, космические лучи – это источники внешнего

облучения. Внутреннее облучение обусловлено долгоживущими радиоактивными элементами естественного происхождения ($^{14}_6\text{C}$, $^{40}_{19}\text{K}$, $^{226}_{88}\text{Ra}$), входящими в состав пищи и попавшими внутрь организма при аварийных ситуациях.

Естественный фон радиации составляет в среднем 25 мкКл/кг в год. Предельно допустимая индивидуальная доза не должна превышать 1,3 мКл/кг в год. Опасной для жизни человека считается доза (75 ÷ 150) мКл/кг, полученная при одновременном облучении всего организма.

От внешнего α -излучения можно защититься тонким слоем вещества (в том числе и воздуха), так как частицы из-за малого пробега легко поглощаются. Гораздо опаснее попадание α -частиц внутрь организма.

Для защиты от γ - , R -лучей и нейтронных потоков применяются толстые поглощающие экраны из свинца, железа, бетона, кирпича.

При радиоактивном загрязнении среды особую опасность представляет β -активный стронций $^{90}_{38}\text{Sr}$, период полураспада которого $T = 28$ лет. Попадая в организм через воду, растения или продукты, радиоактивный стронций накапливается в организме и становится источником длительно облучения костного мозга.

Считается, что даже малые дозы излучения повышают вероятность раковых заболеваний и генетических изменений, поэтому дозы облучения организма следует свести к минимуму.

§175. Элементарные частицы. Фундаментальные взаимодействия

Элементарными называются мельчайшие частицы материи за исключением атомных ядер с массовым числом больше единицы.

Мы уже описывали некоторые элементарные частицы: *фотоны* – кванты электромагнитного излучения, *протоны* и *нейтроны*, входящие в состав ядра атома, *электроны*, образующие электронную оболочку атома.

В настоящее время известно свыше 500 элементарных частиц. Многие из них возникают при взаимодействии космических лучей с земной атмосферой. Элементарные частицы регистрируются в экспериментах на ускорителях по расщеплению атомных ядер, по рассеянию пучков частиц.

Большинство элементарных частиц имеют очень короткое время жизни: миллионные доли секунды даже при отсутствии внешнего воздействия. *Стабильными* частицами являются: *фотон*, *электрон*, *протон* и *нейтрино*. Но и фотон, испущенный, например, нагретым телом, живёт порядка 10^{-8} с, а потом поглощается другим телом. Бессмертными можно

считать только нейтрино, так как они слабо взаимодействуют с другими частицами.

Все элементарные частицы превращаются друг в друга. При взаимодействии двух частиц наблюдаются также превращения их в другие частицы, которые не входили в состав исходных, а рождаются в момент взаимодействия. Такая *взаимопревращаемость* частиц является их отличительным свойством.

У всех элементарных частиц существуют *античастицы*, которые обладают противоположным электрическим зарядом и магнитным моментом. При столкновении частицы с античастицей происходит их *аннигиляция*: частицы превращаются в γ – излучение или в более лёгкие частицы других типов. Например, при взаимодействии электрона и *позитрона* рождается два фотона:

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma.^1$$

Процесс, обратный аннигиляции, называется *процессом образования пар*:

$$\gamma + X \rightarrow X + e^+ + e^-.$$

В этом процессе позитрон образуется вместе с электроном при столкновении жёсткого γ – кванта с ядром атома.

Считается, что механизм всех взаимодействий обменный: частица испускает или поглощает другую частицу. При этом силы, возникающие между двумя частицами, являются результатом их обмена промежуточной частицей, которая называется *переносчиком взаимодействия*.

При превращении элементарных частиц выполняются законы сохранения энергии, массы, импульса, электрического заряда и др.

Элементарные частицы принято классифицировать по их отношению к различным типам *фундаментальных взаимодействий*.

Различают четыре типа фундаментальных взаимодействий: сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное. *Сильное взаимодействие* обеспечивает существование атомных ядер и проявляется в действии ядерных сил. *Электромагнитное взаимодействие* обуславливает существование атомов, молекул и макротел. *Слабое взаимодействие* характерно для всех элементарных частиц, кроме фотона. *Гравитационное взаимодействие* проявляется в виде сил всемирного тяготения.

Если принять за 1 интенсивность сильного взаимодействия, то интенсивность электромагнитного взаимодействия составляет $\sim 10^{-3}$, слабого $\sim 10^{-14}$, гравитационного $\sim 10^{-40}$.

Элементарные частицы делятся на три группы.

1. *Переносчики взаимодействий*. В эту группу входят: фотоны – кванты электромагнитного поля, *гравитоны*¹ – кванты гравитационного поля, *промежуточные бозоны* – переносчики слабых взаимодействий и *глюоны* – переносчики сильных взаимодействий.

2. *Адроны* – самый многочисленный класс элементарных частиц, которые, наряду с электромагнитным и слабым, участвуют в сильном взаимодействии. К адронам относятся *барионы* (протон, нейтрон, гиперон), *мезоны* (π – мезон, K – мезон) и *резонансные частицы*. Согласно гипотезе американских физиков М. Гелл-Мана и Д. Цвейга все адроны (мезоны и барионы) состоят из *кварков*, которых существует шесть сортов (ароматов): u – кварк, d – кварк, s – кварк, c – очарованный кварк, b – кварк и t – кварк. Каждый сорт кварков может иметь три цветовые разновидности (желтый, синий и красный).

3. *Лептоны* – элементарные частицы, не участвующие в сильном взаимодействии. Насчитывается шесть лептонов (электрон, электронное нейтрино, мюон, мюонное нейтрино, тау-лептон и тау-нейтрино) и шесть антилептонов.

При сегодняшнем понимании окружающей природы пока невозможно решить, какие из известных элементарных частиц являются *истинно элементарными* (неделимыми) частицами.

Кварки обладают дробными электрическими зарядами, равными $+\frac{2}{3}e$

и $-\frac{1}{3}e$. Здесь e – заряд электрона. Кроме того, имеются *антикварки* с за-

рядами $-\frac{2}{3}e$ и $+\frac{1}{3}e$. Например, мезон состоит из одного кварка и одного антикварка, барион – из трёх кварков, антибарион – из трёх антикварков.

