Министерство общего и профессионального образования
Российской федерации

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королева

Физика

Учебное пособие для студентов заочного
(дистанционного) обучения СГАУ

Ч. 2

Самара 1999

УДК 53 (075)

Физика. Учеб. пособие для студентов заочного (дистан-ционного) обучения СГАУ / Н.М.Рогачев, З.А.Куликова, Л.И.Федосова, Р.Р.Абдульманов; Под ред. Н.М.Рогачева. Самар. гос. аэрокосм. ун-т, Самара, 1999

Ч.2. - 268 с.

ISBN 5-7883-0075-4

Данное пособие содержит общие методические указания к изучению курса физики, указания к выполнению и оформлению контрольных работ, рабочую программу с указанием параграфов и страниц в учебниках, которыми следует пользоваться при изучении данного раздела программы, таблицу вариантов контрольных работ, вопросы для самоконтроля, примеры решения задач и задачи для контрольных работ. В приложении даются таблицы физических величин и ответы к задачам контрольных работ. В пособии использовались в основном задачи из сборников задач В.С. Волькенштейн и А.Г.Чертова, А.А.Воробьева.

Пособие предназначено для студентов заочного (дистанционного) обучения СГАУ. Подготовлено на кафедре физики.

Табл 24, Ил 35, Библиогр: 8 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П.Королева.

Рецензенты : канд. техн. наук, доц. каф. физики СГАУ Л.П.Муркин; канд. физ.- мат. наук, доц. каф. общей физики СГПУ Смирнова Н.П.

ISBN 5-7883-0075-4

I. Общие методические указания и программа

Работа студента заочного (дистанционного) обучения по изучению физики складывается из следующих элементов : самостоятельного изучения материала по учебникам, решения задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

Указания к изучению теоретического материала по учебникам

1. Для получения глубоких и прочных знаний изучение курса физики следует проводить систематически в течение всего учебного года.
2. Из рекомендуемого списка литературы надо выбрать один учебник в качестве основного.
3. При изучении теоретического материала по учебнику необходимо составлять конспект, в котором записывать законы и формулы, определения физических величин и их единиц измерения, делать необходимые рисунки.
4. После изучения теоретического материала следует ответить на вопросы самоконтроля, помещенные в данном пособии перед каждой контрольной работой.
5. Прослушать курс обзорных лекций, организуемых для студентов заочного (дистанционного) обучения. Пользоваться консультациями преподавателей.

Указания к решению задач

В изучении курса физики решение задач имеет исключительно важное значение, так как способствует усвоению материала программы и позволяет приобрести навыки практического применения основных законов и формул. Умение решать задачи является одним из основных критериев оценки глубины изучения материала, приобретается длительными и систематическими упражнениями.

При решении многих физических задач в основном используется дедуктивный метод (общие физические законы применяются к конкретному частному случаю). Поэтому очень важно научиться проводить анализ задачи, т.е. разделять сложное физическое явление на ряд простых, к которым легче применить тот или иной физический закон. Результаты, полученные при выполнении анализа, требуется затем объединить, т.е. провести синтез.

Перед решением задач необходимо:

1. Изучить по учебнику теоретический материал соответствующего раздела курса, добиться наиболее полного понимания сущности рассматриваемых физических явлений, запомнить законы и основные формулы, знать единицы измерения величин, входящих в них.
2. Ответить на вопросы самоконтроля. Внимательно разобрать помещенные в пособии примеры решения задач.
3. Прочитать несколько раз условие задачи. Сделать сокращенную запись данных и искомых величин, предварительно представив их в системе измерения СИ.
4. Провести качественный анализ содержания задачи. Для этого надо мысленно представить физическое явление, сформулированное в условии, и четко уяснить цель задачи и требования, накладываемые на физические параметры условием задачи. Необходимо проанализировать все отношения, связывающие элементы задачи, выяснить характер этих отношений. Уяснив цель задачи, надо попытаться своими словами так перефразировать ее условие, чтобы оно освободилось от всего лишнего и несущественного для рассматриваемого явления. Для этого необходимо использовать такие абстракции как материальная точка, абсолютно твердое тело, точечный заряд, луч света и т.д.
5. Выполнить схематический чертеж, на котором указать систему отсчета, а также величины и направления основных параметров рассматриваемого явления.
6. Провести количественный анализ задачи. Это наиболее сложный и ответственный этап решения, в ходе которого

с помощью физических законов устанавливаются количественные связи между данными и искомыми величинами. Конечной целью количественного анализа является составление замкнутой системы уравнений, т.е. такой системы, в которой число уравнений равнялось бы числу неизвестных.

7. Найти решение полученной системы уравнений в виде алгоритма, отвечающего на вопрос задачи.

8. Проверить правильность полученного решения, используя правило размерностей: размерности правой и левой частей уравнения должны совпадать. Хотя равенство размерностей не является достаточным подтверждением правильности решения задачи, рекомендуемый метод проверки весьма полезен.

9. Провести анализ полученного результата, т.е. найти условия, при которых данное решение имеет физический смысл и удовлетворяет требованиям задачи.

10. Подставить в полученную формулу численные значения физических величин и провести вычисление. Обратить внимание на точность числового ответа, которая не может быть больше точности исходных величин. Ответ должен сопровождаться наименованием физической величины.

В заключение следует отметить, что при решении задач возможны отступления от вышеизложенной схемы.

Указания к выполнению контрольных работ

1. Контрольные работы выполняются чернилами в обычной школьной тетради, на обложке которой приводятся сведения по следующему образцу :

Студент радиотехнического
факультета СГАУ
Федоров И.П.
Шифр N 257520
Адрес: 443046, г.Самара,
ул.Подшипниковая, 4 кв.5
Контрольная работа N1 по физике

2. Условия задач, решаемых в контрольной работе, переписываются полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля шириной 2-3 см.

3. В конце контрольной работы указывается, каким учебником студент пользовался при изучении данного курса (автор, название учебника, год издания). Это необходимо для того, чтобы преподаватель в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

4. Высылать на проверку следует одновременно не более одной работы, чтобы избежать повторения одних и тех же ошибок в последующих работах.

5. Если после проверки контрольная работа не зачтена, студент обязан представить ее на повторную проверку, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной.

6. В контрольной работе студент должен решить девять задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра. Номера задач, которые студент должен включить в свою контрольную работу, определяются по таблице вариан-тов.

7. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов во время экзамена дать пояснения по решению задач, входящих в контрольные работы.

Рабочая программа

1.Физические основы механики

Кинематика материальной точки. Механическое движение. Система отсчета. Материальная точка. Траектория. Перемещение и путь. Скорость и ускорение. Тангенциальное и нормальное ускорения. Движение по окружности. Связь между линейными и угловыми характеристиками движения.

[1] : §1-4, с. 8-12.   [2] : §1.1-1.4, с. 8-16.

Динамика материальной точки. Первый закон Ньютона. Инерциальная система отсчета. Взаимодействие тел. Сила. Масса. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Импульс. Закон сохранения импульса.

Виды сил в механике. Сила упругости. Сила трения. Сила тяготения. Поле силы тяжести вблизи Земли.

Работа. Работа переменной силы. Мощность. Консервативные и диссипативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Энергия упругодеформированного тела. Кинетическая энергия. Полная механическая энергия системы тел. Закон сохранения энергии в механике.

[1]: §5-9, с.13-18; §11-13, с.19-24; §22-23, с.37-39.
[2]: §2.1-2.6, с.17-26; §3.1-3.4, с.28-36; §5.1-5.2, с.48-52.

Динамика твердого тела. Абсолютно твердое тело. Поступательное и вращательное движения тела. Центр инерции тела. Момент инерции. Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса. Кинетическая энергия тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

[1]: §16-19, с. 28-32. §21, с. 35-37.
[2]: §4.1-4.3, с. 39-47. §5.3, с. 52-54.

Элементы теории относительности. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Границы применимости классической механики. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца. Релятивистское изменение длины и промежутков времени. Релятивистский закон сложения скоростей. Релятивистские законы сохранения импульса и энергии. Связь между массой и энергией. Кинетическая энергия релятивистской частицы.

[1]: §34-40, с. 54-63.
[2]: §7.1-7.7, с. 69-86.

Механические колебания. Колебательные процессы. Свободные колебания. Гармонические колебания. Уравнение гармонических колебаний. Амплитуда, фаза, период, частота, циклическая частота. Сложение одинаково направленных колебаний. Сложение взаимно перпендикулярных колебаний. Квазиупругие силы. Математический и физический маятники. Кинетическая, потенциальная и полная энергия гармонического колебания. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

[1]: §140-142, с. 203-207, §144-148, с. 209-219.
[2]:§27.1-27.2, с. 298-302, §27.4 §28.1-28.2, с.303-314.

Волновое движение. Образование волн. Продольные и поперечные волны. Волновая поверхность и фронт волны. Принцип Гюйгенса. Уравнение плоской волны. Длина волны. Энергия волны. Вектор Умова.

Звуковые волны. Скорость и интенсивность звука. Ультразвук и инфразвук.

[1]: §153, с. 226-227, §158-160, с.230-234.
[2]: §29.1-29.4, с. 318-326.

2. Молекулярная физика и термодинамика

Термодинамические системы. Молекулярно-кинетический и термодинамический методы изучения макроскопических явлений. Тепловое движение молекул. Броуновское движение. Взаимодействие молекул. Состояние системы. Параметры состояния. Равновесные и неравновесные состояния и процессы. Работа, совершаемая газом при изменении объема. Уравнение состояния идеального газа.

[1]: §41-42, с. 64-68; §47, с. 73-75.
[2]: §8.1-8.4, с. 88-94; §11.8, с. 139-140.

Физические основы молекулярно-кинетической теории. Идеальный газ – молекулярно-кинетическая модель реальных газов. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одноатомной молекулы. Внутренняя энергия и теплоемкость идеального газа.

Распределение Максвелла молекул по скоростям. Функция распределения. Вероятностный характер закона распределения. Наиболее вероятная средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости молекул. Опыт Штерна. Идеальный газ в поле силы тяжести. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

[1]: §43-45, с. 68-73; §50,52, 53 с.79-84.
[2]: §10.1-10.5, с. 106-113; §9.1-9.2, с. 95-96; §10.11-10.12, с. 121-124.

Явления переноса. Столкновения между молекулами. Эффективный диаметр молекулы. Средняя длина свободного пробега молекул.

Тепловое движение и перенос массы, импульса и энергии. Диффузия,вязкость и теплопроводность газов. Экспериментальные законы Фика, Фурье и Ньютона.

[1]: §46, 48, с. 73, 75-77.
[2]: §10.6-10.8, с. 114-119.

Основы термодинамики. Первое начало термодинамики. Изопроцессы. Работа газов при различных процессах. Второе начало термодинамики. Тепловой двигатель. Круговые процессы. Цикл Карно и его к.п.д.

Обратимые и необратимые процессы. Приведенная теплота. Энтропия. Вычисление энтропии. Изменение энтропии при необратимых процессах. Статистический смысл второго начала термодинамики. Связь энтропии и вероятности состояния. Теорема Нернста.

[1]: §51-52, с. 80-82; §54-59, с. 84-92.
[2]: §9.3-9.6, с. 95-105; §11.1-11.3, с. 125-130; §11.5-11.6, с. 133-138.

3. Электричество и магнетизм

Электрическое поле в вакууме. Электрические свойства тел. Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона. Электрическое поле. Напряженность поля. Принцип суперпозиции полей. Силовые линии поля. Поток вектора напряженности. Теорема Гаусса.

Работа сил электрического поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности. Потенциал. Разность потенциалов. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом. Потенциал поля точечного заряда.Вычисление напряженности поля и потенциала различных заряженных тел.

[1]: §77-86, с. 117-129.

[2]: §13.1-13.5, с. 154-162; §14.1-14.2, с. 163-169.

Проводники в электрическом поле. Энергия электрического поля. Распределение зарядов в проводниках. Проводники в электрическом поле. Электроемкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов. Энергия системы зарядов. Энергия заряженного проводника. Энергия заряженного конденсатора. Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.

[1]: §91-94, с. 134-140.

[2]: §16.1-16.3, с. 182-189; §17.1,с. 190-192.

Электрическое поле в диэлектриках. Свободные и связанные заряды. Электрический диполь. Электрический момент диполя. Диполь в электрическом поле. Полярные и неполярные молекулы. Вектор поляризации. Электрическое смещение. Теорема Гаусса для диэлектриков. Сегнетоэлектрики.

[1]: §87-90, с. 129-134.

[2]: §15.1-15.3, с. 170-176; §15.5, с. 180-181.

Постоянный электрический ток. Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников. Источники тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для полной цепи. Закон Ома для участка цепи, содержащей э.д.с. Разветвленные цепи. Законы Кирхгофа. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.

[1]: §95-100, с. 140-148.

[2]: §18.1, с. 195-196; §19.1-19.3, с. 205-209.

Магнитное поле в вакууме. Магнитное взаимодействие токов. Магнитное поле. Закон Ампера. Магнитная индукция. Силовые линии магнитного поля. Магнитное поле движущихся зарядов.

Магнитное поле постоянных токов. Закон Био-Савара-Лапласа для элемента тока. Поле прямого и кругового токов. Магнитный момент кругового тока. Циркуляция вектора магнитной индукции. Закон полного тока. Магнитное поле соленоида. Теорема Гаусса для магнитного поля. Магнитный поток. Работа перемещения контура с током в магнитном поле.

[1]: §110-113, с. 164-170; §120-122, с. 176-179.

[2]: §21.1, с. 226-228; §21.3, с. 230-234; §22.1-22.5, с. 235-244.

Движение заряженных частиц в электрическом и магнитном полях. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле. Эффект Холла. Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полем. Ускорители заряженных частиц. Элементы электронной оптики.

[1]: §114-119, с. 170-176.

[2]: §23.1-23.4, с. 247-258.

Магнитное поле в веществе. Понятие об элементарных токах. Элементарный ток в магнитном поле. Намагничивание вещества. Намагниченность. Магнитная восприимчивость. Магнитная проницаемость. Напряженность магнитного поля.

Магнетики. Деление веществ на диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики. Диамагнетизм. Парамагнетизм. Ферромагнетизм. Гистерезис. Домены. Точка Кюри.

[1]: §132-136, с. 189-197.
[2]:§24.1-24.5, с. 261-273.

Электромагнитная индукция. Возникновение электрического поля при изменении магнитного поля. ЭДС индукции. Законы Фарадея и Ленца. Явление самоиндукции. Индуктивность. Энергия магнитного поля. Плотность энергии магнитного поля.

[1]: §123-125, с. 179-182; §127, с. 184.
[2]: §25.1-25.2, с. 275-284.

Электромагнитные колебания. Колебательный контур. Свободные колебания в контуре. Формула Томсона.

Уравнения Максвелла. Вихревое электрическое поле. Ток смещения. Система уравнений Максвелла в интегральной форме.

Электромагнитные волны. Уравнение плоской электромагнитной волны. Скорость распространения электромагнитных волн. Энергия и импульс электромагнитного поля. Вектор Умова-Пойнтинга. Опыты Герца. Шкала электромагнитных волн.

[1]: §137-139, с. 197-201; §143, с. 207-209; §161-164, с. 234-240.
[2]: §27.3, с. 302-303; §30.1-30.4, с. 333-340.

4. Оптика . Физика атома и атомного ядра

Интерференция света. Когерентность и монохроматичность световых волн. Оптическая длина пути и оптическая разность хода лучей. Интерференция световых волн. Условие максимумов и минимумов. Интерференция в тонких пленках. Кольца Ньютона.

[1]: §172-176, с. 255-264.

[2] : §31.1-31.3, с. 347-357; §31.5, с. 359-360.

Дифракция света. Дифракция световых волн. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция Френеля и дифракция Фраунгофера. Дифракционная решетка. Дифракция рентгеновских лучей на кристаллах.

[1]: §177-183, с. 265-274.
[2]: §32.1-32.5, с. 361-373.

Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Закон Малюса. Поляризация света при отражении и преломлении. Двойное лучепреломление. Методы получения поляризованного света. Вращение плоскости поляризации.

[1] :§191-196, с. 284-292.
[2]: §34.1-34.2, с. 387-392; §34.4-34.5, с.395-398.

Дисперсия света. Нормальная и аномальная дисперсия. Электронная теория дисперсии света. Рассеяние и поглощение света. Спектры поглощения и цвета тел. Фазовая и групповая скорости света.

[1]: §186-188, с. 278-282.
[2]: §33.1-33.5, с. 377-384.

Тепловое излучение. Тепловое равновесное излучение. Абсолютно черное тело. Закон Кирхгофа. Закон Стефана-Больцмана. Закон смещения Вина. Распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. Формула Рэлея-Джинса. Ультрафиолетовая катастрофа. Гипотеза Планка о квантовом характере излучения. Формула Планка.

[1]: §197-200, с. 292-297.
[2]: §35.1-35.2, с. 400-408.

Квантовая природа света. Фотоэлектрический эффект. Законы фотоэффекта. Фотоны. Энергия, импульс, масса фотона. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Давление света. Эксперименты по рассеянию рентгеновских излучений веществом. Эффект Комптона.

[1]: §202-206, с. 299-306.

[2]: §36.1-36.5, с. 410-419.

Строение атома. Опыты Резерфорда по рассеянию α-частиц. Модель атома по Резерфорду. Следствия из модели Резерфорда. Спектры излучения атомов. Модель атома Бора. Опыт Франка и Герца.

[1]: §208-212, с. 308-314.

[2]: §38.1-38.5, с. 444-454.

Элементы квантовой механики. Гипотеза де-Бройля. Опыты Дэвиссона и Джермера. Формула де-Бройля для свободной частицы. Соотношение неопределенностей. Уравнение Шредингера для стационарных состояний. Решение уравнения Шредингера для случая частицы в бесконечно глубокой "потенциальной яме". Энергетический спектр частицы в "потенциальной яме". Уравнение Шредингера для атома водорода.

[1]: §213-217, с. 314-323; §220, с. 324-326.

[2]: §37.1-37.7, с. 422-437.

Спин электрона. Магнитные свойства атома. Тонкая структура спектров щелочных металлов. Опыты Штерна и Герлаха. Понятие о спине электрона. Полный момент импульса электрона в атоме. Полный магнитный момент атома. Принцип Паули. Распределение электронов в атоме. Эффект Зеемана.

[1]: §223-227,с. 330-337.

[2]: §39.1-39.5, с. 455-463; §39.9, с. 471-472.

Элементы зонной теории твердых тел. Расщепление энергетических уровней валентных электронов и возникновение энергетических зон при образовании кристаллической решетки атомов. Вырождение электронного газа. Понятие о статистике Ферми.

Деление твердых тел на изоляторы, металлы и полупроводники. Квантовая теория электропроводности, теплопроводности и контактных явлений.

Полупроводники. Собственная электронная и дырочная проводимости и их температурная зависимость. Доноры и акцепторы. Примесная проводимость. Явления на границе полупроводника с металлом. Контакт двух полупроводников различных типов (p-n-переходы). Полупроводниковые диоды и триоды. Фотопроводимость.

[1]: §234-239, с. 349-355; §240-244, с. 355-364; §246-249, с. 367-374.

[2]: §41.1-41.2, с. 488-490; §41.5-41.8, с. 494-500; §43.1-43.6, с. 512-524; §44.1, с. 525-526.

Строение и свойства атомных ядер. Состав ядра: протоны и нейтроны. Основные характеристики нуклонов и ядер. Изотопы. Понятие о ядерных силах. Масса и энергия связи в ядре. Средняя энергия нуклонов и ее зависимость от массового числа. Неустойчивость тяжелых ядер по отношению к некоторым типам распада.

[1]: §250-267, с. 375-403; §268-274, с. 403-414.

[2]: §45.1-45.3, с. 532-535.

Радиоактивность. Ядерные реакции. Сущность явления радиоактивности. Закон радиоактивного распада. Типы радиоактивного распада. Основные характеристики распада. Спектр частиц. Нейтрино. Гамма-излучение радиоактивных ядер. Понятие о ядерных реакциях. Законы сохранения в ядерных реакциях. Деление тяжелых ядер. Источники радиоактивного загрязнения окружающей среды. Доза облучения. Понятие об элементарных частицах.

[1]: §254-265, с. 379-399; §268-270, с. 403-406.

[2]: §45.4-45.9, с. 535-546; §46.1-46.2, с. 547-553.

Список рекомендуемой литературы

1. *Трофимова Т.И.* Курс физики. М.: Высшая школа, 1985.
2. *Детлаф А.А., Яворский Б.М.* Курс физики. М.: Высшая школа, 1989.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т. 1,2, 3. М.: Наука, 1977-1979.
4. *Волькенштейн В.С.* Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1979.
5. *Чертов А.Г., Воробьев А.А.* Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1988.
6. *Епифанов Г.И.* Физика твердого тела. М.: Высшая школа, 1965.
7. *Фирганг Е.В.* Руководство к решению задач по курсу общей физики. М.:Высшая школа, 1977.
8. *Сена Л.А.* Единицы физических величин и их размерности. М.: Наука, 1969.

Таблица вариантов

В процессе изучения курса физики студент должен выполнить 4 контрольные работы.

Контрольные работы по содержанию распределяются следующим образом:

N1-физические основы механики,

N2-молекулярная физика и термодинамика,

N3-электричество и магнетизм, электромагнитные колебания и волны,

N4-оптика, квантово-оптические явления, элементы атомной и ядерной физики.

Каждая контрольная работа включает девять задач. Определение номера варианта задания проводится по единой для всех четырех контрольных работ таблице вариантов в соответствии с последней цифрой шифра. Если, например, последняя цифра шифра студента 6, то в каждой контрольной работе студент решает следующие задачи :6,16,26,36,46,56, 66, 76,86.

Таблица вариантов

N варианта	Номера задач в каждой контрольной работе							
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90

II. Учебные материалы по разделам курса

Раздел 1

Физические основы механики

1.1. Кинематика материальной точки

1.1.1. Основные формулы

● Положение материальной точки в пространстве определяется радиусом-вектором :

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} + z(t)\,\vec{k}\,, \qquad (1.1)$$

где $x(t),\ y(t),\ z(t)$ -компоненты радиуса-вектора $\vec{r}(t)$;
$\vec{i};\ \vec{j};\ \vec{k}$ -единичные векторы направлений (орты), t -время.

● Кинематические уравнения движения в координатной форме :

$$x = x(t);\ y = y(t);\ z = z(t), \qquad (1.2)$$

где $x,\ y,\ z$ - декартовы координаты материальной точки.

● Средняя скорость :

$$<\vec{V}> = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \qquad (1.3)$$

где $\Delta\vec{r}$ - перемещение материальной точки за интервал времени Δt.

● Средняя путевая скорость :

$$<V> = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \qquad (1.4)$$

где ΔS -путь, который в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $\Delta S \geq 0$.

● Мгновенная скорость :

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = V_x\vec{i} + V_y\vec{j} + V_z\vec{k}, \qquad (1.5)$$

где $V_x = \dfrac{dx}{dt}$, $V_y = \dfrac{dy}{dt}$, $V_z = \dfrac{dz}{dt}$ - проекции скорости $\vec{V}$ на оси координат.

● Модуль скорости :

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}\,. \qquad (1.6)$$

● Ускорение :

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}\,, \qquad (1.7)$$

где $a_x = \dfrac{dV_x}{dt}$; $a_y = \dfrac{dV_y}{dt}$; $a_z = \dfrac{dV_z}{dt}$ -проекции ускорения $\vec{a}$ на оси координат.

Модуль ускорения :

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}\,. \qquad (1.8)$$

● При криволинейном движении полное ускорение равно сумме нормального $\vec{a}_n$ и тангенциального $\vec{a}_\tau$ ускорений :

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau\,.$$

Модули этих ускорений :

$$a_n = \frac{V^2}{R}; \quad a_\tau = \frac{dV}{dt}; \quad a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}, \qquad (1.9)$$

где R - радиус кривизны траектории в точке, где определяется ускорение.

● Средняя угловая скорость движения :

$$<\omega> = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \qquad (1.10)$$

где $\Delta\varphi$ - изменение угла поворота за интервал времени Δt.

● Мгновенная угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \qquad (1.11)$$

● Угловое ускорение :

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}. \qquad (1.12)$$

● Связь между линейными и угловыми величинами, характеризующими движение точки по окружности радиуса R :

$$V = \omega R \quad a_\tau = \varepsilon R \quad a_n = \omega^2 R. \qquad (1.13)$$

● Полное ускорение :

$$a = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}. \qquad (1.14)$$

● Угол между полным $\vec{a}$ и нормальным $\vec{a}_n$ ускорениями :

$$\alpha = \arccos(a_n / a). \qquad (1.15)$$

1.1.2. Контрольные вопросы

1. Какие существуют способы описания движения материальной точки ?
2. Дайте определения кинематических величин : перемещения $\Delta\vec{r}$; скорости $\vec{V}$; ускорения $\vec{a}$. В каких единицах измеряются эти величины?
3. Какое движение называется : поступательным; вращательным?
4. Запишите формулы тангенциального и нормального ускорений?
5. Дайте определение угловой скорости, углового ускорения. Чему они равны и в каких единицах измеряются?
6. Какая связь угловой скорости с периодом и частотой вращения?
7. Какая связь между линейными и угловыми величинами?

8 Запишите кинематические уравнения для равномерного и равнопеременного прямолинейного движений.

1.1.3. Примеры решения задач

Задача 1.1. Скорость прямолинейно движущегося тела изменяется по закону :

$$V = V_0 + \alpha\, t + \beta\, t^2,$$

где $\alpha = 2\,\frac{м}{с^2}$, $\beta = 3\,\frac{м}{с^3}$, $V_0 = 1\frac{м}{с}$. Найти среднюю путевую скорость за промежуток времени от $t_1 = 1с$ до $t_2 = 10с$.

Дано :

$V = V_0 + \alpha t + \beta t^2$

$\alpha = 2 \;м/с^2$

$\beta = 3 \;м/с^3$

$V_0 = 1 \;м/с$

$t_1 = 1с$

$t_2 = 10с$

$\langle V \rangle - ?$

Решение:

Среднюю путевую скорость найдем, используя формулу (1.4) :

$\langle V \rangle = \Delta S/\Delta t$, где $\Delta t = t_2 - t_1$. Путь определяем следующим образом :

$$S = \int_{t_1}^{t_2} V(t)dt = \int_{t_1}^{t_2} (V_0 + \alpha\, t + \beta t^2)dt =$$

$$= \left(V_0 t + \frac{\alpha\, t^2}{2} + \frac{\beta t^3}{3}\right)\Bigg|_{t_1}^{t_2} = V_0(t_2 - t_1) +$$

$$+ \frac{\alpha}{2}(t_2^2 - t_1^2) + \frac{\beta}{3}(t_2^3 - t_1^3).$$

Вычислим среднюю скорость :

$$< V > = \frac{V_0(t_2 - t_1) + \frac{\alpha}{2}(t_2^2 - t_1^2) + \frac{\beta}{3}(t_2^3 - t_1^3)}{t_2 - t_1} = V_0 + \frac{\alpha}{2}(t_2 + t_1) +$$

$$+ \frac{\beta}{3}(t_2^2 + t_1 t_2 + t_1^2).$$

Подставив числовые значения, получаем :

$$\langle V \rangle = 123\ м/с.$$

Ответ : $\langle V \rangle = 123\ м/с$.

Задача 1.2. Материальная точка движется по закону: $\vec{r}(t) = \alpha \sin(5t)\,\vec{i} + \beta \cos^2(5t)\,\vec{j}$, где α = 2 м, β = 3 м. Определить вектор скорости, вектор ускорения и траекторию движения материальной точки.

Дано:

$\vec{r}(t) = \alpha \sin(5t)\,\vec{i} +$

$+ \beta \cos^2(5t)\,\vec{j}$

α = 2 м, β = 3 м.

Найти:

$\vec{V}(t) - ?$, $\vec{a}(t) - ?$,

$y(x) - ?$

Решение :

Запишем закон движения в координатной форме, используя уравнения (1.1) и (1.2) :

$$\begin{cases} x(t) = \alpha \sin(5t), \\ y(t) = \beta \cos^2(5t). \end{cases} \qquad (1)$$

Определим проекции вектора скорости :

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 5\alpha \cos(5t);$$

$$V_y = \frac{dy}{dt} = -\beta\, 2\cos(5t)\sin(5t)5 = -5\beta \sin(10t).$$

Тогда выражение для вектора скорости согласно формуле (1.5) будет иметь вид:

$$\vec{V} = 5\alpha \cos(5t)\,\vec{i} + (-5\beta)\sin(10t)\,\vec{j}. \qquad (2)$$

Аналогично определим проекции вектора ускорения :

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = -25\alpha \sin(5t);$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = -50\beta \cos(10t).$$

Выражение для вектора ускорения согласно формуле (1.7), примет вид :

$$\vec{a} = -25\alpha \sin(5t)\,\vec{i} + (-50\beta)\cos(10t)\,\vec{j}\,. \qquad (3)$$

Для определения траектории движения исключим из системы уравнений (1) время t. Представим для этого систему уравнений в виде:

$$\begin{cases} \sin(5t) = \dfrac{x}{\alpha}, \\ \cos^2(5t) = \dfrac{y}{\beta}. \end{cases} \qquad (4)$$

Возведя левую и правую части системы уравнений (4) в квадрат и сложив их, получим :

$$\sin^2(5t) + \cos^2(5t) = \frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y}{\beta}. \qquad (5)$$

Левая часть уравнения (5) равна 1, тогда

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y}{\beta} = 1\,. \qquad (6)$$

Уравнение (6) является уравнением параболы :

$$y = \frac{\alpha^2\beta - \beta x^2}{\alpha^2}\,. \qquad (7)$$

Подставив данные из условия задачи в уравнение (7), найдем траекторию движения :

$$y = 3 - \frac{3}{4}x^2\,.$$

При $y \geq 0$ траектория имеет вид параболы, расположенной выше оси x. Точка совершает колебательное движение по ней.

Ответ: $\vec{V}(t)=10\cos(5t)\vec{i}-15\sin(10t)\vec{j}$,

$\vec{a}(t)=-50\sin(5t)\vec{i}-150\cos(10t)\vec{j}$,

$y=3-\dfrac{3}{4}x^2$.

Задача 1.3. Твердое тело начинает вращаться вокруг неподвижной оси с угловым ускорением $\varepsilon=\alpha\, t$, где

$\alpha=2\cdot 10^{-2}$ $рад/с^3$. Через сколько времени после начала вращения вектор полного ускорения произвольной точки тела будет составлять угол $\varphi=60^0$ с ее вектором скорости?

Дано:
$\varepsilon=\alpha\, t$
$\alpha=2\cdot 10^{-2}\, рад/с^3$
$\varphi=60^0$
$t-?$

Решение:

Разложим вектор полного ускорения $\vec{a}$ (рис 1.1) на составляющие $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$.

Тогда: $tg\varphi=\dfrac{a_n}{a_\tau}$. (1)

Используя уравнение (1.13), найдем :

$a_\tau=\varepsilon\; R=\alpha\; tR$. (2)

С другой стороны по определению :

$a_\tau=\dfrac{dV}{dt}$. (3)

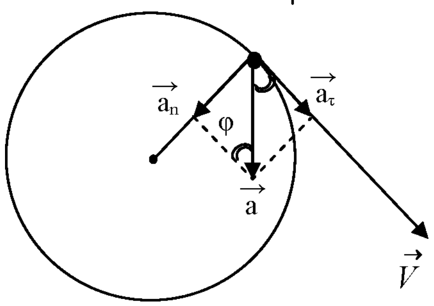

Рис. 1.1

Из уравнений (2), (3) запишем :

$$\alpha\; tR=\frac{dV}{dt}. \qquad (4)$$

Разделим переменные в уравнении (4) и проинтегрируем его :

$$\alpha\, tRd\,t = dV,\ \int_0^t \alpha\, tRd\,t = \int_0^V dV,\ V = \alpha\, R\frac{t^2}{2}. \qquad (5)$$

Нормальное ускорение :

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{\alpha^2 R t^4}{4}. \qquad (6)$$

Подставим в формулу (1) уравнения (2) и (6) :

$$tg\,\varphi = \frac{\alpha\, t^3}{4}. \qquad (7)$$

Из уравнения (7) найдем время вращения тела :

$$t = \sqrt[3]{\frac{4tg\,\varphi}{\alpha}}.$$

Подставив числовые значения, получим : $t = 7c$.

Ответ : $t = 7c$.

Задача 1.4. Камень, брошенный с высоты $h = 2{,}1\,м$ под углом α =45^0 к горизонту, падает на расстоянии $S = 42\,м$ (по горизонтали) от места бросания. Найти начальную скорость V_0 камня, время полета τ, максимальную высоту H полета над уровнем Земли, радиусы кривизны траектории в верхней точке R_A и в точке падения камня на Землю R_B. Сопротивление воздуха не учитывать.

Дано :
$h = 2{,}1\,м$
$\alpha = 45^0$
$S = 42\,м$

$V_0 = ?$ $H = ?$
$\tau = ?$ $R_A = ?$
$R_B = ?$

Решение :

Камень можно рассматривать как материальную точку, движение которой происходит по параболе. Это сложное движение представим как сумму двух независимых движений. Для этого выберем систему координат XOY так, как показано на рис. 1.2, а начало отсчета поместим в

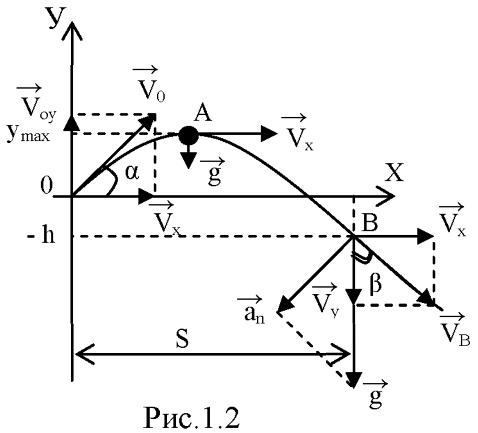

Рис.1.2

точку бросания 0. В горизонтальном направлении сумма сил, действующих на камень, равна нулю. Поэтому движение камня вдоль оси ОХ - равномерное со скоростью V_x, равной горизонтальной составляющей начальной скорости V_0 :

$$V_x = V_0 \cos\alpha .$$

По вертикали на камень действует сила тяжести, поэтому движение камня вдоль оси ОУ будет равнопеременным (является равнозамедленным до точки А и равноускоренным после точки А) с постоянным ускорением $\vec{g}$, направленным вертикально вниз. Скорость V_{oy} равна вертикальной составляющей начальной скорости V_0 :

$$V_{oy} = V_0 \sin\cdot\alpha .$$

Законы движения вдоль осей ОХ и ОУ имеют вид :

$$x = V_0 t \cos\cdot\alpha , \qquad (1)$$

$$y = V_0 t \sin\alpha - g\frac{t^2}{2} . \qquad (2)$$

В конечной точке B траектории движения $t = \tau$, $x = S$, $y = -h$. Поэтому :

$$S = V_0 \tau \cos\cdot\alpha , \qquad (3)$$

$$-h = V_0 \tau \sin\alpha - g\frac{\tau^2}{2} . \qquad (4)$$

Решение системы уравнений (3) - (4) дает время полета и начальную скорость :

$$\tau = \sqrt{\frac{2(h + Stg\alpha)}{g}}, \qquad (5)$$

$$V_0 = \frac{S}{\tau \cos\alpha}. \qquad (6)$$

Используя уравнение (2), найдем:

$$V_y = \frac{d\,y}{d\,t} = V_0 \sin\alpha - gt. \qquad (7)$$

В точке A траектории $V_y = 0$, тогда время полета камня до этой точки $t_1 = (V_0 \sin\cdot\alpha)/g$.

Подставляя время t_1 в формулу (1), найдем максимальную высоту траектории над осью OX :

$$y_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}, \qquad (8)$$

а над Землей:

$$H = h + \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}. \qquad (9)$$

Радиус кривизны траектории определяется из соотношения:

$$R = \frac{V^2}{a_n}.$$

В точке A: $V = V_A = V_x$, $a_n = g$,

поэтому:

$$R_a = \frac{V_0^2 \cos^2\alpha}{g}. \qquad (10)$$

В точке B: $R_B = \dfrac{V_B^2}{a_n}.$

Из рис.1.2. видно, что $a_n = g\sin\beta$, $\sin\beta = \dfrac{V_X}{V_B}$, тогда

$$R_B = \frac{V_B^3}{gV_0 \cos\alpha} \qquad (11)$$

Здесь:

$V_B = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \cos^2\alpha + (V_0 \sin\alpha - g\tau)^2}$.

Ответ : $\tau = 3c, V_0 = 20\, м/с, H = 12 м, V_B = 20{,}8\, м/с,$ $R_A = 20 м, R_B = 67 м.$

1.2. *Динамика материальной точки*

1.2.1. Основные формулы

● Импульс материальной точки массой м, движущейся поступательно со скоростью $\vec{V}$:

$$\vec{p} = m\vec{V} \qquad (1.16)$$

● Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона) :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}, \qquad \text{или} \qquad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}, \qquad (1.17$$

где $\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}$ - геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m - масса; $\vec{a}$ - ускорение; N - число сил, действующих на точку.

● Силы, рассматриваемые в механике :

а) сила упругости

$$F = -kx, \qquad (1.18)$$

Из рис.1.2. видно, что $a_n = g\sin\beta$ $\quad,\sin\beta = \dfrac{V_X}{V_B}$, тогда

$$R_B = \frac{V_B^3}{gV_0 \cos\alpha} \qquad (11)$$

Здесь:

$V_B = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{V_0^2 \cos^2\alpha + (V_0 \sin\alpha - g\tau)^2}$.

Ответ : $\tau = 3c, V_0 = 20\,м/c, H = 12м, V_B = 20{,}8\,м/c,$ $R_A = 20м, R_B = 67м.$

1.2. *Динамика материальной точки*

1.2.1. Основные формулы

● Импульс материальной точки массой м, движущейся поступательно со скоростью $\vec{V}$:

$$\vec{p} = m\vec{V} \qquad (1.16)$$

● Уравнение движения материальной точки (второй закон Ньютона) :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}, \qquad \text{или} \qquad m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}, \quad (1.17$$

где $\sum_{i=1}^{N} \vec{F_i}$ - геометрическая сумма сил, действующих на материальную точку; m - масса; $\vec{a}$ - ускорение; N - число сил, действующих на точку.

● Силы, рассматриваемые в механике :

а) сила упругости

$$F = -kx, \qquad (1.18)$$

где k - коэффициент упругости (жесткость);

x - абсолютная деформация;

б) сила гравитационного взаимодействия (силы притяжения) двух материальных точек :

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (1.19)$$

где $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{м^3}{кг \cdot с^2}$ - гравитационная постоянная; m_1 и m_2 - массы материальных точек; r - расстояние между ними;

в) сила трения скольжения :

$$F_{TP} = \mu N; \qquad (1.20)$$

где μ - коэффициент трения скольжения; N - сила нормального давления.

1.2 .2. Контрольные вопросы

1. Какая система отсчета называется инерциальной ?
   Почему система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальная ?
2. Дайте определение физических величин : сила, масса.
3. Какие виды сил Вы знаете ?
4. Сформулируйте и запишите законы Ньютона.
5. В чем заключается принцип независимости действия сил ?
6. Дайте определение импульса и единицы импульса.

1.2.3. Примеры решения задач.

Задача 1.5. Невесомый блок закреплен на вершине наклонной плоскости (рис.1.3), составляющей с горизонтом угол α. Через блок переброшена нерастяжимая нить, к концам которой прикреплены тела 1 и 2 массами m_1 и m_2. Коэффициент трения между телом 1 и наклонной плоскостью равен μ. Массы блока и нити пренебрежимо малы, трения в блоке нет. Считая, что в начальный момент тела 1 и 2 неподвижны, найти отношение масс m_1/m_2, при котором тело 2 начнет опускаться.

Дано :

α, μ

$\dfrac{m_2}{m_1}$ – ?

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на тела 1 и 2. Спроектируем их на выбранные координатные оси и запишем второй закон Ньютона в виде системы скалярных уравнений.

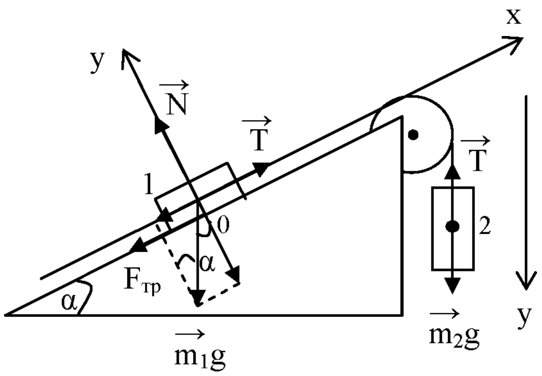

Рис.1.3

Для тела 1

0X :

$$T = F_{TP} - m_1 g \sin\alpha =$$

$$= m_1 a_{1x}, \qquad (1)$$

0У:

$$N - m_1 g \cos\alpha = 0 \quad (2)$$

Для тела 2

0У :

$$m_2 g - T = m_2 a_{2y}. \quad (3)$$

При этом необходимо учесть, что

$$a_{1x} = a_{2y} = a,$$

так как нить нерастяжима.

$$F_{TP} = \mu N = \mu m_1 g \cos\alpha. \qquad (4)$$

Решая систему (1) - (4), находим:

$$a = g\frac{(m_2 - \mu m_1 \cos\alpha - m_1 \sin\alpha)}{m_1 + m_2}. \qquad (5)$$

Разделим в формуле (5) числитель и знаменатель на m_1.

Тогда:

$$a = g\frac{\left[\dfrac{m_2}{m_1} - \mu\cdot\cos\alpha - \sin\alpha\right]}{1+\dfrac{m_2}{m_1}}. \qquad (6)$$

Очевидно, чтобы тело 2 опускалось, ускорение должно быть положительным. Это будет выполняться, когда в формуле (6) :

$$\frac{m_2}{m_1} \rangle (\sin\alpha + \mu\,\cos\alpha).$$

Ответ: $\dfrac{m_2}{m_1} \rangle (\sin\alpha + \mu\,\cos\alpha)$.

Задача 1.6. Частица движется вдоль оси X по закону: $x = \alpha t^2 - \beta t^3$, где α и β - положительные постоянные. В момент $t = 0$ сила, действующая на частицу, равна F_0. Найти значения F_X силы в точках поворота и в момент, когда частица окажется в точке $x = 0$.