Экспериментально кварки обнаружить не удалось. Считается, что кварки заключены внутри адронов, структуру которых они образуют. При малых расстояниях кварки практически свободны, так как силы взаимодействия между ними очень малы. С увеличением расстояния между кварками очень быстро возрастают и силы их взаимодействия. Поэтому кварки не вылетают из адрона.

Свойства важнейших элементарных частиц приведены в табл. 9.

Античастицы могут образовывать *антивещество*. В 1969 году в нашей стране на ускорителе в Серпухове был получен *антигелий-3*, ядра атома которого состоят из двух антипротонов и одного антинейтрона, а оболочка – из двух позитронов. При аннигиляции антивещества с веществом образуются γ -кванты, обладающие большой энергией.

¹ Обозначения частиц даны в таблице 9.

¹ Экспериментально гравитоны не зарегистрированы.

Примеры решения задач

Таблица 9

Наименование частицы		Символ		Масса, МэВ	Эл. заряд	Время жизни, с	
		Частица	Античастица				
Переносчики взаимодействия	Фотон	γ	γ	0	0	стабилен	
	Гравитон	G		0		стабилен	
	Глюон	g_i		0	0		
	Промежуточные бозоны	W^+ Z^0		≈ 80000 ≈ 90000		? ?	
Лептоны	Нейтрино электронное	ν_e	$\bar{\nu}_e$	0	0	стабильно	
	Нейтрино мюонное	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	0	0	стабильно	
	Нейтрино тау-лептонное	ν_τ	$\bar{\nu}_\tau$	0	0	стабильно	
	Электрон	e^-	e^+	0.511	-1	стабилен	
	Мюон	μ^-	μ^+	105.66	-1	$2,2 \cdot 10^{-6}$	
	Тау-лептон	τ^-	τ^+	1782	0	$3,4 \cdot 10^{-13}$	
Адроны	Мезоны	Пи-мезоны (пионы)	π^0 π^+ K^+	π^0 π^- K^-	134,96 139,57 493.67	0 1 1	$8 \cdot 10^{-17}$ $2,6 \cdot 10^{-8}$ $1,24 \cdot 10^{-8}$
		Ка-мезоны (каоны)	K^0	\bar{K}^0	497.7	0	$K_S^0 - 8,9 \cdot 10^{-11}$ $K_L^0 - 5,18 \cdot 10^{-8}$
		Эта-нуль-мезон	η^0	η^0	548,8	0	10^{-18}
		Нуклоны	Протон	p	\bar{p}	938,28	1
	Нейтрон		n	\bar{n}	939,57	0	918
	Гипероны	Лямбда-гиперон	Λ^0	$\bar{\Lambda}^0$	1115,6	0	$2,6 \cdot 10^{-10}$
			Σ^+	$\bar{\Sigma}^+$	1189,37	1	$8 \cdot 10^{-11}$
			Σ^0	$\bar{\Sigma}^0$	1192,48	0	$5,8 \cdot 10^{-20}$
		Кси-гипероны	Σ^-	$\bar{\Sigma}^-$	1197,35	-1	$1,48 \cdot 10^{-10}$
			Ξ^0	$\bar{\Xi}^0$	1314,9	0	$2,90 \cdot 10^{-10}$
Ξ^-			$\bar{\Xi}^-$	1321,3	-1	$1,64 \cdot 10^{-10}$	
Омега-минус частица	Ω^-	$\bar{\Omega}^-$	1672,2	-1	$8,2 \cdot 10^{-11}$		

Задача 80. Найти постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t = 1$ сутки на 18,2%.

Дано:
 $t = 86400$ с
 $k = 18,2\% = 0,182$
 $\lambda - ?$

Решение. Найдем λ , воспользовавшись законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (1)$$

или

$$N = N_0 (1 - k). \quad (2)$$

Подставив уравнение (2) в (1), выразим λ :

$$(1 - k) = e^{-\lambda t}. \quad (3)$$

Логарифмируем уравнение (3):

$$\ln(1 - k) = -\lambda t,$$

откуда

$$\lambda = -\frac{\ln(1 - k)}{t} = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\lambda = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$.

Задача 81. Какое количество теплоты Q выделяется при распаде радона активностью $A = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк: а) за время жизни $t = 1$ ч; б) за среднее время жизни τ ? Кинетическая энергия вылетающей из радона α -частицы $E_\alpha = 5,5$ МэВ.

Дано:
 $A = 3,7 \cdot 10^{10}$ Бк
 $t = 3600$ с
 $E_\alpha = 8,8 \cdot 10^{-13}$ Дж
 $Q_1 - ?$ $Q_2 - ?$

Решение. Количество α -частиц, вылетевших за время t :

$$N = At.$$

Считаем, что вся кинетическая энергия E_α α -частиц превращается в теплоту:

$$Q_1 = E_\alpha N = E_\alpha At = 117 \text{ Дж}.$$

Период полураспада радона:

$$T_{1/2} = 3,82 \text{ сут} \approx 3,3 \cdot 10^5 \text{ с}.$$

Среднее время жизни радиоактивного элемента τ можно связать с периодом полураспада:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2}.$$

Тогда за время τ выделится количество теплоты:

$$Q_2 = E_{\kappa} A \tau = E_{\kappa} A \frac{T_{1/2}}{\ln 2} = 15,5 \text{ кДж.}$$

Ответ: $Q_1 = 117 \text{ Дж}$; $Q_2 = 15,5 \text{ кДж}$.

Задача 82. Найти энергию связи в ядре атома гелия ${}^4_2\text{He}$.

Дано: ${}^4_2\text{He}$ $E_{\text{св}} - ?$	Решение. Энергия связи ядра определяется по формуле
	$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2,$ (1)
	где Δm – дефект массы; c – скорость света в вакууме.

Дефект массы Δm атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося из них ядра:

$$\Delta m = (Zm_p + Nm_n) - m_a,$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); m_p и m_n – масса покоя протона и нейтрона соответственно; m_a – масса ядра.