Дано :

$x = \alpha t \;\; - \beta t^3$

F_0

$F_1 = ?,\; F_2 = ?$

Решение :

Запишем второй закон Ньютона :

$$F_X = m a_X \qquad (1)$$

Для нахождения силы F необходимо определить ускорение a_X :

$$V_x = \frac{dx}{dt} = 2\alpha\, t - 3\beta\, t^2,$$

$$a_x = \frac{dV_X}{dt} = 2\alpha - 6\beta\, t, \qquad (2)$$

Перепишем уравнение (1) с учетом уравнения (2) :

$$F_x = m(2\alpha - 6\beta\, t)\,. \qquad (3)$$

Используя начальные условия, когда $t = 0$ и $F_x = F_0$, найдем массу частицы:

$$F_0 = m2\alpha \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F_0}{2\alpha}\,. \qquad (4)$$

а) В точке поворота скорость частицы равна $V_x = \frac{dx}{dt} = 0$,

т.е. $2\alpha t - 3\beta t^2 = 0$. Это соответствует времени :

$$t_1 = \frac{2\alpha}{3\beta}\,. \qquad (5)$$

Подставим вместо t выражение для t_1 в формулу (3) :

$$F_1 = m(2\alpha - 6\beta\, t_1) = \frac{F_0}{2\alpha}\left(2\alpha - 6\beta\frac{2\alpha}{3\beta}\right) = -F_0\,.$$

б) В точке $x = 0$ частица будет находиться в момент времени t_2, которое определим из закона движения:

$$x = \alpha\, t_2^2 - \beta t_2^3 = 0\,,$$

$$t_2^2(\alpha - \beta t_2) = 0\,.$$

Отсюда : $$t_2 = \frac{\alpha}{\beta}\,. \qquad (6)$$

Подставив время t_2 в формулу (3), получим :

$$F_2 = m(2\alpha - 6\beta t_2) = \frac{F_0}{2\alpha}\left(2\alpha - 6\beta\frac{\alpha}{\beta}\right) = -2F_0\,.$$

Ответ : $F_1 = -F_0$; $F_2 = -2F_0$.

Задача 1.7. Небольшое тело A (рис.1.4) начинает скользить с вершины гладкой сферы радиусом R. Найти угол α между вертикалью и радиусом - вектором, характеризующим положение тела A относительно центра сферы в момент отрыва от нее, а также скорость тела в момент отрыва.

Дано :	**Решение :**
R	
$V=?$	
$\alpha=?$	

На тело в точке С действует сила тяжести $m\vec{g}$ и сила реакции опоры $\vec{N}$. По второму закону Ньютона :

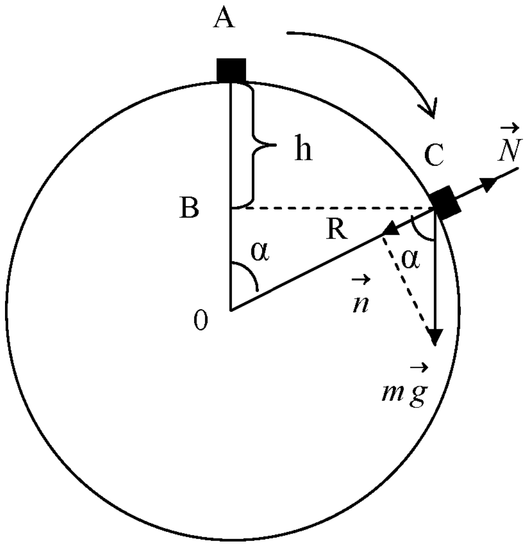

Рис.1.4

$$m\vec{g}+\vec{N}=m\vec{a}, \qquad (1)$$

где $\vec{a}$ - центростремительное ускорение. Проектируя уравнение (1) на нормаль $\vec{n}$ к траектории в данной точке и используя выражение (1.9), запишем:

$$mg\cos\alpha-N=m\frac{V^2}{R}. \quad (2)$$

Направление орты $\vec{n}$ выбираем к центру кривизны траектории в данной точке. В момент отрыва $N=0$, тогда уравнение (2) будет иметь вид :

$$m\cdot g\cdot\cos\alpha=m\cdot\frac{V^2}{R},$$

$$g\cos\alpha=\frac{V^2}{R}. \qquad (3)$$

Значения скорости V в точке С определим из закона сохранения энергии :

$$mgh=\frac{mV^2}{2}, \qquad V^2=2gh. \qquad (4)$$

Из треугольника ОВС найдем h :

$$\frac{OB}{R} = \cos\alpha\,, \qquad \text{где} \quad OB = R - h\,,$$

$$\frac{R-h}{R} = \cos\alpha\,,$$

откуда $\quad h = R(1-\cos\alpha)\,.$ (5)

Подставив уравнение (5) в (4), получим :

$$V^2 = 2gR(1-\cos\alpha)\,. \qquad (6)$$

Из уравнений (3) и (6) найдем угол α :

$$g\cos\alpha = \frac{V^2}{R} = 2g(1-\cos\alpha)\,,$$

$$3\cos\alpha = 2\,, \quad \alpha = \arccos\left(\frac{2}{3}\right). \qquad (7)$$

Скорость в момент отрыва определим из уравнений (6) и (7) :

$$V = \sqrt{2gR(1-\cos\alpha)} = \sqrt{\frac{2}{3}gR}\,.$$

Ответ : $V = \sqrt{\dfrac{2gR}{3}}$, $\qquad \alpha = \arccos\left(\dfrac{2}{3}\right)$.

Задача 1.8. Брусок массой $m = 15\,кг$ тянут за нить так, что он движется с постоянной скоростью по горизонтальной плоскости с коэффициентом трения $\mu = 0{,}2$ (рис.1.5). Найти угол α, при котором натяжение нити F будет наименьшим. Чему оно равно?

Дано :
$m = 1{,}5\,кг$
$\mu = 0{,}2$
$\alpha = ?$
$F_{\min} = ?$

Решение :

Поскольку тело движется с постоянной скоростью, то согласно первому закону Ньютона :

$$\vec{N} + \vec{F} + m\vec{g} + \vec{F}_{TP} = 0\,, \qquad (1)$$

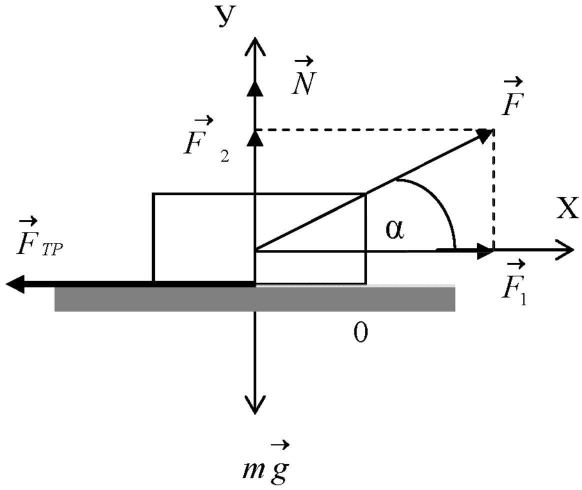

Рис.1.5

где $m\vec{g}$ - сила тяжести, $\vec{N}$ - сила реакции плоскости, $\vec{F}_{TP}$ - сила трения скольжения и $\vec{F}$ - сила, с которой тянут брусок. Спроектируем уравнение (1) на оси X и У.

ОХ:
$F\cos\alpha -$
$- F_{TP} = 0, \quad (2)$

ОУ: $$N + F\sin\alpha - mg = 0, \qquad (3)$$

где $F_{TP} = \mu \cdot N$. Решая совместно уравнения (2) и (3), получим:

$$F = \frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} \qquad (4)$$

Чтобы определить угол α, при котором натяжение нити будет наименьшим, найдем производную $\frac{dF}{d\alpha}$ и приравняем ее нулю :

$$\frac{dF}{d\alpha} = \left(\frac{\mu mg}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha}\right)' = \frac{\mu mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{(\cos\alpha + \mu\sin\alpha)^2} = 0,$$

$$\sin\alpha - \mu\cos\alpha = 0, \qquad \mu = tg\alpha,$$

$$\alpha = arctg\,\mu = 11^0 20'. \qquad (5)$$

Подставив α и данные задачи в уравнение (4), найдем : $F_{\min} = 2{,}9\,H$.

Ответ : $\alpha = 11^0 20'$, $F_{\min} = 2{,}9\,H$.

1.3. *Законы сохранения*

1.3.1. Основные формулы

● Закон сохранения импульса :

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{P}_i = const, \text{ или } \sum m_i \cdot \vec{V}_i = const, \qquad (1.21)$$

где N - число материальных точек (или тел), входящих в систему.

● Работа, совершаемая постоянной силой :

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} = FS\cos\alpha, \qquad (1.22)$$

где α - угол между направлениями векторов силы $\vec{F}$ и перемещения $\vec{S}$.

● Работа, совершаемая переменной силой :

$$A = \int_L F(\vec{r}) \cdot d\vec{r} = \int_L F(r)\cos\alpha\, dr, \qquad (1.23)$$

где интегрирование ведется вдоль траектории L.

● Средняя мощность за интервал времени Δt :

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \qquad (1.24)$$

● Мгновенная мощность :

$$N = \frac{dA}{dt} \quad \text{или} \quad N = FV\cos\alpha. \qquad (1.25)$$

● Кинетическая энергия материальной точки (или тела), движущейся поступательно:

$$T = \frac{mV^2}{2},. \quad \text{или} \quad T = \frac{P^2}{(2m)}. \qquad (1.26)$$

● Потенциальная энергия:

а) упругих сил

$$П = \frac{1}{2}kx^2, \qquad (1.27)$$

где k - жесткость, x - абсолютная деформация;

б) гравитационного взаимодействия двух материальных точек:

$$П = -G\frac{m_1 m_2}{r}, \qquad (1.28)$$

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$П = mgh, \qquad (1.29)$$

где h - высота тела над уровнем, принятым за нулевой.

● Закон сохранения механической энергии для замкнутой системы:

$$T + П = const. \qquad (1.30)$$

1.3.2. Контрольные вопросы

1. Что называется механической энергией? Какие системы материальных точек являются замкнутыми?
2. В чем заключается закон сохранения импульса системы материальных точек?
3. Что называется центром масс системы материальных точек? Как движется центр масс замкнутой системы?
4. В чем различие между понятиями энергии и работы?
5. Как найти работу переменной силы?
6. Совершает ли работу центростремительная сила, приложенная к телу, движущемуся по окружности?
7. Дайте определение мощности и единицы мощности.
8. Запишите формулы некоторых видов механической энергии.
9. В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?
10. Какое взаимодействие называется ударом?
11. Какие законы сохранения применимы при абсолютно упругом и неупругом соударении тел?

1.3.3. Примеры решения задач

Задача 1.9. Частица 1 массой m, летящая со скоростью V, сталкивается с неподвижной частицей 2 массой $4m$. После соударения частица 1 движется в противоположном направлении, а $1/4$ часть ее первоначальной энергии уходит на нагревание и деформацию. Найти скорости частиц V_1 и V_2 после соударения.

Решение: Запишем законы сохранения импульса (1.21) и энергии (1.30) для упругого удара частицы:

$$\begin{cases} mV = -mV_1 + 4mV_2, & (1) \\ \dfrac{mV^2}{2} = \dfrac{mV_1^2}{2} + \dfrac{4mV_2^2}{2} + \dfrac{1}{4}\dfrac{mV^2}{2}, & (2) \end{cases}$$

где $\frac{1}{4}\frac{m \cdot V^2}{2}$ - потенциальная энергия деформации.

Системы уравнений (1) и (2) содержит два неизвестных. Выразим V_1 из уравнения (1) и подставим в уравнение (2):

$$V_1 = 4V_2 - V, \tag{3}$$

$$V^2 = (4V_2 - V)^2 + 4V_2^2 + \frac{1}{4}V^2,$$

$$V^2 = 16V_2^2 - 8V_2V + V^2 + 4V_2^2 + \frac{1}{4}V^2,$$

$$20V_2^2 - 8VV_2 + 0{,}25V^2 = 0. \tag{4}$$

Решая квадратное уравнение (4), находим:

$$V_2 = 0{,}36V.$$

Подставляя V_2 в формулу (3), определим:

$$V_1 = 0{,}44V.$$

Ответ: $V_2 = 0{,}36V$; $V_1 = 0{,}44V$.

Задача 1.10. В стальной кубик массой $M = 1 кг$ (рис.1.6.), находившийся в покое на горизонтальной поверхности, попадает стальной шарик массой $m = 10 г$, летевший горизонтально со скоростью $V_1 = 10^3 \frac{м}{c}$, и упруго отражается обратно. Определить, какой путь L после удара пройдет кубик до остановки, если коэффициент трения между кубиком и горизонтальной поверхностью $\mu = 0,2$..

Дано:

$M = 1 кг$

$m = 10^{-2}\ кг$

$V_1 = 10^3\ м/c$

$\mu = 0$

$L = ?$

Решение:

Запишем закон сохранения импульса в проекции на ось ОХ :

$$mV_1 = -mV_2 + MV \ . \qquad (1)$$

Так как удар абсолютно упругий, применим закон сохранения энергии:

$$\frac{mV_1^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + M\frac{V^2}{2}. \qquad (2)$$

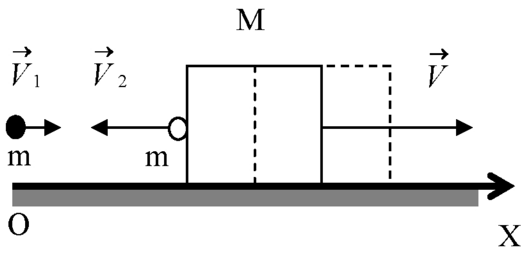

Рис.1.6.

Учитывая, что $m << M$, и, решая систему уравнений (1) и (2), находим:

$$V_2 = V_1 \ ;$$

$$V = \frac{2mV_1}{M + m} \approx$$

$$\approx \frac{2mV_1}{M}. \qquad (3)$$

Кубик массой M движется с начальной скоростью V по горизонтальной поверхности и вследствие действия сил трения останавливается. Применяя второй закон Ньютона, найдем ускорение a и путь L, который проходит кубик:

$$Ma = \mu \cdot Mg \, ,$$

откуда ускорение $a = \mu g$, а путь $L = \dfrac{V^2}{2a} = \dfrac{4m^2V_1^2}{M^2 2\mu \cdot g}$.

Подставив числовые значения, найдем $L = 100\,м$.

Ответ: $L = 100\,м$.

Задача 1.11. Два шара (рис.1.7.) массами $m_1 = 10\,кг$ и $m_2 = 15\,кг$ подвешены на нитях длиной $L = 2\,м$ так, что они соприкасаются между собой. Шар массой m_1 был отклонен на угол $\alpha = 60^0$ и выпущен. Определить высоту, на которую поднимутся шары после удара. Удар считать неупругим.

Дано:
$m_1 = 10\,кг$
$m_2 = 15\,кг$
$L = 2\,м$
$\alpha = 60^0$

$h_2 = ?$

Решение:

При отклонении шара 1 на угол α ему была сообщена потенциальная энергия:

$$П_1 = m_1 g h_1, \qquad (1)$$

где $h_1 = L(1 - \cos\alpha)$.

Перед столкновением с шаром 2 он будет обладать кинетической энергией:

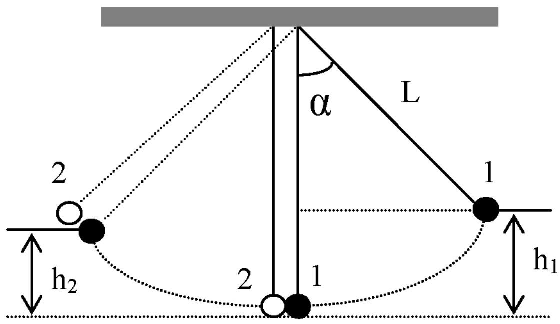

Рис.1.7.

$$T_1 = \frac{m_1 V_1^2}{2}. \qquad (2)$$

По закону сохранения энергии:

$$П_1 = T_1.$$

Согласно уравнениям (1), (2) получим:

$$m_1 g L(1 - \cos\alpha) = \frac{m_1 V_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Отсюда определим скорость первого шара

до удара:

$$V_1 = \sqrt{2gL(1 - \cos\alpha)}\,. \qquad (4)$$

После неупругого соударения оба шара получают одинаковую скорость V_2, которую определим из закона сохранения импульса:

$$m_1 V_1 = (m_1 + m_2)V_2\,,$$

$$V_2 = \frac{m_1\sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}}{m_1 + m_2}\,. \qquad (5)$$

Кинетическая энергия шаров в нижнем положении перейдет в потенциальную энергию при их поднятии (по закону сохранения энергии):

$$T_2 = \Pi_2\,,$$

$$\frac{(m_1 + m_2)V_2^2}{2} = (m_1 + m_2)gh_2\,.$$

Отсюда:

$$h_2 = \frac{V_2^2}{2g} = \frac{Lm_1^2\left(1-\cos\alpha\right)}{(m_1 + m_2)^2}.$$

После соответствующих вычислений получаем :

$$h_2 = 0{,}16\,м\,.$$

Ответ: $h_2 = 0{,}16\,м$.

1.4.Вращение твердого тела. Закон сохранения момента импульса

1.4.1. Основные формулы.

● Момент силы $\vec{F}$, действующей на тело, относительно оси вращения :

$$M = F_{\perp} l\,, \qquad (1.31)$$

где $F_{\perp}$ - проекция силы $\vec{F}$ на плоскость, перпендикулярную оси вращения; l - плечо силы $\vec{F}$.

● Момент инерции относительно оси вращения :

а) материальной точки:

$$J = mr^2 , \qquad (1.32)$$

где m – масса точки; r - расстояние ее от оси вращения;

б) сплошного однородного твердого тела:

$$J = \int_m r^2 d\,m = \rho \int_V r^2 dV , \qquad (1.33)$$

где V - объем тела, ρ - плотность.

● Моменты инерции некоторых тел массой m правильной геометрической формы:

а) стержня длиной l относительно оси, проходящей через центр тяжести стержня :

$$J = \frac{1}{12} ml^2 , \qquad (1.34)$$

б) обруча относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча и совпадающей с его осью:

$$J = mR^2 , \qquad (1.35)$$

где R - радиус обруча;

в) диска радиусом R относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр тяжести:

$$J = \frac{1}{2} mR^2 ; \qquad (1.36)$$

г) однородного шара радиусом R относительно оси, проходящей через центр шара:

$$J = \frac{2}{5} mR^2 ; \qquad (1.37)$$

● **Теорема Штейнера**: момент инерции тела относительно произвольной оси :

$$J = J_0 + ma^2 , \qquad (1.38)$$

где j_0 - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр тяжести тела параллельно заданной оси; a - расстояние между осями; m - масса тела.

● Момент импульса:

$$L = J\omega \, . \qquad (1.39)$$

● Закон сохранения момента импульса:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = const \, . \qquad (1.40)$$

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1'\omega_1' + J_2'\omega_2' \, , \qquad (1.41)$$

где $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$ - моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия; J_1', J_2' ω_1', ω_2' - те же величины после взаимодействия.

● Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси :

$$M = J\varepsilon, \qquad (1.42)$$

где ε - угловое ускорение.

● Работа при вращательном движении :

$$A = M\varphi, \qquad (1.43)$$

где φ - угол поворота тела.

● Кинетическая энергия вращающегося тела:

$$T = \frac{1}{2} J\omega^2 \, . \qquad (1.44)$$

● Кинетическая энергия тела, катящегося по плоскости без скольжения:

$$T = \frac{mV^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} \, , \qquad (1.45)$$

где $\frac{mV^2}{2}$ - кинетическая энергия поступательного движения; V - скорость центра инерции тела; $\frac{J\omega^2}{2}$ - кинетическая энергия вращательного движения тела вокруг оси, проходящей через центр инерции.

1.4.2. Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента силы? Момента инерции?
2. Сформулируйте теорему Штейнера.
3. Чему равны моменты инерции стержня, шара, обруча, цилиндра?
4. Сформулируйте основное уравнение динамики вращательного движения?
5. Чему равна работа внешних сил при вращательном движении?
6. Как записывается формула кинетической энергии вращающегося тела?
7. Чему равен момент импульса вращающегося тела?
8. Сформулируйте теорему об изменении момента импульса?
9. Запишите закон сохранения момента импульса.

1.4.3. Примеры решения задач.

Задача 1.12 К концам невесомой и нерастяжимой нити, перекинутой через блок, прикреплены грузы $m_1 = 300\,г$ и $m_2 = 200\,г$. Блок, укрепленный на горизонтальной оси, считать однородным диском массой $m_0 = 300\,г$. Найти линейное ускорение грузов.

Дано:
$m_1 = 300\,г = 0{,}3\,кг$
$m_2 = 200\,г = 0{,}2\,кг$
$m_0 = 300\,г = 0{,}3\,кг$
$a = ?$

Решение:

Заданная система состоит из трех тел, каждое из которых следует рассматривать отдельно. На рис.1.8. показаны силы, действующие на грузы m_1 и m_2. Тогда второй закон Ньютона для каждого из грузов может быть записан следующим образом:

$$m_1 \vec{a} = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}, \qquad (1)$$

$$m_2 \vec{a} = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g}. \qquad (2)$$

Ускорения грузов считаем равными, но направленными в противоположные стороны. В проекциях на координатную ось ОУ уравнения (1) и (2) примут вид:

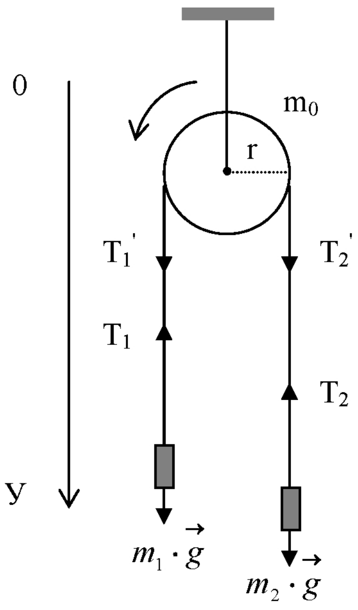

Рис.1.8

$$m_1 a = m_1 g - T_1, \qquad (3)$$

$$-m_2 a = m_2 g - T_2. \qquad (4)$$

Так как масса блока соизмерима с массой грузов, нельзя предположить, что силы, с которыми нить действует на грузы m_1 и m_2, равны между собой. Вращение блока вызывается действием сил натяжения нити:

$$T_1' = T_1, T_2' = T_2.$$

Запишем основное уравнение динамики вращательного движения (1.42) в применении к блоку, считая направление вращения блока против часовой стрелке за положительное :

$$J\varepsilon = T_1' r - T_2' r. \qquad (5)$$

В силу того, что нить нерастяжима и, следовательно, линейное ускорение грузов и всех точек нити одинаково равно (при отсутствии проскальзывания нити) касательному ускорению крайних точек обода, справедливо равенство:

$$\varepsilon = \frac{a}{r}. \qquad (6)$$

Перепишем уравнение (5):

$$\frac{Ja}{r} = T_1 r - T_2 r\ , \qquad (7)$$

где момент инерции диска $J = \dfrac{m_0 r^2}{2}$.

Решая совместно уравнения (3), (4) и (7), находим :

$$a = \frac{g(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2 + \dfrac{m_0}{2}}.$$

Ответ: $a = 1{,}5 \dfrac{м}{с^2}$.

Задача 1.13. Однородный шар массой m скатывается по наклонной плоскости, составляющей угол α с горизонтом. Определить ускорение a_c центра масс.

Решение:

Дано:
m
α
$a_c - ?$

Скатывающееся тело обладает симметрией вращения относительно точки С (рис.1.9). Будем предполагать, что при движении не возникает скольжения. Это означает, что скорость тела в точке A равна нулю. На скатывающееся тело действуют сила нормального давления $\vec{N}$, касательная сила трения $\vec{F}_\tau$ и сила тяжести шара $m\vec{g}$. При отсутствии скольжения (чистое

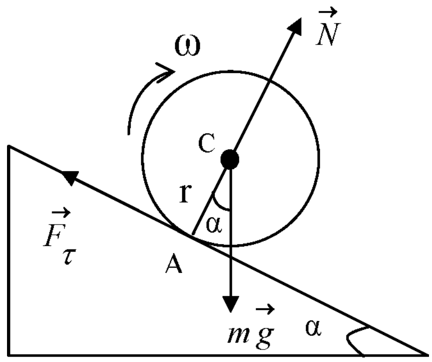

Рис.1.9

качение) сила $\vec{F}_{\tau}$ есть сила трения покоя или сила трения сцепления.

Она может принимать любые значения от 0 до μN.

Если $\vec{F}_{\tau} > \mu N$, то чистое качение невозможно - оно будет сопровождаться скольжением. Решим задачу двумя способами:

Способ 1. Применим основное уравнение динамики вращательного движения относительно мгновенной оси вращения. При отсутствии скольжения мгновенная ось проходит через точку касания A. Так как мгновенная ось и ось, проходящая через центр масс С, движутся параллельно друг другу, то основное уравнение динамики имеет форму:

$$\frac{J_A d\,\omega}{dt} = M_A . \qquad (1)$$

Или, в соответствии с рис.1.9:

$$\frac{J_A d\,\omega}{dt} = mgr\sin\alpha . \qquad (2)$$

Сила N выпадает из уравнения, так как она проходит через ось A, и ее момент относительно этой оси равен нулю. Линейная скорость точки С связана со скоростью точки A соотношением :

$$V_C = V_A + \omega\, r .$$

При отсутствии скольжения $V_A = 0$, а поэтому:

$$V_C = \omega\, r .$$

Ускорение центра масс:

$$a_c = \frac{dV_c}{dt} = \frac{rd\omega}{dt}. \qquad (3)$$

Из уравнений (2), (3) получаем :

$$a_c = \frac{mgr^2 \sin\alpha}{J_A}. \qquad (4)$$

По теореме Штейнера:

$$J_A = J_C + mr^2, \qquad (5)$$

где J_C - момент инерции шара относительно оси, проходящей через его центр.

Окончательно получаем:

$$a_c = \frac{5g \sin\alpha}{7}, \qquad (6)$$

т.к. $J_c = \frac{2}{5} mr^2$.

Способ 2. Применим закон сохранения энергии:

$$\frac{1}{2} J_A \omega^2 = mgh, \qquad (7)$$

где h - высота, с которой опустилось тело при скатывании из состояния покоя.

Так как скольжение отсутствует, то кинетическая энергия поступательного движения тела равна нулю. Пусть тело прошло вдоль наклонной плоскости путь x, тогда $h = x \cdot \sin\alpha$ и, следовательно:

$$\frac{J_A \omega^2}{2} = \frac{J_A V^2}{2r^2} = mgx \sin\alpha. \qquad (8)$$

Найдем из уравнения (8) V:

$$V = \sqrt{\frac{2r^2 mgx \sin\alpha}{J_A}}. \qquad (9)$$

Учитывая, что $V = \dfrac{dx}{dt}$ и, разделив переменные, интегрируем соотношение (9) :

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{x}} = \sqrt{\frac{2r^2 mg\sin\alpha}{J_A}} \int_0^t dt \quad ,$$

$$2\sqrt{x} = t\sqrt{\frac{2r^2 mg\sin\alpha}{J_A}} . \qquad (10)$$

Возведем обе части уравнения (10) в квадрат и найдем x :

$$x = \frac{r^2 mg\sin\alpha\, t^2}{2J_A} \qquad (11)$$

Сравнивая формулу (11) с уравнением равноускоренного движения $x = \dfrac{at^2}{2}$, получаем:

$$a_c = \frac{r^2 mg\sin\alpha}{J_A} = \frac{g\sin\alpha}{1+\dfrac{J_C}{mr^2}} = \frac{5g\sin\alpha}{7} .$$

Ответ: $a_c = \dfrac{5}{7} g\sin\alpha$.

Задача 1.14. На однородный сплошной цилиндр массой M и радиусом R плотно намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой m (рис.1.10.). В момент времени $t = 0$ система пришла в движение. Пренебрегая трением найти зависимость от времени модуля угловой скорости цилиндра; кинетической энергии всей системы.

Дано:	**Решение:**
M, R, m	Запишем систему уравнений для падающего груза m и вращающегося сплошного цилиндра М:
$\omega = ?$	
$T = ?$	

$$\begin{cases} \vec{T} R = J \vec{\varepsilon}, \\ m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{a}. \end{cases} \qquad (1)$$

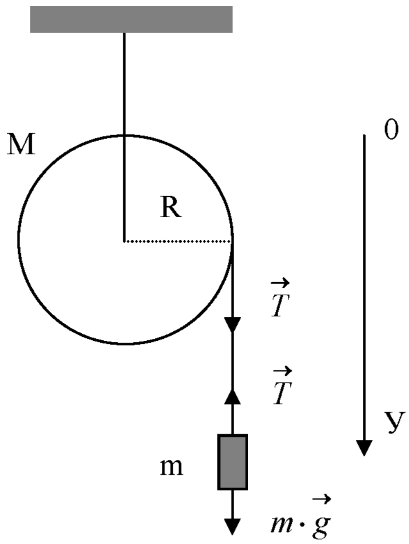

Рис.1.10

Спроектируем уравнения (1) на ось ОУ:

$$\begin{cases} T R = J \varepsilon, \\ m g - T = m a, \end{cases} \qquad (2)$$

где $J = \dfrac{MR^2}{2}$, а $\varepsilon = \dfrac{a}{R}$.

Совместное решение системы уравнений (2) дает:

$$\varepsilon = \frac{2mg}{R(2m + M)}, \qquad (3)$$

где $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$.

Перепишем уравнение (3):

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{2mg}{R(2m + M)}. \qquad (4)$$

Проинтегрировав уравнение (4), находим модуль угловой скорости:

$$\int_0^{\omega} d\omega = \frac{2mg}{R(2m + M)} \cdot \int_0^{t} dt,$$
$$\omega = \frac{2mgt}{R(2m + M)}. \qquad (5)$$

Кинетическая энергия системы представляет собой сумму кинетической энергии вращающегося цилиндра и кинетической энергии поступательного движения падающего груза:

$$T = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{mV^2}{2}. \qquad (6)$$

Произведем в уравнении (6) замену : ω по формуле (5) и $V = \omega R$. Окончательное выражение для кинетической энергии всей системы будет:

$$T = \frac{MR^2}{2} \cdot \frac{4m^2 g^2 t^2}{R^2 (2m+M)^2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{4m^2 g^2 t^2}{R^2 (2m+M)^2} =$$

$$= \frac{m^2 g^2 t^2}{2m+M}.$$

Задача 1.15. На скамье Жуковского (рис.1.11) сидит человек и держит на вытянутых руках гири по 10 *кг* каждая. Расстояние от каждой гири до оси вращения скамьи $l_1 = 75\,см$. Скамья вращается, делая $n_1 = 1\,об/с$. Определить скорость вращения скамьи и работу, которую произведет человек, если он сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до $l_2 = 20\,см$? Момент инерции скамьи с человеком относительно оси вращения $J_0 = 2{,}5\,кг \cdot м^2$.

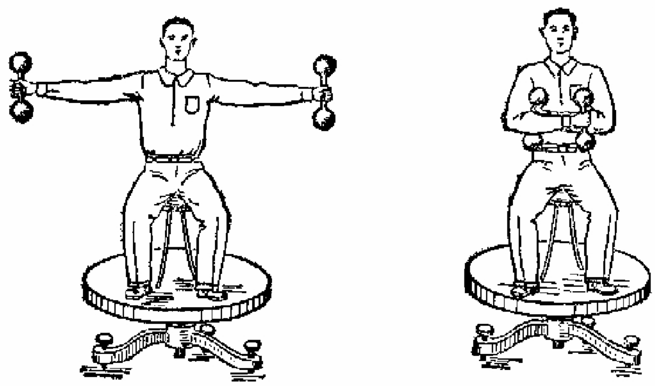

Рис.1.11.

Дано:

$m = 10\,кг$

$l_1 = 0{,}75\,м$

$n_1 = 1 c^{-1}$

$l_2 = 0{,}2\,м$

$j_0 = 2{,}5\,кг \cdot м^2$

$n_2 = ?\quad A_2 = ?$

Решение:

При перемещении гирь относительно оси вращения на систему человек - скамья - гири будут действовать внешние силы - силы реакции опоры, линия действия которых проходит через ось вращения. Момент этих сил равен нулю. Следовательно, для системы данных тел будет выполняться закон сохранения моментов импульса. Момент силы тяжести относительно оси скамьи равен нулю. Работу сила тяжести не совершает (гири не смещаются по высоте).

Поскольку момент инерции гирь, а следовательно, всей системы, будет уменьшаться, скорость вращения скамьи будет возрастать, возрастает и кинетическая энергия системы.

Увеличение кинетической энергии происходит за счет работы человека. До перемещения гирь момент импульса системы:

$$L_1 = \left(J_0 + 2ml_1^2\right)\omega_1,$$

после перемещения :

$$L_2 = \left(J_0 + 2ml_2^2\right)\omega_2, \qquad \omega = 2\pi n.$$

По закону сохранения момента импульса $L_1 = L_2$, следовательно,

$$\left(J_0 + 2ml_1^2\right)2\pi n_1 = \left(J_0 + 2ml_2^2\right)2\pi n_2. \qquad (1)$$

Из уравнения (1) находим:

$$n_2 = \frac{n_1\left(J_0 + 2ml_1^2\right)}{J_0 + 2ml_2^2}.$$

Работа человека равна приросту кинетической энергии системы:

$$A = T_2 - T_1. \qquad (2)$$

Так как начальная кинетическая энергия системы:

$$T_1 = \frac{1}{2}\left(J_0 + 2ml_1^2\right)\omega_1^2,$$

конечная кинетическая энергия системы:

$$T_2 = \frac{1}{2}\left(J_0 + 2ml_2^2\right)\omega_2^2,$$

то $\qquad A = 2\pi^2\left[\left(J_0 + 2ml_2^2\right)n_2^2 - \left(J_0 + 2ml_1^2\right)n_1^2\right].$

Ответ: $A = 870$ *Дж*; $\qquad n_2 = 4{,}2\ c^{-1}$.

1.5. Элементы специальной теории относительности (СТО).

1.5.1. Основные формулы

В СТО рассматриваются только инерциальные системы отсчета. Считается, что оси $У, У^{/}$ и $Z, Z^{/}$ сонаправлены, а относительная скорость V системы координат $\langle K^{/}\rangle$ относительно системы $\langle K\rangle$ направлена вдоль общей оси $XX^{/}$ (рис. 1.12).

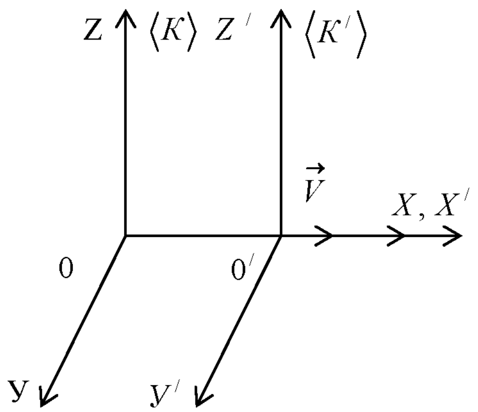

Рис. 1.12

● Релятивистское (лоренцево) сокращение длины стержня:

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}, \quad (1.46)$$

где l_0 - длина стержня в системе координат $\langle K^{/}\rangle$ (рис.1.12), относительно которой стержень покоится (собственная длина); стержень параллелен оси X; l - длина стержня, измеренная в системе $\langle K\rangle$, относительно которой он движется со скоростью V; $\beta = V/c$; c - скорость света в вакууме.

● Релятивистское замедление хода часов:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (1.47)$$

где Δt_0 - промежуток времени между двумя событиями, происходящими в одной точке системы $\langle K' \rangle$, измеренный по часам этой системы (собственное время движущихся часов); Δt - промежуток времени между двумя событиями, измеренный по часам системы $\langle K \rangle$.

● Зависимость массы тела от скорости его движения (релятивистская масса):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (1.48)$$

где m_0 - масса покоя этого тела.

● Релятивистский импульс:

$$\vec{P} = m\vec{V} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (1.49)$$

● Кинетическая энергия релятивистской частицы:

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \qquad (1.50)$$

● Полная энергия релятивистской частицы:

$$E = mc^2 = m_0 c^2 + T, \qquad (1.51)$$

где $m_0 c^2$ - энергия покоя.

● Изменение массы системы на величину Δm соответствует изменению энергии системы на величину:

$$\Delta E = c^2 \Delta m. \qquad (1.52)$$

● Релятивистское сложение скоростей:

$$U = \frac{\left(U^{/} + V\right)}{\left(1 + U^{/}V \big/ c^2\right)}, \qquad U^{/} = \frac{\left(U - V\right)}{\left(1 - UV \big/ c^2\right)}, \qquad (1.53)$$

где $U^{/}$ - скорость тела относительно системы $\langle K^{/} \rangle$ (относительная скорость); V - скорость системы $\langle K^{/} \rangle$ относительно системы $\langle K \rangle$ (переносная скорость); U - скорость тела относительно системы $\langle K \rangle$.

1.5.2. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте принцип относительности в классической механике.
2. Как формулируются постулаты специальной теории относительности?
3. Запишите преобразования Лоренца.
4. Как записывается закон сложения скоростей в релятивистской динамике?
5. Запишите формулы для релятивистского сокращения длины, замедления времени и изменения массы.
6. Запишите формулы для полной энергии релятивистской частицы, для энергии покоя частицы.

1.5.3. Примеры решения задач

Задача 1.16. Космический корабль движется с постоянной скоростью $V = \frac{24}{25}c$ по направлению к центру Земли. Какое расстояние в системе отсчета, связанной с Землей, пройдет корабль за промежуток времени $\Delta t_0 = 7c$, отсчитанный по корабельным часам? Вращение Земли и ее орбитальное движение не учитывать.

Дано:

$V = \dfrac{24}{25}c$

$\Delta t_0 = 7c$

$S = ?$

Решение:

Если на корабле отсчитан промежуток собственного времени Δt_0, то по земным часам согласно уравнению (1.47) будет отсчитан промежуток :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}}.$$

Поэтому $S = V\Delta t$,

$$S = \frac{24}{25}\frac{c\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(V/c\right)^2}} = \frac{24}{25}\frac{c\Delta t_0}{\sqrt{1-\left(\frac{24}{25}\right)^2}},$$

здесь $c = 3\cdot 10^8 \,\frac{м}{с}$.

Ответ: $S = 72$ *м*.

Задача 1.17. В ускорителе протоны ускоряются до скоростей, отличающихся на 0,01% от скорости света. Во сколько раз релятивистская масса таких протонов превышает их массу покоя?

Дано:

$\left(\dfrac{c-V}{c}\right)100\ \% = 0{,}01\%$

$\dfrac{m}{m_0} - ?$

Решение:

При скоростях движения V, соизмеримых со скоростью света , масса зависит от скорости движения по формуле (1.48):

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (1)$$

где $\beta = \dfrac{V}{c}$; m_0 – масса покоя.

Так как $\left(\dfrac{c-V}{c}\right)100\ \% = 0{,}01\%$ (по условию), то:

$$1-\frac{V}{c}=10^{-4},$$

$$1-\beta=10^{-4},$$

а $\qquad \beta = 1-10^{-4} \approx 1,$

т.е. мало отличается от единицы. Подкоренное выражение в формуле (1) можно представить в виде:

$$1-\beta^{2}=(1-\beta)(1+\beta)\approx 2(1-\beta).$$

Тогда $\dfrac{m}{m_0}\approx\dfrac{1}{\sqrt{2(1-\beta)}}\approx 70$.

Ответ: $\dfrac{m}{m_0}\approx\dfrac{1}{\sqrt{2(1-\beta)}}\approx 70$.

Задача 1.18. Из астрономических наблюдений установлено, что количество энергии, которое приносит на Землю солнечное излучение за $1 с$ на площадку $1 м^2$, перпендикулярную солнечным лучам, составляет около $1{,}4\cdot 10^{3}\ \dfrac{Дж}{(с\cdot м^{2})}$. Какую массу ежесекундно теряет Солнце?

Дано:

$\dfrac{\Delta E}{S}=1{,}4\cdot10^{3}\ \dfrac{Вт}{м^{2}}$

$\dfrac{\Delta m}{m}-?$

Решение:

Суммарная энергия, излучаемая Солнцем за $1 с$:

$$\Delta E = 1{,}4\cdot10^{3}\cdot 4\pi\cdot R^{2},$$

где $R=1{,}49\cdot10^{11} м$ - расстояние от Земли до Солнца. Согласно формуле (1.52) Солнце ежесекундно теряет массу:

$$\Delta m=\frac{\Delta E}{c^{2}}=1{,}4\cdot10^{3}\ \frac{4\pi R^{2}}{c^{2}}.$$

Вычисления дают:

$$\Delta m = 4{,}4 \cdot 10^9 \frac{кг}{c}.$$

Величина грандиозная с точки зрения земных масштабов, однако по сравнению с массой Солнца эта потеря ничтожно мала и составляет:

$$\frac{\Delta m}{m} = 2 \cdot 10^{-21} \text{ - за одну секунду.}$$

Здесь m - масса Солнца.

Ответ: $\dfrac{\Delta m}{m} = 2 \cdot 10^{-21}$.

Задача 1.19. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить скорость частицы с массой покоя m_0 от $0{,}6\,c$ до $0{,}8c$? Сравнить полученный результат со значением, вычисленным по классической формуле.

Решение:

Дано:
$V_1 = 0{,}6c$
$V_2 = 0{,}8c$
$A = ?$

Искомая работа равна изменению кинетической энергии:

$$A = T_2 - T_1,$$

где $T_1 = m_0 c^2 \left(\dfrac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} - 1 \right)$,

$$T_2 = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} - 1 \right),$$

а $\beta_1 = \dfrac{V_1}{c}$; $\beta_2 = \dfrac{V_2}{c}$.

Подставляя данные из условия задачи получим:

$$A = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} \right) = 0{,}42 m_0 c^2. \qquad (1)$$

Соответствующая же работа по классической формуле:

$$A = \frac{m_0 V_2^2}{2} - \frac{m_0 V_1^2}{2} = 0{,}14 m_0 c^2. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) видно, что значение работы, рассчитанное по формулам релятивистской механики, оказывается в 3 раза больше значения работы, которое мы получили бы при расчете по формулам классической механики.

1.6. *Механические колебания*

1.6.1. Основные формулы

● Кинематическое уравнение свободных гармонических колебаний:

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad \left(x = A\sin(\omega_0 t + \varphi_0)\right), \qquad (1.54)$$

где x - смещение; A - амплитуда колебаний; ω_0 - круговая (циклическая)частота; φ_0 - начальная фаза; $(\omega_0 t + \varphi_0)$ - фаза колебаний в момент времени t.

● Скорость и ускорение материальной точки, совершаюшей гармонические колебания:

$$V = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \qquad (1.55)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dV}{dt} = -A\omega_0^2 \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = -\omega_0^2 x. \qquad (1.56)$$

● Сложение гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты:

а) амплитуда результирующего колебания:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos\left(\varphi_2 - \varphi_1\right)};$$

б) начальная фаза результирующего колебания:

$$\varphi_0 = arctg\frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2}. \qquad (1.57)$$

● Уравнение траектории точки, участвующей в двух взаимно-перпендикулярных колебаниях с одной и той же частотой ω :

$$a = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

$$\frac{x^2}{A_1^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2}\cos(\varphi_2 - \varphi_1) + \frac{y^2}{A_2^2} = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \qquad (1.58)$$

● Полная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания:

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 = \frac{1}{2} k A^2, \qquad (1.59)$$

где $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$, k - коэффициент упругой силы.

● Период колебаний

а) пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \qquad (1.60)$$

б) математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (1.61)$$

где l - длина маятника; g - ускорение свободного падения.

в) физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}}, \qquad (1.62)$$

где J - момент инерции маятника относительно оси колебаний; d - расстояние центра масс маятника от оси колебаний.

● Уравнение затухающих колебаний:

$$x = A_0 e^{-\beta \cdot t} \cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (1.63)$$

где $A(t) = A_0 e^{-\beta \cdot t}$ - зависимость амплитуды колебаний от времени; A_0 - начальная амплитуда; е - основание натурального логарифма; $\beta = \dfrac{r}{2m}$ - коэффициент затухания; t - время; r - коэффициент сопротивления.