Если учесть, что

$$m_a = m_a - Zm_e,$$

$$m_p + m_e = m_{1\text{H}},$$

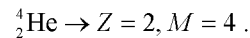
$$N = M - Z,$$

то формулу дефекта массы можно представить в более удобном для вычислений виде:

$$\Delta m = Zm_{1\text{H}} + (M - Z)m_n - m_a. \quad (2)$$

Здесь M – массовое число (число нуклонов в ядре); N – число нейтронов в ядре; $m_{1\text{H}}$ – масса атома водорода; m_a – масса атома элемента (в данном случае гелия ${}^4_2\text{He}$).

Вычисление дефекта массы выполним во внесистемных единицах (а.е.м). Для ядра



Кроме этого:

$$m_{1\text{H}} = 1,00783 \text{ а.е.м.}, \quad m_n = 1,00867 \text{ а.е.м.}$$

Масса нейтрального атома ${}^4_2\text{He}$ равна

$$m_a = 4,00260 \text{ а.е.м.}$$

Подставим эти значения в (2):

$$\Delta m = 2 \cdot 1,00783 + (4 - 2) \cdot 1,00867 - 4,00260 = 0,0304 \text{ а.е.м.}$$

Подставляя в (1) численные значения, получим

$$E_{\text{св}} = 0,0304 \cdot 931,4 = 28,6 \text{ МэВ.}$$

Ответ: $E_{\text{св}} = 28,6 \text{ МэВ}$.

Задача 83. Какая масса m урана ${}^{235}_{92}\text{U}$ расходуется за время $t = 1$ сут на атомной электростанции мощностью $P = 5000 \text{ кВт}$? КПД принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200 \text{ МэВ}$.

Дано: $t = 86400 \text{ с}$ $P = 5 \cdot 10^6 \text{ Вт}$ $\eta = 17\% = 0,17$ $Q = 3,2 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$ $m - ?$	Решение. Энергия, выделяемая при распаде N атомов урана: $Q_N = NQ.$ Учитывая КПД, найдем энергию, передаваемую потребителю: $P_n = NQ\eta.$
---	---

Выразим P_n через мощность электростанции:

$$NQ\eta = Pt. \quad (1)$$

Число распавшихся ядер

$$N = \frac{m}{\mu} N_A. \quad (2)$$

где μ – молярная масса урана; N_A – число Авогадро.

Подставив выражение (2) в (1), получим

$$\frac{m}{\mu} N_A Q \eta = Pt.$$

Отсюда

$$m = \frac{Pt\mu}{N_A Q \eta} = 31 \cdot 10^{-3} \text{ кг.}$$

Ответ: $m = 31 \text{ г}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

«Истина – это постоянный процесс уничтожения старого и возрождение нового.»

Ф.Тютчев

Окружающий нас мир материален. Человечеству всегда было присуще стремление познать этот мир, представить его структуру, сформировать законы его существования и развития. Наука о природе прошла длинный путь от непосредственного ее созерцания к накоплению и обобщению полученных знаний и воссозданию физической картины мира (ФКМ). *Физическая картина мира* – это модель природы, определяющая весь стиль физического мышления на данном историческом этапе развития физики. В ее основе лежат представления о материи и ее атрибутах – пространстве, времени, движении, причинности, взаимодействии и др. Это не просто философские идеи, а элементы физического знания, конкретизированные и выраженные на языке науки.

В 1687 г. появился труд И. Ньютона «Математические начала натуральной философии», в котором были сформулированы основные законы механики – науки о механическом движении и взаимодействии материальных тел. Законы Ньютона легли в основу *механической картины мира* (МКМ). Большой вклад в создание МКМ внесли ученые древности: Демокрит, Эпикур, Гассенди, Кеплер, Галилей.

Согласно МКМ все тела состоят из абсолютно твердых частиц, которые находятся в непрерывном движении в соответствии с законами механики. Взаимодействие между телами осуществляется с помощью гравитационных сил. Это взаимодействие протекает с бесконечно большой скоростью, т.е. мгновенно (*принцип дальнего действия*). Материя является мерой инерции и гравитации. Ньютон считал пространство и время абсолютным. Пространство – ни от чего независимая бесконечная протяженность в трех измерениях. Время – ни от чего независимая и единая для всей Вселенной равномерная длительность.

МКМ господствовала в науке почти двести лет. В 1873 г. Максвелл разработал теорию электромагнитного поля. На смену МКМ пришла *электродинамическая картина мира* (ЭКМ). Ее создателями являются: Д.К. Максвелл, А.М. Ампер, М. Фарадей, Х.А. Лоренц и др. Согласно представлениям ЭКМ материя – универсальное физическое поле, заполняющее все пространство. Теория Максвелла утверждала, что взаимодей-

ствие осуществляется посредством электромагнитных полей с конечной скоростью, равной скорости света в вакууме (*принцип близкого действия*). ЭКМ с помощью электромагнитных полей объясняла природу сил, действующих внутри атомов и молекул, из которых состоят макроскопические тела.

Согласно теории относительности А.Эйнштейна пространство и время связаны неразрывно, образуя единое четырехмерное пространство–время. При наличии тяготеющих масс пространство искривляется, становится неевклидовым.

Однако с помощью законов электродинамики объяснить все явления окружающего мира не удалось. На смену ЭКМ пришла *квантово-полевая физическая картина мира*. Создателями квантовой теории является целая плеяда блестящих ученых 20-го века: М. Планк, Э. Резерфорд, Н. Бор, А. Эйнштейн, Луи де Бройль, В. Гейзенберг, Э. Шредингер, П. Дирак, М. Борн, В. Паули, Э. Ферми, Л.Д. Ландау, Р. Фейнман и др.

Квантовая механика позволила понять структуру атомов и их спектры, природу химической связи и объяснить периодическую систему элементов Д.И. Менделеева. Отличительной чертой этой теории является вероятностный характер предсказаний результатов измерений и дискретность значений физических величин.

По принципу корпускулярно–волнового дуализма материя дискретна и непрерывна, т.е. может обладать либо корпускулярными, либо волновыми свойствами. Важнейшей мерой движения материи является энергия, которая эквивалентна массе.