● Частота затухающих колебаний:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}, \qquad (1.64)$$

где ω_0 - частота свободных колебаний.

● Логарифмический декремент затухания:

$$K = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T, \qquad (1.65)$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ - амплитуды двух последовательных колебаний, отстоящих по времени друг от друга на период T.

● Амплитуда вынужденных колебаний:

$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \qquad (1.66)$$

где F_0 - амплитудное значение внешней периодической силы.

● Резонансная частота и резонансная амплитуда:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}, \qquad (1.67)$$

$$A_{рез} = \frac{F_0}{m\left(2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\right)}. \qquad (1.68)$$

1.6.2. Контрольные вопросы

1. Какие колебательные процессы называются гармоническими?

2. Дайте определения величин, характеризующих гармонические колебания: период, частота, циклическая частота, амплитуда, фаза, начальная фаза.
3. Запишите уравнение гармонических колебаний и выведите формулы для скорости и ускорения.
4. Чему равны потенциальная, кинетическая и полная энергия при гармонических колебаниях?
5. Как определяется амплитуда и фаза при сложении гармонических колебаний одного направления и одинаковой частоты?
6. Какова траектория точки, участвующей одновременно в двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаниях одной частоты?
7. Что называется математическим и физическим маятником? Запишите формулу для расчета периода их колебаний.
8. Что называется приведенной длиной физического маятника?
9. Запишите уравнение затухающих колебаний. По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний?
10. Дайте определение коэффициента затухания, логарифмического декремента затухания. В чем физический смысл этих величин?
11. Какие колебания называются вынужденными? В чем заключается явление резонанса?

1.6.3. Примеры решения задач

Задача 1.20. Частица совершает прямолинейные гармонические колебания. При смещении частицы от положения равновесия на $x_1 = 2{,}6\,см$ ее скорость $V_1 = 2{,}9\,\frac{см}{с}$, а при смещении на $x_2 = 3{,}4\ см$ скорость частицы $V_2 = 1{,}9\ \frac{см}{с}$. Найти амплитуду и циклическую частоту колебаний частицы.

Дано:

$x_1 = 2{,}6\, см$

$V_1 = 2{,}9\ \frac{см}{с}$

$x_2 = 3{,}4\ см$

$V_2 = 1{,}9\ \frac{см}{с}$.

$A - ?\quad \omega - ?$

Решение:

По условию задачи запишем два уравнения, используя формулу (1.54) и принимая $\varphi_0 = 0$:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= A\sin\omega_0 t_1, \\ x_2 &= A\sin\omega_0 t_2 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Тогда:

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \frac{d\,x_1}{d\,t_1} = A\omega_0\cos\omega\, t_1, \\ V_2 &= \frac{d\,x_2}{d\,t_2} = A\omega_0\cos\omega\, t_2 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

Представим систему уравнений (1),(2) в виде:

$$\frac{x_1}{A} = \sin\omega_0 t_1, \qquad (3)$$

$$\frac{x_2}{A} = \sin\omega_0 t_2, \qquad (4)$$

$$\frac{V_1}{A\cdot\omega_0} = \cos\omega_0 t_1, \qquad (5)$$

$$\frac{V_2}{A\cdot\omega_0} = \cos\omega_0 t_2. \qquad (6)$$

Уравнения (3) и (5) возведем в квадрат и сложим, аналогичную операцию проделаем с уравнениями (4) и (6):

$$\left.\begin{aligned} &\left(\frac{x_1}{A}\right)^2 + \left(\frac{V_1}{A\omega_0}\right)^2 = \sin^2(\omega_0 t_1) + \cos^2(\omega_0 t_1) = 1 \\ &\left(\frac{x_2}{A}\right)^2 + \left(\frac{V_2}{A\omega_0}\right)^2 = 1 \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Решая систему уравнений (7), находим амплитуду:

$$A = \sqrt{\frac{V_1^2 x_2^2 - V_2^2 x_2^2}{V_1^2 - V_2^2}}$$

и циклическую частоту:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{V_1^2 - V_2^2}{x_2^2 - x_1^2}}.$$

Ответ: $A = 3{,}9\ см$, $\omega_0 \approx 1\ с^{-1}$.

Задача 1.21. Амплитуда гармонических колебаний материальной точки $A = 2\ см$, полная энергия колебаний $E = 3 \cdot 10^{-7} Дж$. При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила $F = 2{,}25 \cdot 10^{-5} Н$?

Дано:
$E = 3 \cdot 10^{-7} Дж$
$A = 2 \cdot 10^{-2} м$
$F = 2{,}25 \cdot 10^{-5} Н$

$x - ?$

Решение:

Полная энергия гармонических колебаний определяется формулой (1.59):

$$E = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2, \qquad (1)$$

а ускорение формулой (1.56):

$$a = -\omega_0^2 x.$$

Применив второй закон Ньютона, найдем силу, действующую на точку:

$$F = ma = m\left(-\omega_0^2 x\right). \qquad (2)$$

Произведение $\left(m \cdot \omega_0^2\right)$ найдем из уравнения (1) и подставим в уравнение (2):

$$F = -x\left(m\omega_0^2\right) = -x\frac{2E}{A^2}.$$

Знак "-" указывает на то, что квазиупругая сила F направлена противоположно смещению x.

По модулю: $x = \dfrac{FA^2}{2E}$.

Ответ: $x = 1{,}5 \cdot 10^{-2} м$.

Задача 1.22. Амплитуда затухающих колебаний математического маятника за 1 минуту уменьшилась вдвое. Во сколько раз она уменьшится за 3 минуты?

Дано:

$\frac{A_n}{A_m} = 2$

$\tau_1 = 60\,c$

$\tau_2 = 180\,c$

$\frac{A_n}{A_k} = x - ?$

Решение:

Амплитуда затухающих колебаний изменяется по закону (1.63):

$$A = A_0 e^{-\beta \cdot t}.$$

Таким образом, можно записать систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= A_0 e^{-\beta t}, \\ A_m &= A_0 e^{-\beta\left(t+\tau_1\right)}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где τ_1 - время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшилась вдвое.

Разделив в этой системе первое уравнение на второе, получим:

$$\frac{A_n}{A_m} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta\left(t+\tau_1\right)}} = e^{\beta \tau_1},$$

$$2 = e^{\beta \tau_1} \qquad (2)$$

и прологарифмировав уравнение (2), можно определить коэффициент затухания:

$$\ln 2 = \beta \tau_1,$$

$$\beta = \frac{\ln 2}{\tau_1}. \qquad (3)$$

Аналогично запишем вторую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} A_n &= A_0 e^{-\beta t} \\ A_k &= A_0 e^{-\beta\left(t+\tau_2\right)} \end{aligned}\right\}, \qquad (4)$$

где τ_2 - время, за которое амплитуда колебаний уменьшится в x раз.

Разделив в системе (4) первое уравнение на второе:

$$\frac{A_n}{A_k} = \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta\left(t+\tau_2\right)}} = e^{\beta \tau_2},$$

можно определить:

$$x = e^{\beta \tau_2}. \qquad (5)$$

Из формул (3) и (5) окончательно получим:

$$x = e^{\frac{\tau_2 \ln 2}{\tau_1}}.$$

Ответ: $x = 8$.

Задача 1.23. В U - образной трубке находится столбик жидкости длиной l, отсчитываемой по оси трубки. При кратковременном изменении давления жидкости в одном из колен уровни жидкости сместились и столбик начал колебаться. Определить частоту колебаний. Трением о стенки пренебречь.

Дано:
l

$\omega_0 - ?$

Решение:

Колебание жидкости начнется под действием силы давления столба жидкости высотой 2x (рис.1.13):

$$F = PS = 2\rho gxS, \qquad (1)$$

где S - площадь поперечного сечения трубки, P - давление.

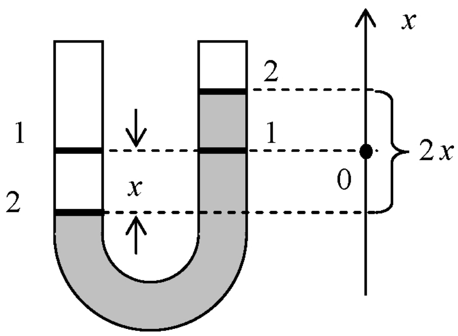

Рис.1.13

По второму закону Ньютона:

$$ma = -2\rho gS \quad x, \quad (2)$$

Знак минус в уравнении (2) берется потому, что сила давления направлена в сторону, противоположную смещению.

Масса жидкости :

$$m = \rho lS. \qquad (3)$$

Тогда из уравнений (2) и (3) получим:

$$a = -\left(\frac{2 \cdot g}{l}\right)x, \qquad (4)$$

где a - ускорение (вторая производная смещения x по времени t). Уравнение (4) можно записать:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2g}{l}x = 0 .$$

Получим дифференциальное уравнение гармонических колебаний, в котором:

$$\left(\frac{2g}{l}\right) = \omega_0^2, \quad \text{откуда} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{l}}.$$

Ответ: $\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{l}}$.

1.7. Задачи для контрольной работы N 1 "Физические основы механики"

Задача 1. Три четверти своего пути автомобиль прошел со скоростью $V_1 = 60\ км/ч$, остальную часть пути - со скоростью $V_2 = 80\ км/ч$. Какова средняя путевая скорость $\langle V \rangle$ автомобиля?

Задача 2. Движение двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2, \quad x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2,$$

где:

$A_1 = 20 м,\ A_2 = 2 м,\ B_2 = B_1 = 2\ м/с,\ C_1 = -4\ м/с^2,\ C_2 = 0{,}5\ м/с^2.$

В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости V_1 и V_2 и ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент.

Задача 3. Камень падает с высоты $h = 1200\ м$. Какой путь s пройдет камень за последнюю секунду своего падения?

Задача 4. Камень брошен вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 20\ м/с$. По истечении какого времени камень будет находиться на высоте $h = 15\ м$? Найти скорость V камня на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь. Принять $g = 10\ м/с^2$.

Задача 5. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на одной и той же высоте $h = 8{,}6\ м$ два раза с интервалом $\Delta t = 3\ с$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость брошенного тела.

Задача 6. С балкона бросили мячик вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 5\ м/с$. Через $t = 2 с$ мячик упал на землю. Определить высоту балкона над землей и скорость мячика в момент удара о землю.

Задача 7. Движение точки по кривой задано уравнениями $x = A_1 t^3$ и $y = A_2 t$, где $A_1 = 1 м/с^3$, $A_2 = 2 м/с$. Найти уравнение траектории точки, ее скорость V и полное ускорение a в момент времени $t = 0{,}8\ с$.

Задача 8. С вышки бросили камень в горизонтальном направлении. Через промежуток времени $t = 2\ с$ камень упал на землю на расстоянии $s = 40\ м$ от основания вышки. Определить начальную V_0 и конечную V скорости камня.

Задача 9. Снаряд, выпущенный из орудия под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту, дважды был на одной и той же высоте h: спустя время $t_1 = 10\ с$ и $t_2 = 50\ с$ после выстрела. Определить начальную скорость V_0 и высоту h.

Задача 10. Камень брошен с вышки в горизонтальном направлении с начальной скоростью $V_0 = 30\ м/с$. Определить скорость V, тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения камня в конце второй секунды после начала движения.

Задача 11. Колесо, вращаясь равноускоренно, через время $t = 60{,}0\ с$ после начала вращения приобретает частоту $n = 720\ об/мин$. Найти угловое ускорение ε колеса и число оборотов N колеса за это время.

Задача 12. Вал вращается с частотой $n = 180\ об/мин$. С некоторого момента вал начал вращаться равнозамедленно с угловым ускорением $\varepsilon = 3\ рад/с^2$. Через какое время t вал остановится? Найти число оборотов N вала до остановки.

Задача 13. Точка движется по окружности радиусом $R = 20\ см$ с постоянным тангенциальным ускорением $a_\tau = 5{,}0\ см/с^2$. Через какое время t после начала движения нормальное ускорение a_n точки будет: а) равно тангенциальному, б) вдвое больше тангенциального.

Задача 14. Точка движется по окружности радиусом $R = 10{,}0\ см$ с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение a_τ точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $V = 79{,}2\ см/с$.

Задача 15. Точка движется по окружности радиусом $R = 10{,}0\,см$ с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти нормальное ускорение a_n точки через время $t = 20{,}0\,c$ после начала движения, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки $V = 10{,}0\,см/c$.

Задача 16. Точка движется по окружности радиусом $R = 2{,}00\,см$. Зависимость пути от времени дается уравнением $s = Ct^3$, где $C = 0{,}1000\,см/c^3$. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки $V = 0{,}300\,м/c$.

Задача 17. Точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $s = A - Bt + Ct^2$, где $B = 2{,}000\,м/c$ и $C = 1{,}000\,м/c^2$. Найти линейную скорость V точки, ее тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения через время $t = 3{,}00\,c$ после начала движения, если известно, что при $t' = 2{,}00\,c$ нормальное ускорение точки $a_n' = 0{,}500\,м/c^2$.

Задача 18. Колесо вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 2{,}00\,рад/c^2$. Через время $t = 0{,}500\,c$ после начала движения полное ускорение колеса $a = 13{,}6\,см/c^2$. Найти радиус R колеса.

Задача 19. Колесо радиусом $R = 0{,}100\,м$ вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $B = 2{,}00\,рад/c$ и $C = 1{,}00\,рад/c^3$. Для точек, лежащих на ободе колеса, найти через время $t = 2{,}00\,c$ после начала движения: а) угловую скорость ω; б) линейную скорость V; в) угловое ускорение ε; д) тангенциальное a_τ и нормальное a_n ускорения.

Задача 20. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота радиуса колеса от времени дается уравнением $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1{,}000\,рад/c$, $C = 1{,}000\,рад/c^2$ и $D = 1{,}000\,рад/c^3$. Найти радиус R колеса, если известно, что к концу второй секунды движения для точек, лежащих на ободе колеса, нормальное ускорение $a_n = 3{,}46 \cdot 10^2\,м/c^2$.

Задача 21. Два бруска массами $m_1 = 1\,кг$ и $m_2 = 4\,кг$, соединенные шнуром, лежат на столе. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу $F = 10\,H$, направленную горизонтально? Какова будет сила натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу $10\,H$ приложить к первому бруску? ко второму бруску? Трением пренебречь.

Задача 22. Наклонная плоскость, образующая угол $\alpha = 25^0$ с плоскостью горизонта, имеет длину $l = 2\,м$. Тело, двигаясь равноускоренно, соскользнуло с этой плоскости за время $t = 2\,c$. Определить коэффициент трения μ тела о плоскость.

Задача 23. Молот массой $m = 1\,т$ падает с высоты $h = 2\,м$ на наковальню. Длительность удара $t = 0{,}01\,c$. Определить среднее значение силы $\langle F \rangle$ удара.

Задача 24. Материальная точка массой $m = 1\,кг$, двигаясь равномерно, описывает четверть окружности радиусом $r = 1{,}2\,м$

в течение времени $t = 2\,с$. Найти изменение Δp импульса точки.

Задача 25. Тело массой $m = 5\,кг$ брошено под углом $\alpha = 30^0$ к горизонту с начальной скоростью $V_0 = 20\,м/с$. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти: 1) импульс силы F, действующей на тело за время его полета; 2) изменение Δp импульса тела за время полета.

Задача 26. Шарик массой $m = 300\,г$ ударился о стену и отскочил от нее. Определить импульс p_1, полученный стеной, если в последний момент перед ударом шарик имел скорость $V_0 = 10\,м/с$, направленную под углом $\alpha = 30^0$ к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

Задача 27. Ракета массой $m = 1т$, запущенная с поверхности Земли вертикально вверх, поднимается с ускорением $a = 2g$. Скорость V струи газов, вырывающихся из сопла, равна $1200\,м/с$. Найти расход Q_m горючего.

Задача 28. Космический корабль имеет массу $m = 3{,}5\,т$. При маневрировании из его двигателей вырывается струя газов со скоростью $V = 800\,м/с$; расход горючего $Q_m = 0{,}2\,кг/с$. Найти реактивную силу R двигателей и ускорение a, которое она сообщает кораблю.

Задача 29. Катер массой $m = 2\,т$ трогается с места и в течение времени $\tau = 10\,с$ развивает при движении по спокойной воде скорость $V = 4\,м/с$. Определить силу тяги F мотора, считая ее постоянной. Принять силу сопротивления F_c движению пропорциональной скорости; коэффициент сопротивления $k = 100\,кг/с$.

Задача 30. Начальная скорость V_0 пули равна $800\,м/с$. При движении в воздухе за время $t = 0{,}8с$ ее скорость уменьшилась до $V = 200\,м/с$. Масса m пули равна $10\,г$. Считая силу сопротивления воздуха пропорциональной квадрату скорости, определить коэффициент сопротивления k. Действием силы тяжести пренебречь.

Задача 31. На автомобиль массой $m = 1т$ во время движения действует сила трения $F_{тр}$, равная 0,1 действующей на него силы тяжести mg. Найти силу тяги F, развиваемую мотором автомобиля, если автомобиль движется с ускорением $a = 1\,м/с^2$ в гору с уклоном $1\,м$ на каждые $25\,м$ пути.

Задача 32. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Пройдя путь $s = 36{,}4\,см$, тело приобретает скорость $V = 2\,м/с$. Найти коэффициент трения μ тела о плоскость.

Задача 33. Тело скользит по наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 45^0$. Зависимость пройденного телом пути s от времени t дается уравнением $s = Ct^2$, где $C = 1{,}73\,м/с^2$. Найти коэффициент трения тела о плоскость.

Задача 34. С какой скоростью V двигался вагон массой $m = 20т$, если при ударе о стенку каждый буфер сжался на $l = 10\,см$? Жесткость пружины каждого буфера $k = 1МН/м$.

Задача 35. Груз массой $m = 1\,кг$, подвешенный на невесомом стержне длиной $l = 0{,}5\,м$, совершает колебания в вертикальной плоскости. При каком угле отклонения α стержня от вертикали кинетическая энергия груза в его нижнем положении $E_K = 2{,}45\,Дж$? Во сколько раз при таком угле отклонения сила натяжения стержня T_1 в нижнем положении больше силы натяжения стержня T_2 в верхнем положении?

Задача 36. Найти работу A, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на $l = 20\,см$, если известно, что сила F пропорциональна сжатию l и жесткость пружины $k = 2{,}94\,кН/м$.

Задача 37. Невесомый блок укреплен в вершине наклонной плоскости (рис.1.14), образующей с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Гири 1 и 2 одинаковой массы $m_1 = m_2 = 1\,кг$ соединены нитью и перекинуты через блок. Найти ускорение a, с которым движутся гири, и силу натяжения нити T. Коэффициент трения гири 2 о наклонную плоскость $\mu = 0{,}1$. Трением в блоке пренебречь.

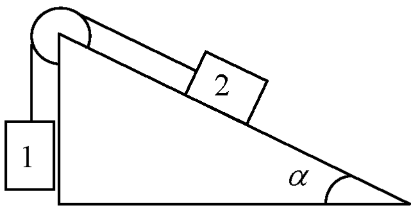

Рис.1.14

Задача 38. Мальчик массой $m = 45\,кг$ вращается на "гигантских шагах" с частотой $n = 16\,об/мин$. Длина канатов $l = 5\,м$. Какой угол α с вертикалью составляют канаты "гигантских шагов"? Каковы сила натяжения канатов T и скорость V вращения мальчика?

Задача 39. Груз массой m, подвешенный на невесомом стержне, отклоняют на угол $\alpha = 90^0$ и отпускают. Найти силу натяжения T стержня в момент прохождения грузом положения равновесия.

Задача 40. Груз массой $m = 150\,кг$ подвешен на стальной проволоке, выдерживающей силу натяжения $T = 2{,}94\,кН$. На какой наибольший угол α можно отклонить проволоку с грузом, чтобы она не разорвалась при прохождении грузом положения равновесия?

Задача 41. Шар массой $m_1 = 10\,кг$, движущийся со скоростью $V_1 = 4\,м/с$, сталкивается с шаром массой $m_2 = 4\,кг$, скорость V_2 которого равна $12\,м/с$. Считая удар прямым, неупругим, найти скорость U шаров после удара в двух случаях: 1) малый шар нагоняет большой шар, движущийся в том же направлении; 2) шары движутся навстречу друг другу.

Задача 42. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека $M = 60\,кг$, масса доски $m = 20\,кг$. С какой скоростью U (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью (относительно доски) $V = 1\,м/с$? Массой колес пренебречь. Трение во втулках не учитывать.

Задача 43. На железнодорожной платформе установлено орудие. Масса платформы с орудием $M = 15\,т$. Орудие стреляет вверх под углом $\varphi = 60^0$ к горизонту в направлении пути. С какой скоростью V_1 покатится платформа вследствие отдачи, если масса снаряда $m = 20\,кг$ и он вылетает со скоростью $V_2 = 600\,м/с$?

Задача 44. Снаряд массой $m = 10\,кг$ обладал скоростью $V = 200\,м/с$ в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая, массой $m_1 = 3\,кг$, получила скорость $U_1 = 400\, м/с$ в прежнем направлении. Найти скорость U_2 второй, большей части после разрыва.

Задача 45. В предыдущей задаче найти, с какой скоростью U_2 и под каким углом φ_2 к горизонту полетит большая часть снаряда, если меньшая полетела вперед под углом $\varphi_1 = 60^0$ к горизонту.

Задача 46. Два конькобежца массами $m_1 = 80\, кг$ и $m_2 = 50\, кг$, держась за концы длинного натянутого шнура, неподвижно стоят на льду один против другого. Один из них начинает укорачивать шнур, выбирая его со скоростью $V = 1\, м/с$. С какими скоростями U_1 и U_2 будут двигаться по льду конькобежцы? Трением пренебречь.

Задача 47. Акробат на мотоцикле описывает "мертвую петлю" радиусом $r = 4\, м$. С какой наименьшей скоростью $V_{\min}$ должен проезжать акробат верхнюю точку петли, чтобы не сорваться?

Задача 48. Грузик, привязанный к шнуру длиной $l = 50\, см$, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какой угол φ образует шнур с вертикалью, если частота вращения $n = 1\, c^{-1}$?

Задача 49. Грузик, привязанный к нити длиной $l = 1\, м$, описывает окружность в горизонтальной плоскости. Определить период T обращения, если нить отклонена на угол $\varphi = 60^0$ от вертикали.

Задача 50. Автомобиль массой $m = 5\,т$ движется со скоростью $V = 10\,м/с$ по выпуклому мосту. Определить силу F давления автомобиля на мост в его верхней части, если радиус R кривизны моста равен $50\,м$.

Задача 51. Шар радиусом $R = 6\,см$ удерживается внешней силой под водой так, что его верхняя точка касается поверхности воды. Какую работу A произведет выталкивающая сила, если отпустить шар и предоставить ему свободно плавать? Плотность материала шара $\rho = 0{,}5 \cdot 10^3\,кг/м^3$.

Задача 52. Гиря массой $m = 0{,}5\,кг$, привязанная к резиновому шнуру длиной l_0, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Частота вращения гири $n = 2\,об/с$. Угол отклонения резинового шнура от вертикали $\alpha = 30^0$. Жесткость шнура $k = 0{,}6\,кН/м$. Найти длину l_0 нерастянутого резинового шнура.

Задача 53. Движущийся шар массой m_1 ударяется о неподвижный шар массой m_2. Считая удар абсолютно неупругим и центральным, найти, какая часть кинетической энергии E_{K1} первого шара переходит при ударе во внутреннюю энергию шаров. Задачу решить в общем виде, а затем рассмотреть случаи: а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 = 9m_2$.

Задача 54. Ведерко с водой, привязанное к веревке длиной $l = 60\,см$, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти наименьшую скорость V вращения ведерка, при которой в высшей точке вода из него не выливается. Какова сила натяжения веревки T при этой скорости в высшей и низшей точках окружности? Масса ведерка с водой $m = 2\,кг$.

Задача 55. Камень, привязанный к веревке, равномерно вращается в вертикальной плоскости. Найти массу m камня, если известно, что разность между максимальной и минимальной силами натяжения веревки $\Delta T = 10H$.

Задача 56. Гирька, привязанная к нити длиной $l = 30 см$, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом $R = 15 см$. С какой частотой n вращается гирька?

Задача 57. Движущийся шар массой m_1 ударяется о неподвижный шар массой m_2. Считая удар абсолютно упругим и центральным, найти, какую часть кинетической энергии E_{K1} первый шар передает второму при ударе. Задачу решить в общем виде, а затем рассмотреть случаи: а) $m_1 = m_2$; б) $m_1 = 9m_2$.

Задача 58. Гирька массой $m = 50 г$, привязанная к нити длиной $l = 25 см$, описывает в горизонтальной плоскости окружность. Частота вращения гирьки $n = 2 об/с$. Найти силу натяжения нити T.

Задача 59. Камень, привязанный к веревке длиной $l = 50 см$, равномерно вращается в вертикальной плоскости. При какой частоте вращения n веревка разорвется, если известно, что она разрывается при силе натяжения, равной десятикратной силе тяжести, действующей на камень?

Задача 60. Трамвайный вагон массой $m = 5 т$ идет по закруглению радиусом $R = 128 м$. Найти силу бокового давления F колес на рельсы при скорости движения $V = 9 км/ч$.

Задача 61. Вычислить момент инерции J проволочного прямоугольника со сторонами $a = 12 см$ и $b = 16 см$ относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью $\tau = 0{,}1 кг/м$.

Задача 62. Определить момент инерции J проволочного равностороннего треугольника со стороной $a = 10 см$ относительно: 1) оси, лежащей в плоскости треугольника и проходящей через его вершину параллельно стороне, противоположной этой вершине (рис.1.15a); 2) оси, совпадающей с одной из

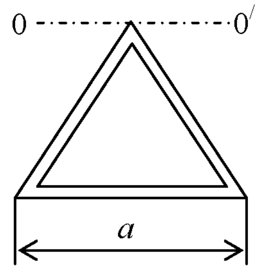

Рис.1.15a

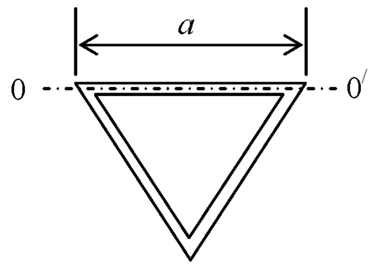

Рис. 1.15b

сторон треугольника (рис.1.15b). Масса m треугольника равна $12 г$ и равномерно распределена по длине проволоки.

Задача 63. Найти момент инерции J тонкого однородного кольца радиусом $R = 20 см$ и массой $m = 100 г$ относительно оси, лежащей в плоскости кольца и проходящей через его центр.

Задача 64. Диаметр диска $d = 20\,см$, масса $m = 800\,г$. Определить момент инерции J диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

Задача 65. В однородном диске массой $m = 1\,кг$ и радиусом $r = 30\,см$ вырезано круглое отверстие диаметром $d = 20\,см$, центр которого находится на расстоянии $l = 15\,см$ от оси диска (рис.1.16). Найти момент инерции J полученного тела относительно оси, проходящей перпендикулярно плоскости диска через его центр.

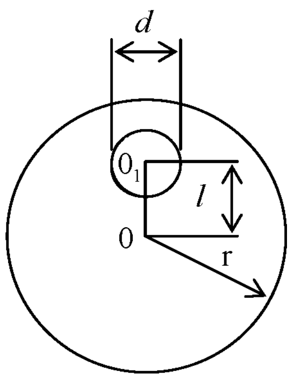

Рис.1.16

Задача 66. Тонкий однородный стержень длиной $l = 50\,см$ и массой $m = 400\,г$ вращается с угловым ускорением $\varepsilon = 3\,рад/с^2$ около оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M.

Задача 67. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязали грузики массой $m_1 = 100\,г$ и $m_2 = 110\,г$. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса m блока равна $400\,г$? Трение при вращении блока ничтожно мало.

Задача 68. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой $m = 0{,}4\,кг$, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $V = 20\,м/с$. Траектория мяча проходит на расстоянии $r = 0{,}8\,м$ от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции J человека и скамьи равен $6\,кг \cdot м^2$?

Задача 69. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 2\,м$, стоит человек массой $m_1 = 80\,кг$. Масса m_2 платформы равна $240\,кг$. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $V = 2\,м/с$ относительно платформы.

Задача 70. Тонкий прямой стержень длиной $l = 1\,м$ прикреплен к горизонтальной оси, проходящей через его конец. Стержень отклонили на угол $\varphi = 60^0$ от положения равновесия и отпустили. Определить линейную скорость V нижнего конца стержня в момент прохождения через положение равновесия.

Задача 71. При какой относительной скорости V движения релятивистское сокращение длины движущегося тела составляет 25 % ?

Задача 72. Найти релятивистское сокращение размеров тела, скорость которого равна 95 % скорости света.

Задача 73. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95 % скорости света. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде "собственного времени" мезона?

Задача 74. До какой энергии W_k можно ускорить протон в циклотроне, если относительное увеличение периода обращения протона не должно превышать 5 %?

Задача75. Бетатрон дает пучок электронов с кинетической энергией $W_K = 0{,}67\ МэВ$. Какую долю β скорости света составляет скорость протонов в этом пучке?

Задача 76. Составить для электронов и протонов таблицу зависимости их кинетической энергии W_K от скорости V (в долях скорости света) для значений β, равных: 0,1; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 0,95; 0,999.

Задача 77. Найти изменение массы Δm_M, происходящее при образовании $\nu = 1 моль$ воды, если реакция образования воды такова:

$$2H_2 + O_2 = 2H_2O + 5{,}75 \cdot 10^5\ Дж.$$

Задача 78. Солнце излучает поток энергии $P = 3{,}9 \cdot 10^{26}\ Вт$. За какое время τ масса Солнца уменьшится в 2 раза? Излучение Солнца считать постоянным.

Задача 79. При делении ядра урана ${}_{92}U^{235}$ освобождается энергия, равная приблизительно $200 МэВ$. Найти изменение массы при делении одного киломоля урана.

Задача 80. Солнце излучает ежеминутно энергию, равную $6{,}5 \cdot 10^{21}\ кВт - ч$. Считая излучение Солнца постоянным, найти, за какое время масса Солнца уменьшится в два раза.

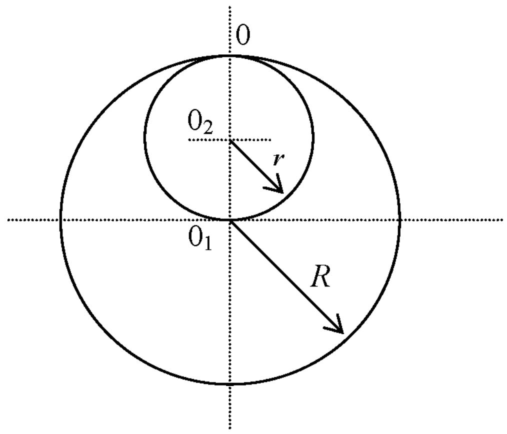

Рис.1.17

Задача 81. Из тонкого однородного диска радиусом $R = 20\,см$ вырезана часть, имеющая вид круга радиусом $r = 10\,см$ (рис.1.17). Оставшаяся часть диска колеблется относительно горизонтальной оси 0, совпадающей с одной из образующих цилиндрической поверхности диска. Найти период T колебаний такого маятника.

Задача 82. Складываются два гармонических колебания одного направления с одинаковыми периодами $T_1 = T_2 = 1{,}5\,с$ и амплитудами $A_1 = A_2 = 2\,см$. Начальные фазы колебаний $\varphi_1 = \pi/2$ и $\varphi_2 = \pi/3$. Определить амплитуду A и начальную фазу φ результирующего колебания. Найти его уравнение и построить с соблюдением масштаба векторную диаграмму сложения амплитуд.

Задача 83. Точка совершает гармонические колебания. Наибольшее смещение $x_{\max}$ точки равно $10\,см$, наибольшая скорость $\dot{x}_{\max} = 20\,см/с$. Найти угловую частоту ω колебаний и максимальное ускорение $\ddot{x}_{\max}$ точки.

Задача 84. Максимальная скорость $\dot{x}_{\max}$ точки, совершающей гармонические колебания, равна $10\,см/с$, максимальное ускорение $\ddot{x}_{\max} = 100\,см/с^2$. Найти угловую частоту ω колебаний, их период T и амплитуду A. Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу равной нулю.

Задача 85. Точка одновременно совершает два гармонических колебания, происходящих по взаимно перпендикулярным направлениям и выражаемых уравнениями $x = A_1 \sin \omega t$ и $y = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 0{,}5\,см;\ A_2 = 2\,см$. Найти уравнение траектории точки и построить ее, указав направление движения.

Задача 86. Математический маятник длиной $l = 1\,м$ установлен в лифте. Лифт поднимается с ускорением $a = 2{,}5\,м/с^2$. Определить период T колебаний маятника.

Задача 87. На концах тонкого стержня длиной $l = 30\,см$ укреплены одинаковые грузики по одному на каждом конце. Стержень с грузиками колеблется около горизонтальной оси, проходящей через точку, удаленную на $d = 10\,см$ от одного из концов стержня. Определить приведенную длину L и период T колебаний такого физического маятника. Массой стержня пренебречь.

Задача 88. Определить период T затухающих колебаний, если период T_0 собственных колебаний системы равен $1\,с$ и логарифмический декремент затухания $K = 0{,}628$.

Задача 89. Точка участвует в двух одинаково направленных колебаниях: $x_1 = A_1 \sin \omega t$ и $x_2 = A_2 \cos \omega t$, где $A_1 = 1\,см$; $A_2 = 2\,см$; $\omega = 1\,с^{-1}$. Определить амплитуду A результирующего колебания, его частоту ν и начальную фазу φ. Найти уравнение этого движения.

Задача 90. В открытую с обоих концов U-образную трубку с площадью поперечного сечения $S = 0{,}4\,см^2$ быстро вливают ртуть массой $m = 200\,г$. Определить период T колебаний ртути в трубке.

Раздел 2
Молекулярная физика и термодинамика

2.1. *Элементы молекулярно - кинетической теории идеальных газов. Законы идеальных газов*

2.1.1. Основные формулы

● Количество вещества однородного газа:

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \qquad (2.1)$$

где N - число молекул газа; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,моль^{-1}$ - постоянная Авогадро.

● Молярная масса вещества:

$$M = \frac{m}{\nu}, \qquad (2.2)$$

где m - масса газа.

● Молярная масса смеси газов:

$$M_{см} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i}{\sum_{i=1}^{n} \nu_i}, \qquad (2.3)$$

где m_i - масса $i-$го компонента смеси; ν_i - количество вещества $i-$го компонента смеси; n - число компонент смеси.

● Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева - Клапейрона):

$$PV = \frac{m}{M} RT, \tag{2.4}$$

где m - масса газа; $R = \frac{Дж}{(моль \cdot K)}$ - молярная газовая постоянная; T - термодинамическая температура.

● Опытные газовые законы:

а) закон Бойля - Мариотта (изотермический процесс - $T = const$):

$$PV = const$$

или для двух состояний газа:

$$P_1V_1 = P_2V_2; \tag{2.5}$$

б) закон Гей - Люссака (изобарный процесс - $P = const$):

$$\frac{V}{T} = const$$

или для двух состояний газа:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}; \tag{2.6}$$

в) закон Шарля (изохорный процесс - V=$const$):

$$\frac{P}{T} = const$$

или для двух состояний газа:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}; \tag{2.7}$$

г) объединенный газовый закон :

$$\frac{PV}{T} = const$$

или для двух состояний газа:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}, \tag{2.8}$$

где P_1, V_1, T_1 - давление, объем и температура газа в начальном состоянии; P_2, V_2, T_2 - те же величины в конечном состоянии.

● Закон Дальтона, определяющий давление смеси газов :

$$P = P_1 + P_2 + P_i + ... + P_n, \qquad (2.9)$$

где P - давление смеси газов; P_i - парциальное давление i-го компонента смеси; n - число компонентов смеси.

● Концентрация частиц (молекул, атомов и т.п.) однородной системы:

$$n = \frac{N}{V}, \qquad (2.10)$$

где N - число частиц; V - объем системы.

● Основное уравнение молекулярно - кинетической теории газов:

$$P = \frac{2}{3} n \cdot < E_n >, \qquad (2.11)$$

где $< E_n >$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

● Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну сте-пень свободы молекулы:

$$< E_1 > = \frac{1}{2} kT, \qquad (2.12)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{Дж}{K}$ - постоянная Больцмана.

● Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на все степени свободы молекулы (полная энергия):

$$< E_i > = \frac{i}{2} kT, \qquad (2.13)$$

где i - сумма числа поступательных i_n, числа вращательных

$i_в$ и удвоенного числа колебательных $i_к$ степеней свободы молекулы:

$$i = i_п + i_в + 2\, i_к\,. \qquad (2.14)$$

● Зависимость давления газа от концентрации молекул и температуры:

$$P = nkT \qquad (2.15)$$

2.1.2. Контрольные вопросы

1. Что такое термодинамические параметры? Какие параметры вам известны?
2. Каков физический смысл постоянной Авогадро?
3. Дайте определение единицы количества вещества 1 моль. Как можно рассчитать линейный размер молекулы?
4. Какими законами описываются изотермические, изобарные и изохорные процессы? Запишите и сформулируйте эти законы.
5. Запишите уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева - Клапейрона).
6. Каковы физический смысл, размерность, численное значение молярной газовой постоянной R ?
7. В чем заключается молекулярно - кинетическое толкование давления газа? Дайте понятие термодинамической температуры.
8. Получите соотношения:

$$P = nkT \quad \text{и} \quad <E> = \frac{3}{2}kT\,.$$

2.1.3. Примеры решения задач

Задача 2.1. Посередине откачанной и запаянной с обеих сторон горизонтальной трубки длиной 1 м находится столбик ртути длиной 20 см. Если трубку поставить вертикально, то столбик ртути переместится вниз на расстояние 10 см. До какого давления откачана трубка?

Дано:
$L = 1\,м$
$L_0 = 0{,}2\,м$
$\Delta L = 0{,}1\,м$
$P_1 = ?$

Решение:

На рис.2.1 показаны два положения трубки:

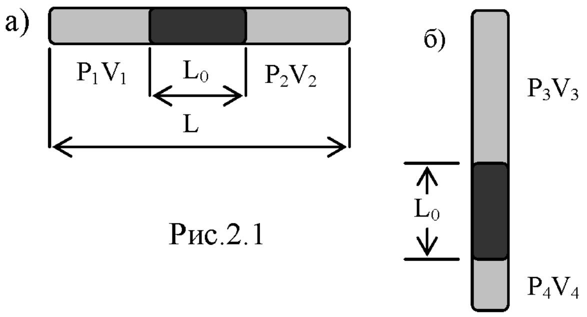

Рис.2.1

а) - горизонтальное, б) - вертикальное.

Температура воздуха не меняется, т.е. имеем дело с изотермическим процессом ($T = const$):

(P_1V_1) и (P_2V_2)- начальные состояния газа (рис.2.1, а).

(P_3V_3) и (P_4V_4)- соответственно конечные состояния газа (рис.2.1, б).

По закону (2.5) Бойля - Мариотта запишем:

$$(P_1V_1) = (P_3V_3), \qquad (1)$$

$$(P_2V_2) = (P_4V_4)\,. \qquad (2)$$

В положении (а) ртуть находится в равновесии, расположена симметрично относительно трубки, поэтому можно записать еще одно уравнение:

$$(P_1V_1) = (P_2V_2)\,. \qquad (3)$$

Тогда:

$$(P_3V_3) = (P_4V_4)\,, \qquad (4)$$

где $$V_3 = \left(\frac{L - L_0}{2} + \Delta\ L\right)S = 0{,}5S;$$

$$V_4 = \left(\frac{L - L_0}{2} - \Delta\ L\right)S = 0{,}3S.$$

Давление P_4 равно сумме давлений: P_3, создаваемого верхним столбиком воздуха (рис.2.1, б), и давления столбика ртути высотой L_0:

$$P_4 = P_3 + \rho g L_0,$$

где ρ - плотность ртути.

Подставим V_3 ,V_4 *и* P_4 в уравнение (4):

$$P_3 0{,}5S = (P_3 + \rho g L_0)0{,}3S.$$

Откуда получим:

$$P_3 = \frac{3}{2}\rho\ g L_0. \qquad (5)$$

По формуле (1) определим :

$$p_1 = \frac{p_3 V_3}{V_1}, \qquad (6)$$

где $$V_1 = \frac{L - L_0}{2} S = 0{,}4S.$$

Подставляя P_3 ,V_3 ,V_1 в уравнение (6), вычислим первоначальное давление:

$$P_1 = \left(\frac{15}{8}\right)\rho g L_0\ ,$$

$$P_1 = \left(\frac{15}{8}\right)\cdot 13{,}6\cdot 10^3\cdot 10\cdot 0{,}2 = 0{,}05 МПа\ ,$$

$$[P] = \left[\frac{кг}{м^3}\cdot\frac{м}{с^2}\cdot м\right] = \left[\frac{Н}{м^2}\right] = Па.$$

Ответ: $P_1 = 0{,}05 МПа$.

Задача 2.2. В баллоне емкостью 110 *л* помещено $m_1 = 0,8$ *г* водорода и $m_2 = 1,6$ *г* кислорода. Определить давление смеси на стенки сосуда, если температура окружающей среды $t = 27^0 C$.

Дано:

$V = 110 \cdot 10^{-3}$ $м^3$

$m_1 = 0,8 \cdot 10^{-3} кг$

$m_2 = 1,6 \cdot 10^{-3} кг$

$T = 273 + 27 = 300 K$

$P_{см} - ?$

Решение:

Согласно закону Дальтона (2.9) давление смеси равно сумме парциальных давлений:

$$P_{см} = P_1 + P_2.$$

Из уравнения (2.4) Менделеева - Клапейрона найдем P_1 - парциальное давление водорода:

$$P_1 = \frac{m_1}{VM_1} RT \quad \text{и} \quad (1)$$

P_2 - парциальное давление кислорода:

$$P_2 = \frac{m_2}{VM_2} RT. \quad (2)$$

Молярные массы водорода $M_1 = 2 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$, кислорода $M_2 = 32 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$. Используя уравнения (1) и (2), найдем:

$$p_{см} = \frac{RT}{V}\left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2}\right),$$

$$[p] = \left[\frac{Дж}{(моль \cdot K)} \cdot K \cdot \frac{1}{м^3} \cdot моль\right] = \left[\frac{H}{м^2}\right] = Па.$$

Произведем вычисления:

$$P_{см} = \frac{8,31 \cdot 300}{110 \cdot 10^{-3}}\left(\frac{0,8 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}} + \frac{1,6 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}}\right) = 1,02 \cdot 10^4 \, Па$$

Ответ: $1,02 \cdot 10^4$ *Па*.

Задача 2.3. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle E_B \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 350 K$, а также кинетическую энергию E_K вращательного движения всех молекул кислорода, масса которого $m = 4 г$.

Дано:	**Решение:**
$M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль $T = 350^0 K$ $m = 4 \cdot 10^{-3}$ кг	
$\langle E_B \rangle = ?$ $E_K = ?$	

На каждую степень свободы молекулы газа приходится одинаковая средняя энергия $E_1 = \frac{1}{2} \kappa T$. Так как вращательному движению двухатомной молекулы (молекула кислорода - двухатомная) соответствуют две степени свободы, то средняя энергия вращательного движения молекулы кислорода :

$$\langle E_B \rangle = 2\frac{1}{2} kT = \kappa T. \qquad (1)$$

Кинетическая энергия вращательного движения всех молекул заданного количества газа:

$$E_K = \langle E_B \rangle N, \qquad (2)$$

где N - число молекул газа, которое можно определить по формулам (2.1) и (2.2), т.е.:

$$N = N_A \frac{m}{M}.$$

Тогда:

$$E_K = N_A \frac{m}{M} \langle E_B \rangle.$$

Произведем вычисления:

$$< E_B >= kT = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4{,}83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж},$$

$$E_K = 6{,}02 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21} = 364 \text{ Дж}.$$

Ответ: $< E_B >= 4{,}83 \cdot 10^{-21}$ Дж, $E_K = 364$ Дж.

Задача 2.4. 12 *г* газа занимает объем $4\cdot10^{-3}\,м^3$ при температуре 7^0С. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равна $6\cdot10^{-4}\,г/см^3$. До какой температуры нагрели газ?

Дано:
$m = 12\cdot10^{-3}$ *кг*
$V_1 = 4\cdot10^{-3}\ м^3$
$T_1 = 273 + 7 = 280\ K$
$\rho_2 = 0{,}6\ кг/м^3$
$T_2 = ?$

Решение:

Запишем уравнение Менделеева - Клапейрона (2.4) для двух состояний газа:

$$\begin{cases} P_1V_1 = \dfrac{m}{M}RT_1, \\ P_2V_2 = \dfrac{m}{M}RT_2. \end{cases} \qquad (1)$$

Процесс изобарный ($p_1 = p_2 = = p = const$), а плотность газа после нагревания:

$$\rho_2 = \frac{m}{V_2}. \qquad (2)$$

С учетом уравнения (2) приведем систему уравнений (1) к виду:

$$\begin{cases} PV_1 = \dfrac{m}{M}RT_1, \\ P = \dfrac{m}{V_2}\dfrac{RT_2}{M}, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} PV_1 = \dfrac{m}{M}RT_1 \\ P = \rho_2 R\dfrac{T_2}{M} \end{cases} \qquad (3)$$

Из уравнений (3) найдем :

$$T_2 = \frac{mT_1}{V_1\rho_2}.$$

Произведем вычисления и проверку размерности:

$$T_2 = \frac{12\cdot10^{-3}\cdot280}{4\cdot10^{-3}\cdot0{,}6} = 1400\ K,$$

$$[T] = \left[\frac{кг}{м^3}\cdot K\cdot\frac{м^3}{кг}\right] = K.$$

Ответ: 1400 К.

2.2. Элементы статистической физики

2.2.1. Основные формулы

● Распределение молекул по скоростям (распределение Максвелла):

$$dN = Nf(V)dV, \qquad (2.16)$$

где $f(V) = \dfrac{dN}{NdV}$ - функция распределения молекул газа по скоростям (доля молекул, модули скоростей которых находятся в единичном интервале скоростей).

● Аналитическое выражение функции распределения:

$$f(V) = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} V^2 e^{\frac{-m_0 V^2}{2kT}}, \qquad (2.17)$$

где m_0 - масса молекулы, k - постоянная Больцмана, T - термодинамическая температура.

● Число молекул, относительные скорости которых заключены в пределах от U до $U + dU$:

$$dN(U) = Nf(U)dU = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-U^2} U^2 dU, \qquad (2.18)$$

где $U = \dfrac{V}{V_B}$ - относительная скорость, равная отношению скорости V к наиболее вероятной скорости V_B, $f(U)$ - функция распределения по относительным скоростям, N - общее число молекул.

● Наиболее вероятная скорость молекул:

$$V_B = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}. \qquad (2.19)$$

● Средняя арифметическая скорость молекул:

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \cdot M}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \cdot m_0}}. \qquad (2.20)$$

● Средняя квадратичная скорость молекул:

$$\langle V_{КВ}\rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \qquad (2.21)$$

● Распределение частиц в силовом поле (распределение Больцмана):

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{E_P}{k \cdot T}}, \qquad (2.22)$$

где n - концентрация частиц; E_P - их потенциальная энергия, n_0 - концентрация частиц в точках поля, где $E_P = 0$.

● Распределение давления в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула):

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}} \quad \text{или} \quad P = P_0 \cdot e^{-\frac{M \cdot g \cdot h}{R \cdot T}}, \qquad (2.23)$$

где h - координата (высота) точки по отношению к уровню, принятому за нулевой; P - давление газа на высоте h; P_0 - давление газа на высоте $h = 0$; m - масса частицы; M - молярная масса; g - ускорение свободного падения; R - молярная газовая постоянная.

● Среднее число соударений, испытываемых одной молекулой газа в единицу времени:

$$\langle Z\rangle = \frac{\langle V\rangle}{\langle \lambda\rangle} = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle V\rangle, \qquad (2.24)$$

где d - эффективный диаметр молекулы, n - концентрация молекул, $<V>$ - средняя арифметическая скорость.

● Средняя длина свободного пробега молекул газа:

$$\langle \lambda\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \qquad (2.25)$$

● Импульс, переносимый молекулами из одного слоя газа в другой через элемент поверхности:

$$dP = \eta \frac{dV}{dZ} \Delta S \Delta t, \qquad (2.26)$$

где η - динамическая вязкость газа, $\dfrac{dV}{dZ}$ - градиент (поперечный) скорости течения его слоев, ΔS - площадь элемента поверхности, Δt - время переноса импульса.

● Динамическая вязкость:

$$\eta = \frac{\rho \langle V \rangle \langle \lambda \rangle}{3}, \qquad (2.27)$$

где ρ - плотность газа.

● Закон Ньютона:

$$F = \eta \frac{dV}{dZ} \Delta S, \qquad (2.28)$$

где F - сила внутреннего трения между движущимися слоями.

● Закон Фурье:

$$\Delta Q = -K \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t, \qquad (2.29)$$

где ΔQ - теплота, прошедшая посредством теплопроводности через сечение площадью ΔS за время Δt, K - теплопроводность, $\dfrac{dT}{dx}$ - градиент температуры.

● Теплопроводность (коэффициент теплопроводности) газа:

$$K = \frac{c_V \langle V \rangle \rho \cdot \langle \lambda \rangle}{3}, \qquad (2.30)$$

где c_V - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

● Закон Фика:

$$\Delta m = -D \frac{dn}{dx} m_0 \Delta S \Delta t, \qquad (2.31)$$

где Δm - масса газа, перенесенная в результате диффузии через поверхность площадью ΔS за время Δt, D - коэффициент диффузии, m_0 - масса одной молекулы, $\frac{dn}{dx}$ - градиент концентрации.

● Коэффициент диффузии:

$$D = \frac{\langle V \rangle \langle \lambda \rangle}{3}. \qquad (2.32)$$

2.2.2. Контрольные вопросы

1. Какую скорость называют наиболее вероятной скоростью? Как она изменяется с повышением температуры?
2. Запишите формулы для следующих скоростей молекул: а) наиболее вероятной, б) средней арифметической, в) средней квадратичной.
3. Сформулируйте и запишите закон распределения Больцмана.
4. Запишите и проанализируйте выражение зависимости атмосферного давления от высоты (барометрическую формулу).
5. Что называется эффективным диаметром молекулы? Средней длиной свободного пробега молекулы?
6. Зависит ли средняя длина свободного пробега молекул от температуры газа?
7. Как изменится средняя длина свободного пробега молекул с увеличением давления?
8. В чем сущность явлений переноса? При каких условиях они возникают?
9. Запишите законы Фурье, Фика и Ньютона.
10. Каков механизм теплопроводности ультраразреженных газов?

Задача 2.5. Азот находится под давлением P = 1 *атм* при температуре T = 300 *К*. Найти относительное число молекул азота, модуль скорости которых лежит в интервале скоростей от $\langle V\rangle$, до $\langle V\rangle + dV$, где . $dV = 1\frac{м}{с}$ Внешние силы отсутствуют.

Дано :
$P = 10^5$ *Па*
$T = 300$ *K*
$dV = 1 м/с$
$dN/N - ?$

Решение:

При давлении $P = 1 атм$ и температуре $T = 300 K$ азот можно считать идеальным газом. В отсутствии внешних сил молекулы идеального газа подчиняются закону распределения Максвелла (2.17):

$$f(V) = \frac{dN}{NdV} = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} V^2 \cdot e^{-\frac{m_0 V^2}{2\cdot kT}}.$$

Таким образом, относительное число молекул азота, модули скоростей которых лежат в интервале скоростей $<V>$ до $\langle V\rangle + dV$, можно определить по формуле :

$$\frac{dN}{N} = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} V^2 \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot V^2}{2kT}} \cdot dV. \qquad (1)$$

Выражение (1) справедливо, если интервал скоростей dV столь мал, что изменением функции распределения $f(V)$ на этом интервале скоростей можно пренебречь, считая ее приближенно постоянной. В нашем случае интервал $dV = 1 м/с$ мал по сравнению со значением средней скорости (2.20):

$$\langle V\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \approx 475 \frac{м}{с}.$$

Подставив в (1) значение средней скорости (2.20), получаем решение задачи в общем виде:

$$\frac{dN}{N}=\frac{8\sqrt{2}}{\pi}\left(\frac{m_0}{\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot e^{-\frac{4}{\pi}}\cdot dV. \qquad (2)$$

Массу молекулы азота определим по формуле :

$$m_0=\frac{M}{N_A},$$

где $M=28\cdot10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$; $N_A=6{,}02\cdot10^{23}\,моль^{-1}$.

Произведя вычисления по формуле (2), получим:

$$\frac{dN}{N}=1{,}9\cdot10^{-3}=0{,}19\ \%.$$

Ответ: 0,19 %.

Задача 2.6. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $P=80\,кПа$, благодаря чему летчик считает высоту полета h неизменной. Однако температура воздуха изменилась на $\Delta T=1\,K$. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление $P_0=100\,кПа$.

Дано:
$P_0=10^5\ Па$
$P=8\cdot10^4\ Па$
$\Delta T=1K$
$M=29\cdot10^{-3}\ кг/моль$

$\Delta h=?$

Решение:

Воспользуемся барометрической формулой (2.23):

$$P=P_0\cdot e^{-\frac{Mgh}{RT}}.$$

Барометр в самолете может показывать неизменное давление P при различных температурах T_1 и T_2 за бортом только в том случае, если самолет находится на различных высотах h_1 и h_2. Запишем барометрическую формулу для этих двух случаев:

$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{Mgh_1}{RT_1}},$$
$$P = P_0 \cdot e^{-\frac{Mgh_2}{RT_2}}. \qquad (1)$$

Найдем отношение давлений $\frac{P_0}{P}$ в уравнениях (1), и обе части полученных равенств прологарифмируем:

$$\ln\frac{P_0}{P} = \frac{Mgh_1}{RT_1}, \quad \ln\frac{P_0}{P} = \frac{Mgh_2}{RT_2}. \qquad (2)$$

Из соотношений (2) выразим высоты h_1 и h_2 и найдем их разность:

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{R\ln\left(\frac{P_0}{P}\right)}{Mg}(\Delta T)..$$

Произведем вычисления:

$$\Delta h = \frac{8{,}3 \cdot \ln\left(\frac{10^5}{8 \cdot 10^4}\right)}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10} \cdot 1 = 6{,}5 \text{ } м.$$

Сделаем проверку размерности:

$$[\Delta h] = \frac{[R]\cdot[T]}{[M]\cdot[g]} = \frac{\frac{Дж}{(моль \cdot K)} \cdot K}{\frac{кг}{моль} \cdot \frac{м}{с^2}} = \frac{Дж \cdot K \cdot моль \cdot с^2}{моль \cdot K \cdot кг \cdot м} = \frac{Дж}{H} = м.$$

Ответ: $\Delta h = 6{,}5$ *м*.

Задача 2.7. При температуре 0^0C и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода равна $9{,}5 \cdot 10^{-8}$ *м*. Чему равно среднее число столкновений в 1 секунду молекул кислорода, если сосуд откачать до 0,01 первоначального давления? Температура остается неизменной.

Дано:
$T_1 = 273 K$
$\langle \lambda_1 \rangle = 9{,}5 \cdot 10^{-8}$ *м*
$P_2 = 0{,}01 P_1$
$\langle Z \rangle = ?$

Решение:
Среднее число столкновений в секунду молекул кислорода находится по формуле (2.24):

$$\langle Z \rangle = \frac{\langle V \rangle}{\langle \lambda \rangle}, \qquad (1)$$

где
$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}};$$

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}. \qquad (2)$$

Запишем среднюю длину свободного пробега $<\lambda>$ для двух состояний. Для этого из формулы (2.15) найдем n и подставим в уравнение (2):

$$\langle \lambda_1 \rangle = \frac{kT_1}{\sqrt{2}\pi d^2 P_1}, \qquad (3)$$

$$\langle \lambda_2 \rangle = \frac{kT_1}{\sqrt{2}\pi d^2 P_2}. \qquad (4)$$

Разделив уравнение (3) на уравнение (4), получим:

$$\langle \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1 \rangle \cdot \left(\frac{P_1}{P_2} \right).$$

Тогда по формуле (1) найдем:

$$\langle Z\rangle = \frac{\langle V\rangle}{\langle \lambda_2\rangle} = \frac{\sqrt{\dfrac{8RT_1}{\pi M}}}{\langle \lambda_1\rangle \dfrac{P_1}{P_2}}. \qquad (5)$$

По условию: $\dfrac{P_1}{P_2} = 100$; $M = 32\cdot 10^{-3}\,\dfrac{кг}{моль}$.

Подставляя данные в (5), получим :

$$\langle Z\rangle = \frac{\sqrt{\dfrac{8\cdot 8{,}3\cdot 273}{3{,}14\cdot 32\cdot 10^{-3}}}}{9{,}5\cdot 10^{-8}\cdot 100} = 4{,}5\cdot 10^{7}\ c^{-1}.$$

Проверим размерность:

$$[Z] = \frac{[R]^{\frac{1}{2}}\cdot [T]^{\frac{1}{2}}\cdot [M]^{-\frac{1}{2}}}{[\lambda]} = \left[\frac{Дж\cdot К}{(моль\cdot К)}\right]^{\frac{1}{2}}\cdot \frac{\left[\dfrac{кг}{моль}\right]^{-\frac{1}{2}}}{м} = \frac{\sqrt{\dfrac{Дж}{кг}}}{м} = \frac{1}{c} = c^{-1}.$$

Ответ: $4{,}5\cdot 10^{7}c^{-1}$.

2.3. *Основы термодинамики*

2.3.1. Основные формулы

● Удельные теплоемкости газа при постоянном объеме (c_V) и при постоянном давлении (c_P):

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}; \quad c_P = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}, \qquad (2.33)$$

где i - число степеней свободы, R - молярная газовая постоянная.

● Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении:

$$C_V = \frac{iR}{2}; \quad C_P = \frac{(i+2)R}{2}. \qquad (2.34)$$

● Связь между молярной и удельной теплоемкостями:

$$C = cM. \qquad (2.35)$$

● Уравнение Майера:

$$C_P - C_V = R. \qquad (2.36)$$

● Внутренняя энергия идеального газа:

$$U = \frac{m}{M}\frac{i}{2}RT = \frac{m}{M}C_V T. \qquad (2.37)$$

● Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A, \qquad (2.38)$$

где Q - теплота, сообщенная системе (газу), ΔU - изменение внутренней энергии системы, A - работа, совершенная системой против внешних сил.

● Работа расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV \text{ (в общем случае)}, \qquad (2.39)$$

$$A = 0 \qquad \text{(при изохорном процессе)},$$

$$A = P(V_2 - V_1) \quad \text{(при изобарном процессе)}, \quad (2.40)$$

$$A = \frac{m}{M}RT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \qquad (2.41)$$

(при изотермическом процессе),

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M}C_V \Delta T, \quad \text{или}$$

$$A = \frac{RT_1}{\gamma - 1}\frac{m}{M}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V}\right)^{\gamma - 1}\right] \qquad (2.42)$$

при адиабатическом процессе, где $\gamma = C_P / C_V$ - показатель адиабаты.

● Уравнение Пуассона, связывающее параметры идеального газа при адиабатном процессе:

$$PV^{\gamma} = const. \tag{2.43}$$

● Связь между начальными и конечными значениями параметров состояний газа при адиабатном процессе:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \tag{2.44}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}, \tag{2.45}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}. \tag{2.46}$$

● Первое начало термодинамики:

а) при изобарном процессе:

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{M} C_V \Delta T + \frac{m}{M} R \Delta T = \frac{m}{M} C_P \Delta T, \tag{2.47}$$

б) при изохорном процессе ($A = 0$):

$$Q = \Delta U = \frac{m}{M} C_V \Delta T, \tag{2.48}$$

в) при изотермическом процессе ($\Delta U = 0$):

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \lg\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \tag{2.49}$$

г) при адиабатном процессе ($Q = 0$):

$$A = -\Delta U = -\frac{m}{M} C_V \Delta T. \tag{2.50}$$

● Термический коэффициент полезного действия (КПД) цикла:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A_n}{Q_1}, \qquad (2.51)$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; Q_2 - количество теплоты, переданное рабочим телом холодильнику; A_n - полезная работа.

● КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad (2.52)$$

где T_1 - температура нагревателя, T_2 - температура холодильника.

● Изменение энтропии:

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}, \qquad (2.53)$$

где A и B - пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.

2.3.2. Контрольные вопросы

1. Какие состояния термодинамической системы называются :а) равновесными? б) неравновесными?
2. В чем сходство и различие между понятиями работы A и количества теплоты Q?
3. Сформулируйте и запишите первое начало термодинамики.
4. Чем определяется внутрення энергия идеального газа и от чего зависит ее изменение?
5. Какая физическая величина называется молярной теплоемкостью?

6. Объясните, почему при изотермическом процессе внутренняя энергия идеального газа не изменяется?
7. Какой процесс называется адиабатным? Запишите уравнение адиабаты.
8. Изобразите графически изотермический и адиабатный процессы на диаграмме $P-V$ и сравните эти зависимости. Как по графику можно определить работу газа?
9. Какие процессы называются круговыми (циклами)?
10. Каков принцип действия теплового двигателя? Холодильной машины?
11. Из каких процессов состоит цикл Карно? Как определить КПД цикла Карно?
12. Зависит ли КПД идеального обратимого теплового двигателя от свойств рабочего тела?
13. Что называется энтропией? Каковы свойства этой функции состояния термодинамической системы? В каких единицах измеряется энтропия?
14. Каково статистическое толкование второго начала термодинамики?

2.3.3. Примеры решения задач

Задача 2.8. Кислород массой $m = 2\,кг$ занимает объем $V_1 = 1\,м^3$ и находится под давлением $P_1 = 0{,}2\,МПа$. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3\,м^3$, а затем при постоянном объеме до давления $P_3 = 0{,}5\,МПа$. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа, совершенную им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

Дано:

$m = 2\,кг$

$V_1 = 1\,м^3$

$P_1 = 0{,}2 \cdot 10^6\,Па$

$V_2 = 3\,м^3$

$P_3 = 0{,}5 \cdot 10^6\,Па$

$M = 32 \cdot 10^{-3}\,кг/моль$

$i = 5$ (*двухатомный газ*)

$\Delta U = ?\quad A = ?\quad Q = ?$

Решение:

График процесса приведен на рис. 2.2. Изменение внутренней энергии газа, согласно формуле (2.37), можно определить:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R \Delta T \quad , \qquad (1)$$

где $\Delta T = T_3 - T_1$, -разность температур газа в конечном и начальном состояниях.

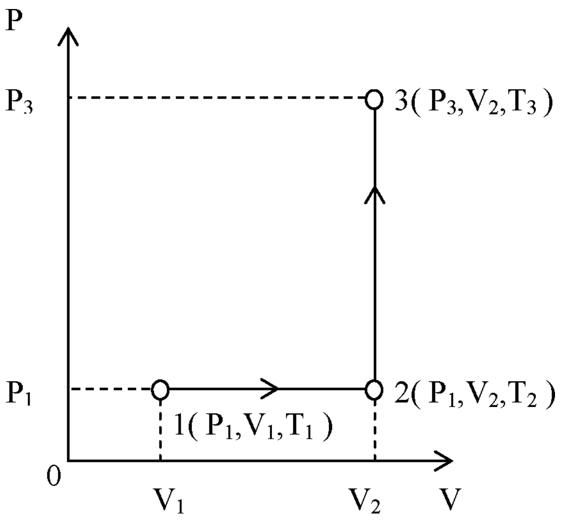

Рис.2.2.

Эти температуры найдем из уравнения (2.4) Менделеева - Клапейрона:

$$\begin{cases} T_1 = \dfrac{P_1 V_1 M}{mR}, \\ T_3 = \dfrac{P_3 V_2 M}{mR}. \end{cases} \qquad (2)$$

Из уравнений (2) найдем ΔT и подставим в уравнение (1):

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R\left(P_3 V_2 - P_1 V_1\right)\frac{M}{mR}$$

или
$$\Delta U = \frac{i}{2}\left(P_3 V_2 - P_1 V_1\right).$$

Произведем вычисления:

$$\Delta U = \frac{5}{2}\cdot\left(0{,}5\cdot10^6\cdot3 - 0{,}2\cdot10^6\cdot1\right) = 3{,}24\cdot10^6\ Дж = 3{,}24 МДж.$$

Полная работа газа, совершаемая на участке 1-2-3:

$$A = A_{1-2} + A_{2-3}$$

Работа газа, нагреваемого при постоянном объеме, равна нулю, т.е. $A_{2-3} = 0$.

Следовательно, полная работа, совершаемая газом:

$$A = A_{1-2} = P_1(V_2 - V_1).. \qquad (3)$$

После вычислений получим:

$$A = 0{,}2 \cdot 10^6 (3-1) = 0{,}4 \cdot 10^6 \text{ } Дж = 0{,}4 \text{ } МДж.$$

Согласно первому началу термодинамики (2.38) теплота Q, переданная газу, равна :

$$Q = \Delta U + A \text{ .}$$

Таким образом:

$$Q = (3{,}24 + 0{,}4) \text{ } МДж = 3{,}64 \text{ } МДж.$$

Ответ: $\Delta U = 3{,}24$ *МДж*, $A = 0{,}4$ *МДж*, $Q = 3{,}64$ *МДж*.

Задача 2.9. Тепловая машина с идеальным газом в качестве рабочего вещества совершает обратимый цикл, состоящий из

Дано:
T_1
T_2
$\eta = ?$

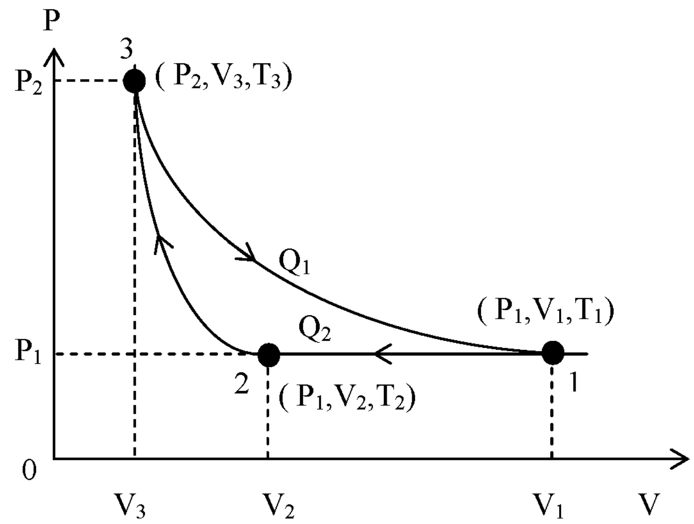

Рис.2.3

изобары 1-2, адиабаты 2-3, и изотермы 3-1 (рис.2.3). Найти КПД машины как функцию максимальной T_1 и минимальной T_2 температуры рабочего вещества, используемого в этом цикле.

Решение:

Так как участок (3-1) - изотерма, то температура $T_3 = T_1$. Коэффициент полезного действия (КПД) цикла (2.51) :

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \qquad (1)$$

На участке (3-1) рабочее вещество получает количество теплоты (2.49):

$$Q_1 = \frac{m}{M} R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right). \qquad (2)$$

На участке (1-2) происходит изобарное сжатие, рабочее вещество отдает количество теплоты (2.47) холодильнику:

$$Q_2 = \frac{m}{M} C_P (T_2 - T_1) = -\frac{m}{M} C_P (T_1 - T_2). \qquad (3)$$

На этом участке объем газа уменьшается от V_1 до V_2. Согласно закону (2.6) для изобарного процесса температура тоже уменьшается, т.е. $T_2 < T_1$.

Для определения КПД цикла подставим выражения (2) и (3) в формулу (1):

$$\eta = \frac{\frac{m}{M} R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right) - \frac{m}{M} C_P (T_1 - T_2)}{\frac{m}{M} R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right)}. \qquad (4)$$

Температуры и объемы газа, совершающего изобарный процесс, связаны между собой соотношением (2.6):

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \qquad (5)$$

а при адиабатном процессе соотношением (2.45):

$$\frac{V_2}{V_3}=\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}. \tag{6}$$

Перемножим левые и правые части уравнений (5) и (6):

$$\frac{V_1}{V_3}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}. \tag{7}$$

Подставим выражение (7) в формулу (4):

$$\eta=\frac{RT_1\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}-C_P\left(T_1-T_2\right)}{RT_1\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}$$

или

$$\eta=1-\frac{C_P\left(T_1-T_2\right)}{RT_1\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}. \tag{8}$$

Формулу (8) можно упростить, заменив $\gamma=\frac{C_P}{C_V}$ и используя уравнение (2.36) Майера:

$$\eta=1-\frac{T_1-T_2}{T_1\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)},$$

Ответ:

$$\eta=\frac{T_1\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)-\left(T_1-T_2\right)}{T_1\ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)}.$$

Задача 2.10. Найти изменение энтропии ΔS, если 30 *г* льда превращают в пар. Начальная температура льда -40^0C, а температура пара 100^0C. Теплоемкости воды и льда считать постоянными, а все процессы - происходящими при атмосферном давлении.

Дано:

$m = 3 \cdot 10^{-2}$ *кг*

$T_0 = 233\ K$

$T_п = 373\ K$

$c_л = 2{,}1 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{(кг \cdot K)}$

$c_в = 4{,}2 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{(кг \cdot K)}$

$\lambda = 3{,}35 \cdot 10^5 \dfrac{Дж}{кг}$

$r = 22{,}6 \cdot 10^5 \dfrac{Дж}{кг}$

$\Delta S = ?$

Решение:

Найдем отдельно изменение энтропии - при нагревании льда от -40^0C до 0^0C, плавлении льда, при нагревании образовавшейся изо льда воды до 100^0C, превращении воды в пар при 100^0C.

Полное изменение энтропии выразится суммой изменений энтропии ΔS_i для каждого из перечисленных процессов.

Изменение энтропии определяется формулой (2.53):

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (1)$$

При бесконечно малом изменении dT температуры нагреваемого тела затрачивается количество теплоты:

$$dQ_1 = cmdT, \quad (2)$$

где с - удельная теплоемкость; m - масса тела.

Найдем формулу для вычисления изменения энтропии при нагревании льда, подставив уравнение (2) в (1):

$$\Delta S_1 = \int_{T_O}^{T_1} \frac{c_л mdT}{T} = c_л m \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right),$$

где $T_1 = 273$ К.

После вычислений найдем:

$$\Delta S_1 = 2{,}1\cdot 10^3\cdot 3\cdot 10^{-2}\cdot \ln\left(\frac{273}{233}\right) = 0{,}998\cdot 10 = 9{,}98\ \frac{Дж}{К}. \qquad (3)$$

При вычислении по формуле (1) изменения энтропии во время таяния льда температура T выносится за знак интеграла как постоянная величина:

$$dQ_2 = \lambda m,$$

где λ - удельная теплота плавления льда.

$$\Delta S_2 = \int_1^2 \frac{dQ_2}{T_1} = \frac{Q_2}{T_1} = \frac{m\lambda}{T_1}.$$

Произведем вычисления:

$$\Delta S_2 = \frac{3\cdot 10^{-2}\cdot 3{,}35\cdot 10^5}{273} = 36{,}8\ \frac{Дж}{К}. \qquad (4)$$

Найдем следующую формулу для вычисления изменения энтропии при нагревании воды, полученной из льда, до 100^0C.

$$\Delta S_3 = \int_{T_1}^{T_n} d\,Q_3 = \int_{T_1}^{T_n} \frac{c_B m dT}{T} = c_B m \ln\left(\frac{T_n}{T_1}\right),$$

где $T_n = 373$ К.

Проведем вычисления:

$$\Delta S_3 = 4{,}2\cdot 10^3\cdot 3\cdot 10^{-2}\cdot \ln\left(\frac{373}{273}\right) = 39{,}3\left(\frac{Дж}{К}\right). \qquad (5)$$

Превращение воды в пар происходит при постоянной температуре, поэтому при вычислении изменения энтропии в формуле (1) выносим T за знак интеграла:

$$Q_4 = rm,$$

где r - удельная теплота испарения воды.

$$\Delta S_4 = \int_1^2 \frac{dQ_4}{T_n} = \frac{Q_4}{T_n} = \frac{rm}{T_n}.$$

Вычислим ΔS_4:

$$\Delta S_4 = \frac{22{,}6 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{373} = 0{,}18 \cdot 10^3 = 180\left(\frac{Дж}{К}\right). \qquad (6)$$

Полное изменение энтропии :

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4, \qquad \Delta S = 266\left(\frac{Дж}{К}\right).$$

Ответ: 266 *Дж/К.*

2.4. Задачи для контрольной работы N 2 " Молекулярная физика и термодинамика "

Задача 1. Колба вместимостью $V = 0{,}5\, л$ содержит газ при нормальных условиях. Определите число N молекул газа, находящихся в колбе.

Задача 2. В цилиндр длиной $l = 1{,}6\, м$, заполненный воздухом при нормальном давлении P_0, начали медленно вдвигать поршень площадью $S = 200\, см^2$. Определить силу F, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии $l_1 = 10\, см$ от дна цилиндра.

Задача 3. В баллоне содержится газ при температуре $t_1 = 100^0\, C$. До какой температуры t_2 нужно нагреть газ, чтобы его давление увеличилось в два раза?

Задача 4. При нагревании идеального газа на $\Delta T = 1 K$ при постоянном давлении объем его увеличился на $1/350$ первоначального объема. Найти начальную температуру T газа.

Задача 5. Полый шар вместимостью $V = 10\,см^3$, заполненный воздухом при температуре $T_1 = 573\,K$, соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу m ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры $T_2 = 293\,K$. Изменением вместимости шара пренебречь.

Задача 6. В оболочке сферического аэростата находится газ объемом $V = 1500\,м^3$, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько изменится подъемная сила аэростата, если газ в аэростате нагреть от $T_0 = 273K$ до $T = 293\,K$? Давления газа в оболочке и в окружающем воздухе постоянны и равны нормальному атмосферному давлению.

Задача 7. В баллонах вместимостью $V_1 = 20\,л$ и $V_2 = 44\,л$ содержится газ. Давление в первом баллоне $P_1 = 2{,}4\,МПа$, во втором - $P_2 = 1{,}6\,МПа$. Определить общее давление P и парциальные $P_1^{/}$ и $P_2^{/}$ после соединения баллонов, если температура газа осталась прежней.

Задача 8. Найти плотность ρ газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли ω_1 и ω_2 равны соответственно $1/9$ и $8/9$. Давление P смеси равно $100\ кПа$, температура $T = 300\ K$.

Задача 9. Баллон вместимостью $V = 30\ л$ содержит смесь водорода и гелия при температуре $T = 300\ K$ и давлении $P = 828\ кПа$. Масса m смеси равна $24\ г$. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 гелия.

Задача 10. В баллоне вместимостью $V = 25\ л$ находится водород при температуре $T = 290\ K$. После того, как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось до $\Delta P = 0,4\ МПа$. Определить массу m израсходованного водорода.

Задача 11. Найти плотность ρ водорода при температуре $t = 15\ ^0C$ и давлении $P = 97,3\ кПа$.

Задача 12. Некоторый газ при температуре $t = 10\ ^0C$ и давлении $P = 200\ кПа$ имеет плотность $\rho = 0,34\ кг/м^3$. Найти молярную массу M газа.

Задача 13. Сосуд откачан до давления $P = 1,33 \cdot 10^{-9}\ Па$; температура воздуха $t = 15\ ^0C$. Найти плотность ρ воздуха в сосуде.

Задача 14. Масса $m = 12\ г$ газа занимает объем $V = 4\ л$ при температуре $t_1 = 7\ ^0C$. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной $\rho = 0,6\ кг/м^3$. До какой температуры t_2 нагрели газ?

Задача 15. Масса $m = 10\ г$ кислорода находится при давлении $P = 304\ кПа$ и температуре $t_1 = 10^0C$. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем $V_2 = 10\ л$. Найти объем V_1 газа до расширения, температуру t_2 газа после расширения, плотности ρ_1 и ρ_2 газа до и после расширения.

Задача 16. В закрытом сосуде объемом $V = 1 м^3$ находится масса $m = 1{,}6 кг$ кислорода и масса $m_2 = 0{,}9 кг$ воды. Найти давление P в сосуде при температуре $t = 500^0 C$, зная , что при этой температуре вся вода превращается в пар.

Задача 17. В сосуде 1 объемом $V_1 = 3 л$ находится газ под давлением $P_1 = 0{,}2 МПа$. В сосуде 2 объемом $V_2 = 4 л$ находится тот же газ под давлением $P_2 = 0{,}1 МПа$. Температура газа в обоих сосудах одинакова. Под каким давлением P будет находиться газ, если соединить сосуды 1 и 2 трубкой?
Объемом трубки пренебречь.

Задача 18. В сосуде объемом $V = 2 л$ находятся масса $m_1 = 6 г$ углекислого газа (CO_2) и масса m_2 закиси азота (N_2O) при температуре $t = 127^0 C$. Найти давление P смеси в сосуде.

Задача 19. В сосуде находится масса $m_1 = 10 г$ углекислого газа и масса $m_2 = 15 г$ азота. Найти плотность ρ смеси при температуре $t = 27^0 C$ и давлении $P = 150 кПа$.

Задача 20. Молекула азота, летящая со скоростью $V = 600 м/с$, упруго ударяется о стенку сосуда по нормали к ней. Найти импульс K, полученный стенкой сосуда.

Задача 21. При какой температуре T средняя квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости $V = 11{,}2 км/с$?

Задача 22. При какой температуре T молекулы кислорода имеют такую же среднюю квадратичную скорость $\langle V_{KB} \rangle$, как молекулы водорода при температуре $T_1 = 100K$?

Задача 23. Колба вместимостью $V = 4\ л$ содержит некоторый газ массой $m = 0{,}6\ г$ под давлением $P = 200\ кПа$. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle V_{KB} \rangle$ молекул газа.

Задача 24. Во сколько раз средняя квадратичная скорость $\langle V_{KB} \rangle$ молекул кислорода больше средней квадратичной скорости пылинки массой $m = 10^{-8}\ г$, находящейся среди молекул кислорода?

Задача 25. Давление P газа равно 1 $мПа$, концентрация n его молекул равна $10^{10}\ см^{-3}$. Определить: 1) температуру T газа; 2) среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon\ n \rangle$ поступательного движения молекул газа.

Задача 26. В колбе вместимостью $V = 240 см^3$ находится газ при температуре $T = 290K$ и давлении $P = 5кПа$. Определить количество вещества ν газа и число N его молекул.

Задача 27. Определить среднюю арифметическую скорость $\langle V \rangle$ молекул газа, если их средняя квадратичная скорость $\langle V_{KB} \rangle = 1 км/с$.

Задача 28. Газ массой $m = 58{,}5 г$ находится в сосуде вместимостью $V = 5 л$. Концентрация n молекул газа равна $2{,}2 \cdot 10^{26}\ м^{-3}$. Какой это газ?

Задача 29. В сосуде вместимостью $V = 5\,л$ находится кислород, концентрация n молекул которого равна $9{,}41 \cdot 10^{23}\,м^{-3}$. Определить массу m газа.

Задача 30. В колбе вместимостью $V = 100\,см^3$ содержится некоторый газ при температуре $T = 300\,K$. На сколько понизится давление P газа в колбе, если вследствие утечки из колбы выйдет $N = 10^{20}$ молекул?

Задача 31. Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при нормальных условиях $\sqrt{\langle V_{кв}^2 \rangle} = 461\,м/\ c$. Какое число молекул n содержит единица массы этого газа?

Задача 32. Найти внутреннюю энергию U массы $m = 20\,г$ кислорода при температуре $t = 10^0 C$. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения молекул и какая часть на долю вращательного движения?

Задача 33. Найти внутреннюю энергию U массы $m = 1г$ воздуха при температуре $t = 15^0 C$. Молярная масса воздуха $M = 0{,}029 кг/моль$.

Задача 34. Найти энергию $U_{ВР}$ вращательного движения молекул, содержащихся в массе $m = 1кг$ азота при температуре $t = 7^0 C$.

Задача 35. Энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом $V = 20\,л$, $U_{пост} = 5\,кДж$, а средняя квадратичная скорость его молекул $\sqrt{\langle V_{кв}^2 \rangle} = 2км/с.$

Найти массу m азота в баллоне и давление P, под которым он находится.

Задача 36. Двухатомный газ, имеющий массу $m = 1 кг$ и плотность $\rho = 4 кг/м^3$, находится под давлением $P = 80 кПа$. Найти энергию теплового движения U молекул газа при этих условиях.

Задача 37. Какое число молекул N двухатомного газа содержит объем $V = 10\ см^3$ при давлении $P = 5{,}3\ кПа$ и температуре $t = 27\ ^0C$? Какой энергией теплового движения U обладают эти молекулы?

Задача 38. Плотность некоторого двухатомного газа при нормальных условиях $\rho = 1{,}43\ кг/м^3$. Найти удельные теплоемкости c_V и c_P этого газа.

Задача 39. Молярная масса некоторого газа $M = 0{,}03\ кг/моль$, отношение $C_P/C_V = 1{,}4$.Найти удельные теплоемкости c_V и c_P этого газа.

Задача 40. Найти отношение C_P/C_V для газовой смеси, состоящей из массы $m_1 = 8\ г$ гелия и массы $m_2 = 16\ г$ кислорода.

Задача 41. Одинаковые частицы массой $m = 10^{-12}\ г$ каждая распределены в однородном гравитационном поле напряженностью $G = 0{,}2\ мкН/кг$. Определить отношение n_1/n_2 концентраций частиц, находящихся на эквипотенциальных уровнях, отстоящих друг от друга на $\Delta z = 10\ м$. Температура T во всех слоях считается одинаковой и равной $290\ K$.

Задача 42. На сколько уменьшится атмосферное давление $P = 100\,кПа$ при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту $h = 100\,м$? Считать, что температура T воздуха равна $290\,K$ и не изменяется с высотой.

Задача 43. Какова вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $1/2V_B$ не более чем на 1%.

Задача 44. Найти вероятность W того, что данная молекула идеального газа имеет скорость, отличную от $2\,V_B$ не более чем на 1%.

Задача 45. Водород находится при нормальных условиях и занимает объем $V = 1\,см^3$. Определить число N молекул в этом объеме, обладающих скоростями, меньшими некоторого значения $V_{\max} = 1\,м/с$.

Задача 46. Барометр в кабине летящего вертолета показы-вает давление $P = 90\,кПа$. На какой высоте h летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление $P = 100\,кПа$? Считать, что температура T воздуха равна $290\,K$ и не изменяется с высотой.

Задача 47. Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $P = 80\,кПа$, благодаря чему летчик считает высоту h полета неизменной. Однако температура воздуха изменилась на $\Delta T = 1\,K$. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Считать, что температура не зависит от высоты и что у поверхности Земли давление $P_0 = 100\,кПа$.

Задача 48. Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на $\Delta P = 100\,Па$, в двух случаях: 1) вблизи поверхности Земли, где температура $T_1 = 290\,K$, давление $P_1 = 100\,кПа$; 2) на некоторой высоте, где температура $T_2 = 220\,K$, давление $P_2 = 25\,кПа$.

Задача 49. Масса m каждой из пылинок, взвешенных в воздухе, равна $10^{-21}\,кг$. Отношение концентрации n_1 пылинок на высоте $h_1 = 1\,м$ к концентрации n_0 их на высоте $h_0 = 0$ равно 0,787. Температура воздуха $T = 300\,K$. Найти по этим данным значение постоянной Авогадро N_A.

Задача 50. Определить относительное число ω молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от нуля до одной сотой наиболее вероятной скорости V_B.

Задача 51. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул углекислого газа при температуре $t = 100^0 C$ и давлении $P = 13{,}3\,Па$. Диаметр молекул углекислого газа $d = 0{,}32\,нм$.

Задача 52. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle\lambda\rangle$ молекул воздуха при нормальных условиях. Диаметр молекул воздуха $d = 0{,}32\,нм$.

Задача 53. Найти среднее число столкновений $\langle Z\rangle$ в единицу времени молекул углекислого газа при температуре $t = 100^0 C$, если средняя длина свободного пробега $\langle\lambda\rangle = 870\,мкм$.

Задача 54. Найти среднее число столкновений $\langle Z\rangle$ в единицу времени молекул азота при давлении $P = 53{,}33\,кПа$ и температуре $t = 27^0 C$.

Задача 55. В сосуде объемом $V = 0{,}5\,л$ находится кислород при нормальных условиях. Найти общее число столкновений Z между молекулами кислорода в этом объеме за единицу времени.

Задача 56. Во сколько раз уменьшится число столкновений $\langle Z \rangle$ в единицу времени молекул двухатомного газа, если объем газа адиабатически увеличить в два раза?

Задача 57. Найти коэффициент диффузии D водорода при нормальных условиях, если средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle = 0{,}16\,мкм$.

Задача 58. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ молекул гелия при давлении $P = 101{,}3\,кПа$ и температуре $t = 0^0 C$, если вязкость гелия $\eta = 13\,мкПа \cdot с$.

Задача 59. Найти вязкость η азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него $D = 1{,}42 \cdot 10^{-5}\,м^2/с$.

Задача 60. Найти теплопроводность K водорода, вязкость которого $\eta = 8{,}6\,мкПа \cdot с$.

Задача 61. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ молекул водорода при давлении $P = 0{,}1\,Па$ и температуре $T = 100\,K$.

Задача 62. Определить плотность ρ разреженного водорода, если средняя длина свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ молекул равна $1\,см$.

Задача 63. Найти среднее число $\langle Z \rangle$ столкновений, испытываемых в течение $t = 1 c$ молекулой кислорода при нормальных условиях.

Задача 64. Найти число N всех соударений, которые происходят в течение $t = 1 c$ между всеми молекулами водорода, занимающего при нормальных условиях объем $V = 1 мм^3$.

Задача 65. В газоразрядной трубке находится неон при температуре $T = 300 K$ и давлении $P = 1 Па$. Найти число N атомов неона, ударяющихся за время $\Delta t = 1 c$ о катод, имеющий форму диска площадью $S = 1 см^2$.

Задача 66. Найти динамическую вязкость η гелия при нормальных условиях, если диффузия D при тех же условиях равна $1{,}06 \cdot 10^{-4}\, м^2/с$.

Задача 67. Определить, во сколько раз отличается диффузия D_1 газообразного водорода от диффузии D_2 газообразного кислорода, если оба газа находятся в одинаковых условиях.