Законы сохранения обязаны свойствам симметрии природы. Пространство и время однородны, пространство – изотропно. Однородность пространства приводит к закону сохранения импульса, однородность времени – к закону сохранения энергии, а изотропность пространства – к закону сохранения момента импульса. Эти законы соблюдаются в классической и квантовой физике.

В последние десятилетия ученые проводили многочисленные исследования по отысканию «истинно элементарных» частиц. По современным представлениям такими частицами могут быть кварки. Хотя существование и свойства кварков подтверждены многочисленными экспериментальными и теоретическими исследованиями, найти их не удастся.

Элементарные частицы взаимопревращаются друг в друга. Этому превращению соответствуют четыре вида фундаментальных взаимодействий: гравитационное, электромагнитное, слабое и сильное. Фундаментальные взаимодействия являются обменными, так как в процессе взаимодействия частицы обмениваются квантами соответствующих полей.

В современной физике предпринимаются попытки создания теории, которая объединила бы поля, описывающие гравитационное, электромаг-

нитное, слабое и сильное взаимодействия (суперобъединение). Но эти попытки пока крайне далеки от завершения.

Чем ближе наука подходит к общим физическим идеям и принципам, тем стремительнее приближается к единой картине физической реальности. Например, принцип причинности «работает» как в классическом, так и в квантовом случае: состояние объекта в некоторый момент времени однозначно предопределяет его дальнейшее состояние. Только в классическом случае состояние объекта в начальный момент времени определяется координатами и скоростью, а в квантовой механике – видом волновой функции.

Каждая новая картина мира претендует на универсальность, но рано или поздно опыт заставит изменить исторически ограниченное видение мира. В силу этого любой закон или теория имеют границы применимости. За этими границами согласно принципу соответствия «работает» другая теория, не отрицающая предыдущую, а включающая ее как частный случай.

Итак, с развитием естествознания, по мере накопления новых знаний представления о материи и ее атрибутах претерпевают существенные изменения. Изменяется и физическая картина мира. Поскольку нет пределов широте и глубине познания мира, то и процесс познания его является бесконечным.

Предметно-именной указатель

Абсолютный нуль температур (122)*
Адиабата (156)
Адроны 241
Активность 234
Альфа-распад 232
Ампер А.М. 65
Ампер (5), 42, 66
Амплитуда (95)
Анализатор 160
Анизотропия 165
Аннигиляция 240
Антинейтрино 232
Атом (121)
- водорода в квантовой механике 204
- - теории Бора 191

База 226
Барионы 242
Бета-распад 232
Бозоны 242
Больцман Людвиг (133)
Бор Нильс 191
Бройль Луи де 197

Вакуум 55
Ватт (35)
Ван-дер-Ваальс (171)
Вебер 73
Вектор индукции магнитной 62
- напряженности поля магнитного 85
Вектор напряженности поля электростатического 6
- плотности тока 42
- поляризации 22
- световой 129
- скорости (10),(11)
- Умова-Пойнтинга 114
- ускорения (11)
- - нормального (12)
- - тангенциального (12)
- электрического смещения 24
Вес тела (29)
Вещество (4)
- оптически активное 169
Взаимодействие гравитационное (28), 24
- межмолекулярное (122)
- сильное (28),24
- слабое (28),(24)

- электромагнитное (28),24
Волна де Бройля 197
- бегущая (109)
- звуковая (114)
- когерентная 129
- монохроматическая 129
- опорная 154
- плоская (109)
- предметная 154
- поперечная (109), 112
- продольная (109)
- стоячая (111)
- сферическая (109)
- электромагнитная 111
Вольт 11
Время (4)
- однородное (8)
- релаксации (106),95
Высота звука (116)
Вязкость (143)

Газ вырожденный 221
- идеальный (124)
- реальный (170)
- электронный 41,221
Галилей Галилео (79)
Гамма-излучение 233
Генератор квантовый 215
Генри 94
Герц Генрих 113
Гейзенберг Вернер 198
Гипотеза Ампера 84
- де Бройля 197
- Планка 182
Гирскоп (58)
Гистерезис 27,89
Глюоны 242
Голография 151
Гравитация (69)
Гравитоны 242
Градиент (71),12
Грей 237
Громкость звука (115)
Гюйгенс Христиан 166

Давление (125)
- гидростатическое (185)
- добавочное (180)
- критическое (172)
- молекулярное (179)
- парциальное (127)

- света 182
Деформация (30)
Двигатель вечный (151)
- тепловой (163)
Движение (4), (7)
- броуновское (123)
- вращательное (15)
- криволинейное (13)
- колебательное (94)
- механическое (7)
- переменное (10)
- поступательное (7)
- прямолинейное (9)
- равномерное (10)
- тепловое (122)
Двойное лучепреломление 165
Декремент затухания (106),108
Денисюк Ю.Н. 155
Детерминизм механики классической (29)
Дефект массы ядра 230
Джоуль Д.П. 11
Диамантики 86
Диаметр молекулы эффективный (140)
Динамика (27)
- релятивистская (7),(87)
Диод вакуумный 55
Диаметр молекулы эффективный 226
Диполь электрический 18
Дисперсия света 174
- волн (111),175
- угловая 150
Дифракция на решетке 149
- - - пространственной 150
- - щели 147
- света 142
- Френеля 143
- Фраунгофера 147
Диоптрия 120
Диффузия (141)
Дихроизм 168
Диэлектрики 20
- дипольные полярные 21
- - неполярные 21
Диэлектрическая проницаемость 5,24
- восприимчивость 23
Длина волны (109), 112
- - дебройлевская 197
- - комптоновская 185
- свободного пробега молекул (140)
Добротность контура 108
Дозиметрия 237
Домены 27,89

Дрейф 51
Дуализм квантово-волновой 185
Дырка 223

Единицы физических величин (5)
- - - основные (5)
- - - производные (6)

Жидкость, свойства (179)
Жуковский Н.Е. (57)

Закон Авогадро (123)
- Ампера 65
- Био-Савара-Лапласа 62
- Бойля-Мариотта (153)
- Больцмана (133)
Закон Брюстера 162
- Бугера 176
- взаимосвязи массы и энергии (87)
- Вина 179
- всемирного тяготения (29)
- Гей-Люссака (155)
- Гука (30), (189)
- движения центра масс (33)
- Дальтона (127)
Закон Джоуля-Ленца 47
- инерции (27)
- Кирхгофа 176
- Клапейрона (126)
- Кулона 4
- Кюри 86
- Ленгмюра 56
- Ленца 93
- Максвелла (128)
- Малюса 160
- Мозли 214
- Ньютона первый ,второй (27)
- - третий (28)
- - трения внутреннего (143)
- Паскаля (132)
- Ома для цепи полной 48
- - в дифференциальной форме 46
- - для участка цепи 46
- полного тока 85
- прямолинейного распространения света 118
- равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул (147)
- распада радиоактивного 233
- релятивистского сложения скоростей (86)
- сохранения заряда 4
- - импульса (32)

* В скобках указаны страницы книги 1.