Задача 68. Найти среднюю длину свободного пробега $\langle \lambda \rangle$ молекул азота при условии, что его динамическая вязкость $\eta = 17\, мкПа \cdot с$.

Задача 69. Два горизонтальных диска радиусами $R = 20 см$ расположены друг над другом так, что оси их совпадают. Расстояние d между плоскостями дисков равно $0{,}5 см$. Верхний диск неподвижен, нижний вращается относительно геометрической оси с частотой $n = 10 c^{-1}$. Найти вращающий момент M, действующий на верхний диск. Динамическая вязкость η воздуха, в котором находятся диски, равна $17{,}2\, мкПа \cdot с$.

Задача 70. В ультраразреженном азоте, находящемся под давлением $P = 1 мПа$ и при температуре $T = 300 K$, движутся друг относительно друга две параллельные пластины со скоростью $U = 1 м/с$. Расстояние между пластинами не изменяется и много меньше средней длины свободного пробега молекул. Определить силу F внутреннего трения, действующую на поверхность пластин площадью $S = 1 м^2$.

Задача 71. Двухатомному газу сообщено количество теплоты $Q = 2{,}093 кДж$. Газ расширяется при $P = const$. Найти работу A расширения газа.

Задача 72. Масса $m = 7 г$ углекислого газа была нагрета на $\Delta T = 10 K$ в условиях свободного расширения. Найти работу A расширения газа и приращение ΔU его внутренней энергии.

Задача 73. Масса $m = 10{,}5 г$ азота изотермически расширяется при температуре $t = -23\,^0C$, причем его давление изменяется от $P_1 = 250 кПа$ до $P_2 = 100 кПа$. Найти работу A, совершенную газом при расширении.

Задача 74. При изотермическом расширении массы $m = 10 г$ азота, находящегося при температуре $t = 17^0 C$, была совершена работа $A = 860 Дж$. Во сколько раз изменилось давление азота при расширении?

Задача 75. Работа изотермического расширения массы $m = 10 г$ некоторого газа от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$ оказалась равной $A = 575 Дж$. Найти среднюю квадратичную скорость $\sqrt{\langle V_{кв}^2 \rangle}$ молекул газа при этой температуре.

Задача 76. Объем $V_1 = 7{,}5\,л$ кислорода адиабатически сжимается до объема $V_2 = 1\,л$, причем в конце сжатия установилось давление $P_2 = 1{,}6\,МПа$. Под каким давлением P_1 находился газ до сжатия?

Задача 77. Необходимо сжать воздух от объема $V_1 = 10\,л$ до $V_2 = 2\,л$. Как выгоднее его сжимать (адиабатически или изотермически)?

Задача 78. Масса $m = 10\,г$ кислорода, находящегося при нормальных условиях, сжимается до объема $V_2 = 1{,}4\,л$. Найти давление P_2 и температуру t_2 кислорода после сжатия, если кислород сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу A сжатия в каждом из этих случаев.

Задача 79. Масса $m = 28\,г$ азота, находящегося при температуре $t_1 = 40^0C$ и давлении $P_1 = 100\,кПа$, сжимается до объема $V_2 = 13\,л$. Найти температуру t_2 и давление P_2 азота после сжатия, если азот сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу A сжатия в каждом из этих случаев.

Задача 80. Газ расширяется адиабатически, причем объем его увеличивается вдвое, а термодинамическая температура падает в 1,32 раза. Какое число степеней свободы i имеют молекулы этого газа?

Задача 81. Газ, занимавший объем $V_1 = 12\,л$ под давлением $P_1 = 100\,кПа$, был изобарно нагрет от температуры $T_1 = 300\,K$ до $T_2 = 400\,K$. Определить работу A расширения газа.

Задача 82. При адиабатном сжатии кислорода массой $m = 1\,кг$ совершена работа $A = 100\,кДж$. Определить конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре $T_1 = 300\,K$.

Задача 83. Определить работу A адиабатного расширения водорода массой $m = 4\,г$, если температура газа понизилась на $\Delta T = 10\,K$.

Задача 84. Азот массой $m = 2\,г$, имевший температуру $T_1 = 300\,K$, был адиабатно сжат так, что его объем уменьшился в $n = 10$ раз. Определить конечную температуру T_2 и работу A сжатия.

Задача 85. Углекислый газ CO_2 массой $m = 400\,г$ был нагрет на $\Delta T = 50\,K$ при постоянном давлении. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа, количество теплоты Q, полученное газом, и совершенную им работу A.

Задача 86. При адиабатном расширении кислорода с начальной температурой $T_1 = 320\,K$ внутренняя энергия уменьшилась на $\Delta U = 8{,}4\,кДж$, а его объем увеличился в $n = 10$ раз. Определить массу m кислорода.

Задача 87. Кислород массой $m = 2\,кг$ занимает объем $V_1 = 1\,м^3$ и находится под давлением $P_1 = 0{,}2\,МПа$. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема $V_2 = 3\,м^3$, а затем при постоянном объеме до давления $P_3 = 0{,}5\,МПа$. Найти: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, переданное газу. Построить график процесса.

Задача 88. Водород массой $m = 10\,г$ нагрели на $\Delta T = 200\,K$, причем газу было передано количество теплоты $Q = 40\,кДж$. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и совершенную им работу A.

Задача 89. В результате кругового процесса газ совершил работу $A = 1\,Дж$ и передал охладителю количество теплоты $Q_2 = 4{,}2\,Дж$. Определить термический КПД η цикла.

Задача 90. Совершая замкнутый процесс, газ получил от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 4\,кДж$. Определить работу A газа при протекании цикла, если его термический КПД $\eta = 0{,}1$.

Раздел 3
Электричество и магнетизм

3.1. Электростатика

3.1.1. Основные формулы

● Закон сохранения электрического заряда:

$$\sum_{i=1}^{K} q_i = const \qquad (3.1)$$

В электрически изолированной системе алгебраическая сумма зарядов остается величиной постоянной.

● Закон Кулона в системе "СИ":

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2 \vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^2 r}, \qquad (3.2)$$

где q_1 и q_2 - модули точечных неподвижных зарядов, r - расстояние между зарядами, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ Ф/м$ - электрическая постоянная.

● Сила взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся в однородном, безграничном диэлектрике:

$$F = \frac{|q_1 q_2|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}, \qquad (3.3)$$

где ε - диэлектрическая проницаемость среды.

● Напряженность электрического поля в данной точке (т.е. в той точке, в которой на пробный заряд q действует сила $\vec{F}$):

$$\vec{E} = \vec{F}/q. \qquad (3.4)$$

● Принцип суперпозиции электрических полей: напряженность поля $\vec{E}$, создаваемая системой, состоящей из k зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, созданных отдельными зарядами:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + ... + \vec{E}_K \qquad (3.5)$$

● Напряженность поля точечного заряда или заряженной сферы (вне сферы):

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \qquad (3.6)$$

Вектор $\vec{E}$ направлен вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если заряд положительный и к заряду, если он отрицательный. Для сферы: r - расстояние от центра сферы до точки.

● Напряженность поля, создаваемого в безграничном диэлектрике точечным зарядом или заряженной сферой (вне сферы):

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2 \varepsilon}. \qquad (3.7)$$

● Напряженность поля бесконечно длинной заряженной нити или цилиндра:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}, \qquad (3.8)$$

где $\tau = q/l$ - линейная плотность заряда; l - длина нити (цилиндра).

● Напряженность поля равномерно заряженной бесконечной плоскости:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}, \tag{3.9}$$

где $\sigma = \dfrac{q}{S}$ - поверхностная плотность заряда, S - площадь поверхности.

● Напряженность поля, образованного двумя параллельными бесконечными равномерно заряженными плоскостями:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon \varepsilon_0}, \tag{3.10}$$

где ε - диэлектрическая проницаемость однородного диэлектрика, полностью заполняющего объем между плоскостями.

● Поток вектора напряженности $\vec{E}$ через поверхность S определяется интегралом:

$$\Phi = \int E_n \, dS, \tag{3.11}$$

где E_n - проекция вектора $\vec{E}$ на направление нормали к элементу площади поверхности dS.

● Теорема Гаусса: поток вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на ε_0:

$$\oint_S E_n \, dS = \frac{\sum_{i=1}^{K} q_i}{\varepsilon_0}, \tag{3.12}$$

где κ - число зарядов.

● Вектор электрического смещения (электрической индукции) для изотропной, однородной диэлектрической среды:

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E} \qquad (3.13)$$

● Теорема Гаусса для вектора $\vec{D}$: поток электрического смещения через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности сторонних зарядов:

$$\oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^{K} q_i \, . \qquad (3.14)$$

Сторонними называются заряды, которые находятся в пределах диэлектрика, но не входят в состав его молекул.

● Потенциал в какой-либо точке электрического поля равен отношению потенциальной энергии заряда W_p к пробному заряду q_{np}:

$$\varphi = \frac{W_P}{q_{np}} \, . \qquad (3.15)$$

● Потенциальная энергия заряда, внесенного в точку поля:

$$W_p = \frac{q q_{np}}{4\pi \varepsilon_0 r}; \qquad (3.16)$$

● Потенциал поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (3.17)$$

● Работа по перемещению заряда в электрическом поле:

$$A = q\int_L E_e \, dl; \qquad A = q(\varphi_1 - \varphi_2), \qquad (3.18)$$

где E_e - проекция напряженности $\vec{E}$ в данной точке контура L на направление касательной к контуру в той же точке, dl - элемент длины контура; φ_1 и φ_2 - потенциалы начальной и конечной точек.

● Напряженность и потенциал электростатического поля, создаваемого равномерно заряженной сферой с радиусом R и с зарядом q, на расстоянии r от центра сферы:

а) если $r<R$, то $E = 0, \quad \varphi = q/4\pi\varepsilon_0 R;$ (3.19)

б) если $r = R$, то $E = q/4\pi\varepsilon_0 R^2, \quad \varphi = q/4\pi\varepsilon_0 R;$ (3.20)

в) если $r>R$, то $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad \varphi = q/4\pi\varepsilon_0 r.$ (3.21)

● Электроемкость уединенного проводника:

$$C = q/\varphi, \tag{3.22}$$

где q - заряд проводника, φ - его потенциал.

● Электроемкость плоского конденсатора:

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 S/d, \tag{3.23}$$

где S - площадь одной пластины конденсатора, d - расстояние между пластинами, ε - относительная диэлектрическая проницаемость однородного изотропного диэлектрика, заполняющего полностью пространство между пластинами.

● Электроемкость сферического конденсатора (две концентрические сферы с радиусами R_1 и R_2):

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2/(R_2 - R_1). \tag{3.24}$$

● Электроемкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра с длиной образующей l и радиусами R_1 и R_2):

$$C = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon l/\ln(R_2/R_1) \tag{3.25}$$

● Электроемкость системы конденсаторов:

а) при параллельном соединении:

$$C = C_1 + C_2 + ... + C_n ; \qquad (3.26)$$

б) при последовательном соединении:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n} . \qquad (3.27)$$

● Энергия заряженного уединенного проводника:

$$W = q\varphi/2 = C\varphi^2/2 = q^2/2C . \qquad (3.28)$$

● Энергия заряженного конденсатора:

$$W = q^2/2C = Cu^2/2 = qu/2 . \qquad (3.29)$$

● Энергия электрического поля в объеме V:

$$W = \int_V \omega \, dV , \qquad (3.30)$$

где $\omega = \varepsilon \varepsilon_0 E^2/2 = ED/2$ - объемная плотность энергии, dV - бесконечно малый объем.

3.1.2. Контрольные вопросы

1. Что принимается за единицу количества электричества в СИ?
2. В чем состоит закон Кулона для взаимодействия зарядов?
3. Какой вид в СИ имеет формула закона Кулона для среды?
4. Какой вид в СИ имеет формула закона Кулона для вакуума?
5. Что называется относительной диэлектрической проницаемостью?
6. Что принимается за электрическую постоянную?
7. Когда выполняется закон сохранения электрических зарядов?
8. Дайте определение напряженности электрического поля.
9. Как найти направление вектора напряженности электрического поля?

10. Какое поле называется потенциальным?
11. Какое поле называется однородным?
12. Сформулируйте теорему Гаусса.
13. Запишите формулы, связывающие потенциал и напряженность поля; напряженность электрического поля и электрическое смещение для изотропной однородной диэлектрической среды.
14. Запишите формулу работы при перемещении заряда в электростатическом поле.
15. От чего зависит электроемкость проводника?
16. Как определяется энергия электрического поля в объеме V?
17. Что называется объемной плотностью энергии?

3.1.3. Примеры решения задач

Задача 3.1. Тонкий стержень длиной $l = 1 м$ равномерно заряжен с линейной плотностью $\tau = 10^{-6}\ Кл/м$. Определить напряженность электрического поля в точке 0 (рис.3.1), удаленной от концов стержня на расстояние, равное длине стержня.

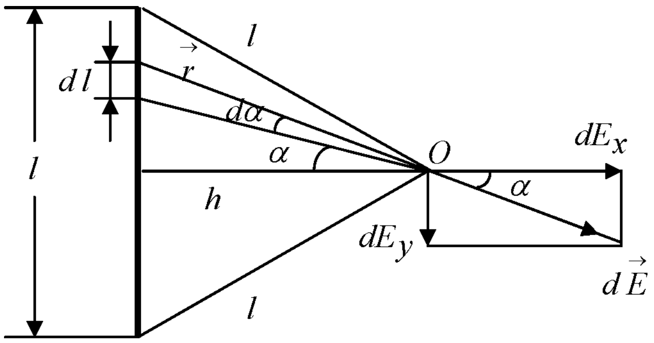

Рис.3.1

Решение:

Дано:	
$l = 1\,м$	
$\tau = 10^{-6}\ Кл/м$	
$E = ?$	

Выделим на стержне элемент длины dl. Заряд $dq = \tau\, dl$, находящийся на выделенном элементе, можно считать точечным. Применим формулу (3.7) для определения напряженности поля в точке О:

$$d\vec{E} = \frac{\tau\, dl\, \vec{r}}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^3}, \qquad (1)$$

где $\vec{r}$ - радиус - вектор, направленный от элемента длины dl к точке О.

Выразим вектор $d\vec{E}$ через проекции dE_x и dE_y на оси координат:

$$d\vec{E} = dE_x\,\vec{i} + DE_y\,\vec{j}, \qquad (2)$$

где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ - единичные векторы осей (орты).

Напряженность $\vec{E}$ найдем ,интегрируя уравнение (2):

$$\vec{E} = \int_l d\vec{E} = \vec{i}\int_l dE_x + \vec{j}\int_l dE_y\,. \qquad (3)$$

В силу симметрии интеграл $\vec{j}\int_l dE_y$ равен нулю, тогда:

$$\vec{E} = \vec{i}\int_l dE_x\,. \qquad (4)$$

Из уравнения (4) видно, что вектор напряженности электрического поля стержня направлен по оси x (перпендикулярно стержню).

Модуль вектора $$E = \int\limits_l dE_x.\qquad(5)$$

Из рис.3.1 определим:

$$dE_x = dE\cos\alpha.\qquad(6)$$

Тогда из уравнений (1), (5) и (6) запишем:

$$E = \int\limits_l dE_x = \frac{\tau\,dl}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\alpha.\qquad(7)$$

Выразим длину элемента dl через $d\alpha$. Из рис.3.1 видно, что

$$dl = r d\alpha/\sin\alpha.\qquad(8)$$

Найдем далее величину r, которая зависит от угла α:

$$r = h/\sin\alpha.\qquad(9)$$

Подставив выражения (8) и (9) в формулу (7), получим:

$$E = \int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{\tau h\cos\alpha\,d\alpha}{4\pi\varepsilon_0\sin^2\alpha\,h^2} = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 h}\int\limits_{\alpha_1}^{\alpha_2}\cos\alpha\,d\alpha,\qquad(10)$$

где $\alpha_1 = -30^0$, $\alpha_2 = 30^0$ и $h = l\sqrt{3}/2$.

Тогда из формулы (10) имеем:

$$E = \frac{\tau}{l\sqrt{3}\;2\pi\varepsilon_0}\int\limits_{-30^0}^{30^0}\cos\alpha\,d\alpha = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\,l\sqrt{3}}\sin\alpha\,\Big|_{-30}^{30} = \frac{\tau}{2\pi\sqrt{3}\varepsilon_0\,l}.$$

Ответ: $E = 10{,}6\ кВ/м$.

Задача 3.2. На отрезке тонкого прямого провода длиной $l = 10\,см$ (рис.3.2) равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 3\,мкКл/м$. Найти напряженность поля этого заряда на оси провода в точке B, удаленной от точки A на

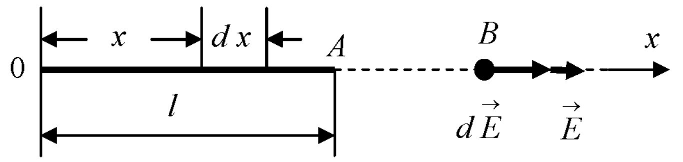

Рис.3.2

расстояние $l_1 = 10\,см$.

Дано:	**Решение:**
$l = 0{,}1\,м.$ $l_1 = 0{,}1\,м.$ $\tau = 3\cdot 10^{-6}\;Кл/м$	Разобъем провод OA на элементарные отрезки dx. Заряд $dq = \tau\, dx$, находящийся на каждом отрезке, можно считать точечным. Напряженность поля, созданного зарядом dq в точке B, найдем по формуле (3.7):
$E = ?$	

$$dE = \tau\, dx / 4\pi\varepsilon_0 (2l - x)^2,$$

где $(2l - x)$ расстояние от dx до точки B.

Применяя принцип суперпозиции, определим напряженность поля, созданного проводом в точке B:

$$\vec{E} = \int d\vec{E}.$$

Поскольку каждый отрезок dx создает напряженность dE, одинаково направленную, то:

$$E = \int\limits_l dE = \frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_0^l dx/(2l-x)^2 = \left.\frac{\tau}{4\pi\varepsilon_0 (2l - x)}\right|_0^l = \frac{\tau}{8\pi\varepsilon_0 l}.$$

Ответ: $E = 136\;кВ/м$.

Задача 3.3. Тонкий диск, радиусом $R = 5\,см$, несет равномерно распределенный по плоскости заряд $q = +1\,нКл$. Определить потенциал φ и напряженность E электрического поля в точке A, лежащей на оси диска на расстоянии $a = 10\;см$ от него (рис.3.3).

Дано:
$R = 5 \cdot 10^{-2}$ *м*
$q = +1$ *нКл*
$a = 10 \cdot 10^{-2}$ *м*

$\varphi - ?$ $E - ?$

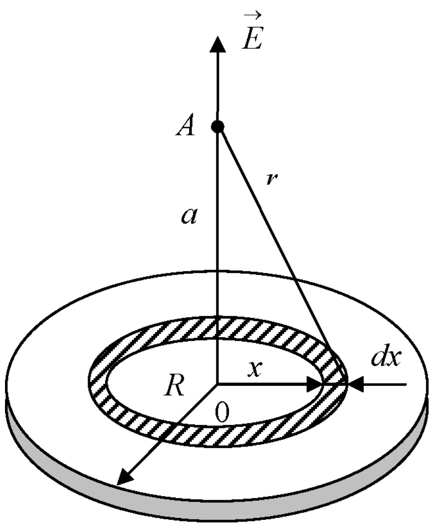

Рис.3.3

Решение:

Для решения задачи используем принцип суперпозиции. Разобьем диск на малые кольца толщиной dx. Одно из таких колец, отстоящее на расстоянии x от центра диска, показано на рис.3.3. Найдем площадь кольца как произведение длины окружности $2\pi x$ на его толщину dx, т.е. $dS = 2\pi x dx$. Поверхностная плотность заряда $\sigma = q/\pi R^2$. Тогда заряд кольца определим как произведение σ на его площадь dS: $2\pi x dx q/\pi R^2$.

Потенциал поля кольца равен алгебраической сумме потенциалов, созданных всеми кольцами, на которые разбит диск. Считая заряд кольца точечным и удаленным от точки A на расстояние $r = \sqrt{a^2 + x^2}$, по формуле (3.17) найдем потенциал поля кольца:

$$d\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\pi xqdx}{\pi R^2\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{qxdx}{2\pi\varepsilon_0 R^2\sqrt{a^2 + x^2}}. \qquad (1)$$

Интегрируя выражение (1), определим искомый потенциал:

$$\varphi = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\int_0^R \frac{xdx}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(\sqrt{a^2+R^2}-a\right). \qquad (2)$$

Подставив численное значение, получим: $\varphi = 84\,В$.

Для нахождения напряженности поля воспользуемся полученным для потенциала выражением (2) и связью между потенциалом и напряженностью, рассматривая величину a как переменную:

$$E = -\frac{d\varphi}{d\,a} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R^2}\left(1-\frac{a}{\sqrt{a^2+R^2}}\right).$$

Подставив численные значения, получим: $E = 650\ кВ/м$.

Ответ: $\varphi = 84\,В$, $\quad E = 650\ кВ/м$.

Задача 3.4. В вершине конуса с телесным углом $\Omega = 0{,}5\ ср$ (рис.3.4.) находится точечный заряд $q = 10\ нКл$. Найти поток электрической индукции (вектора электрического смещения) через основание конуса.

Дано:
$\Omega = 0{,}5\ ср$
$q = 10\cdot 10^{-9}\ Кл$

$\Phi = ?$

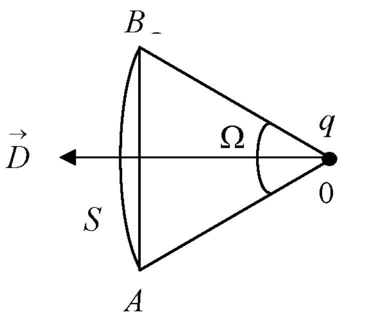

Рис.3.4

Решение:

Через точки A и B проведем сферу с центром в точке 0.

Образовавшийся конус вырежет на этой сфере площадь $S = \Omega R^2$. Электрическая индукция поля точечного заряда по всей площади S одинакова: $D = q/4\pi R^2$ и перпендикулярна вырезанной поверхности. Тогда поток индукции через площадь S будет равен:

$$\Phi = D \cdot S = q\Omega R^2/4\pi\ R^2 = q\Omega/4\pi$$

Из рис.3.4 видно, что поток вектора $\vec{D}$ через основание конуса равен потоку через поверхность S, т.е.:

$$\Phi = q\Omega/4\pi .$$

Подставив численные значения, получим: $\Phi = 1{,}2\,нКл$.

Ответ: $\Phi = 1{,}2\,нКл$

Задача 3.5. На расстоянии $r_1 = 4см$ от бесконечно длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0{,}75 \cdot 10^{-9}\,Кл$. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния $r_2 = 2см$. Линейная плотность заряда на нити $\tau = 6 \cdot 10^{-7}\,Кл/м$. Найти работу по перемещению заряда.

Дано:

$r_1 = 0{,}04\ м$

$r_2 = 0{,}02\ м$

$q = 0{,}75 \cdot 10^{-9}\,Кл$

$\tau = 6 \cdot 10^{-7}\,Кл/м$

$A = ?$

Решение:

Элементарная работа в электростатике выражается формулой (3.18):

$$d\,A = -qd\varphi . \qquad (1)$$

Поле бесконечно длинной нити обладает цилиндрической симметрией. Напряженность поля E_r связана с разностью потенциалов $d\varphi$ соотношением: $E_r = -\dfrac{d\varphi}{d\,r}$; отсюда разность потенциалов:

$$d\varphi = -E_r d\,r\,. \qquad (2)$$

Напряженность поля бесконечно длинной заряженной нити находится по формуле (3.8):

$$E_r = \frac{\tau}{2\pi\,\varepsilon_0 r}\,. \qquad (3)$$

Совершаемая полем работа равна интегралу от элементарных работ. Согласно уравнениям (1) и (2):

$$A = \int_{r_1}^{r_2} d\,A = \int_{r_1}^{r_2} qE_r dr\,. \qquad (4)$$

Подставив уравнение (3) в (4), получим:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q\tau\,d\,r}{2\pi\,\varepsilon_0 r} = \frac{q\tau}{2\pi\,\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = -\frac{q\tau}{2\pi\,\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1};$$

Ответ: $A = 5\cdot 10^{-6}$ *Дж*.

Задача 3.6. Плоский конденсатор имеет электроемкость $C = 1\cdot 10^{-9}$ *Ф*. На одну из пластин конденсатора поместили заряд $q = 1\cdot 10^{-9}$ *Кл*, а на другую - заряд $+4q$. Определить разность потенциалов между пластинами конденсатора.

Решение:

Дано:
$C = 10^{-9}$ *Ф*
$q_1 = 1\cdot 10^{-9}$ *Кл*
$q_2 = 4\cdot 10^{-9}$ *Кл*

$\Delta\varphi = ?$

Поверхностная плотность электрических зарядов на пластинах конденсатора равна:

$$\sigma_1 = q_1/S, \qquad \sigma_2 = q_2/S,$$

где S - площадь пластины конденсатора. Напряженность поля, создаваемого каждой пластиной, определяется выражением (3.9):

$$E_1 = \sigma_1/2\varepsilon_0\varepsilon = q/2\varepsilon_0\varepsilon\, S\,, \qquad (1)$$

$$E_2 = \sigma_2/2\varepsilon_0\varepsilon = 4q/2\varepsilon_0\varepsilon\, S = 2q/\varepsilon_0\varepsilon\, S\,.$$

Так как электрическое поле конденсатора создается двумя пластинами, то общая напряженность поля E между пластинами определим по принципу суперпозиции полей:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 . \qquad (2)$$

Учитывая, что напряженность поля $\vec{E}_1$ противоположна напряженности $\vec{E}_2$, из уравнений (1) и (2) для модуля напряженности E получим:

$$E = E_2 - E_1 = 3q/2\varepsilon_0\varepsilon S .$$

Разность потенциалов с напряженностью поля связана соотношением:

$$E = \Delta\varphi/d , \qquad (3)$$

где d - расстояние между пластинами конденсатора, которое найдем по формуле (3.23):

$$d = \varepsilon_0\varepsilon S/C . \qquad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) определим разность потенциалов:

$$\Delta\varphi = 3q/2C .$$

Подставив численные значения, получим: $\Delta\varphi = 1{,}5\ В$.

Ответ: $\Delta\varphi = 1{,}5\ В$.

Задача 3.7. Два конденсатора включены последовательно. Первый имеет емкость $C_1 = 2\,мкФ$ и рассчитан на максимальное напряжение $U_{01} = 1000\ В$, второй - емкость $C_2 = 5\ мкФ$ и рассчитан на напряжение $U_{02} = 500\ В$. К какому напряжению можно подключить эту батарею конденсаторов?

Дано:
$C_1 = 2\cdot10^{-6}\,Ф$
$C_2 = 5\cdot10^{-6}\,Ф$
$U_{01} = 1000\ В$
$U_{02} = 500\ В$

$U_{\max} = ?$

Решение:

При последовательном включении конденсаторов емкость батареи определяется по формуле (3.27):

$$C = C_1C_2/(C_1 + C_2). \qquad (1)$$

Пусть батарея подключена к напряжению U, тогда заряд на батарее $q = CU$ или с учетом уравнения (1):

$$q = C_1C_2U/(C_1 + C_2). \qquad (2)$$

Уравнение (2) позволяет определить напряжение на каждом конденсаторе:

$$U_1 = q/C_1 = C_2U/(C_1 + C_2), \qquad (3)$$

$$U_2 = q/C_2 = C_1U/(C_1 + C_2). \qquad (4)$$

Чтобы ни один из конденсаторов не был пробит, должны выполняться два условия:

$$U_1 = C_2U/(C_1 + C_2) < U_{01},$$

$$U_2 = C_1U/(C_1 + C_2) < U_{01}.$$

Откуда:

$$U_{1\max} < (C_1 + C_2)U_{01}/C_2 = 1400\ В, \qquad (5)$$

$$U_{2\max} < (C_1 + C_2)U_{02}/C_1 = 1750\ В. \qquad (6)$$

Так как условие (5) более надежное, то оно и должно выполняться, т.е.

$$U_{\max} < (1 + C_1/C_2)U_{01} = 1400\ В.$$

Ответ: $U_{\max} = 1400\,В.$

Задача 3.8. Плоский конденсатор имеет в качестве изолятора стеклянную пластину толщиной $h = 2\,мм$ и площадью $S = 300\,см^2$. Конденсатор заряжается до напряжения $U_1 = 100\ В,$ после чего отключается от источника напряжения. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы вынуть стеклянную пластинку из конденсатора.

Дано:
$h = 2 \cdot 10^{-3}\, м$
$S = 3 \cdot 10^{-2}\, м^2$
$U_1 = 100\, B$

$A = ?$

Решение:

Искомая работа равна изменению энергии конденсатора:

$$A = W_2 - W_1, \qquad (1)$$

где W_1 - энергия конденсатора до выдвижения пластинки.

W_2 - энергия конденсатора после выдвижения пластинки.

Так как конденсатор зарядили и отключили от источника напряжения, то заряд конденсатора остается постоянным:

$$q = C_1 U_1 . \qquad (2)$$

При выдвижении пластинки электроемкость конденсатора уменьшится в ε раз, поэтому:

$$C_1 = \varepsilon C_2 . \qquad (3)$$

Энергия $W_1 = \dfrac{C_1 U_1^2}{2}$, а энергия $W_2 = \dfrac{q^2}{2C_2}$. (4)

Подставив уравнения (2) и(3) в уравнение (4), получим:

$$W_2 = \frac{C_1^2 U_1^2}{2C_2} = \frac{C_1^2 U_1^2 \varepsilon}{2C_1} = \frac{C_1 U_1^2 \varepsilon}{2}. \qquad (5)$$

Чтобы найти работу, уравнение (5) подставим в (1):

$$A = \frac{C_1 U_1^2}{2}(\varepsilon - 1). \qquad (6)$$

Так как электроемкость плоского конденсатора:

$$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon S / h, \qquad (7)$$

то подставив выражение (7) в уравнение (6) получим:

$$A = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U_1^2 (\varepsilon - 1)}{2h}.$$

Ответ: $A = 2{,}8\, мДж.$

3.2. Постоянный ток

3.2.1. Основные формулы

● Если за время dt через поверхность переносится заряд dq, то сила тока:

$$J = dq/dt. \qquad (3.31)$$

● Плотность тока $\vec{j}$ определяется силой тока dJ, отнесенной к единице площади поперечного сечения проводника:

$$j = dJ/dS_{\perp}, \qquad (3.31)$$

где $dS_{\perp}$ - площадь площадки, перпендикулярной к направлению тока.

За направление вектора плотности тока $\vec{j}$ принимается направление скорости упорядоченного движения положительных зарядов.

● Сила тока J через любую поверхность S равна:

$$J = \int_S j_n dS, \qquad (3.33)$$

где j_n - проекция вектора $\vec{j}$ на нормаль к поверхности.

● Сопротивление R однородного проводника длиной l и площадью поперечного сечения S:

$$R = \rho l/S, \qquad (3.34)$$

где ρ - удельное сопротивление материала, из которого изготовлен проводник.

● Зависимость удельного сопротивления от температуры:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \qquad (3.35)$$

где ρ_0 - удельное сопротивление материала проводника при $0^0 C$, α - температурный коэффициент сопротивления, t - температура по шкале Цельсия.

● Закон Ома:

а) для неоднородного участка цепи:

$$J = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R + r} = \frac{U}{R + r}; \tag{3.36}$$

б) для однородного участка цепи $(\varepsilon_{12} = 0)$:

$$J = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}; \tag{3.37}$$

в) для замкнутой цепи $(\varphi_1 = \varphi_2)$:

$$J = \varepsilon / (R + r). \tag{3.38}$$

Здесь $(\varphi_1 - \varphi_2)$ - разность потенциалов на концах участка цепи, ε_{12} - ЭДС источников тока, входящих в участок, U - напряжение на участке цепи, ε - ЭДС всех источников тока цепи, r - внутреннее сопротивление источников тока.

● Закон Ома в дифференциальной форме:

$$\vec{j} = \frac{\vec{E}}{\rho} = \sigma \vec{E}, \tag{3.39}$$

где σ - удельная проводимость, $\vec{E}$ - напряженность электрического поля.

● Правила Кирхгофа:

1. Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле электрической цепи, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} J_i = 0, \tag{3.40}$$

где n - число токов, сходящихся в узле.

2. В замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна сумме ЭДС:

$$\sum_{i=1}^{n} J_i R_i = \sum_{i=1}^{k} \varepsilon_i, \tag{3.41}$$

где n - число участков, содержащих сопротивление R, k - число участков, содержащих источники тока.

● Работа, совершаемая электростатическим полем и сторонними силами на участке цепи постоянного тока за время t:

$$A = qU = JUt. \qquad (3.42)$$

● Мощность тока:

$$P = JU = J(\varphi_1 - \varphi) + J\varepsilon_{12}, \qquad (3.43)$$

● Закон Джоуля-Ленца:

$$Q = J^2 Rt, \qquad (3.44)$$

где Q - количество теплоты, выделяющееся на участке электрической цепи за время t.

Если сила тока изменяется со временем, то количество теплоты вычисляется по формуле:

$$Q = \int_0^t J^2 R\,dt. \qquad (3.45)$$

Примечание. Закон Джоуля - Ленца справедлив при условии, что участок цепи неподвижен и в нем нет химических превращений.

3.2.2. Контрольные вопросы

1. Что называется силой тока?
2. Дайте определение плотности тока.
3. Как направлен вектор плотности тока?
4. От чего зависит сопротивление проводника?
5. Как зависит сопротивление проводника от температуры?
6. Чему равно напряжение на неоднородном участке цепи?
7. Запишите закон Ома для замкнутой цепи.
8. Сформулируйте правила Кирхгофа.

3.2.3. Примеры решения задач

Задача 3.9. В электрической цепи (рис.3.5) определить разность потенциалов между точками 1 и 2. Сопротивлением источников и проводов пренебречь.

Дано:
$\varepsilon_1 = 2B$
$\varepsilon_2 = 5B$
$\varepsilon_3 = 2B$
$R_1 = 1 Ом$
$R_2 = 2 Ом$
$R_3 = 3 Ом$

$\Delta\varphi = ?$

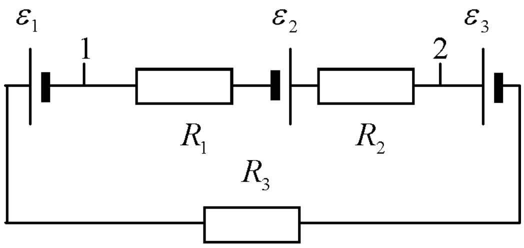

Рис.3.5

Решение:

Запишем закон Ома для неоднородного участка цепи 1- ε_2- 2:

$$JR_1 + JR_2 = \varepsilon_2 + (\varphi_1 + \varphi_2). \qquad (1)$$

Выберем направление обхода контура электрической цепи по часовой стрелке.

Запишем закон Ома для замкнутой цепи:

$$JR_1 + JR_2 + JR_3 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3. \qquad (2)$$

Из уравнений (1) и (2) найдем :

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3)(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} - \varepsilon_2 = \frac{-\varepsilon_1 R_1 - \varepsilon_1 R_2 - \varepsilon_3 R_1 - \varepsilon_3 R_2 - \varepsilon_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3},$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\varepsilon_2 R_3 + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}.$$

Подставив численные значения, получим: $\Delta\varphi = 4{,}5$ B.

Ответ: $\Delta\varphi = 4{,}5$ B.

Задача 3.10. В проводнике сопротивлением $R = 100\,Ом$ сила тока за время $\tau = 10\,c$ равномерно растет от нуля до $5\,A$. Определить количество теплоты, выделившейся в проводнике за это время.

Дано:
$R = 100\,Ом$
$J_0 = 0$
$J_{\max} = 5\,A$
$\tau = 10\,c$

$Q = ?$

Решение:

За бесконечно малый промежуток времени в проводнике выделяется количество теплоты:

$$dQ = J^2 R dt.$$

По условию задачи сила тока пропорциональна времени:

$$J = kt,$$

где коэффициент пропорциональности

$$k = \frac{J_{\max} - J_0}{\tau}, \qquad (1)$$

тогда

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \qquad (2)$$

Интегрируя уравнение (2), получим:

$$Q = \int_0^{\tau} k^2 R t^2 dt = \left(k^2 R \tau^3\right)/3. \qquad (3)$$

Подставим выражение (1) в (3):

$$Q = \left[\left(J_{\max} - J_0\right)^2 R\tau^3\right]/3\tau^2 = \left[\left(J_{\max} - J_0\right)^2 R\tau\right]/3.$$

Ответ: Q=900 Дж.

Задача 3.11. От генератора с ЭДС $\varepsilon = 500\,B$ требуется передать энергию на расстояние $L = 2{,}5\,км$. Потребляемая полезная мощность $P = 10\,кВт$. Найти минимальные потери мощности в медных подводящих проводах диаметром $d = 1{,}5\,см$.

Дано:	**Решение:**
$P = 10^4\ Вт$ $\varepsilon = 500\,В$ $L = 2{,}5\cdot 10^3\ м$ $\rho = 1{,}7\cdot 10^{-8}\ Ом\cdot м$ $d = 1{,}5\cdot 10^{-2}\ м$ $P_n = ?$	Запишем уравнение баланса мощностей: полная мощность $P_{пол}$ равна полезной мощности P плюс потери мощности P_n в подводящих проводах:

$$P_{пол} = P + P_n, \qquad (1)$$

где $$P_{пол} = J\varepsilon\ , \qquad (2)$$

а $$P_n = J^2 R\,. \qquad (3)$$

Учитывая, что общая длина проводов двухпроводной линии равна $2L$, найдем сопротивление проводов:

$$R = 2L\rho \Big/ \frac{1}{4}\pi d^2 = 8\rho\, L/\pi\, d^2 = 0{,}45\ Ом\,. \qquad (4)$$

Подставив уравнения (2) и (3) в (1), получим:

$$J^2 R - J\varepsilon + P = 0\,. \qquad (5)$$

Решая квадратное уравнение (5), найдем минимальное значение силы тока:

$$J_{\min} = 20{,}4\ A\,.$$

Подставив $J_{\min}$ в уравнение (3), найдем потери мощности:

$$P_n = J_{\min}^2 R.$$

Ответ: $P_n = 187\ Вт.$

Задача 3.12. Электрическая цепь состоит из двух источников тока, трех сопротивлений и амперметра (рис.3.6.): $R_1 = 100\,Ом$, $R_2 = 50\,Ом$, $R_3 = 20\,Ом, \varepsilon_1 = 2\,В$, ток в амперметре $J_3 = 5\cdot 10^{-2}\ A$, идущий в направлении, указанном стрелкой. Определить ЭДС второго элемента ε_2. Сопротивлением амперметра и внутренним сопротивлением источников пренебречь.

Дано:
$R_1 = 100\ Ом$
$R_2 = 50\ Ом$
$R_3 = 20\ Ом$
$\varepsilon_1 = 2\ В$
$J_3 = 5 \cdot 10^{-2}\ А$

$\varepsilon_2 = ?$

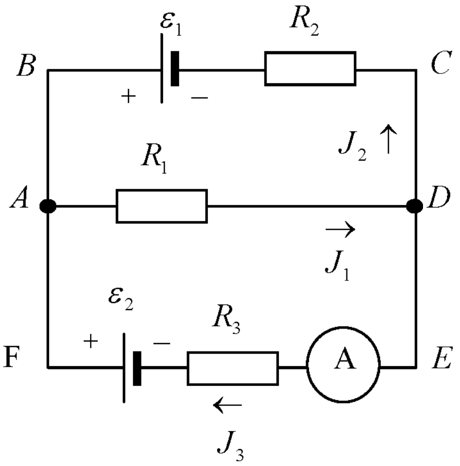

Рис.3.6

Решение:

Для расчета разветвленных цепей применим законы Кирхгофа. Выберем направление токов так, как они показаны на рис.3.6. Условимся обходить контуры по часовой стрелке. По первому закону Кирхгофа для узла A имеем:

$$J_1 - J_2 - J_3 = 0, \qquad (1)$$

ток J_1 выходит из узла A, поэтому берется со знаком плюс, токи J_2 и J_3 входят в узел, поэтому ставим знак минус. По второму закону Кирхгофа для контура $ABCDA$ запишем:

$$-\varepsilon_1 = -J_1 R_1 - J_2 R_2, \qquad (2)$$

ЭДС ε_1 входит со знаком минус, так как она понижает потенциал в направлении обхода.

Для контура $ADEFA$ запишем:

$$\varepsilon_2 = J_1 R_1 + J_3 R_3. \qquad (3)$$

Решение системы уравнений (1) - (3) выполним методом определителей. Для этого в уравнения (1) - (3) подставим числовые значения и перенесем неизвестные величины в левые части, а известные - в правые, получим:

$$\begin{cases} J_1 - J_2 = 0{,}05 \\ 50J_1 + 25J_2 = 1 \\ 100J_1 - \varepsilon_2 = -1 \end{cases}$$

Составим и вычислим определитель системы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 50 & 25 & 0 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 0 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} = -75\,.$$

Составим и вычислим определитель для ε_2:

$$\Delta\varepsilon_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0{,}05 \\ 50 & 25 & 1 \\ 100 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix} 25 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} - (-1)\begin{vmatrix} 50 & 1 \\ 100 & -1 \end{vmatrix} + 0{,}05\times$$

$$\times\begin{vmatrix} 50 & 25 \\ 100 & 0 \end{vmatrix} = -25 - 50 - 100 - 125 = -300\,,$$ тогда:

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta\varepsilon_2}{\Delta} = \frac{-300}{-75} = 4\,.$$

Ответ: $\varepsilon = 4B$.

3.3. Магнитное поле

3.3.1. Основные формулы

● Закон Био-Савара-Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 J\left[d\vec{l}\,\vec{r}\right]}{4\pi r^3}, \qquad (3.46)$$

где $d\vec{B}$ магнитная индукция поля, создаваемая элементом длины проводника $d\vec{l}$ с током J, $\vec{r}$ - радиус - вектор, проведенный из элемента $d\vec{l}$ в рассматриваемую точку поля, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *Гн/м* - магнитная постоянная.

● Модуль вектора $d\vec{B}$ выражается формулой:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 J dl \sin\alpha}{4\pi r^2} \tag{3.47}$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

● Связь магнитной индукции $\vec{B}$ и напряженности магнитного поля $\vec{H}$:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \tag{3.48}$$

где μ - магнитная проницаемость среды.

● Магнитная индукция поля, создаваемого бесконечно длинным проводником с током:

$$B = \mu \mu_0 J / 2\pi R, \tag{3.49}$$

где R - расстояние от оси проводника до точки.

● Магнитная индукция в центре кругового проводника с током:

$$B = \mu \mu_0 J / 2R, \tag{3.50}$$

где R - радиус кривизны проводника.

● Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком проводника:

$$B = \frac{\mu_0 \mu J (\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)}{4\pi r}, \tag{3.51}$$

Вектор $\vec{B}$ в точке A (рис.3.7) направлен из-за чертежа перпедикулярно его плоскости.

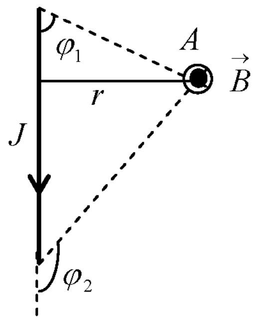

Рис.3.7

● Магнитная индукция поля, создаваемого соленоидом в средней его части (или тороидом на его оси):

$$B = \mu \mu_0 nJ, \quad (3.52)$$

где n - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида (или тороида), J - сила тока в соленоиде (или тороиде).

● Принцип суперпозиции магнитных полей:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + ... + \vec{B}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_i, \quad (3.53)$$

где $\vec{B}$ - магнитная индукция результирующего поля, $\vec{B}_i$ - магнитная индукция поля с индексом i.

● Закон Ампера: сила, действующая на элемент проводника dl с током J в магнитном поле:

$$d\vec{F} = \left[d\vec{l}\,\vec{B} \right] J, \quad (3.54)$$

где $\left[d\vec{l}\,\vec{B} \right]$ - векторное произведение элемента длины проводника $d\vec{l}$ на магнитную индукцию поля $\vec{B}$.

● Модуль силы Ампера:

$$dF = JBdl \sin\alpha, \quad (3.55)$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.

● Сила взаимодействия двух прямых бесконечных параллельных проводников с токами J_1 и J_2, приходящаяся на единицу длины каждого из проводников:

$$F = \frac{\mu\mu_0 2 J_1 J_2}{4\pi R}, \qquad (3.56)$$

где R - расстояние между проводниками.

● Сила Лоренца: сила, действующая на заряд q, движущийся в магнитном поле со скоростью $\vec{V}$:

$$\vec{F} = q\left[\vec{V}\vec{B}\right]. \qquad (3.57)$$

● Модуль силы Лоренца:

$$F = qVB\sin\alpha, \qquad (3.58)$$

где α - угол между векторами $\vec{V}$ и $\vec{B}$.

● Результирующая сила, действующая на заряженную частицу с электрическим зарядом q, находящуюся в электрическом и магнитном полях:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\left[\vec{V}\vec{B}\right], \qquad (3.59)$$

где $\vec{E}$ - напряженность электрического поля.

● Поток вектора магнитной индукции через произвольную поверхность S:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} = \int_S B_n dS\,. \qquad (3.60)$$

● Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле:

$$dA = Jd\Phi, \qquad (3.61)$$

где $d\Phi$ - магнитный поток через площадь, описанную движущимся проводником.

3.3.2. Контрольные вопросы

1. Как направлены линии магнитной индукции магнитного поля?
2. Запишите соотношение, определяющее связь между вектором магнитной индукции $\vec{B}$ и напряженностью магнитного поля $\vec{H}$?
3. Запишите формулу для магнитной индукции, создаваемой элементом проводника с током, при симметричном расположении концов проводника относительно точки, в которой определяется магнитная индукция.
4. В чем состоит принцип суперпозиции магнитных полей?
5. Запишите формулу магнитной индукции поля в центре кругового проводника с током.

3.3.3. Примеры решения задач

Задача 3.13. Определить напряженность магнитного поля, создаваемого прямым проводником с током $J = 10A$ в точке A, расположенной на перпендикуляре к середине этого проводника на расстоянии $r = 5 см$ от него. Отрезок проводника виден из точки A под углом $\alpha = 60^0$.

Дано:	**Решение:**
$r = 5 \cdot 10^{-2}\ м$ $\alpha = 60^0$ $J = 10\,A$ ――― $H = ?$	Направление напряженности магнитного поля $\vec{H}$ в точке А определяется по правилу правого винта. $\vec{H}$ - направлена за чертеж перпендикулярно плоскости рисунка 3.8. Магнитная индукция поля, создаваемая отрезком проводника с током, определяется

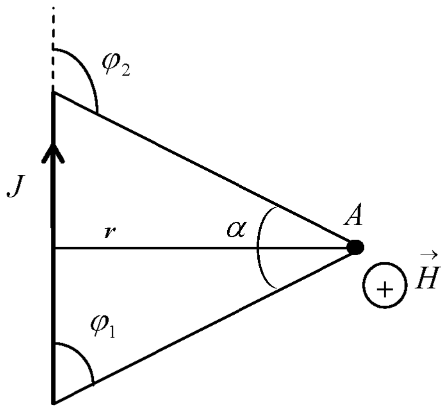

Рис 3.8

по формуле (3.51):

$$B = \mu\mu_0 J \frac{(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)}{4\pi r}. \quad (1)$$

Из уравнения (3.48) найдем H:

$$H = {B}/{\mu\mu_0}. \qquad (2)$$

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим:

$$H = \frac{J(\cos\varphi_1 - \cos\varphi_2)}{4\pi r}.$$

По условию задачи угол $\alpha = 60^0$, тогда $\varphi_1 = 60^0$ и $\varphi_2 = 120^0$.

Ответ: $H = 15{,}9\,А/м$.

Задача 3.14. По бесконечно длинному проводу, согнутому под прямым углом, идет ток $J = 20\,А$. Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе прямого угла на расстоянии $a = 2см$ от вершины.

Дано:
$J = 20\,А$
$a = 2 \cdot 10^{-2}\,м$
$B = ?$

Решение:

Бесконечно длинный проводник разобьем на две части: 1 и 2. Каждая из ветвей проводника создает одинаковую индукцию $\vec{B}_1 = \vec{B}_2$ в рассматриваемой точке А.

По принципу суперпозиций:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Векторы $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ направлены из-за чертежа перпендикулярно плоскости, в которой лежит проводник, т. е. перпендикулярно плоскости рис. 3.9.

$$B = B_1 + B_2 = 2B_1. \qquad (1)$$

По формуле (3.51) определим индукцию B_1:

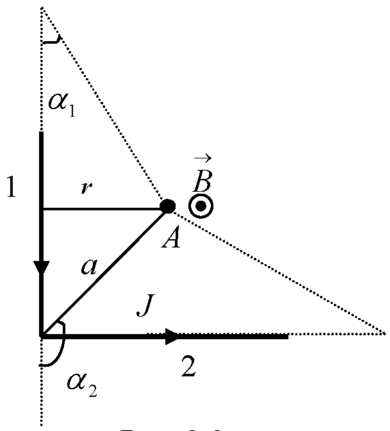

Рис. 3.9

$$B_1 = \frac{\mu_0 J}{4\pi r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \qquad (2)$$

Так как $\alpha_1 \to 0$,то $\cos\alpha_1 = 1$. (3)

Угол$\alpha_2 = 135^0$, $\cos\alpha_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. (4)

Из рис.3.9 найдем расстояние r:

$$r = \sqrt{2} \cdot a/2. \qquad (5)$$

Подставив выражения (2)-(5) в уравнение (1) получим:

$$B = \frac{\mu_0 J}{2\pi a}(1 + \sqrt{2}).$$

Ответ: $B = 4{,}8$ *Тл*.

Задача 3.15. В центре кругового проволочного витка создается магнитное поле с индукцией B при разности потенциалов U_1 на концах витка. Как нужно изменить приложенную разность потенциалов, чтобы получить такую же индукцию магнитного поля в центре сделанного из той же проволоки витка, радиус которого вдвое больше?

Дано:

$B_1 = B_2$

$r_2 = 2r_1$

$U_2/U_1 = ?$

Решение:

Магнитная индукция в центре кругового витка с током определяется по формуле (3.50):

$$B = \frac{\mu_0 J}{2r}. \qquad (1)$$

По закону Ома сила тока:

$$J = \frac{U}{R}. \qquad (2)$$

Сопротивление витка $$R = \rho\frac{2\pi r}{S}, \qquad (3)$$

где ρ - удельное сопротивление, S - площадь поперечного сечения проволоки.

Подставив выражения (2) и (3) в (1), получим:

$$B = \frac{\mu_0 US}{4\pi \rho r^2}. \qquad (4)$$

Пользуясь выражением (4) для первого и второго витков запишем:

$$B_1 = \frac{\mu_0 U_1 S}{4\pi \rho r_1^2}, \qquad (5)$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 U_2 S}{4\pi \rho r_2^2}. \qquad (6)$$

Так как $B_1 = B_2$, то, приравняв правые части уравнений (5) и (6), получим:

$$\frac{U_1}{r_1^2} = \frac{U_2}{r_2^2}.$$

Откуда:

$$U_1 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 U_1 = 4U_1.$$

Ответ: $U_2/U_1 = 4$.

Задача 3.16. Две соседние вершины A и B (рис.3.10) проволочного квадрата присоединены к источнику тока. Найти индукцию магнитного поля в центре квадрата.

Решение:

Индукция магнитного поля, создаваемая каждой стороной квадрата, направлена перпендикулярно плоскости (рис.3.10).

Сторона квадрата 1 создает индукцию $\vec{B}_1$, направленную за чертеж, а $\vec{B}_2, \vec{B}_3$ и $\vec{B}_4$, создаваемые другими сторонами квадрата, направлены из-за чертежа.

По принципу суперпозиции найдем индукцию магнитного поля в центре квадрата:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 \,. \qquad (1)$$

Так как сопротивление $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, то по закону Ома запишем:

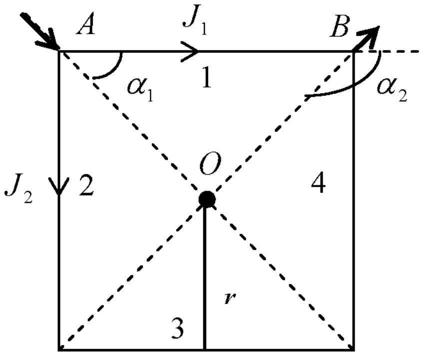

Рис.3.10

$J_1 R_1 = J_2 (R_2 + R_3 + R_4)$ или

$J_1 R = J_2 3R$, откуда

$$J_1 = 3J_2 \,. \qquad (2)$$

Магнитная индукция:

$$B_2 = B_3 = B_4 \,,$$

так как $B = \dfrac{\mu_0 J}{4\pi r}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$,

а сила тока, текущего через проводники 2,3 и 4 одинакова, углы α_1 и α_2 для каждого из проводников тоже одинаковы, одинаковы и расстояния r от проводников до центра квадрата. Тогда с учетом формулы (2):

$$B_1 = 3B_2 \,. \qquad (3)$$

Из уравнений (1) - (3) получим:

$$B = B_2 + B_3 + B_4 - B_1 = 0 \,.$$

Ответ: $B = 0$.

Задача 3.17. Катушка с железным сердечником длиной $l = 0{,}2 м$ содержит $N = 200\,витков$. Диаметр катушки d намного меньше ее длины l. Определить магнитную проницаемость μ железа при силе тока $J = 0{,}4\,A$.

Дано:
$l = 0{,}2\,м$
$N = 200$
$J = 0{,}4\,A$
$d << l$

$\mu = ?$

Решение:

Магнитная проницаемость μ связана с магнитной индукцией B и напряженностью магнитного поля H соотношением (3.48):

$$B = \mu_0 \mu H . \qquad (1)$$

Магнитная проницаемость является функцией H, поэтому для ее определения пользуются графиком зависимости $B(H)$ (рис.3.11).

Из формулы (1) выразим магнитную проницаемость:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} . \qquad (2)$$

Напряженность магнитного поля бесконечно длинной катушки $(d << l)$ вычислим по формуле: $H = nJ$, (3)

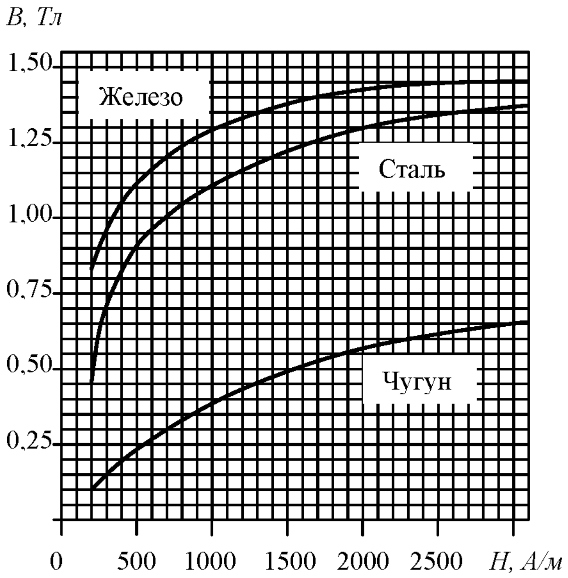

Рис. 3.11

где n - число витков, приходящихся на единицу длины катушки:

$$n = \frac{N}{l} . \qquad (4)$$

Подставим выражение (4) в формулу (3), получим:

$$H = \frac{NJ}{l} . \qquad (5)$$

Подставив в уравнение (5) численные значения и произведя вычисления ,найдем: $H = 400\,A/м$.

По графику (рис.3.11) определим, что напряженности $H = 400\, А/м$ соответствует магнитная индукция $B = 1{,}05\, Тл$. Подставив найденные значения B и H в формулу (2), вычислим магнитную проницаемость.

Ответ: $\mu = 2089$.

3.4. Электромагнитная индукция

3.4.1. Основные законы и формулы

● Закон Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad (3.62)$$

где ε_i - электродвижущая сила индукции, $d\Phi/dt$ - первая производная магнитного потока по времени.

● Магнитный поток, создаваемый током J в контуре с индуктивностью L:

$$\Phi = LJ. \qquad (3.63)$$

● ЭДС самоиндукции определяется формулой:

$$\varepsilon_c = -L\frac{dJ}{dt}, \qquad (3.64)$$

где L - индуктивность контура.

● Индуктивность соленоида:

$$L = \mu_0 \mu n^2 l S, \qquad (3.65)$$

где l - длина соленоида, S - площадь его поперечного сечения, n - число витков, приходящихся на единицу длины соленоида.

● Токи при размыкании и замыкании цепи изменяются по закону:

$$J = J_0 e^{-\frac{R}{L}t}, \quad \textit{(при размыкании)} \qquad (3.66)$$

где J_0 - сила тока в момент времени $t = 0$, R - сопротивление цепи;

$$J = J_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right), \text{ \textit{(при замыкании)}} \qquad (3.67)$$

где J_0 - сила установившегося тока при $t \to \infty$.

● Энергия магнитного поля, созданная контуром с током:

$$W = \frac{LJ^2}{2}. \qquad (3.68)$$

● Объемная плотность энергии:

$$\omega = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \qquad (3.69)$$

3.4.2. Контрольные вопросы

1. В чем состоит явление электромагнитной индукции?
2. Дайте определение магнитного потока.
3. Запишите закон Фарадея для электромагнитной индукции.
4. Что такое индуктивность? Дайте определение единицы индуктивности.
5. По какому закону убывает ток при размыкании цепи с соленоидом?
6. От чего зависит индуктивность соленоида?
7. Запишите формулу энергии магнитного поля контура с током.

Задача 3.18. По соленоиду длиной l, площадью поперечного сечения S и числом витков N протекает ток $i_C = J\cos\omega t$. На соленоид надето кольцо с сопротивлением R. Найти силу тока в кольце.

Дано:	**Решение:**
$l, S, N,$ $i_C = J\cos\omega t,$ R	По закону Ома ток в кольце: $$i_k = \frac{\varepsilon_i}{R}, \qquad (1)$$ где ε_i - ЭДС индукции. Согласно закону Фарадея (3.62):
$i_k = ?$	$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \qquad (2)$$

Магнитный поток Φ по определению равен:

$$\Phi = BS \qquad (3)$$

Индукцию магнитного поля соленоида найдем по формуле (3.52):

$$B = \mu\mu_0 nJ, \qquad (4)$$

где $\mu = 1, \quad n = N/l, \quad J = i_C$. (5)

Из выражений (3) - (5) получим:

$$\Phi = \mu_0 \frac{N}{l} SJ\cos\omega t. \qquad (6)$$

Продифференцируем уравнение (6) по времени и подставим в уравнение (1), получим:

$$i_k = \frac{\mu_0 NS\omega J}{Rl}\sin\omega t.$$

Ответ: $i_k = \dfrac{\mu_0 NS\omega J}{Rl}\sin\omega t$.

Задача 3.19. Квадратная рамка из медной проволоки помещена в магнитное поле с индукцией $0{,}1\,Тл$. Площадь рамки $25\,см^2$, площадь сечения проволоки $1\,мм^2$. Плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля. Какой заряд пройдет через контур при повороте его на 90^0?

Дано:
$\varphi = 90^0$
$S = 25\cdot 10^{-4}\, м^2$
$s = 10^{-6}\, м^2$
$B = 0{,}1\, Тл$

$q = ?$

Решение:

При повороте рамки магнитный поток, сцепленный с рамкой, изменяется от Φ_1 до Φ_2. Найдем заряд, который протекает при этом через сечение рамки. Мгновенное значение силы тока в контуре равно:

$$J = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt},$$

а элементарный заряд:

$$dq = Jdt = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}dt = -\frac{1}{R}d\Phi . \qquad (1)$$

Проинтегрировав выражение(1), найдем полный заряд:

$$q = \int dq = -\frac{1}{R}\int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R}(\Phi_2 - \Phi_1), \qquad (2)$$

где Φ_1 - поток магнитной индукции через рамку в первом положении:

$$\Phi_1 = BS, \qquad (3)$$

Φ_2 - поток магнитной индукции во втором положении:

$$\Phi_2 = 0 . \qquad (4)$$

Сопротивление рамки:

$$R = \frac{\rho\, l}{s} = \frac{\rho 4a}{s} = \frac{\rho 4\sqrt{S}}{s}, \qquad (5)$$

где a - сторона рамки. Из выражений (2) - (5) получим:

$$q = \frac{Bs\sqrt{S}}{4\rho}.$$

Ответ: $q = 0{,}074 \ Кл$ **.**

Задача 3.20. По соленоиду длиной $l = 1 \ м$, площадью поперечного сечения $S = 1 \ см^2$ и числом витков $N = 10000$ протекает ток $J_1 = 1 \ A$. На соленоид надето кольцо с током $J_2 = 2 \ A$. Найти работу, которую нужно совершить, чтобы снять кольцо с соленоида.

Дано:
$l = 1 м$
$S = 10^{-4} м^2$
$N = 10000$
$J_1 = 1A$
$J_2 = 2A$

$A = ?$

Решение:

Для определения работы воспользуемся формулой (3.61):

$$A = J_2(\Phi_H - \Phi_k), \tag{1}$$

где Φ_H и Φ_k - магнитный поток, пронизывающий кольцо в начальном и конечном положениях. Очевидно, что $\Phi_k = 0$. Так как поле в длинном соленоиде можно считать однородным, то магнитный поток, пронизывающий площадь кольца в начальном положении, равен:

$$\Phi_H = BS. \tag{2}$$

Индукция магнитного поля в длинном соленоиде равна:

$$B = \mu_0 n J_1,$$

где $$n = \frac{N}{l};$$ тогда :

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} J_1. \tag{3}$$

Из уравнений (1) - (3) получим:

$$A = \mu_0 J_1 J_2 S \frac{N}{l}.$$

Ответ: $A = 2{,}5$ *мкДж* .

3.5. Электромагнитные колебания и волны

3.51. Основные формулы

● Уравнение колебаний в контуре без активного сопротивления (незатухающие колебания):

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0, \qquad (3.70)$$

где q - электрический заряд, ω_0 - собственная частота контура:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \qquad (3.71)$$

где L - индуктивность контура, C - электроемкость конденсатора.

● Решением уравнения (3.70) является функция:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha), \qquad (3.72)$$

где q_m - амплитуда колебаний заряда.

● Формула Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad (3.73)$$

где T - период незатухающих электрических колебаний в контуре.

● Уравнение затухающих колебаний:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \qquad (3.74)$$

где β - коэффициент затухания:

$$\beta = \frac{R}{2L}. \qquad (3.75)$$

При условии, что $\beta^2 < \omega_0^2$, т.е. $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$, решение уравнения (3.74) имеет вид:

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \qquad (3.76)$$

где

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} . \qquad (3.77)$$

● Логарифмический декремент затухания:

$$K = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T , \qquad (3.78)$$

где $A(t)$ и $A(t+T)$ - амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующие моментам времени, отличающимся на период.

● Фазовая скорость распространения электромагнитных волн в среде:

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}, \qquad (3.79)$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ - скорость распространения света в вакууме, ε_0 - электрическая постоянная, μ_0 - магнитная постоянная, ε - электрическая проницаемость среды, β - магнитная проницаемость среды.

● Связь между мгновенными значениями E и H:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}\, E = \sqrt{\mu_0 \mu}\, H . \qquad (3.80)$$

● Уравнение плоской электромагнитной волны:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi), \qquad (3.81)$$

где E_0 - амплитуда напряженности электрического поля волны, ω - циклическая частота, $k = \omega / V$ - волновое число; φ - начальная фаза, V - фазовая скорость распространения волны.

● Объемная плотность энергии электромагнитного поля:

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \qquad (3.82)$$

● Вектор Умова - Пойнтинга:

$$\vec{S} = \left[\vec{E}\vec{H}\right], \qquad (3.83)$$

где $\vec{S}$ - плотность потока электромагнитной энергии.

3.5.2. Контрольные вопросы

1. Какие колебания называются свободными?
2. Запишите формулу периода свободных колебаний в колебательном контуре.
3. Что такое декремент затухания?
4. Как связан декремент затухания с логарифмическим декрементом затухания?
5. Дайте понятие фазовой скорости волны.
6. Запишите формулу объемной плотности энергии электромагнитной волны.

3.5.3. Примеры решения задач

Задача 3.21. Колебательный контур состоит из конденсатора электроемкостью $C = 405\,нФ$, катушки с индуктивностью $L = 10\,мГн$ и сопротивлением $R = 2\,Ом$. Во сколько раз уменьшится напряжение на обкладках конденсатора за время, равное двум периодам колебаний?

Решение:

Дано:
$C = 405 \cdot 10^{-9}\,Ф$
$L = 10^{-2}\,Гн$
$R = 2\,Ом$
$t = 2\,T$

$к = ?$

Коэффициент затухания:

$$\beta = \frac{R}{2L}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$\beta = \frac{2}{2 \cdot 10^{-2}} = 100.$$

Период незатухающих колебаний в контуре равен:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 0{,}004с.$$

Так как затухание за один период колебаний мало, то период затухающих колебаний приблизительно равен периоду незатухающих колебаний.

Тогда за два периода амплитуда колебаний уменьшится в $к$ раз:

$$к = \frac{U(t)}{U(t+T)} = e^{\beta 2T} = 2{,}2.$$

Ответ: $к = 2{,}2$.

Задача 3.22. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 7\,мкФ$ и катушки с индуктивностью $L = 0{,}23\,Гн$ и сопротивлением $R = 40\,Ом$. Найти логарифмический декремент затухания.

Решение:

Дано:
$C = 7 \cdot 10^{-6}\,Ф$
$L = 0{,}23\,Гн$
$R = 40\,Ом$

$K = ?$

Логарифмический декремент затухания:

$$K = \beta\,T. \qquad (1)$$

Коэффициент затухания:

$$\beta = \frac{R}{2L}. \qquad (2)$$

Период колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \qquad (3)$$

где
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,, \tag{4}$$
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,. \tag{5}$$
Подставим уравнения (5) и (2) в (4):
$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}\,. \tag{6}$$
Подставим выражения (2)-(6) в (1), получим:
$$K = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4L}{(CR^2)-1}}}\,.$$

Ответ: $K = 0{,}7$.

Задача 3.23. В однородной изотропной среде с $\varepsilon = 2$, $\mu = 1$ распространяется плоская электромагнитная волна. Найти фазовую скорость волны и амплитудное значение напряженности магнитного поля волны, если амплитуда напряженности электрического поля волны $E_0 = 24\ В/м$.

Дано:

$c = 3 \cdot 10^8\ м/с$

$\varepsilon = 2$

$\mu = 1$

$E_0 = 24\,В/м$

$V = ?\quad H_0 = ?$

Решение:

Фазовая скорость распространения волны:
$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\,\mu}}\,. \tag{1}$$
Связь между мгновенными значениями E и H в бегущей волне устанавливается соотношением (3.80):
$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E = \sqrt{\mu_0\mu}H\,. \tag{2}$$
Используя формулу (2) для амплитудных значений E_0 и H_0, запишем:
$$\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon}E_0 = \sqrt{\mu_0\mu}H_0\,,\ \text{отсюда}$$

$$H_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon}}{\sqrt{\mu_0 \mu}} E_0 . \qquad (3)$$

Вычисляя по формулам (1) и (3), получим:

$$V = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2 \cdot 1}} = 2{,}12 \cdot 10^8 \ м/с .$$

$$H_0 = \frac{\sqrt{8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 2}}{\sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1}} \cdot 24 = 90 \cdot 10^{-3} \ А/м .$$

Ответ: $V = 2{,}12 \cdot 10^8 \ м/с$; $\quad H_0 = 90 \ мА/м$.

Задача 3.24. Чему равно отношение энергии магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля в момент времени $t = T/8$.

Дано:	**Решение:**
$t = T/8$	Энергия магнитного и электрического полей определяется по формулам:
$W_М / W_Э$	

$$W_М = \frac{LJ^2}{2}, \qquad (1)$$

$$W_Э = \frac{CU^2}{2}. \qquad (2)$$

Напряжение в контуре меняется по закону:

$$U = U_0 \cos\omega t, \qquad (3)$$

а сила тока:

$$J = \frac{dq}{dt} = \frac{CdU}{dt}. \qquad (4)$$

Подставим уравнение (3) в уравнение (4) и продифференцируем:

$$J = -CU_0 \omega \sin\omega t . \qquad (5)$$

Подставим уравнения (3) и (5) в соответствующие формулы энергии (1) и (2), получим:

$$W_М = \frac{LC^2 U_0^2 \omega^2 \sin^2 \omega t}{2};$$

$$W_Э = \frac{CU_0^2 \cos^2 \omega t}{2}.$$

Если $t = T/8$, $\sin\omega t = \sqrt{2}/2$ и $\cos\omega t = \sqrt{2}/2$, $LC = T^2/4\pi^2 = 1/\omega^2$, то $W_М/W_Э = \sin^2 \omega t / \cos^2 \omega t = 1$.

Ответ: $W_М/W_Э = \sin^2 \omega t / \cos^2 \omega t = 1$.

3.6. Задачи для контрольной работы N 3 "Электричество и магнетизм."

Задача 1. Расстояние d между двумя длинными тонкими проволоками, расположенными параллельно друг другу, равно $16 см$. Проволоки равномерно заряжены разноименными зарядами с линейной плотностью $|\tau| = 150\, мкКл/м$. Какова напряженность E поля в точке, удаленной на $r = 10 см$ как от первой, так и от второй проволоки?

Задача 2. На отрезке тонкого прямого проводника длиной $l = 10 см$ равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau = 3\, мкКл/м$. Вычислить напряженность E, создаваемую этим зарядом в точке, расположенной на оси проводника и удаленной от ближайшего конца отрезка на расстояние, равное длине этого отрезка.

Задача 3. Тонкий стержень длиной $l = 10 см$ заряжен с линейной плотностью $\tau = 400\, нКл/м$. Найти напряженность E в точке, расположенной на перпендикуляре к стержню, проведенном через один из его концов, на расстоянии $r = 8см$ от этого конца.

Задача 4. Две прямоугольные одинаковые параллельные пластины, длины сторон которых $a = 10см$ и $b = 15см$, расположены на малом (по сравнению с линейными размерами пластин) расстоянии друг от друга. На одной из пластин равномерно распределен заряд $Q_1 = 50нКл$, на другой- заряд $Q_2 = 150нКл$. Определить напряженность E электрического поля между пластинами.

Задача 5. Две бесконечные параллельные пластины равномерно заряжены с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 10\, нКл/м^2$ и $\sigma_2 = -30\, нКл/м^2$. Определить силу взаимодействия между пластинами, приходящуюся на площадь S, равную $1м^2$.

Задача 6. Полый стеклянный шар несет равномерно распределенный по объему заряд. Его объемная плотность $\rho = 100\, нКл/м^3$. Внутренний радиус R_1 шара равен $5см$, наружный- $R_2 = 10см$. Вычислить напряженность E и смещение D электрического поля в точках, отстоящих от центра сферы на расстоянии: 1) $r_1 = 3см$; 2) $r_2 = 6см$; 3) $r_3 = 12см$. Построить графики зависимостей $E(r)$ и $D(r)$.

Задача 7. Большая металлическая пластина несет равномерно распределенный по поверхности заряд $(\sigma = 10\, нКл/м^2)$. На малом расстоянии от пластины находится точечный заряд $Q = 100нКл$. Найти силу F, действующую на заряд.

Задача 8. Точечный заряд $Q = 1\,мкКл$ находится вблизи большой равномерно заряженной пластины против ее середины. Вычислить поверхностную плотность σ заряда пластины, если на точечный заряд действует сила $F = 60\,мН$.

Задача 9. Две параллельные, бесконечно длинные прямые нити несут заряд, равномерно распределенный по длине с линейными плотностями $\tau_1 = 0{,}1\,мкКл/м$ и $\tau_2 == 0{,}2\,мкКл/м$. Определите силу F взаимодействия, приходящуюся на отрезок нити длиной $1\,м$. Расстояние r между нитями равно $10\,см$.

Задача 10. Между пластинами плоского конденсатора находится точечный заряд $Q = 30\,нКл$. Поле конденсатора действует на заряд с силой $F_1 = 10\,мН$. Определить силу F_2 взаимного притяжения пластин, если площадь S каждой пластины равна $100\,см^2$.

Задача 11. Пространство между пластинами плоского конденсатора объемом $V = 20\,см^3$ заполнено диэлектриком $(\varepsilon = 5)$. Пластины конденсатора присоединены к источнику напряжения. При этом поверхностная плотность связанных зарядов на диэлектрике $\sigma_{св} = 8{,}35\,мкКл/м^2$. Какую работу A надо совершить против сил электрического поля, чтобы удалить диэлектрик из конденсатора? Задачу решить, если удаление диэлектрика производится: а) до отключения источника напряжения; б) после отключения источника напряжения.

Задача 12. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено диэлектриком. Расстояние между пластинами $d = 2\,мм$. На пластины конденсатора подана разность потенциалов $U_1 = 0{,}6\,кВ$. Если, отключив источник напряжения, вынуть диэлектрик из конденсатора, то разность потенциалов на пластинах конденсатора возрастет до $U_2 = 1{,}8\,кВ$. Найти поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на диэлектрике и диэлектрическую восприимчивость χ диэлектрика.

Задача 13. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином. При присоединении пластин к источнику напряжения давление пластин на парафин стало равным $p = 5\,Па$. Найти: а) напряженность E электрического поля и электрическое смещение D в парафине; б) поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{св}$ на парафине; в) поверхностную плотность заряда σ на пластинах конденсатора; г)объемную плотность энергии w_0 электрического поля в парафине; д) диэлектрическую восприимчивость χ парафина.

Задача 14. Найти объемную плотность энергии w_0 электрического поля в точке, находящейся: а) на расстоянии $x = 2\,см$ от поверхности заряженного шара радиусом $R = 1\,см$, б) вблизи бесконечно протяженной заряженной плоскости, в) на расстоянии $x = 2\,см$ от бесконечно длинной заряженной нити. Поверхностная плотность заряда на шаре и плоскости $\sigma = 16{,}7\,мкКл/м^2$, линейная плотность заряда на нити $\lambda = 167\,нКл/м$. Диэлектрическая проницаемость среды $\varepsilon = 2$.

Задача 15. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0{,}01 м^2$, расстояние между ними $d_1 = 1 мм$. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 0{,}1 кВ$. Пластины раздвигаются до расстояния $d_2 = 25 мм$. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.

Задача 16. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = 280 В$. Площадь пластин конденсатора $S = 0{,}01 м^2$, поверхностная плотность заряда на пластинах $\sigma = 495\ нКл/м^2$.Найти: а) напряженность E поля внутри конденсатора; б) расстояние d между пластинами; в) скорость V, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой; г) энергию W конденсатора; д) емкость C конденсатора; е) силу притяжения F пластин конденсатора.

Задача 17. Два металлических шарика, первый с зарядом $q_1 = 10 нКл$ и радиусом $R_1 = 3 см$, а второй с потенциалом $\varphi_2 = 9 кВ$ и радиусом $R_2 = 2 см$, соединены проволочкой, емкостью которой можно пренебречь. Найти: а) потенциал φ_1 первого шарика до разряда; б) заряд q_2 второго шарика до разряда; в) энергии W_1 и W_2 каждого шарика до разряда; г) заряд $q_1^{/}$ и потенциал $\varphi_1^{/}$ первого шарика до разряда; д) заряд $q_2^{/}$ и потенциал $\varphi_2^{/}$ второго шарика после разряда; е) энергию W соединенных проводником шариков; ж) работу A разряда.

Задача 18. Шар, погруженный в керосин, имеет потенциал $\varphi = 4{,}5\,кВ$ и поверхностную плотность заряда $\sigma = 11{,}3\,мкКл/м^2$.Найти радиус R, заряд q, емкость C и энергию W шара.

Задача 19. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $r = 1\,см$, радиус внешнего шара $R = 4\,см$. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3\,кВ$. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $x = 3\,см$ от центра шаров.

Задача 20. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0{,}01\,м^2$, расстояние между ними $d_1 = 1\,мм$. К пластинам приложена разность потенциалов $U = 0{,}1\,кВ$. Пластины раздвигаются до расстояния $d_2 = 25\,мм$. Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением: а) не отключается; б) отключается.

Задача 21. К источнику тока с ЭДС $\mathcal{E} = 1{,}5\,В$ присоединили катушку с сопротивлением $R = 0{,}1\,Ом$. Амперметр показал силу тока, равную $I = 0{,}5\,А$. Когда к источнику тока присоединили последовательно еще один источник тока с такой же ЭДС, то сила тока I в той же катушке оказалась равной $0{,}4\,А$. Определить внутренние сопротивления r_1 и r_2 первого и второго источников тока.

Задача 22. Две группы из трех последовательно соединенных элементов соединены параллельно. ЭДС $\mathcal{E}$ каждого элемента равна $1{,}2\,B$, внутреннее сопротивление $r = 0{,}2\,Ом$. Полученная батарея замкнута на внешнее сопротивление $R = 1{,}5\,Ом$. Найти силу тока I во внешней цепи.

Задача 23. Даны 12 элементов с ЭДС $\mathcal{E} = 1{,}5\ B$ и внутренним сопротивлением $r = 0{,}4\,Ом$. Как нужно соединить эти элементы, чтобы получить от собранной из них батареи наибольшую силу тока во внешней цепи, имеющей сопротивление $R = 0{,}3\,Ом$? Определить максимальную силу тока $I_{\max}$.

Задача 24. Два элемента ($\mathcal{E}_1 = 1{,}2\,B$, $r_1 = 0{,}1\,Ом$; $\mathcal{E}_2 = 0{,}9\,B$, $r_2 = 0{,}3\,Ом$) соединены одноименными полюсами. Сопротивление R соединительных проводов равно $0{,}2\,Ом$. Определить силу тока I в цепи.

Задача 25. Определить силу тока I_3 в резисторе сопротивлением R_3 (рис. 3.12) и напряжение U_3 на концах резистора, если $\mathcal{E}_1 = 4\,B$, $\mathcal{E}_2 = 3\,B$, $R_1 = 2\,Ом$, $R_2 = 6\,Ом$, $R_3 = 1\,Ом$. Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

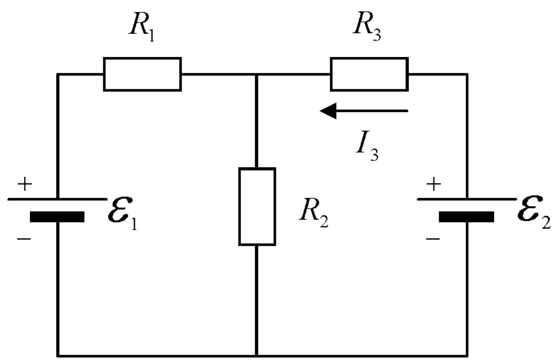

Рис. 3.12

Задача 26. Два источника тока ($\mathcal{E}_1 = 8\,В$, $r_1 = 2\,Ом$; $\mathcal{E}_2 = 6\,В$, $r_2 = 1{,}5\,Ом$) и реостат ($R = 10\,Ом$) соединены, как показано на рис 3.13. Вычислить силу тока I, текущего через реостат.

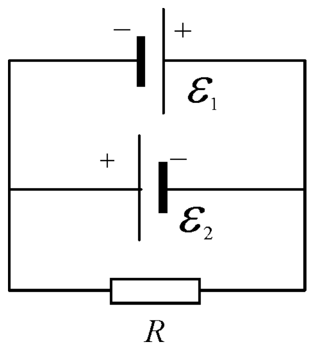

Рис. 3.13

Задача 27. Сила тока в проводнике сопротивлением $R = 12\,Ом$ равномерно убывает от $I_0 = 5\,А$ до $I = 0$ в течение времени $t = 10\,с$. Какое количество теплоты Q выделяется в этом проводнике за указанный промежуток времени?

Задача 28. Сила тока в проводнике $r = 100\,Ом$ равномерно нарастает от $I_0 = 0$ до $I_{\max} = 10\,А$ в течение времени $\tau = 30\,с$. Определить количество теплоты Q, выделившееся за это время в проводнике.

Задача 29. При силе тока $I_1 = 3\,А$ во внешней цепи батареи аккумуляторов выделяется мощность $P_1 = 18\,Вт$, при силе тока $I_2 = 1\,А$ - соответственно $P_2 = 10\,Вт$. Определить ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r батареи.

Задача 30. ЭДС батареи аккумуляторов $\mathcal{E} = 12\,В$, сила тока I короткого замыкания равна 5 А. Какую наибольшую мощность $P_{\max}$ можно получить во внешней цепи, соединенной с такой батареей?

Задача 31. Найти падение потенциала U на медном проводе длиной $l = 500\,м$ и диаметром $d = 2\,мм$, если ток в нем $I = 2\,A$.

Задача 32. Элемент, сопротивление и амперметр соединены последовательно. Элемент имеет ЭДС $\mathcal{E} = 2\,В$ и внутреннее сопротивление $r = 0{,}4\,Ом$. Амперметр показывает ток $I = 1\,A$. С каким КПД η работает элемент?

Задача 33. Элемент, имеющий ЭДС $\mathcal{E} = 1{,}1\,В$ и внутреннее сопротивление $r = 1\,Ом$, замкнут на внешнее сопротивление $R = 9\,Ом$. Найти ток I в цепи, падение потенциала U во внешней цепи и падение потенциала U_r внутри элемента. С каким КПД η работает элемент?

Задача 34. ЭДС элемента $\mathcal{E} = 6\,В$. При внешнем сопротивлении $R = 1{,}1\,Ом$ ток в цепи $I = 3\,A$. Найти падение потенциала U_r внутри элемента и его сопротивление r.

Задача 35. Элемент с ЭДС $\mathcal{E} = 2\,В$ имеет внутреннее сопротивление $r = 0{,}5\,Ом$. Найти падение потенциала U_r внутри элемента при токе в цепи $I = 0{,}25\,A$. Каково внешнее сопротивление R цепи при этих условиях?

Задача 36. Два последовательно соединенных элемента с одинаковыми ЭДС $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2 = 2\,В$ и внутренними сопротивлениями $r_1 = 1\,Ом$ и $r_2 = 1{,}5\,Ом$ замкнуты на внешнее сопротивление $R = 0{,}5\,Ом$ (рис.3.14). Найти разность потенциалов U на зажимах каждого элемента.

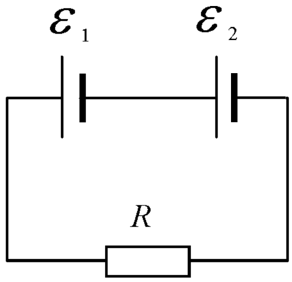

Рис. 3.14

Задача 37. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R = 10{,}8\,Ом$. Масса медной проволоки $m = 3{,}41\,кг$. Какой длины l и какого диаметра d проволока намотана на катушке?

Задача 38. Вольфрамовая нить электрической лампочки при $t_1 = 20^0 C$ имеет сопротивление $R_1 = 35{,}8\,Ом$. Какова будет температура t_2 нити лампочки, если при включении в сеть напряжением $U = 120\,В$ по нити идет ток $I = 0{,}33\,A$? Температурный коэффициент сопротивления вольфрама $\alpha = 4{,}6 \cdot 10^{-3}\,K^{-1}$

Задача 39. Сколько витков нихромовой проволоки диаметром $d = 1\,мм$ надо навить на фарфоровый цилиндр радиусом $a = 2{,}5\,см$, чтобы получить печь сопротивлением $R = 40\,Ом$?

Задача 40. Реостат из железной проволоки, амперметр и генератор включены последовательно. При $t_0 = 0^0 C$ сопротивление реостата $R_0 = 120\,Ом$, сопротивление амперметра $R_{A0} = 20\,Ом$. Амперметр показывает ток $I_0 = 22\,мА$. Какой ток I будет показывать амперметр, если реостат нагреется на $\Delta T = 50\,К$? Температурный коэффициент сопротивления железа $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}\,к^{-1}$.

Задача 41. Катушка длиной $l = 20\,см$ содержит $N = 100$ витков. По обмотке катушки идет ток $I = 5\,A$. Диаметр d катушки равен $20\,см$. Определить магнитную индукцию B в точке, лежащей на оси катушки на расстоянии $a = 10\,см$ от ее конца.

Задача 42. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0{,}5\,мм$ намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу . Какова напряженность H магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 4\,A$? Толщиной изоляции пренебречь.

Задача 43. Расстояние d между двумя длинными параллельными проводами равно $5\,см$. По проводам в одном направлении текут одинаковые токи $I = 30\,A$ каждый. Найти напряженность H магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = 4см$ от одного и $r_2 = 3\,см$ от другого провода.

Задача 44. По двум бесконечно длинным проводам текут токи $I_1 = 50\ A$ и $I_2 = 100\ A$ в противоположных направлениях.

Расстояние d между проводами равно 20 см. Определить магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = 25 см$ от первого и на $r_2 = 40 см$ от второго провода.

Задача 45. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам текут токи $I_1 = 20 A$ и $I_2 = 30 A$ в одном направлении. Расстояние d между проводами равно $10 см$. Вычислить магнитную индукцию B в точке, удаленной от обоих проводов на одинаковое расстояние $r = 10 см$.

Задача 46. По тонкому проводу, изогнутому в виде прямоугольника, течет ток $I = 60 A$. Длины сторон прямоугольника равны $a = 30 см$ и $b = 40 см$. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

Задача 47. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток $I = 40 A$. Длина a стороны треугольника равна 30 $см$. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения высот.

Задача 48. По контуру в виде квадрата идет ток $I = 50 A$. Длина a стороны квадрата равна $20 см$. Определить магнитную индукцию B в точке пересечения диагоналей.

Задача 49. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\alpha = 120^0$, течет ток $I = 50 A$. Найти магнитную индукцию B в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины его на расстояние $a = 5 см$.

Задача 50. Тонкий провод изогнут в виде правильного шестиугольника. Длина d стороны равна 10 $см$. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника, если по проводу течет ток $I = 25\,A$.

Задача 51. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^0$ к направлению поля и движется по винтовой линии радиусом $R = 1{,}5\,см$. Индукция магнитного поля $B = 0{,}1\,Тл$. Найти кинетическую энергию W_k протона.

Задача 52. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6\,кВ$, влетает в однородное магнитное поле под углом $\alpha = 30^0$ к направлению поля и движется по винтовой траектории. Индукция магнитного поля $B = 13\,мТл$. Найти радиус R и шаг h винтовой траектории.