- - момента импульса (57)
- - энергии (38)
- отражения 118
- преломления 119
- сохранения механической энергии (88)
- Стефана-Больцмана 179
- трения внутреннего (143)
- Фарадея 93
- Закон Фика (141)
- Фурье (142)
- Шарля (153)
- Законы геометрической оптики 118
- Кеплера (69)
- Ньютона (27)
- Столетова 180
- Заряд пробный 7
- сторонний 20
- точечный 4
- электрический 4
- элементарный 4
- ядра атома 230
- Заряды индуцированные 28
- связанные 22
- Зона валентная 224
- запрещенная 224
- проводимости 224
- разрешенная 224
- Зоны Френеля 143
- Излучение индуцированное 215**
- радиоактивное 232
- рентгеновское 213
- -характеристическое 214
- тепловое 176
- Изобара (155)
- Изопроцессы (152)
- Изотерма (153)
- Ван-дер-Ваальса (172)
- Изотропность пространства (53)
- Изохора (153)
- Импульс тела (30)
- фотона 183
- Индуктивность 94
- соленоида 95
- Индукция взаимная 95
- магнитная 61
- Индукция электромагнитная 93
- Интенсивность звука (115)
- Интерферометры 138
- Ионизатор 53
- Ионизация атома 53
- Источник тока 43

- Кандела (5)
- Капиллярность (181)
- Карно Сади (164)
- Квант 179
- Кельвин (5)
- Келлер Иоганн (69)
- Кварки 241
- Килограмм (5)
- Кинематика (7)
- Клаузиус Рудольф (167)
- Когерентность 129
- Колебания механические вынужденные (106)
- гармонические (94),106
- затухающие (105), 107
- незатухающие 104
- свободные (94),104
- электромагнитные 104
- - вынужденные 108
- Количество вещества (123)
- теплоты (149)
- Коллектор 226
- Кольца Ньютона 137
- Комптон Артур Холи 184
- Конденсаторы 30
- Контур колебательный 104
- Космические скорости (71)
- Коэффициент диффузии (141)
- затухания (106)
- отражения 164
- Пельтье 228
- Коэффициент поглощения 176
- Пуассона (156)
- теплопроводности (142)
- трения внутреннего (143)
- - скольжения (29)
- упругости (30)
- КПД термический (164)
- цикла Карно (165)
- Кристаллы атомные (188)
- ионные (188)
- Критерий Рейля 150
- Кулон 4
- Лазеры 215**
- Лампы накачки 216
- электронные 55
- Лебедев П.Н. 182
- Ленц Э.Х. 46, 93
- Лептоны 241
- Линзы 120
- Линия вектора напряженности поля электрического 6

- - индукции магнитной 62
- - смещения электрического 24
- Лоренц Х.А. 70
- Луч необыкновенный 165
- обыкновенный 165
- световой 118
- Лучи альфа-,бета-,гамма 232
- Магнетик 83**
- Магнетон Бора 209
- Магнитная проницаемость 85
- Максвелл Д.К. (128), 100
- Максимум дифракционный 149
- интерференционный 130
- Масса (27)
- молярная (123)
- Масса покоя (87)
- релятивистская (87)
- Материя (4)
- Маятник математический (98)
- физический (97)
- Мезоны 241
- Мениск (181)
- Метод зон Френеля 143
- исследования статистический (121)
- термодинамический (121)
- Метр (5)
- Механика (7)
- квантовая (7), 197
- классическая (7)
- релятивистская (17)
- Минимум дифракционный 148
- интерференционный 130
- Модели атома 189
- Модель идеального газа (124)
- Модуль Юнга (189)
- Молекула (122)
- Моль (5), (123)
- Момент атома магнитный 82
- диполя электрический 18
- импульса (51)
- - собственный(спин) 205
- инерции (53)
- - стержня, цилиндра, шара (55)
- - тонкостенного обруча (54)
- контура магнитного 62
- механический (51)
- силы (51)
- электрона 81
- Монокристаллы (187)
- Мощность (35)
- тока 47
- удельная тепловая 48

- Мюоны 242
- Намагниченность 84**
- Напряженность (70)
- поля диполя 19
- - гравитационного (70)
- - магнитного 85
- - электрического 5
- Напряжение 44
- тока запирающее 226
- пробоя 54
- Натяжение поверхностное (179)
- Начало термодинамики первое (150)
- - второе (163)
- - третья (170)
- Невесомость (291)
- Нейтрино 232
- Нейтрон 230
- Николь 167
- Неравенство Клаузиуса (167)
- Нуль Кельвина (122)
- Нуклон 229
- Ньютон Исаак (27)
- Оболочки электронные 211**
- Обратимость луча 119
- Объем критический (172)
- Ом 45
- Оператор Гамильтона (38)
- Лапласа (110)
- Оптика 118
- геометрическая 118
- просветленная 138
- Опыт Лебедева 182
- Штерна (131)
- Опыты Девиссона и Джермера 197
- Франка и Герца 193
- Опыт Штерна и Герлаха 209
- Основное уравнение МКТ (124)
- Осциллятор (94)
- гармонический (95)
- Ось оптическая 120, 165
- Отношение гиромагнитное 81
- Парамагнетики 86**
- Параметры критические (172)
- Переход электронно-дырочный 225
- Период колебаний (96), 106
- обращения (16)
- полураспада 233
- Петля гистерезиса 27, 89
- Плазма 54
- Планк Макс 179