Задача 53. Магнитное поле, индукция которого $B = 0{,}5\,мТл$, направлено перпендикулярно к электрическому полю, напряженность которого $E = 1\,кВ/м$. Пучок электронов влетает в электромагнитное поле, причем скорость V электронов перпендикулярна к плоскости, в которой лежат векторы E и B. Найти скорость электронов V, если при одновременном действии обоих полей пучок электронов не испытывает отклонения. Каким будет радиус R траектории движения электронов при условии включения одного магнитного поля?

Задача 54. Магнитное поле напряженностью $H = 8\,кА/м$ и электрическое поле напряженностью $E = 1\,кВ/м$ направлены одинаково. Электрон влетает в электромагнитное поле со скоростью $V = 10^5\ м/с$. Найти нормальное a_n, тангенциальное a_τ и полное a ускорения электрона. Задачу решить, если скорость электрона направлена: а) параллельно направлению электрического поля; б) перпендикулярно к направлению электрического поля.

Задача 55. Найти отношение q/m для заряженной частицы, если она, влетая со скоростью $V = 10^6\ м/с$ в однородное магнитное поле напряженностью $H = 200\ кА/м$, движется по дуге окружности радиусом $R = 8{,}3\ см$. Направление скорости движения частицы перпендикулярно к направлению магнитного поля. Сравнить найденное значение со значением q/m для электрона, протона и α - частицы.

Задача 56. Протон и α - частица влетают в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению их движения. Во сколько раз период обращения T_1 протона в магнитном поле больше периода обращения α - частицы?

Задача 57.Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью $V = 10^6\ м/с$. Индукция магнитного поля $B = 0{,}3\ Тл$. Радиус окружности $R = 4\ см$. Найти заряд q частицы, если известно, что ее энергия $W = 12\ кэВ$.

Задача 58. На фотографии, полученной в камере Вильсона, траектория электрона в однородном магнитном поле представляет собой дугу окружности радиусом $R = 10\ см$. Индукция магнитного поля $B = 10\ мТл$. Найти энергию электрона W (в электронвольтах).

Задача 59. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле, перпендикулярное к скорости. Во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона?

Задача 60. Найти кинетическую энергию W_k (в электронвольтах) протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R = 60\,см$ в магнитном поле с индукцией $B = 1\,Тл$.

Задача 61. Проволочное кольцо радиусом $r = 10\,см$ лежит на столе. Какое количество электричества Q протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление R кольца равно $1\,Ом$. Вертикальная составляющая индукции B магнитного поля Земли равна $50\,мкТл$.

Задача 62. Проволочный виток радиусом $r = 4\,см$, имеющий сопротивление $R = 0{,}01\,Ом$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}04\,Тл$. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 30^0$ с линиями индукции поля. Какое количество электричества Q протечет по витку, если магнитное поле исчезнет?

Задача 63. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}35\,Тл$ равномерно с частотой $n = 480\,мин^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 500$ витков площадью $S = 50\,см^2$. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\max}$, возникающую в рамке.

Задача 64. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}4\,Тл$ в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной $l = 10\,см$. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить разность потенциалов U на концах стержня при частоте вращения $n = 16\,c^{-1}$.

Задача 65. Рамка площадью $S = 200\,см^2$ равномерно вращается с частотой $n = 10\,c^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярно линиям индукции однородного магнитного поля ($B = 0{,}2\,Тл$). Каково среднее значение ЭДС индукции $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения?

Задача 66. Магнитная индукция B поля между полюсами двухполюсного генератора равна 0,8 $Тл$. Ротор имеет $N = 100$ витков площадью $S = 400\,см^2$. Определить частоту n вращения якоря, если максимальное значение ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = 200\,B$.

Задача 67. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям индукции. Катушка сопротивлением $R_1 = 4\,Ом$ имеет $N = 15$ витков площадью $S = 2\,см^2$. Сопротивление R_2 гальванометра равно 46 $Ом$. Когда ток в обмотке электромагнита выключили, по цепи гальванометра протекло количество электричества $Q = 90\ мкКл$. Вычислить магнитную индукцию B поля электромагнита.

Задача 68. Тонкий медный провод массой $m = 1г$ согнут в виде квадрата, и концы его замкнуты. Квадрат помещен в однородное магнитное поле ($B = 0{,}1Тл$) так, что плоскость его перпендикулярна линиям индукции поля. Определить количество электричества Q , которое протечет по проводнику, если квадрат, потянув за противоположные вершины, вытянуть в линию.

Задача 69. Соленоид нндуктивностью $L = 4мГн$ содержит $N = 600$ витков. Определить магнитный поток Φ, если сила тока I , протекающего по обмотке, равна 12 A .

Задача 70. Сколько витков проволоки диаметром $d = 0{,}4мм$ с изоляцией ничтожной толщины нужно намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 2см$, чтобы получить однослойную катушку с индуктивностью $L = 1мГн$? Витки вплотную прилегают друг к другу.

Задача 71. Катушка длиной $l = 20см$ и диаметром $D = 3см$ имеет $N = 100$ витков. По катушке идет ток $I = 2A$. Найти индуктивность L катушки и магнитный поток **Ф**, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

Задача 72. Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1мм^2$. Длина соленоида $l = 25см$; его сопротивление $R = 0{,}2Ом$. Найти индуктивность L соленоида.

Задача 73. Катушка длиной $l = 20см$ имеет $N = 400$ витков. Площадь поперечного сечения катушки $S = 9см^2$. Найти индуктивность L_1 катушки. Какова будет индуктивность L_2 катушки, если внутрь катушки введен железный сердечник? Магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 400$.

Задача 74. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}1\,Тл$, вращается катушка, состоящая из $N = 200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T = 0{,}2\,с$; площадь поперечного сечения $S = 4\,см^2$. Найти максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\max}$ во вращающейся катушке.

Задача 75. На соленоид длиной $l = 144\,см$ и диаметром $D = 5\,см$ надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2\,A$. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя ЭДС $\langle\mathcal{E}\rangle$ индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде спадает до нуля в течение времени $t = 2\,мс$?

Задача 76. Какая средняя ЭДС $\langle\mathcal{E}\rangle$ индуцируется в витке, если соленоид, рассмотренный в задаче 77, имеет железный сердечник?

Задача 77. На соленоид длиной $l = 20\,см$ и площадью поперечного сечения $S = 30\,см^2$ надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3\,A$. Какая средняя ЭДС $\langle\mathcal{E}\rangle$ индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде спадает до нуля в течение времени $t = 1\,мс$?

Задача 78. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}8\,Тл$, равномерно вращается рамка с угловой скоростью $\omega = 15\,рад/с$. Площадь рамки $S = 150\,см^2$. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол $\alpha = 30^0$ с направлением магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\max}$ во вращающейся рамке.

Задача 79. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0{,}1\,Тл$, равномерно вращается катушка, состоящая из $N = 100$ витков проволоки. Частота вращения катушки $n = 5\,с^{-1}$; площадь поперечного сечения катушки $S = 0{,}01\,м^2$. Ось вращения перпендикулярна к оси катушки и направлению магнитного поля. Найти максимальную ЭДС индукции $\mathcal{E}_{\max}$ во вращающейся катушке.

Задача 80. Сколько витков проволоки диаметром $d = 0{,}6\,мм$ имеет однослойная обмотка катушки, индуктивность которой $L = 1\,мГн$ и диаметр $D = 4\,см$? Витки плотно прилегают друг к другу.

Задача 81. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 25\,нФ$ и катушки с индуктивностью $L = 1{,}015\,Гн$. Обкладкам конденсатора сообщается заряд $q = 2{,}5\,мкКл$. Написать уравнение (с числовыми коэффициентами) изменения разности потенциалов U на обкладках конденсатора и тока I в цепи. Найти разность потенциалов на обкладках конденсатора и ток в цепи в моменты времени $T/8$, $T/4$ и $T/2$. Построить графики U и I в пределах одного периода.

Задача 82. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 405\,нФ$, катушки с индуктивностью $L = 10\,мГн$ и сопротивления $R = 2\,Ом$. Во сколько раз уменьшится разность потенциалов на обкладках конденсатора за один период колебаний?

Задача 83. Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2{,}22\,нФ$, катушки длиной $l = 20\,см$ из медной проволоки диаметром $d = 0{,}5\,мм$. Найти логарифмический декремент затухания K колебаний.

Задача 84. Колебательный контур имеет емкость $C = 1{,}1\,нФ$ и индуктивность $L = 5\,мГн$. Логарифмический декремент затухания $K = 0{,}005$. За какое время вследствие затухания потеряется 99% энергии контура?

Задача 85 Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 7\,мкФ$ и катушки с индуктивностью $L = 0{,}23\,Гн$ и сопротивлением $R = 40\,Ом$. Обкладкам конденсатора сообщается заряд $q = 0{,}56\,мКл$. Найти период T колебаний контура и логарифмический декремент затухания K колебаний. Написать уравнение изменения со временем t разности потенциалов U на обкладках конденсатора. Найти разность потенциалов в моменты времени, равные: $T/2$, T, $3T/2$, $2T$. Построить график $U = f(t)$ в пределах двух периодов.

Задача 86. Найти отношение энергии $W_м/W_{эл}$ магнитного поля колебательного контура к энергии его электрического поля для момента времени $T/8$.

Задача 87. Уравнение изменения со временем тока в колебательном контуре имеет вид $I = -0{,}02\sin 400\pi t\, A$. Индуктивность контура $L = 1\,Гн$. Найти период T колебаний, емкость C контура, максимальную энергию $W_м$ магнитного поля и максимальную энергию $W_{эл}$ электрического поля.

Задача 88. Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре имеет вид $U = 50\cos 10^4 \pi t\, B$. Емкость конденсатора $C = 0{,}1\,мкФ$. Найти период T колебаний, индуктивность L контура, закон изменения со временем t тока I в цепи и длину волны λ, соответствующую этому контуру.

Задача 89. Катушка с индуктивностью $L = 30\,мкГн$ присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 0{,}01\,м^2$ и расстоянием между ними $d = 0{,}1\,мм$. Найти диэлектрическую проницаемость ε среды, заполняющей пространство между пластинами, если контур настроен на длину волны $\lambda = 750\ м$.

Задача 90. Катушка длиной $l = 50\,см$ и площадью поперечного сечения $S = 10\,см^2$ включена в цепь переменного тока частотой $\upsilon = 50\,Гц$. Число витков катушки $N = 3000$. Найти сопротивление R катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^0$.

Раздел 4
Оптика. Физика атома и атомного ядра

4.1. Геометрическая оптика
4.1.1. Основные формулы

● Закон преломления света при прохождении через границу раздела двух сред:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1}, \qquad (4.1)$$

где i - угол падения луча, r - угол преломления, n_{21} - относительный показатель преломления, n_1 и n_2 - абсолютные показатели преломления первой и второй сред.

● Формулы тонкой линзы:

$$D=\frac{1}{F}=\frac{1}{d}+\frac{1}{f}, \qquad (4.2)$$

$$D=\frac{1}{F}=\left(\frac{n_Л}{n_{ср}}-1\right)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right), \qquad (4.3)$$

где D - оптическая сила линзы, F - фокусное расстояние линзы, d - расстояние от оптического центра линзы до светящейся точки, f - расстояние от оптического центра линзы до изображения, $n_Л$, $n_{ср}$ - показатели преломления вещества линзы и окружающей среды, R_1, R_2 - радиусы кривизны поверхностей линзы.

При использовании формул тонкой линзы следует соблюдать правило знаков: расстояния d, f и радиусы R_1, R_2 берутся со знаком "+", если они отсчитываются по направлению распространения луча, и со знаком "-" - в противоположных направлениях. Для собирающих линз $D > 0$, для рассеивающих - $D < 0$.

● Оптическая сила системы двух тонких линз, сложенных вплотную:

$$D = D_1 + D_2. \qquad (4.4)$$

● Увеличение в линзе:

$$Г=\frac{h}{h_0}=\frac{f}{d}, \qquad (4.5)$$

где h, h_0 - линейные размеры изображения и предмета.

4.1.2. Контрольные вопросы.

1. Какой физический смысл имеет показатель преломления?
2. В чем заключается свойство обратимости световых лучей?
3. Действительным или мнимым является изображение предмета в плоском зеркале?

4. При каком условии возникает полное отражение света? Какой угол называется предельным углом полного отражения?
5. От чего зависит оптическая сила линзы?
6. Дайте определение единицы оптической силы линзы.
7. Запишите формулу, позволяющую рассчитать увеличение в линзе, лупе.

4.1.3. Примеры решения задач

Задача 4.1. Человек рассматривает светящуюся точку S через плоскопараллельную стеклянную пластину толщиной $d = 3см$ так, что луч зрения нормален к пластинке. Найти расстояние между точкой S и ее изображением $S^{/}$.

Дано:
$n = 1{,}5$
$d = 3 \cdot 10^{-2}$ $м$
$SS^{/} = ?$

Решение:

В глаз человека попадают лучи, которые образуют между собой малые углы i (рис.4.1). Продолжим эти лучи до их пересечения в точке $S^{/}$, которая является изображением светящейся точки S. Рассмотрим два луча, которые выходят из точки S и попадают в глаз человека SD и SB. Луч SD падает на пластинку нормально, а луч SB, дважды преломившись, выйдет из пластинки параллельно отрезку SO. Проведем отрезок OA параллельно лучу SD. Из параллелограмма $SS^{/}CO$ находим:

$$SS^{/} = OC = d - h. \qquad (1)$$

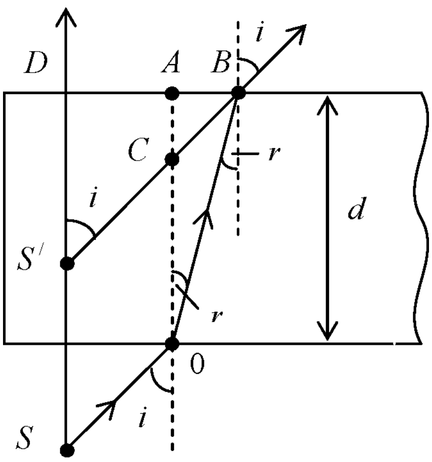

Рис.4.1

Отрезок $h = AC$ выразим через величины d и n. Заметим, что если бы в точке O находился источник света, то его изображением явилась бы точка C.

Из треугольников OAB и CAB имеем:

$$\frac{h}{d} = \frac{tg\ r}{tg\ i}. \qquad (2)$$

В силу малости углов i и r отношение:

$$\frac{tg\ r}{tg\ i} \approx \frac{\sin r}{\sin i}. \qquad (3)$$

Воспользуемся законом преломления (4.1):

$$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n}, \qquad (4)$$

так как показатель преломления воздуха примем равным 1.

Тогда из уравнений (2) - (4) получим:

$$\frac{h}{d} = \frac{1}{n} \text{ и } h = \frac{d}{n}. \qquad (5)$$

Подставив выражение (5) в (1), найдем искомую величину:

$$SS' = \frac{(n-1)d}{n}.$$

Ответ: $SS' = 1 \cdot 10^{-2}\,м$.

Задача 4.2. Стеклянная треугольная призма имеет показатель преломления $n = 1{,}6$ и преломляющий угол $\varphi = 45^0$. Каким должен быть наибольший угол падения луча на боковую грань призмы, чтобы при выходе его из призмы наблюдалось полное отражение?

Дано:

$\varphi = 45^0$

$n = 1{,}6$

$i = ?$

Решение:

Полное отражение наступит тогда, когда луч будет падать на грань AC (рис.4.2) под углом, который равен или больше предельного угла полного отражения. Предельный

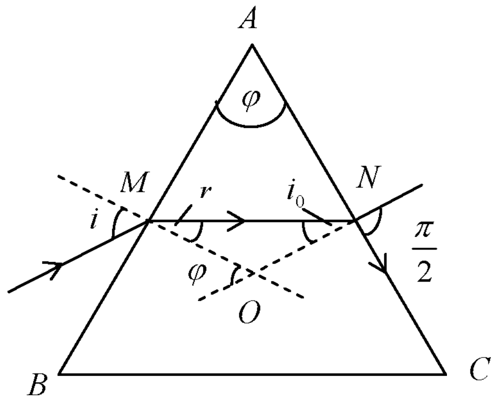

Рис.4.2.

угол полного отражения определяется из закона преломления (4.1):

$$\frac{\sin i_0}{\sin\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{n},$$

откуда $i_0 = 38^0 40^/$.

Из ΔMNO, зная угол i_0, найдем угол r: $r + i_0 = \varphi = 45^0$, $r = 6^0 20^/$

Так как $\sin i = n \sin r$ и угол $i = \arcsin(n \sin r)$.

Ответ: $i = 10^0$.

Задача 4.3. Фокусное расстояние линзы в воздухе $F_1 = 0{,}5\,м$. Найти фокусное расстояние линзы F_2, погруженной в воду, если показатель преломления стекла, из которого сделана линза, $n = 1{,}6$.

Решение:

Дано:
$F_1 = 0{,}5\,м$
$n = 1{,}6$
$n_B = 1{,}33$

$F_2 = ?$

Используя формулу тонкой линзы (4.31) и принимая $n_{cp} = 1$, найдем выражение для фокусного расстояния линзы в воздухе:

$$F_1 = \frac{R_1 R_2}{(n-1)(R_2 - R_1)}. \qquad (1)$$

Принимая $n_{cp} = n_B$, найдем выражение для фокусного расстояния линзы, погруженной в воду:

$$F_2 = \frac{R_1 R_2}{\left(\frac{n}{n_B} - 1\right)(R_2 - R_1)}. \qquad (2)$$

Разделив уравнение (2) на (1), получим:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{(n-1)}{\left(\frac{n}{n_B}-1\right)}, \qquad \text{откуда}$$

$$F_2 = \frac{F_1 (n-1)}{\left(\frac{n}{n_B}-1\right)}.$$

Ответ: $F_2 = 1{,}5\ м$.

4.2. Интерференция света

4.2.1. Основные формулы

● Условие максимального усиления света при интерференции (интерференционный максимум):

$$\Delta = \pm \frac{2k\lambda}{2}, \quad (k = 0,1,2,3,.....) \qquad (4.6)$$

где $\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1$ - оптическая разность хода двух световых лучей, n_1 и n_2 - показатели преломления сред, проходимых световыми лучами 1 и 2;

λ - длина световой волны в вакууме;

k - порядок интерференционного максимума.

● Условие максимального ослабления света при интерференции (интерференционный минимум):

$$\Delta = \pm \frac{(2k+1)\lambda}{2}, \quad (k = 0,1,2,3,.....) \qquad (4.7)$$

где k - порядок интерференционного минимума.

● Ширина интерференционных полос в опыте Юнга:

$$\Delta x = \frac{l\lambda}{d}, \qquad (4.8)$$

где l - расстояние от экрана до источников света; d - расстояние между источниками света.

● Оптическая разность хода световых лучей, отраженных от двух поверхностей тонкой пленки (пластинки, рис.4.3):

а) если $n_1 < n_2 > n_3$:

$$\Delta = 2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2},$$

б) если $n_1 > n_2 < n_3$, то:

$$\Delta = 2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \frac{\lambda}{2},$$

в) если $n_1 < n_2 < n_3$,

или $n_1 > n_2 > n_3$, то $\Delta = 2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}$, (4.9)

где h - толщина пленки; i - угол падения луча, λ - длина световой волны; n_1, n_2, n_3 - показатели преломления сред и пленки.

● Радиусы темных колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{\kappa R\lambda}, \qquad (k = 0,1,2,3,....) \qquad (4.10)$$

радиусы светлых колец Ньютона в отраженном свете:

$$r_k = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2}}, \quad (k = 1,2,3,....), \qquad (4.11)$$

где R - радиус кривизны поверхности линзы, соприкасающейся с плоскопараллельной пластинкой; λ - длина световой волны в среде между линзой и пластинкой; k - порядковый номер кольца (k = 0 соответствует центральному темному пятну).

В проходящем свете расположение светлых и темных колец обратно их расположению в отраженном свете.

4.2.2. Контрольные вопросы

1. Какое физическое явление называется интерференцией?
2. Какие волны называются когерентными?
3. Что называется оптической длиной пути? Оптической разностью хода волн?
4. Запишите условие максимумов и минимумов при интерференции.
5. Как образуются полосы равного наклона и полосы равной толщины?
6. Как выполняется просветление оптики?
7. Как образуются кольца Ньютона?

4.2.3. Примеры решения задач

Задача 4.4. На мыльную пленку с показателем преломления $n_2 = 1{,}33$ падает под углом $i = 30^0$ монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0{,}6\,мкм$. Отраженный от пленки свет в результате интерференции имеет наибольшую яркость. Какова наименьшая возможная толщина пленки?

Дано:
$n_1 = 1{,}0$
$n_2 = 1{,}33$
$i = 30^0$
$\lambda = 6 \cdot 10^{-7}\,м$

$h_{\min} = ?$

Решение:

При падении световой волны на пленку (рис.4.3) происходит ее отражение от верхней и нижней поверхностей пленки. В результате образуются две волны 1 и 2, которые, пройдя линзу $Л$, интерферируют в точке P. Оптическая разность хода лучей 1 и 2:

$$\Delta = (AB + BC)n_2 - ADn_1 - \frac{\lambda}{2} = 2ABn_2 - ADn_1 - \frac{\lambda}{2}. \qquad (1)$$

и , подставляя выражения (2) и (3) в (1), находим:

$$l_{\min} = 2\hbar \Big/ \sqrt{2mW_k}\ . \qquad (4)$$

Проверим размерность формулы (4): $Дж \cdot c \Big/ \sqrt{кг \cdot Дж} = м.$

Вычисления $l_{\min} = \dfrac{2 \cdot 1.05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}} м \approx 10^{-10} м.$

Задача 4.18. Масса радиоактивного изотопа натрия ${}^{25}_{11}Na$ равна $2{,}48 \cdot 10^{-7}\,кг$. Период полураспада $T = 62\,c$. Определить начальную активность препарата и его активность через 10 мин.

Дано:
$m = 2{,}48 \cdot 10^{-7}\,кг$
$T = 62\,c$
$t = 600c$

$a_0 = ?\quad a = ?$

Решение:

Согласно формулам (4.38) - (4.40) активность препарата через время t:

$$a = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\lambda t}. \qquad (1)$$

Постоянная распада:

$$\lambda = \ln 2/T = 0{,}693/T. \qquad (2)$$

Количество атомов в начальный момент:

$$N_0 = (m_0/A)N_A, \qquad (3)$$

где m_0 - начальная масса; A - атомный вес; N_A - число Авогадро.

Начальная активность $a_0 = \lambda N_0 = \dfrac{\ln 2}{T} \cdot \dfrac{m_0}{A} \cdot N_A$. Активность через время t: $a = a_0 e^{-\lambda t}$. Подстановка численных значений дает: $a_0 = 66{,}5 \cdot 10^{15}\ расп/c$; $a = 66{,}5 \cdot 10^{12}\ расп/c$.

Задача 4.19. Определить количество тепла , которое выделяет $1 мг$ препарата $^{210}_{84}Po$ за период, равный среднему времени жизни этих ядер, если известно, что испускаемые α - частицы имеют кинетическую энергию 5.3 МэВ и практически все дочерние ядра образуются непосредственно в основном состоянии.

Дано:

$m_{p_0} = 1 мг$

$t = \tau$

$W_\alpha = 5{,}3 МэВ$

$Q = ?$

Решение:

Уравнение реакции : $^{210}_{84}Po \rightarrow ^{206}_{82}Pb + ^{4}_{2}\alpha$; конечный продукт - свинец. Энергию, выделяющуюся в одном акте распада, найдем как сумму кинетических энергий атома свинца и α - частицы. Энергия отдачи атома свинца и α - частицы равна:

$$W_c = \frac{A_c V_c^2}{2} \quad ; W_\alpha = \frac{A_\alpha V_\alpha^2}{2}. \qquad (1)$$

Чтобы найти скорость отдачи V_c, применим закон сохранения импульса к системе частиц : атом полония - атом свинца - α - частица , считая исходный атом полония покоящимся :

$$A_c V_c = A_\alpha V_\alpha, \qquad (2)$$

где A_c - массовое число атома свинца, A_α - массовое число атома гелия (α - частицы).

$$V_c = \frac{A_\alpha}{A_c} \cdot V_\alpha = \frac{A_\alpha}{A_c} \cdot \sqrt{\frac{2W_\alpha}{A_\alpha}} = \frac{\sqrt{2W_\alpha A_\alpha}}{A_c}. \qquad (3)$$

Из уравнений (1) - (3) находим энергию отдачи свинца:

$$W_c = \frac{A_\alpha}{A_c} \cdot W_\alpha$$

и суммарную энергию, выделяющуюся в одном акте распада:

$$W = \left(\frac{A_\alpha}{Ac} + 1\right) \cdot W_\alpha; \qquad W = \left(\frac{4}{206} + 1\right) \cdot 5.3\,(МэВ) \approx 5.4(МэВ).$$

Число актов распада равно разности :

$$\Delta N = N_0 - N = N_0\left(1 - e^{-\lambda t}\right).$$

Учтем, что среднее время жизни радиоактивного ядра $\tau = 1/\lambda$, отсюда $\Delta N = N_0(1 - 1/e)$, где e - основание натуральных логарифмов (e = 2.72).

Количество тепла , выделяющееся за среднее время жизни τ радиоактивного изотопа P_0, равно:

$$Q = W\Delta N = WN_0(1 - 1/e).$$

Подстановка численных значений дает: $Q = 1{,}6 \cdot 10^3$ *кДж.*.

Задача 4.20. Вычислить дефект массы и энергию связи ядра ^7_3Li.

Решение: Дефект массы ядра - разность суммы масс покоя свободных нуклонов (протонов и нейтронов) и массы ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_я.$$

Преобразуем эту формулу с помощью очевидных соотношений так, чтобы в нее вошли масса атома m_a и масса атома водорода m_H ,:

$$m_я = m_a - Zm_e,$$

$$m_p + m_e = m_H.$$

Здесь m_e - масса электрона. Окончательно имеем :

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z)m_n - m_я.$$

Выпишем из таблицы:

$$m_H = 1{,}00783\,а.е.м,$$

$$m_n = 1{,}00867\,а.е.м,$$

$$m_я = 7{,}01601\,а.е.м.$$

Подставив числовые значения масс , получим :

$$\Delta m = [3 \cdot 1{,}00783 + (7-3) \cdot 1{,}00867 - 7{,}01601] = 0{,}0421\,(а.е.м.).$$

Энергия связи в МэВ определяется формулой (4.36):

$$E_{св} = 931 \Delta m\,(МэВ).$$

Подставим численные значения : $E_{св} = 39{,}1(МэВ)$.

Задача 4.21. При соударении протона с ядром бериллия произошла ядерная реакция:

$${}^{9}_{4}Be + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{6}_{3}Li + {}^{4}_{2}He\,.$$

Найдите энергию реакции.

Решение: Энергия ядерной реакции определяется по формуле (4.37): $\Delta E = 931\left(\sum M_i - \sum M_k\right)$, где $\sum M_i$ - сумма масс ядер, вступивших в реакцию, а $\sum M_k$ - сумма масс образовавшихся частиц.

Имеем: $\Delta E = 931\left[\left(m_{Be} + m_p\right) - \left(m_{Li} + m_\alpha\right)\right].$

Выпишем из таблиц:

$$m_{Be} = 9{,}01219\ а.е.м,$$

$$m_p = 1{,}0783\ а.е.м,$$

$$m_{Li} = 6{,}01513\ а.е.м,$$

$$m_\alpha = 4{,}00260\ а.е.м.$$

Подставив числовые значения величин, получим: $\Delta E = 8{,}6\ МэВ$.

Задача 4.22. Найдите энергию , выделяющуюся:

а) при делении урана $^{235}_{92}U$ (масса урана 1 кг, при каждом акте деления выделяется энергия $E_0 = 200\ МэВ$);

б) при реакции термоядерного синтеза гелия из ядер дейтронов $^2_1H + ^2_1H \rightarrow ^4_2He$ (масса образовавшегося гелия 1 кг).

Решение: а) Так как в 1 кг урана содержится атомов урана $N = \dfrac{m \cdot N_A}{A}$, где N_A - число Авогадро, то $\Delta E = NE_0$,

$$\Delta E = 5{,}13 \cdot 10^{26}\ МэВ = 8{,}2 \cdot 10^{13}\ Дж.$$

б) Используя уравнение термоядерной реакции (4.37), получим:

$$\Delta E = c^2 \left(2m_d - m_{He}\right) \cdot m_{He} \cdot N_A \big/ A_{He}\ .$$

Вычисление дает:

$\Delta E = 34{,}2 \cdot 10^{26}\ МэВ = 54{,}72 \cdot 10^{13}\ Дж$.

4.8. Задачи для контрольной работы N 4 "Оптика. Физика атома и атомного ядра."

Задача 1. Луч света падает под углом $i = 30^0$ на плоскопараллельную стеклянную пластинку и выходит из нее параллельно первоначальному лучу. Показатель преломления стекла $n = 1{,}5$. Какова толщина d пластинки, если расстояние между лучами $l = 1{,}94\,см$?

Задача 2. На плоскопараллельную стеклянную пластинку толщиной $d = 1см$ падает луч света под углом $i = 60^0$. Показатель преломления стекла $n = 1{,}73$. Часть света отражается, а часть, преломляясь, проходит в стекло, отражается от нижней поверхности пластинки и, преломляясь вторично, выходит обратно в воздух параллельно отраженному лучу. Найти расстояние между лучами.

Задача 3. Показатель преломления стекла $n = 1{,}52$. Найти предельный угол полного внутреннего отражения β для поверхности раздела: а) стекло- воздух; б) вода- воздух; в)стекло- вода.

Задача 4. Луч света выходит из скипидара в воздух. Предельный угол полного внутреннего отражения для этого луча $\beta = 42^0 23^/$. Найти скорость V_1 распространения света в скипидаре.

Задача 5. На стакан, наполненный водой, положена стеклянная пластинка. Под каким углом i должен падать на пластинку луч света, чтобы от поверхности раздела вода-стекло произошло полное внутреннее отражение? Показатель преломления стекла $n_1 = 1{,}5$.

Задача 6. На дно сосуда, наполненного водой до высоты $h = 10\,см$, помещен точечный источник света. На поверхности воды плавает круглая непрозрачная пластинка так, что ее центр находится над источником света. Какой наименьший радиус r должна иметь пластинка, чтобы ни один луч не мог выйти через поверхность воды?

Задача 7. Радиусы кривизны поверхностей двояковыпуклой линзы $R_1 = R_2 = 50\,см$. Показатель преломления материала линзы $n = 1{,}5$. Найти оптическую силу D линзы.

Задача 8. На расстоянии $a_1 = 15\,см$ от двояковыпуклой линзы, оптическая сила которой $D = 10$ *дптр*, поставлен перпендикулярно к оптической оси предмет высотой $y_1 = 2см$. Найти положение и высоту y_2 изображения. Сделать чертеж.

Задача 9. Линза с фокусным расстоянием $F = 16\,см$ дает резкое изображение предмета при двух положениях, расстояние между которыми $d = 6\,см$. Найти расстояние $a_1 + a_2$ от предмета до экрана.

Задача 10. Найти фокусное расстояние F_2 линзы, погруженной в воду, если ее фокусное расстояние в воздухе $F_2 = 20\,см$. Показатель преломления материала линзы $n = 1{,}6$.

Задача 11. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $h = 1\,мм$. Насколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку: 1) нормально;)под углом $i = 30^0$?

Задача 12. Оптическая разность хода Δ двух интерферирующих волн монохроматического света равна $0{,}3\lambda$. Определить разность фаз $\Delta\varphi$.

Задача 13. Расстояние d между двумя когерентными источниками света $(\lambda = 0{,}5\,мкм)$ равно $0{,}1\,мм$. Расстояние b между интерференционными полосами на экране в средней части равно $1\,см$. Определить расстояние l от источников до экрана.

Задача 14. Расстояние между двумя щелями в опыте Юнга равно 1 $мм$, расстояние l от щелей до экрана равно $3\,м$. Определить длину волны λ, испускаемой источником монохроматического света, если ширина b полос интерференции на экране равна 1,5 $мм$.

Задача 15. В опыте Юнга расстояние d между щелями равно 0,8 $мм$. На каком расстоянии l от щелей следует расположить экран, чтобы ширина b интерференционной полосы оказалась равной 2 $мм$?

Задача 16. На мыльную пленку ($n = 1{,}3$), находящуюся в воздухе, падает нормально пучок лучей белого света. При какой наименьшей толщине d пленки отраженный свет с длиной волны $\lambda = 0{,}55\,мкм$ окажется максимально усиленным в результате интерференции?

Задача 17. Пучок монохроматических ($\lambda = 0{,}6\,мкм$) световых волн падает под углом $i = 30^0$ на находящуюся в воздухе мыльную пленку $(n = 1{,}3)$. При какой наименьшей толщине d пленки отраженные световые волны будут максимально ослаблены интерференцией? Максимально усилены?

Задача 18. Расстояние $\Delta r_{2,1}$ между вторым и первым темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 $мм$. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.

Задача 19. Плосковыпуклая линза с оптической силой $D = 2\,дптр$ выпуклой стороной лежит на стеклянной пластинке. Радиус r_4 четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен 0,7 $мм$. Определить длину световой волны.

Задача 20. В установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца ($k = 3$). Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стало иметь кольцо с номером, на единицу большим. Определить показатель преломления n жидкости.

Задача 21. Свет от монохроматического источника ($\lambda = 600\,нм$) падает нормально на диафрагму с диаметром отверстия $d = 6\,мм$. За диафрагмой на расстоянии $l = 3\,м$ от нее находится экран. Какое число k зон Френеля укладывается в отверстии диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: светлым или темным?

Задача 22. Дифракционная картина наблюдается на расстоянии $l = 4\,м$ от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 500\,нм$). Посередине между экраном и источником света помещена диафрагма с круглым отверстием. При каком радиусе R отверстия центр дифракционных колец, наблюдаемых на экране, будет наиболее темным?

Задача 23. На диафрагму с диаметром отверстия $D = 1{,}96\,мм$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 600\,нм$). При каком наибольшем расстоянии l между диафрагмой и экраном в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно?

Задача 24. На щель шириной $a = 2\,мкм$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 589\,нм$). Под какими углами φ будут наблюдаться дифракционные минимумы света?

Задача 25. На щель шириной $a = 20\,мкм$ падает нормально параллельный пучок монохроматического света ($\lambda = 500\,нм$). Найти ширину A изображения щели на экране, удаленном от щели на расстояние $l = 1\,м$. Шириной изображения считать расстояние между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны от главного максимума освещенности.

Задача 26. На дифракционную решетку падает нормально пучок света. Для того чтобы увидеть красную линию ($\lambda = 700\,нм$) в спектре этого порядка, зрительную трубу пришлось установить под углом $\varphi = 30^0$ к оси коллиматора. Найти постоянную d дифракционной решетки. Какое число штрихов N_0 нанесено на единицу длины этой решетки?

Задача 27. Какое число штрихов N_0 на единицу длины имеет дифракционная решетка, если зеленая линия ртути ($\lambda = 546{,}1\,нм$) в спектре первого порядка наблюдается под углом $\varphi = 19^0 8^{/}$?

Задача 28. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Натриевая линия ($\lambda_1 = 589\,нм$) дает в спектре первого порядка угол дифракции $\varphi_1 = 17^0 8^{/}$. Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции $\varphi_2 = 24^0 12^{/}$. Найти длину волны λ_2 этой линии и число штрихов N_0 на единицу длины решетки.

Задача 29. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки. Какова должна быть постоянная d дифракционной решетки, чтобы в направлении $\varphi = 41^0$ совпадали максимумы линий $\lambda_1 = 656{,}3\,нм$ и $\lambda_2 = 410{,}2\,нм$?

Задача 30. Найти наибольший порядок k спектра для желтой линии натрия ($\lambda = 589\,нм$), если постоянная дифракционной решетки $d = 2\,мкм$.

Задача 31. Пучок света, идущий в воздухе, падает на поверхность жидкости под углом $i = 54^0$. Определить угол преломления r пучка, если отраженный пучок полностью поляризован.

Задача 32. На какой угловой высоте φ над горизонтом должно находиться Солнце, чтобы солнечный свет, отраженный от поверхности воды, был полностью поляризован?

Задача 33. Пучок естественного света, идущий в воде, отражается от грани алмаза, погруженного в воду. При каком угле падения i отраженный свет полностью поляризован?

Задача 34. Угол Брюстера $i_Б$ при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57^0. Определить скорость света в этом кристалле.

Задача 35. Предельный угол i' полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен 43^0. Определить угол Брюстера $i_Б$ для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

Задача 36. Анализатор в $k = 2$ раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему из поляризатора. Определить угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

Задача 37. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45^0. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до 60^0.

Задача 38. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол $\alpha = 30^0$, если в каждом из николей в отдельности теряется 10% интенсивности падающего на него света?

Задача 39. В частично поляризованном свете амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в $n = 2$ раза больше амплитуды, соответствующей минимальной интенсивности. Определить степень поляризации P света.

Задача 40. Степень поляризации P частично поляризованного света равна 0,5. Во сколько раз отличается максимальная интенсивность света, пропускаемого через анализатор, от минимальной?

Задача 41. Найти температуру T печи, если известно, что излучение из отверстия в ней площадью $S = 6{,}1 см^2$ имеет мощность $N = 34{,}6 Вт$. Излучение считать близким к излучению черного тела.

Задача 42. Какую мощность излучения N имеет Солнце? Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела. Температура поверхности Солнца $T = 5800\ К$.

Задача 43. Мощность излучения раскаленной металлической поверхности $N' = 0{,}67\,кВт$. Температура поверхности $T = 2500\,К$, ее площадь $S = 10\,см^2$. Какую мощность излучения N имела бы эта поверхность, если бы она была абсолютно черной? Найти отношение k энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

Задача 44. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке $d = 0{,}3\,мм$, длина спирали $l = 5\,см$. При включении лампочки в сеть напряжением $U = 127\,В$ через лампочку течет ток $I = 0{,}31\,А$. Найти температуру T спирали. Считать, что по установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло теряется в результате излучения. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела для данной температуры $k = 0{,}31$.

Задача 45. Температура вольфрамовой спирали в 15-ваттной электрической лампочке $T = 2450\,К$. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре $k = 0{,}3$. Найти площадь S излучающей поверхности спирали.

Задача 46. Какую энергетическую светимость $R_э$ имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 484\,нм$?

Задача 47. На какую длину волны λ приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру, равную температуре $t = 37^0 C$ человеческого тела, т. е. $T = 310 K$?

Задача 48. Абсолютно черное тело имеет температуру $T_1 = 2900 K$. В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 9$ *мкм*. До какой температуры T_2 охладилось тело?

Задача 49. Зачерненный шарик остывает от температуры $T_1 = 300 K$ до $T_2 = 293 K$. Насколько изменилась длина волны λ, соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости?

Задача 50. Насколько уменьшится масса Солнца за год вследствие излучения? За какое время τ масса Солнца уменьшится вдвое? Температура поверхности Солнца $T = 5800 K$. Излучение Солнца считать постоянным.

Задача 51. Найти радиусы r_k трех первых боровских орбит в атоме водорода и скорости V_k электрона на них.

Задача 52. Найти кинетическую W_k ,потенциальную $W_П$ и полную W энергии электрона на первой боровской орбите.

Задача 53. Найти кинетическую энергию $W_к$ электрона, находящегося на n-й орбите атома водорода, для n = 1, 2, 3 и ∞.

Задача 54. Найти период T обращения электрона на первой боровской орбите атома водорода.

Задача 55. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной атомарным водородом. Постоянная решетки $d = 5\,мкм$. Какому переходу электрона соответствует спектральная линия, наблюдаемая при помощи этой решетки в спектре пятого порядка под углом $\alpha = 41^0$?

Задача 56. Найти радиус r_1 первой боровской орбиты для однократно ионизированного гелия и скорость V_1 электрона на ней.

Задача 57. Найти первый потенциал возбуждения φ_1: а) однократно ионизированного гелия; б) двукратно ионизированного лития.

Задача 58. Найти потенциал ионизации φ_i: а) однократно ионизированного гелия; б) двукратно ионизированного лития.

Задача 59. Найти длину волны λ фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизированном атоме гелия.

Задача 60. Электрон, пройдя разность потенциалов $U = 4{,}9\,B$, сталкивается с атомом ртути и переводит его в первое возбужденное состояние. Какую длину волны λ имеет фотон, соответствующий переходу атома ртути в нормальное состояние?

Задача 61. Найти длину волны де Бройля λ для электронов, прошедших разность потенциалов $U_1 = 1B$ и $U_2 = 100B$.

Задача 62. Найти длину волны де Бройля λ для: а) электрона, движущегося со скоростью $V = 10^6\ м/с$; б) атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью при температуре $T = 300\,K$; в) шарика массой $м = 1\,г$, движущегося со скоростью $V = 1\,см/с$.

Задача 63. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 200\,B$, имеет длину волны де Бройля $\lambda = 2{,}02\,пм$. Найти массу m частицы, если ее заряд численно равен заряду электрона.

Задача 64. Найти длину волны де Бройля λ для пучка протонов, прошедших разность потенциалов $U_1 = 1\,B$ и $U_2 = 100\,B$.

Задача 65. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R = 0{,}05\,нм$.

Задача 66. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки ΔV в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью 1 *мкм*.

Задача 67. Какова должна быть кинетическая энергия W_k протона в моноэнергетическом пучке, используемого для исследования структуры с линейными размерами $l \approx 10^{-13}\ см$?

Задача 68. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона $E_{\min} = 10\,эB$.

Задача 69. Альфа-частица находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l ящика, если известно, что минимальная энергия α-частицы $E_{\min} = 8 МэВ$.

Задача 70. Найти длину волны де Бройля λ для электрона, движущегося на первой боровской орбите атома водорода.

Задача 71. При помощи ионизационного счетчика исследуется активность некоторого радиоактивного изотопа. В начальный момент времени счетчик дает 75 отбросов за время $t = 10 с$. Какое число отбросов за время $t = 10 с$ дает счетчик по истечении времени $t = T_{1/2} / 2$? Считать $T_{1/2} >> 10 с$.

Задача 72. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}\ с^{-1}$. Через какое время t распадется 75 % первоначальной массы m атомов.

Задача 73. Кинетическая энергия α-частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, $W_k = 4{,}78 МэВ$. Найти скорость V α-частицы и полную энергию W, выделяющуюся при вылете α -частицы.

Задача 74. Какое количество теплоты Q выделяется при распаде радона активностью $\alpha = 3{,}7 \cdot 10^{10}\ Бк$: а) за время $t = 1\ ч$; б) за среднее время жизни τ? Кинетическая энергия вылетающей из радона α-частицы $W_k = 5{,}5 МэВ$.

Задача 75. Масса $m = 1\,г$ урана $^{238}_{92}U$ в равновесии с продуктами его распада выделяет мощность $P = 1{,}07 \cdot 10^{-7}\,Вт$. Найти молярную теплоту Q_M, выделяемую ураном за среднее время жизни τ атомов урана.

Задача 76. Найти массу m радона, активность которого $\alpha = 3{,}7 \cdot 10^{10}\,Бк$.

Задача 77. Найти массу m полония $^{210}_{84}Po$, активность которого $\alpha = 3{,}7 \cdot 10^{10}\,Бк$.