Пластика зонная 145
Плечо силы (51)
- диполя 18
Плоскость поляризации 159
- фокальная 120
Плотность заряда линейная 16
-- объемная 9
-- поверхностная 13
- потока энергии (114), 114
- тока 42
-- смещения 102
- спектральной светимости энергетической 177
- энергии поля магнитного 96
-- - электростатического 35
Поверхностное натяжение (179)
Поверхность волновая (109)
- эквипотенциальная 13, 28
Поглощение света 175
Позитрон 239
Показатель адиабаты (157)
- преломления 112, 118
Поле гравитационное (69)
- вихревое 69, 100
- магнитное 61
- однородное (70), 6, 65
- потенциальное (70), 11, 68
Поле тока кругового 64
-- прямого 63
- центральное 6
- электрическое вихревое 100
- электростатическое 5
- электромагнитное 104
Поликристалл (187)
Полосы равного наклона 136
- равной толщины 137
Полупроводники 222
Поляризация света 158
- диэлектрика 22
Поляризованность 22
- спонтанная 27
Поляриод 168
Порядок интерференционного максимума 130
-- минимума 130
Постоянная Авогадро (123)
- Больцмана (125)
- Вина 179
- гравитационная (29)
- Комптона 185
- магнитная 63
- молярная газовая (124)
- Планка 180

- распада радиоактивного 233
- решетки дифракционной 149
- Ридберга 191
- Стефана-Больцмана 179
- Холла 72
- электрическая 5
Постулаты Бора 191
Постулаты Эйнштейна (81)
Потенциал поля гравитационного (71)
-- электростатического 9
Поток вектора напряженности 7
- индукции магнитной 73
- энергии (113)
Потокоцепление 94
Правила Кирхгофа 49
- винта правого 64
- руки левой 65
-- правой 94
Преобразования Галилея (79)
- Лоренца (81)
Призма Волластона 168
- Глана-Фуко 167
- Николя 167
Прецессия (59), 82
Принцип Гюйгенса 143
- Гюйгенса-Френеля 142
- дальнего действия (80), 246
- независимости действия сил (28)
- относительности Галилея (79)
-- Эйнштейна (81)
- Паули 210
- соответствия Бора 203
- суперпозиции полей 7
- Ферма 118
Природа света 144
Проводимость полупроводника примесная 223
-- дырочная 224
-- собственная 222
-- электронная 224
- р-п перехода 225
- удельная 46
Пространство (4)
Пространство однородное (8)
- изотропное (8)
Просветление оптики 139
Протон 229
Процесс адиабатный (156)
- изобарный (155)
- изохорный (153)
- изотермический (153)
- изотропный (167)

- круговой (цикл) (163)
- термодинамический (121)
-- необратимый (163)
-- обратимый (163)
Psi-функция 200
Путь (9)
Пучность волны стоячей (111)
Пьезоэлектрики 28

Работа (34)
- в термодинамике (149)
- выхода электрона из металла 56
- в магнитном поле 74
- ионизации 54
- механическая (35)
- переменной силы (35)
- силы (34)
- тока электрического 46
- элементарная (34)
Равновесие термодинамическое 177
- тепловое 121
Радиян (5)
Радиоактивность 231
Радиус-вектор (8)
- действия молекулярного (179)
- кривизны (12)
Разность потенциалов 11
-- контактная 227
Разность хода волн 130
-- - оптическая 130
Разряд газовый 53
- несамостоятельный 53
- самостоятельный 53
Распределение Максвелла (128)
- Больцмана (133)
- Ферми-Дирака 221
Реактор ядерный 235
Реакция термоядерная 236
- ядерная 234
- цепная 235
Резерфорд Эрнест 189
Резонанс (108), 109
Рекомбинация 53
Решетка дифракционная 149
- зонная Френеля 152
- трехмерная (пространственная) 150
- кристаллическая (188)

Самоиндукция 94
Сверхпроводимость 52
Свет видимый 114
- естественный 158

- поляризованный плоско 159
-- частично 159
Светимость энергетическая 183
Связь напряженности и потенциала 12
Сегнетоэлектрики 27
Секунда (5)
Серия Бальмера 191
Серия Лаймана 191
- Пашена, Пфунда 191
Сечение кристалла главное 165
Сила (27)
Сила гравитационная (29)
Сила коэрцитивная 27, 89
- инерции (73)
- консервативная (35), 10
- Лоренца 70
- оптическая линзы 120
- поверхностного натяжения (179)
- термоэлектродвижущая 227
- тока 41
- трения скольжения (29)
- тяжести (29)
- упругости (30)
- центробежная (74)
- электродвижущая 43
-- индукции 93
Силы молекулярного взаимодействия (122)
- сторонние 43
- ядерные 24
Система координат (8)
- диссипативная (35)
- единицы СИ (5)
- консервативная (34)
- отсчета (8)
- инерциальная (27)
- неинерциальная (72)
- термодинамическая (121)
Скорость волн групповая 174
- света в вакууме 111, 118
- фазовая (109), 112
- средняя (10)
- средняя квадратичная (125), (131)
- молекул арифметическая (131)
- мгновенная (11)
- угловая (16)
Сложение колебаний взаимноперпендикулярных (102)
-- одного направления (99)
Смачивание (180)
Соленоид 69
Соотношения неопределенностей Гейзенберга 198

Сопротивление 45
 - активное 109
 - емкостное 109
 - индуктивное 109
 - общее 48
 - полное 109
 - удельное 45
 Спектр атома водорода 190
 - дисперсионный 173
 Спин электрона 82,205
 Степень поляризации 161
 - свободы движения (146)
 Стерadian (5)
 Стопа стеклянная 162

Тело аморфное (188)
 - изотропное (187)
 - кристаллическое (187)
 - макроскопическое (121)
 - отсчета (8)
 - рабочее (163)
 - серое 178
 - твердое (8), (187)
 - черное 178
 Тембр звука (116)
 Температура (121)
 - критическая 52
 - термодинамическая (122)
 - Ферми 221
 Теорема Гаусса для поля магнитного 73
 - - - электростатического в вакууме 9
 - - - в диэлектрике 24
 - Лармора 83
 Теорема Нернста (170)
 - Штейнера (56)
 - о циркуляции 11, 68
 Теория Максвелла электромагнитная 100
 - молекулярно-кинетическая (128)
 - относительности специальная (79)
 - света квантовая 179
 - дисперсии света 173
 - теплоемкостей (151)
 Теплоемкость тела (149)
 - молярная (151)
 - удельная (149)
 Теплопроводность (141)
 Термодинамика (147)
 Термопара 228
 Тесла 61
 Ток индукционный 93
 - насыщения 53, 56, 180
 - постоянный 41

- проводимости 41
 - смещения 102
 - электрический 41
 Торойд 69
 Течение стационарное (184)
 Точка Кюри 28, 90
 - материальная (8)
 - тройная (172)
 Траектория (9)
 Трение внутреннее (143)
 Триод вакуумный 55
 - полупроводниковый 226
 Трубка Пито (187)

Угол Брюстера 162
 - предельный 119
 - скольжения 151
 Удар неупругий (39)
 - упругий (40)
 Узел волны стоячей (112)
 - цепи электрической 49
 - решетки кристаллической (187)
 Универсальная газовая постоянная (126)
 Уравнение адиабаты (156)
 - Бернулли (184)
 - Ван-дер-Ваальса (171)
 - волны бегущей (110)
 - - стоячей (111)
 - движения кинематическое (9)
 - динамики вращательного движения (56)
 - непрерывности (183)
 - изобары (155)
 - изотермы (153)
 - изохоры (153)
 - Клапейрона (126)
 - Клапейрона-Менделеева (126)
 - Майера (151)
 Уравнение моментов (52)
 - Пуассона (157)
 - Умова (114)
 - Шредингера 199
 - Эйнштейна для фотоэффекта внешнего 181
 Уравнения Максвелла для электромагнитного поля 100
 Уровень Ферми 221
 Ускорение (11)
 - тангенциальное (12)
 - нормальное (12)
 - угловое (16)

Фаза колебаний (95)
 Фарад 29

Фарадей Майкл 93
 Ферромагнетика 88
 Фигуры Лиссажу (104)
 Физика атомная 189
 - молекулярная (121)
 Флуктуации (131)
 Формула барометрическая (132) -
 Бальмера обобщенная 193
 - Вульфа-Бреггов 151
 - Лапласа (181)
 - Ньютона (143)
 - Планка 179
 - Ричардсона-Дешмана 56
 - Томсона 106
 - тонкой линзы 121
 Формулы Френеля 161
 Фотон 182
 Фотопроводимость 182
 Фотоэффект вентильный 182
 - внешний 180
 - внутренний 182
 Фронт волновой (109)
 Функция волновая 199
 - распределения молекул по скоростям (128)

Центр масс (33)
 - оптический линзы 120
 Цикл обратный (163)
 - прямой (163)
 - Карно (164)
 Циркуляция 11,67

Частицы нейтральные 230
 - стабильные 239
 - элементарные 239
 Частота (16)
 Частота колебаний (96)
 Частота колебаний собственная (96),106
 - - циклическая (96),106
 - - резонансная (107)
 Число Авогадро (123)
 - волновое (100),112
 - квантовое главное 202,204
 - - магнитное 204
 - - орбитальное 204
 - - спиновое 205
 - степеней свободы молекул (147)

Шкала термодинамическая температурная (121)
 - волн электромагнитных 114

Эйнштейн Альберт (81), 180
 Электроемкость 29
 - Земли 30
 - конденсатора плоского 31
 - - сферического 31
 - - цилиндрического 31
 - проводника 30
 - шара 29
 Электрон 230
 - валентный 224
 - свободный 51, 226
 Электрон-вольт 230
 Электростатика 4
 Эмиссия 55
 Эмиттер 226
 Энергия (34)
 - внутренняя (148)
 - волны (113), 113
 - конденсатора 34
 - проводника 34
 - кванта 179
 Энергия кинетическая (36)
 - - тела вращающегося (53)
 - покоя (87)
 - полная (38)
 - поля магнитного 95
 - - электрического 35
 - потенциальная (36)
 - связи ядра 230
 - - - удельная 231
 - системы точечных зарядов 33
 Энтальпия (155)
 Энтропия (166)
 Эрстед Ханс Кристиан 61
 Эффект вентильный 182
 - гироскопический (60)
 - Зеемана 209
 - Керра 169
 - Комптона 184
 - пьезоэлектрический 28
 - Фарадея 170
 - Холла 72

Явление Зеебека 227
 - Пельтье 228
 - Томсона 228
 - электромагнитной индукции 93
 Явления капиллярные (180)
 - переноса (140)
 - полного отражения 119
 Ядро атома 229
 Яма потенциальная 201
 Ячейка Керра 169.

Оглавление

Предисловие	3
-------------------	---

ЧАСТЬ 3 ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Глава 12

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§64. Электрический заряд. Закон Кулона	4
§65. Электростатическое поле. Напряженность электростатического поля	5
§66. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса	7
§67. Потенциал электростатического поля. Циркуляция вектора напряженности	9
§68. Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом	12
§69. Применение теоремы Гаусса к расчету электростатических полей	13

Глава 13

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

§70. Электрический диполь	18
§71. Электрические свойства диэлектриков	20
§72. Поляризация диэлектрика. Напряженность поля в диэлектрике	22
§73. Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для диэлектриков	24
§74. Условия на границе раздела двух диэлектриков	25
§75. Сегнетоэлектрики	27
§76. Проводники в электростатическом поле	28
§77. Конденсаторы	30
§78. Энергия электростатического поля	33
Примеры решения задач	36

Глава 14

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

§79. Условия возникновения электрического тока. Сила тока. Плотность тока	41
§80. Электродвижущая сила и напряжение	43
§81. Закон Ома для однородного участка цепи	45
§82. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца	46
§83. Закон Ома для неоднородного участка цепи	48
§84. Правила Кирхгофа. Расчет разветвленной электрической цепи	49
§85. Электронная проводимость металлов	51
§86. Электрический ток в газах. Самостоятельный и несамостоятельный разряды	53
§87. Понятие о плазме	54
§88. Электрический ток в вакууме. Электронная эмиссия	55
Примеры решения задач	56

Глава 15

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§89. Магнитное поле тока. Индукция магнитного поля	61
§90. Закон Био-Савара-Лапласа	62
§91. Закон Ампера. Взаимодействие проводников с током	65
§92. Рамка с током в магнитном поле	66
§93. Циркуляция вектора магнитной индукции. Теорема о циркуляции	67
§94. Магнитное поле соленоида и тороида	69

§95. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле	70
§96. Эффект Холла	72
§97. Магнитный поток. Теорема Гаусса для магнитного поля	73
§98. Работа, совершаемая при перемещении проводника и контура с током в магнитном поле	74
Примеры решения задач	75

Глава 16

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

§99. Магнитные моменты электронов и атомов. Атом в магнитном поле	81
§100. Намагничивание вещества	83
§101. Диа- и парамагнетизм	86
§102. Условия на границе раздела двух магнетиков	87
§103. Ферромагнетизм	88
Примеры решения задач	90

Глава 17

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

§104. Законы Фарадея и Ленца	93
§105. Явление самоиндукции. Индуктивность	94
§106. Энергия магнитного поля	95
Примеры решения задач	97

Глава 18

ОСНОВЫ ТЕОРИИ МАКСВЕЛЛА ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

§107. Вихревое электрическое поле. Первое уравнение Максвелла	100
§108. Токи смещения. Второе уравнение Максвелла	102
§109. Полная система уравнений Максвелла	103

Глава 19

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

§110. Свободные электромагнитные колебания в контуре	104
§111. Собственная частота колебаний в контуре. Формула Томсона	106
§112. Затухающие электромагнитные колебания	107
§113. Вынужденные электромагнитные колебания	108
§114. Резонанс в цепи переменного тока	109
§115. Электромагнитные волны	111
§116. Энергия электромагнитных волн	113
§117. Шкала электромагнитных волн	114
Примеры решения задач	115

ЧАСТЬ 4 ОПТИКА

Глава 20

ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

§118. Законы геометрической оптики	118
§119. Линзы. Формулы тонкой линзы	120
§120. Построение изображений в линзах	122
Примеры решения задач	126

Глава 21
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

§121. Уравнение световой волны. Условия интерференционного максимума и минимума	129
§122. Расчет интерференционной картины от двух когерентных источников	131
§123. Методы наблюдения интерференции света	132
§124. Интерференция в тонких пленках	134
§125. Интерференционные полосы равного наклона и равной толщины	136
§126. Кольца Ньютона	137
§127. Применение интерференции света	138
Примеры решения задач	140

Глава 22
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

§128. Принцип Гюйгенса – Френеля	142
§129. Метод зон Френеля	143
§130. Дифракция на одиночном отверстии и экране	146
§131. Дифракция на одиночной щели	147
§132. Дифракционная решётка	149
§133. Дифракция на пространственной решетке	150
§134. Физические принципы голографии	151
Примеры решения задач	156

Глава 23
ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

§135. Естественный и поляризованный свет	158
§136. Закон Малюса	160
§137. Поляризация света при отражении и преломлении. Формулы Френеля	161
§138. Двойное лучепреломление. Поляризационные призмы	165
§139. Искусственная оптическая анизотропия	168
§140. Вращение плоскости поляризации	169
Примеры решения задач	171

Глава 24
ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

§141. Электронная теория дисперсии	173
§142. Поглощение света веществом	175

Глава 25
КВАНТОВАЯ ПРИРОДА ИЗЛУЧЕНИЯ

§143. Тепловое излучение. Закон Кирхгофа	176
§144. Законы излучения черного тела	178
§145. Формула Планка	179
§146. Фотоэлектрический эффект	180
§147. Фотон. Давление света	182
§148. Эффект Комптона	183
§149. Корпускулярно-волновой дуализм света	185
Примеры решения задач	185

ЧАСТЬ 5
ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА

Глава 26
СТРОЕНИЕ АТОМА

§150. Модель атома Томсона и Резерфорда	189
§151. Спектр атома водорода	190
§152. Теория Бора	191
§153. Опыт Франка и Герца	193
Примеры решения задач	195

Глава 27
ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

§154. Гипотеза де Бройля. Дифракция электронов	197
§155. Соотношение неопределенностей Гейзенберга	198
§156. Волновая функция. Уравнение Шредингера	199
§157. Частица в одномерной бесконечно глубокой прямоугольной потенциальной яме	201
§158. Атом водорода. Квантовые числа	204
§159. Магнитомеханические явления. Спин электрона	207
§160. Опыт Штерна и Герлаха	209
§161. Принцип Паули. Периодическая система элементов Менделеева	210
§162. Рентгеновское излучение	213
§163. Индуцированное излучение. Лазеры	215
Примеры решения задач	217

Глава 28
ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

§164. Энергетические зоны металлов, диэлектриков и полупроводников	219
§165. Полупроводники. Собственная и примесная проводимость полупроводников	222
§166. Полупроводниковый диод и транзистор	225
§167. Термоэлектрические явления	227

Глава 29
ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

§168. Структура ядра атома	229
§169. Ядерные силы. Энергия связи атомных ядер	230
§170. Радиоактивность	231
§171. Закон радиоактивного распада	233
§172. Ядерные реакции. Ядерный реактор	234
§173. Методы регистрации ионизирующих излучений	236
§174. Дозиметрия. Дозы облучений	237
§175. Элементарные частицы. Фундаментальные взаимодействия	239
Примеры решения задач	243

Заключение	246
Предметно-именной указатель	249

Учебное издание

Рогачев Николай Михайлович

КУРС ФИЗИКИ

Книга 2

Электричество. Оптика. Атомная физика

Редактор *Т.К. Кретинина*
Компьютерный набор, верстка,
графика: *В.С. Балденков*

Подписано в печать __. __.05. Формат _____
Бумага офсетная. Печать офсетная
Усл. печ. л. 15,6. Усл. кр.-отг. 15,7. Уч.-изд. л. 16,8
Тираж 500 экз. Заказ _____

Самарский государственный аэрокосмический университет
443086 Самара, Московское шоссе, 34