Задача 78. Найти постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t = 1\,сут$ на 18,2 %.

Задача 79. Найти удельную активность α_m: а) урана $^{235}_{92}U$; б) радона $^{222}_{86}Rn$.

Задача 80. Ионизационные счетчики Гейгера - Мюллера имеют и в отсутствие радиоактивного препарата определенный "фон". Присутствие фона может быть вызвано космическим излучением или радиоактивными загрязнениями. Какой массе радона m соответствует фон, дающий 1 отброс счетчика за время $t = 5\,с$?

Задача 81. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции $^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He$.

Задача 82. Найти энергию Q, поглощающуюся при реакции $^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{1}_{1}H + ^{17}_{8}O$.

Задача 83. Какую массу m воды можно нагреть от $0^0 C$ до кипения за счет теплоты, выделившейся при разложении $1г$ лития в ходе реакции ${}^7_3Li(p,\alpha)$?

Задача 84. Найти энергию связи $W_{св}$ ядра атома алюминия ${}^{27}_{13}Al$.

Задача 85. Найти энергию связи $W_{св}$ ядра атома гелия ${}^4_2He$.

Задача 86. Найти энергию связи $W_{св}$ ядер: а) ${}^3_1H$; б) ${}^3_2He$. Какое из этих ядер более устойчиво?

Задача 87. Какая масса m урана ${}^{235}_{92}U$ расходуется за время $t = 1 сут$ на атомной электростанции мощностью $P = 5000 кВт$? КПД принять равным 17%. Считать, что при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200 МэВ$.

Задача 88. При взрыве водородной бомбы протекает термоядерная реакция образования гелия из дейтерия и трития. Написать уравнение реакции. Найти энергию Q, выделяющуюся при этой реакции. Какую энергию W можно получить при образовании массы $m = 1г$?

Задача 89. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^9_4Be + {}^2_1H \rightarrow {}^{10}_5B + {}^1_0n$.

Задача 90. Найти энергию Q, выделяющуюся при реакции ${}^7_3Li + {}^2_1H \rightarrow {}^8_4Be + {}^1_0n$.

5. Приложения

5.1. Ответы к задачам контрольных работ

5.1.1. Ответы к задачам контрольной работы N 1 "Физические основы механики"

N1. $64\,км/ч$; **N2.** 0; $V_1 = 2\,м/с$; $V_2 = 2\,м/с$; $a_1 = -8\,м/с^2$; $a_2 = 1\,м/с^2$; **N3.** $150\,м$; **N4.** $1\,с$; $10\,м/с$ (при движении вверх); $3\,с$; $-10\,м/с$ (при падении); **N5.** $19{,}6\,м/с$; **N6.** $9{,}62\,м$; $14{,}6\,м/с$; **N7.** $y^3 - 8x = 0$; $2{,}77\,м/с$; $4{,}8\,м/с^2$; **N8.** $20\,м/с$; $28\,м/с$; **N9.** $V_0 = 588\,м/с$; $h = 2{,}45\,км$; **N10.** $3{,}58\,м/с$; $5{,}37\,м/с^2$; $8{,}22\,м/с^2$; **N11.** $1{,}26\,рад/с^2$; 360 оборотов; **N12.** $6{,}3\,с$; 9,4 оборотов; **N13.** $t_1 = 2\,с$; $t_2 = 2{,}8\,с$; **N14.** $a_\tau = 0{,}1\,м/с^2$; **N15.** $a_n = 0{,}01\,м/с^2$; **N16.** $a_n = 4{,}5\,м/с^2$; $a_\tau = 0{,}06\,м/с^2$; **N17.** $V = 4\,м/с$; $a_\tau = 2\,м/с^2$; $a_n = 2\,м/с^2$; $a = 2{,}83\,м/с^2$; **N18.** $R = 6{,}1\,м$; **N19.** $\omega = 14\,рад/с$; $V = 1{,}4\,м/с$; $\varepsilon = 12\,рад/с^2$; $a_\tau = 1{,}2\,м/с^2$; $a_n = 19{,}6\,м/с^2$; **N20.** $R = 1{,}2\,м$; **N21.** $2\,м/с^2$; **N22.** $0{,}35$; **N23.** $\langle F \rangle = 626\,кН$; **N24.** $1{,}33\,\frac{кг \cdot м}{с}$; **N25.** $100\,Н \cdot с$; $100\,\frac{кг \cdot м}{с}$; **N26.** $3\,Н \cdot с$; **N27.** $24{,}5\,кг/с$; **N28.** $-160\,Н$; $a = -4{,}57\,см/с^2$; **N29.** $1{,}03\,кН$; **N30.** $4{,}7 \cdot 10^{-5}\,кг/м$; **N31.** $2370\,Н$; **N32.** $0{,}2$; **N33.** $0{,}5$; **N34.** $V = 3{,}6\,км/ч$; **N35.** $\alpha = 60^0$; $T_1/T_2 = 2{,}3$; **N36.** $A = 58{,}8\,Дж$; **N37.** $a = 2{,}02\,м/с^2$; $T_1 = T_2 = 7{,}77\,Н$; **N38.** $\alpha = 45^0 34'$; $T = 632\,Н$; $V = 6\,м/с$; **N39.** $T = 3mg$; **N40.** $\alpha = 60^0$; **N41.** $6{,}3\,м/с$; $-0{,}57\,м/с$; **N42.** $0{,}75\,м/с$; **N43.** $0{,}4\,м/с$; **N44.** $U_2 = 114\,м/с$; **N45.** $U_2 = 250\,м/с$; $\varphi_2 = -36{,}6^0$; **N46.** $U_1 = 0{,}385\,м/с$; $U_2 = -0{,}615\,м/с$;

N47. $V_{\min} = 6{,}26\,м/с$; **N48.** $\varphi = 60{,}2^0$; **N49.** $1{,}42\,с$; **N50.** $39\,кН$; **N51.** $A = 0{,}17\,Дж$; **N52.** $l_0 = 6{,}3\,см$; **N53.** $а)0{,}5$; $б)0{,}1$; **N54.** $V = 2{,}43\,м/с$; $T_1 = 0$ (в высшей точке); $T_2 = 39{,}2\,Н$; **N55.** $m = 0{,}5\,кг$; **N56.** $59\,об/мин$; **N57.** $1)1$; $2)0{,}36$; **N58.** $T = 1{,}96\,Н$; **N59.** $n = 2{,}1\,об/с$; **N60.** $245\,Н$; **N61.** $I = 1{,}44 \cdot 10^{-4}\,кг \cdot м^2$; **N62.** $I = 5 \cdot 10^{-5}\,кг \cdot м^2$; **N63.** $I = \frac{1}{2} m \cdot R^2$; **N64.** $I = 6 \cdot 10^{-3}\,кг \cdot м^2$; **N65.** $I = 4{,}19 \times \times 10^{-2}\,кг \cdot м^2$; **N66.** $M = 0{,}025\,Н \cdot м$; **N67.** $a = 0{,}24\,м/с^2$; **N68.** $\omega = 1{,}02\,рад/с$; **N69.** $\omega = 0{,}4\,рад/с$; **N70.** $n_2 = 10\,мин^{-1}$; **N71.** $v = 198000\,км/с$; **N72.** $68{,}8\%$; **N73.** $3{,}2\,с$; **N74.** $а)47\,МэВ$; $б)94\,МэВ$; **N75.** $0{,}9$; **N76.** $8{,}2 \cdot 10^{-14}\,Дж$; **N77.** $\Delta m = 3{,}2 \cdot 10^{-9}\,г/моль$; **N78.** $7 \cdot 10^{12}\,лет$; **N79.** $\Delta m = = 0{,}217\,кг/кмоль$; **N80.** За $7 \cdot 10^{12}\,лет$; **N81.** $T = 1{,}14\,с$; **N82.** $A = 3{,}86\,см$; $\varphi = 0{,}417\pi\,рад$; $\omega = 4{,}19\,с^{-1}$; **N83.** $2\,с^{-1}$; $40\,см/с^2$; **N84.** $10\,с^{-1}$; $0{,}628\,с$; $1\,см$; $x = A\cos\omega t$; **N85.** $\frac{x^2}{0{,}25} + \frac{y^2}{4} = 1$; **N86.** $T = 1{,}8\,с$; **N87.** $L = 50\,см$; $T = 1{,}42\,с$; **N88.** $1{,}005$; **N89.** $A = 2{,}24\,см$; $\upsilon = 0{,}159\,Гц$; $\varphi = 0{,}353\pi\,рад$; $\omega = 1\,с^{-1}$; **N90.** $T = 0{,}86\,с$

5.1.2. Ответы к задачам контрольной работы N 2 "Молекулярная физика и термодинамика"

N1. $N = 1{,}34 \cdot 10^{22}$; **N2**. $F = \frac{l\,p\,S}{h} = 32{,}3\,кН$; **N3**. $t_2 = 473^0\,C$; **N4.** $350\,K$; **N5.** $m = \rho V\left(\frac{T_1 - T_2}{T_1}\right) = 66{,}5\,г$; **N6**. $\Delta F = 1{,}39\,кН$;

N7. $p_1^/ = 0{,}76 МПа$; $p_2^/ = 1{,}12 МПа$; $p = 1{,}88 МПа$; **N8.** $\rho = 0{,}481 кг/м^3$; **N9.** $m_1 = 16 г$; $m_2 = 8 г$; **N10.** $m = 8{,}3 г$; **N11.** $\rho = 0{,}081 кг/м^3$; **N12.** $M = 4 кг/кмоль$; **N13** $\rho = 1{,}6 \cdot 10^{-4} кг/м^3$; **N14.** $T_2 = 1400 K$; **N15.** $T_2 = 1170 K$ $V_1 = 2{,}4 \cdot 10^{-3} м^3$; $\rho_1 = 4{,}14 кг/м^3$; $\rho_2 = 1 кг/м^3$; **N16.** $p_{см} = 640 кПа$; **N17.** $p_{см} = 140 кПа$; **N18.** $p = 4{,}15 \cdot 10^5 Н/м^2$; **N19.** $\rho = 1{,}98 кг/м^3$; **N20.** $5{,}6 \cdot 10^{-23} Н \cdot с$; **N21.** $20{,}1 кК$; **N22.** $1{,}6 кК$; **N23.** $2 км/с$; **N24.** $1{,}37 \cdot 10^7$ *раз*; **N25.** 1) $T = 7{,}25 кК$; 2) $\langle \varepsilon_п \rangle = 1{,}5 \cdot 10^{-19} Дж$; **N26.** $\nu = 4{,}97 ммоль$; $N = 2{,}99 \cdot 10^{21}$; **N27.** $0{,}92 км/с$; **N28.** $M = 32 \cdot 10^{-3} кг/моль$ (*кислород*); **N29.** $m = 0{,}25 г$; **N30.** $\Delta p = 4{,}14 кПа$; **N31.** $N = 1{,}88 \cdot 10^{25} кг^{-1}$; **N32** $E = 3{,}7 \cdot 10^3 Дж$; $E_{пост} = 2{,}2 \cdot 10^3 Дж$; $E_{вр} = 1{,}5 \cdot 10^3 Дж$; **N33.** $210 Дж$; **N34.** $8{,}3 \cdot 10^4 Дж$; **N35.** 1) $m = 2{,}5 \cdot 10^{-3} кг$; 2) $p = 1{,}67 \cdot 10^5 Н/м^2$; **N36.** $5 \cdot 10^4 Дж$; **N37.** $N = 1{,}3 \cdot 10^{19}$; $E = 0{,}133 Дж$; **N38.** $c_v = 650 \frac{Дж}{кг \cdot K}$; $c_p = 910 \frac{Дж}{кг \cdot K}$; **N39.** $c_v = 693 \frac{Дж}{кг \cdot K}$; $c_p = 970 \frac{Дж}{кг \cdot K}$; **N40.** $\frac{c_p}{c_v} = 1{,}59$; **N41.** 1,65; **N42.** $1{,}18 кПа$; **N43.** $4{,}39 \cdot 10^{-3}$; **N44.** $6{,}63 \cdot 10^{-3}$; **N45.** $6{,}0 \cdot 10^9$; **N46.** 885 *м*; **N47.** 6,5 *м*; **N48.** 1) 8,75 *м*; 2) 25,8 *м*; **N49.** $5{,}97 \cdot 10^{23} моль^{-1}$; **N50** $\omega = 7{,}52 \cdot 10^{-7}$; **N51.** $\langle \lambda \rangle = 850 км$; **N52.** $\langle \lambda \rangle = 93 нм$; **N53.** $\langle z \rangle = 4{,}9 \cdot 10^5 с^{-1}$; **N54.** $\langle z \rangle = 2{,}47 \cdot 10^9 с^{-1}$; **N55.** $Z = 3 \cdot 10^{31}$; **N56.** *в* 2,3 *раза*;

N57. $D = 0{,}91 \cdot 10^{-4}\ м^2/с$; **N58.** $\langle \lambda \rangle = 184\ нм$; **N59.** $\eta = 17{,}8\ мкПа \cdot с$; **N60.** $K = 90\ мВт/(м \cdot К)$; **N61.** $6{,}4\ см$; **N62.** $1{,}55\ мг/м^3$; **N63.** $3{,}7 \cdot 10^9\ с^{-1}$; **N64.** $1{,}57 \cdot 10^{21}$; **N65.** $3{,}38 \cdot 10^{18}$; **N66.** $19\ мкПа \cdot с$; **N67.** $7{,}1$; **N68.** $90\ нм$; **N69.** $M = 0{,}58\ мН \cdot м$; **N70.** $F = 0{,}89 мкН$; **N71.** $A = 600\ Дж$; **N72.** $A = 13{,}2 Дж$, $\Delta U = 39{,}6\ Дж$; **N73.** $A = 714 Дж$; **N74.** $в\ 2{,}72\ раза$; **N75.** $500\ м/с$ **N76.** $p = 95\ кПа$; **N77.** $\dfrac{A_{ад}}{A_{изот}} = 1{,}4$ -изотермически сжимать выгоднее; **N78.** 1) $p_2 = 5 \cdot 10^5\ Па$; $T_2 = 273\ K$; $A = -1440\ Дж$; 2) $p_2 = 9{,}5 \cdot 10^5\ Па$; $T_2 = 520\ K$; $A = -1590\ Дж$; **N79.** 1) $T_1 = T_2 = 313\ K$; $p_2 = 2{,}0 \cdot 10^5\ Н/м^2$; $A = -1800\ Дж$; 2) $T_2 = 413\ K$; $p_2 = 2{,}6 \cdot 10^5\ Н/м^2$; $A = -2080\ Дж$; **N80.** $i = 5$; **N81.** $400\ Дж$; **N82.** $454\ K$; **N83.** $416\ Дж$; **N84.** $T_2 = 754\ K$; $A = 674\ Дж$; **N85.** $\Delta U = 11{,}3 кДж$; $Q = 17{,}1\ кДж$; $A = 5{,}8\ кДж$; **N86.** $m = 67{,}2\ г$; **N87.** 1) $3{,}25 МДж$; 2) $0{,}4\ МДж$; 3) $3{,}65\ МДж$; **N88.** $20{,}8\ кДж$; $19{,}2\ кДж$; **N89.** $0{,}193$; **N90.** $400\ Дж$.

5.1.3. Ответы к задачам контрольной работы N 3 "Электричество и магнетизм"

N1. $43{,}2 МВ/м$; **N2.** $E = \tau/8\pi\varepsilon_0 l = 135\ кВ/м$; **N3.** $35{,}6 кВ/м$; **N4.** $E = \dfrac{Q_1 - Q_2}{2\varepsilon_0 ab} = 377\ кВ/м$; **N5.** $F = \dfrac{\sigma_1 \sigma_2}{2\varepsilon_0}$, $S = 16{,}9\ мкН$; **N6.** 1) $E_1 = 0, D_1 = 0$; 2) $E_2 = 13{,}6\ В/м$ $D_2 = 843\ нКл/м^2$; $E_3 = 229\ В/м$, $D_3 = 2{,}02\ нКл/м^2$; **N7.** $F = 56{,}5\ мкН$;

N8. $\sigma = 1{,}06\, мкКл/м^2$;**N9.** $F/l = 3{,}6\, мН/м$;**N10.** $F_2 = 4{,}92\, мН$.; **N11.** 1) $A = 1{,}97 \cdot 10^{-5}$ *Дж*; 2) $A = 9{,}8 \cdot 10^{-5}$ *Дж*; **N12** 1) $\sigma = 5{,}3 \cdot 10^{-6}\, Кл/м^2$; 2) $K' = 1{,}77 \cdot 10^{-1}\, Ф/м$, $K = 0{,}159$.; **N13.** 1) $E = 7{,}52 \cdot 10^5\, В/м$; $D = \varepsilon\varepsilon_0 E = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\, Кл/м^2$; 2) $\sigma_{св} = 6{,}7 \cdot 10^{-6}\, Кл/м^2$; **N14.** 1) $W_0 = 9{,}7 \cdot 10^{-2}\, Дж/м^3$; **2)** $W_0 = 1{,}97\, Дж/м^3$ **N15.** $W_1 = 4{,}43 \cdot 10^{-7}$ *Дж*, $W_2 = 1{,}78 \cdot 10^{-8}$ *Дж*; **N16.** 1) $E = 56\, кВ/м$; 2) $d = 5\, мм$; 3) $V = 10^7\, м/с$; **N17.** 1) $U_1' = 3\, кВ$; 2) $q_2' = 2 \cdot 10^{-8}\, Кл$; 3) $W_1' = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ *Дж* и $W_2' = 9 \cdot 10^{-5}$ *Дж*; **N18.** 3) $1{,}55\, пФ$; $W = 1{,}58 \cdot 10^{-7}$ *Дж*; **N19.** $E = 44{,}5\, кВ/м$; **N20.** 1) $W_1 = 4{,}43 \cdot 10^{-7}$ *Дж*; 2) $W_2 = 1{,}78 \cdot 10^{-8}$ *Дж* **N21.** $2{,}9\, Ом$, $4{,}5\, Ом$; **N22.** $2\, А$; **N23.** $7{,}5\, А$; **N24.** $0{,}5\, А$; **N25.** $I_3 = 0$; $U_3 = 0$; **N26.** 0; **N27.** $1\, кДж$; **N28.** $Q = 100\, кДж$; **N29.** $12\, В$; $2\, Ом$; **N30.** $15\, Вт$; **N31.** $5{,}4\, В$; **N32.** $\eta = 80\%$; **N33.** 1) $I_1 = 0{,}11\, А$; 2) $U_1 = 0{,}99\, В$; 3) $U_2 = 0{,}11\, В$; 4) $\eta = 0{,}9$; **N34.** $2{,}7\, В$; $0{,}9\, Ом$; **N35.** $0{,}125\, В$; $7{,}5\, Ом$; **N36.** $U_1 = 0{,}75\, В$; $I_1 = \frac{4}{3}\, А$; $U_2 = 0$; **N37.** $l = 500\, м$; $d = 1\, мм$; **N38.** $2200^0\, С$; **N39.** 200 *витков*; **N40.** $17{,}5\, мА$; **N41.** $B = 606\, мкТл$; **N42.** $8\, кА/м$; **N43.** $200\, А/м$; **N44.** $B = 21{,}2\, мкТл$; **N45.** $B = 87{,}2\, мкТл$; **N46.** $B = 200\, мкТл$; **N47.** $B = 240\, мкТл$; **N48.** $282\, мкТл$; **N49.** $B_1 = 346\, мкТл$; $B_2 = 116\, мкТл$; **N50.** $B = 173\, мкТл$; **N51.** $W = 433\, эВ$; **N52.** 1) $R = 1\, см$; 2) $l = 11\, см$; **N53.** $2 \cdot 10^6\, м/с$; $2{,}3 \cdot 10^{-2}\, м$ **N54.** 1) $a_n = 0$; $a_\tau = 1{,}76 \cdot 10^{16}\, м/с^2$; 2) $a_\tau = 0$; $a_n = 2{,}5 \cdot 10^{14}\, м/с$; **N55.** $q/m = 4{,}8 \cdot 10^7\, Кл/кг$; **N56.** *В 2 раза*; **N57.** $3{,}2 \cdot 10^{-19}\, Кл$; **N58.** $88\, кэВ$; **N59.** $R_1/R_2 = 42{,}9$;

N60. $17{,}3\,МэВ$; **N61.** $3{,}14\,мкКл$; **N62.** $Q = 10\,мКл$; **N63.** $\mathcal{E}_м = 132\,В$; **N64.** $U = 201\,мВ$; **N65.** $\langle \mathcal{E}_i \rangle = 0{,}16\,В$; **N66.** $600\,мин^{-1}$; **N67.** $1{,}5\,Тл$; **N68.** $Q = 41{,}4\,мКл$; **N69.** $80\,мкВб$; **N70.** 10^3; **N71.** $1)\,7{,}1 \cdot 10^{-4}\,Гн$; $2)\,3{,}5 \cdot 10^{-6}\,Вб$; **N72.** $5{,}5 \cdot 10^{-5}\,Гн$; **N73.** $1)\,0{,}9\,мГн$; $2)\,0{,}36\,Гн$; **N74.** $\mathcal{E}_{\max} = 250\,мВ$; **N75.** $\mathcal{E}_{ср} = 1{,}57\,В$; **N76.** $\mathcal{E}_{ср} = 5{,}1\,В$; **N77.** $\mathcal{E}_{ср} = 0{,}018\,В$; **N78.** $\mathcal{E}_{\max} = 0{,}09\,В$; **N79.** $\mathcal{E}_{\max} = 3{,}14\,В$; **N80.** $380\,витков$; **N81.** $2)\,U_1 = 70{,}7\,В$; $I_1 = -11{,}1\,мА$; $U_2 = 0$; $I_2 = -15{,}7\,мВ$; $U_3 = -100\,В$; $I_3 = 0$; **N82.** $В\,1{,}04\,раза$; **N83.** $k = 0{,}018$; **N84.** $t = 6{,}8 \cdot 10^{-3}\,с$; **N85.** $1)\,8 \cdot 10^{-3}\,с$; $2)\,k = 0{,}7$; $3)\,U = 80e^{-87t}\cos 250\pi t\,В$; $4)\,U_1 = -56{,}6\,В$, $U_2 = 40\,В$, $U_3 = -28\,В$, $U_4 = 20\,В$; **N86.** $W_м / W_k = 1$; **N87.** $1)\,5 \cdot 10^{-3}\,с$; $2)\,6{,}3 \cdot 10^{-7}\,Ф$; $3)\,25{,}2\,В$; $4)\,2 \cdot 10^{-4}\,Дж$; $5)\,2 \cdot 10^{-4}\,Дж$; **N88.** $1)\,2 \cdot 10^{-4}\,с$; $2)\,10{,}15\,мГн$; $3)\,I = -157\sin 10^4 \pi t\,мА$; $4)\,\lambda = 6 \cdot 10^4\,м$; **N89.** $\varepsilon = 6$; **N90.** $R = 4{,}1\,Ом$.

1.4. Ответы к задачам контрольной работы N 4 "Оптика. Физика атома и атомного ядра"

N1. $d = 0{,}1\,м$, **N2.** $l = 5{,}8\,мм$, **N3** а) $\beta = 41^0 8^/$, б) $\beta = 48^0 45^/$, в) $\beta = 61^0 10^/$, **N4.** $v_1 = 2{,}02 \cdot 10^8\,м/с$, **N5.** Неосуществимо. **N6.** $r = 0{,}114\,м$, **N7.** $D = 2\,дптр$, **N8.** $a_2 = 0{,}3\,м$, $y_2 = 4\,см$. **N9.** $a_1 = a_2 = 1\,м$, **N10.** $F_2 = 0{,}59\,м$, **N11.** Увеличится 1) на $0{,}5\,мм$, 2) на $0{,}548\,мм$. **N12.** $\delta = 0{,}6\pi$, **N13**. $l = 2\,м$, **N14**. $\lambda = 500\,мм$, **N15**. $l = 2{,}5\,м$, **N16**. $d = 0{,}1\,мкм$, **N17**. $d = 0{,}25\,мкм$, **N18.** $\Delta r = 0{,}39\,мм$, **N19**. $\lambda = 490\,нм$, **N20**. $n = 1{,}33$, **N21**. $k = 5$, *светлым*, **N22.** $R = 1\,мм$, **N23**. $l = 0{,}8\,м$, **N24.** $\varphi_1 = 17^0 8^/$, $\varphi_2 = 36^0 5^/$, $\varphi_3 = 62^0$,

N25. $A = 5\,см$, **N26.** $d = 2{,}8\,мкм; N_0 = 3570 см^{-1}$, **N27.** $N_0 = 600\,мм^{-1}$, **N28.** $d_2 = 409{,}9\,нм$, $N_0 = 500\,мм^{-1}$, **N29.** $d = 5\,мкм$, **N30.** $k = 3$, **N31.** $i_2 = 36^0$, **N32.** $\varphi = 37^0$, **N33.** $i = 62^0 12^/$, **N34.** $V = 194 мм/с$, **N35.** $i = 55^0 45^/$, **N36.** $\alpha = 45^0$, **N37.** $В\ два\ раза$, **N38.** $В\ 3{,}3\ раза$, **N39.** $P = 0{,}33$, **N40.** $В\ 3\ раза$, **N41.** $T = 1000\,К$, **N42.** $N = 3{,}9 \cdot 10^{26}\ Вт$, **N43.** $N = 2{,}22\ кВт \quad k = 0{,}3$, **N44.** $T = 2500\ К$, **N45.** $S = 0{,}4\ см^2$, **N46.** $R_Э = 73{,}5\ МВт/м^2$, **N47.** $\lambda = 9{,}3\ мкм$, **N48.** $T = 290\ К$, **N49.** $\Delta\lambda = 0{,}24\,мкм$, **N50.** $\Delta m = 1{,}4 \cdot 10^{17}\ кг$, $\tau = 7 \cdot 10^{12}\ лет$.**N51.** $r_1 = 53\,пм$, $r_2 = 212\,пм$, $r_3 = 477\,пм$; $v_1 = 2{,}19 \cdot 10^6\ м/с$, $v_2 = 1{,}1 \cdot 10^6\ м/с$, $v_3 = 7{,}3 \cdot 10^5\ м/с$, **N52.**$W_k = me^4/8\varepsilon^2 h^2 k^2 = 13{,}6 эВ;\ W_n = -2W_k = -27{,}2\,эВ$; $W = W_k + W_n = -13{,}6\,эВ$, **N53.** $W_{x1} = 13{,}6\ эВ$; $W_{x2} = 3{,}40 эВ$; $W_{x3} = 1{,}51 эВ$; $W_{x4} = 0$, **N54.** $T = 1{,}43 \cdot 10^{-16}\,с$, **N55.** $c \cdot n = 3$ на $k = 2$, **N56** $r_1 = 26{,}6\,пм$; $v_1 = 4{,}37 \cdot 10^6\ м/с$, **N57** а) $\varphi_1 = 40{,}8\,В$; б) $\varphi_1 = 91{,}8\,В$, **N58.** а) $\varphi_i = 54\,В$; б) $\varphi_i = 122\,В$, **N59.** $\lambda = 30{,}4\,нм$, **N60.** $\lambda = 254\,нм$, **N61.** $\lambda_1 = 1{,}23\,нм$; $\lambda_2 = 0{,}123\,нм$, **N62.** а) $\lambda = 730\,пм$; б) $\lambda = 144\,пм$; в) $\lambda = 6{,}6 \cdot 10^{-29}\ м$, **N63.** $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ кг$, **N64.** $\lambda_1 = 29\,пм$; $\lambda_2 = 2{,}9\,пм$, **N65.** $E_к = 10\,эВ$, **N66.** $\Delta V_1 \geq 10^2\ м/с$; $\Delta V_2 \geq 6 \cdot 10^{-2}\ м/с$, **N67.** $T \geq 6 \cdot 10^{-25}\ Дж$, **N68.** $l_{\min} = 124\,нм$, **N69.** $l_{\min} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,м$, **N70.** $\lambda = 0{,}33\,нм$, **N71.** 53 отброса, **N72.** $t = 40\,сут$, **N73.** $V = 1{,}52 \cdot 10^7\ м/с$; $W = 4{,}87\,МэВ$, **N74.**а) $Q = 0{,}12\ кДж$; б) $Q = 16\,кДж$ **N75.** $Q_M = 5{,}2 \cdot 10^{12}\ Дж/моль$, **N76.** $m = 6{,}5 \cdot 10^{-9}\ кг$, **N77.** $m = 0{,}22\,мг$, **N78.** $\lambda = 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ с^{-1}$, **N79** а) $\alpha_m = 7{,}9 \cdot 10^7\ Бк/кг$; б) $\alpha_m = 5{,}7 \cdot 10^{18}\ Бк/кг$, **N80.** $m = 3{,}5 \cdot 10^{20}\ кг$, **N81.** $Q = 17{,}3\,МэВ$,

N82. $Q = 1{,}18 \, МэВ$, **N83**. $m = 570 \, т$, **M84** $W = 225 \, МэВ$, **N85.** $W = 28{,}3 \, МэВ$, **N86** а) $W = 8{,}5 \, МэВ$; б) $W = 7{,}7 \, МэВ$. *Ядро H более устойчиво, чем ядро He*, **N87** $m = 31 \, г$, **N88.** $Q = 17{,}6 \, МэВ$; $W = 11{,}8 \cdot 10 \, кВт \cdot ч$, **N89.** $Q = 4{,}35 \, МэВ$, **N90.** $Q = 15 \, МэВ$.

5.2. Таблицы физических величин

1. Десятичные приставки

Наиме-нование	Отноше-ние к главной единице	Обоз-наче-ние	Примеры	
Тера	10^{12}	*Т*	Тераджоуль	ТДж
Гига	10^{9}	*Г*	гиганьютон	Гн
Мега	10^{6}	*М*	мегаом(мегом)	МОм
Кило	10^{3}	*к*	килогаусс	кгс
Гекто	10^{2}	*г*	гектоватт	гВт
Дека	10	*да*	декалитр	дал
Деци	0,1	*д*	дециметр	дм
Санти	10^{-2}	*с*	сантипуаз	спз
Милли	10^{-3}	*м*	миллиампер	мА
Микро	10^{-6}	*мк*	микровольт	мВ
Нано	10^{-9}	*н*	наносекунда	нс
Пико	10^{-12}	*п*	пикофарада	пФ
Фемто	10^{-15}	*ф*	фемтограмм	фг
Атто	10^{-18}	*а*	аттокулон	аК

2. Фундаментальные физические константы

Универсальные константы

Скорость света в вакууме	$c = 299\ 792\ 458$ м/с
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А^2 =
	= $12{,}566370614 \cdot 10^{-7}$ Н/А^2
Электрическая постоянная	$\varepsilon^0 = (\mu_{0c}{}^2)^{-1}$ =
	= $8{,}854187817 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Гравитационная постоянная	$G = 6{,}67259 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг$\cdot$ с^2)
Постоянная Планка	$h = 6{,}6260755 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$ с
Планковская длина	$l_p = 1{,}61605 \cdot 10^{-35}$ кг
$\hbar/(m_p c) = (\hbar G/c^3)^{1/2}$	

Электромагнитные константы

Элементарный заряд	$e = 1{,}60217733 \cdot 10^{-19}$ Кл
Квант магнитного потока $h/2e$	$\Phi_0 = 2{,}06783461 \cdot 10^{-15}$ Вб
Магнетон Бора $e\hbar/2m_e$	$\mu_B = 9{,}2740154 \cdot 10^{-24}$
Ядерный магнетон $e\hbar/2m_p$	Дж/Тл
	$\mu_N = 5{,}0507866 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл

Атомные константы

Постоянная тонкой структуры	$\alpha = 7{,}29735308 \cdot 10^{-3}$
$\mu_0 ce^2/2h$	$\alpha^{-1} = 137{,}0359895$
Постоянная Ридберга	$R_\infty = 10973731{,}534$ м$^{-1}$
$m_e c\alpha^2/2h$	13,6056981 эВ
в электрон – вольтах $R_\infty hc/\{e\}$	$a_0 = 0{,}529177249 \cdot 10^{-10}$ м
Боровский радиус $\alpha/(4\pi R_\infty)$	$m_e = 9{,}1093897 \cdot 10^{-31}$ кг
Масса покоя электрона	$- e/m_e = - 1{,}75881962 \cdot 10^{11}$
Отношение заряда электрона	Кл/кг
к его массе	
Комптоновская длина волны	$\lambda_e = 2{,}42631058 \cdot 10^{-12}$ м
электрона $h/(m_e c)$	
Классический радиус	$r_e = 2{,}81794092 \cdot 10^{-15}$ м
электрона $\alpha^2 a_0$	
Масса покоя протона	$m_p = 1{,}6726231 \cdot 10^{-27}$ м
Отношение массы протона к	$m_p/m_e = 1836{,}152701$
массе электрона	
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1{,}6749286 \cdot 10^{-27}$ кг
Масса покоя дейтрона	$md = 3{,}3435860 \cdot 10^{-27}$ кг

Физико – химические константы

Постоянная Авогадро	$N_A = 6{,}0221367 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$
Атомная единица массы 1 а. е. м. = = 1/2 m (^{12}C) = m$_{\text{а.е.м.}}$	1 а. е. м. = $1{,}6605402 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Фарадея	F = 96485,309 Кл/моль
Универсальная газовая постоянная	R = 8,314510 Дж/(моль· К)
Постоянная Больцмана R/N_A	$k = 1{,}380658 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Молярный объём идеального газа RT/p при нормальных условиях (T = 273,15 K, p = 101 325 Па)	$V_m = 22{,}414 \cdot 10^{-3}$ м^3/моль
Постоянная Лошмидта N_A/V_M	$n_0 = 2{,}686763 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$

3. Некоторые данные о планетах Солнечной системы

	Мерку-рий	Венера	Земля	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун	Плутон
Среднее расстояние от Солнца, млн. км	57,91	108,21	149,59	227,94	778,3	1 429,3	2 875,03	4 504,4	5900
Период обращения вокруг Солнца, земной год	0.24	0,62	1,0	1,88	11,86	29,46	84,02	164,8	249,7
Экваториальный диаметр, км	4 840	12400	12742	6780	139760	115 100	51 000	50 000	—
Объем по отношению к объему Земли	0,055	0,92	1,0	0,150	1345	767	73,5	59,5	—
Масса по отношению к массе Земли	0,054	0,81	1,0	0,107	318,4	95,2	14,58	17,26	—
Ускорение свободного па дения по отношению к ускорению на поверх ности Земли (g = = 9.80665 м/с^2)	0,38	0,85	1,0	0,38	2,64	1,17	0,92	1,14	—

4. Астрономические постоянные

Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м^3
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Средне расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м^3

5. Диаметры атомов и молекул, нм

Гелий	0,20	Кислород	0,30
Водород	0,23	Азот	0,30

6. Критические значения $T_к$ и $p_к$

Вещество	$T_к$, К	$p_к$, МПа	Вещество	$T_к$, К	$p_к$, МПа
Водяной пар	647	22,0	Азот	126	3,4
Углекислый газ	304	7,38	Водород	33	1,3
Кислород	154	5,07	Гелий	5,2	0,23
Аргон	151	4,87			

7. Давление водяного пара, насыщающего пространство при разных температурах

t, °C	$p_н$, Па	t, °C	$p_н$, Па	t, °C	$p_н$, Па
-5	400	8	1070	40	7335
0	609	9	1145	50	12302
1	656	10	1225	60	19817
2	704	12	1396	70	31122
3	757	14	1596	80	47215
4	811	16	1809	90	69958
5	870	20	2328	100	101080
6	932	25	3165	150	486240
7	1025	30	4229	200	1549890

8. Удельная теплота парообразования воды при разных температурах

t, °C	0	50	100	200
r, МДж/кг	2,49	2,38	2,26	1,94

9. Свойства некоторых жидкостей (при 20°C)

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Удельная теплоёмкость, Дж/(кг· К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Вода	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Касторовое масло	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

10. Свойства некоторых твёрдых тел

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м^3	Температура плавления, °С	Удельная теплоёмкость, Дж/(кг· К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, 10^{-5} К$^{-1}$
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	-	1,9
Лёд	0,9	0	2100	335	-
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	-	2050	-	-
Свинец	11,3	327	126	22,6	1,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,06
Сталь	7,7	1300	460	-	2,9
Цинк	7,0	420	391	117	

11. Упругие свойства некоторых твёрдых тел

Вещество	Предел прочности, МПа	Модуль Юнга, ГПа
Алюминий	110	69
Железо	294	196
Медь	245	118
Свинец	20	15,7
Серебро	290	74
Сталь	785	216

12. Теплопроводность некоторых твёрдых тел, Вт/(м· К)

Алюминий	210	Песок сухой	0,325
Войлок	0,046	Пробка	0,050
Железо	58,7	Серебро	460
Кварц плавленый	1,37	Эбонит	0,174
Медь	390		

13. Диэлектрическая проницаемость некоторых веществ

Воск	7,8	Парафин	2	Эбонит	2,6
Вода	81	Слюда	6	Парафиниро-ванная бумага	2
Керосин	2	Стекло	6		
Масло	5	Фарфор	6		

14. Удельное сопротивление проводников (при 0^0C), мкОм· М

Алюминий	0,025	Нихром	100
Графит	0,039	Ртуть	0,94
Железо	0,087	Свинец	0,22
Медь	0,017	Сталь	0,10

15. Подвижности ионов в электролитах, 10^{-8} м^2/(В· с)

NO^-_3	6,4
H^+	32,6
K^+	6,7
Cl^-	6,8
Ag^+	5,6

16. Работа выхода электронов из металла, эВ

W	4,5	Ag	4,74
W + Cs	1,6	Li	2,4
W + Th	2,63	Na	2,3
Pt + Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

17. Показатель преломления

Алмаз	2,42	Сероуглерод	1,63
Вода	1,33	Скипидар	1,48
Лёд	1,31	Стекло	1,5-1,9

18. Длина волны, определяющая границу К-серии рентгеновских лучей для различных материалов антикатода, пм

Вольфрам	17,8	Платина	15,8
Золото	15,3	Серебро	48,4
Медь	138		

19. Спектральные линии ртутной дуги, нм

253,7	404,7	546,1	612,8
365,0	435,8	577,0	690,8
365,5	523,5	579,1	708,2

20. Масса некоторых нуклидов, а. е. м.

Нук-лид	Мас-са	Нук-лид	Мас-са	Нук-лид	Мас-са
${}^{1}_{1}H$	1,00783	${}^{9}_{4}Be$	9,01218	${}^{30}_{14}Si$	29,97377
${}^{2}_{1}H$	2,01410	${}^{10}_{5}B$	10,01294	${}^{40}_{20}Ca$	39,96257
${}^{3}_{1}H$	3,01605	${}^{12}_{6}C$	12,0	${}^{56}_{27}Co$	55,93984
${}^{3}_{2}He$	3,01603	${}^{13}_{7}N$	13,00574	${}^{63}_{29}Cu$	62,92960
${}^{4}_{2}He$	4,00260	${}^{14}_{7}N$	14,00307	${}^{112}_{48}Cd$	111,90276
${}^{6}_{3}Li$	6,01512	${}^{17}_{8}O$	16,99913	${}^{200}_{80}Hg$	199,96832
${}^{7}_{3}Li$	7,01600	${}^{23}_{12}Mg$	22,99413	${}^{235}_{92}U$	235,04393
${}^{7}_{4}Be$	7,01693	${}^{24}_{12}Mg$	23,98504	${}^{238}_{92}U$	238,05353
${}^{8}_{4}Be$	8,00531	${}^{27}_{13}Al$	26,98154		

21. Период полураспада некоторых радиоактивных нуклидов

$^{45}_{20}Ca$	164 сут	$^{226}_{88}Ra$	1590 лет
$^{90}_{38}Sr$	28 лет	$^{235}_{92}U$	$7{,}1\cdot 10^{8}$ лет
$^{210}_{84}Po$	138 сут	$^{238}_{92}U$	$4{,}5\cdot 10^{9}$ лет
$^{222}_{86}Rn$	3,82 сут		

22. Названия, символы и атомные массы химических элементов

1 Водород	H	1,0079	54 Ксенон	Xe	131,30
2 Гелий	He	4,00260	55 Цезий	Cs	132,9054
3 Литий	Li	6,941	56 Барий	Ba	137,33
4 Бериллий	Be	9,01218	57 Лантан	La	138,9055
5 Бор	B	10,81	58 Церий	Ce	140,12
6 Углерод	C	12,011	59 Празеодим	Pr	140,9077
7 Азот	N	14,0067	60 Неодим	Nd	144,24
8 Кислород	0	15,9994	61 Прометий	Pm	145
9 Фтор	F	18,998403	62 Самарий	Sm	150,4
10 Неон	Ne	20,179	63 Европий	Eu	151,96
11 Натрий	Na	22,98977	64 Гадолиний	Gd	157,25
12 Магний	Mg	24,305	65 Тербий	Tb	158,9254
13 Алюминий	Al	26,98154	66 Диспрозий	Dy	162,50
14 Кремний	Si	28,0855	67 Гольмий	Ho	164,9304
15 Фосфор	P	30,97376	68 Эрбий	Er	167,26
16 Сера	S	32,06	69 Тулий	Tm	168,9342
17 Хлор	Cl	35,453	70 Иттербий	Yb	173,04
18 Аргон	Ar	39,948	71 Лютеций	Lu	174,967
19 Калий	К	39,0983	72 Гафний	Hf	178,49
20 Кальций	Ca	40,08	73 Тантал	Ta	180,947
21 Скандий	Sc	44,9559	74 Вольфрам	W	183,85
22 Титан	Ti	47,90	75 Рений	Re	186,207
23 Ванадий	V	50,9415	76 Осмий	Os	190,2
24 Хром	Cr	51,996	77 Иридий	Ir	192,22
25 Марганец	Mn	54,9380	78 Платина	Pt	195,09
26 Железо	Fe	55,847	79 Золото	Au	196,9665
27 Кобальт	Co	58,9332	80 Ртуть	Hg	200,59
28 Никель	Ni	58,71	81 Таллий	Tl	204,37
29 Медь	Cu	63,546	82 Свинец	Pb	207,2
30 Цинк	Zn	65,38	83 Висмут	Bi	208,9804
31 Галлий	Ga	69,735	84 Полоний	Po	209
32 Германий	Ge	72,59	85 Астат	At .	210
33 Мышьяк	As	74,9216	86 Радон	Rn	222
34 Селен	Se	78,96	87 Франции	Fr	223
35 Бром	Br	79,904	88 Радий	Ra	226,D254
36 Криптон	Kr	83,80	89 Актиний	Ac	227
37 Рубидий	Rb	85,467	90 Торий	Th	231,0381
38 Стронций	Sr	87,62	91 Протактиний	Pa	231,0359
39 Иттрий	Y	88,9059	92 Уран	U	238,029

40 Цирконий	Zr	91,22	93 Нептуний	Np	237,0482
41 Ниобий	Nb	92,9064	94 Плутоний	Pu	244
42 Молибден	Mo	95,94	95 Америций	Am	243
43 Технеций	Tc	98,9062	96 Кюрий	Cm	247
44 Рутений	Ru	101,07	97 Берклий	Bk	247
45 Родий	Rh	102,9055	98 Калифорний	Cf	251
46 Палладий	Pd	106,4	99 Эйнштейний	Es	254
47 Серебро	Ag	107,868	100 Фермий	Fm	257
48 Кадмий	Cd	112,41	101 Менделевий	Md	258
49 Индий	In	114,82	102 (Нобелий)	(No)	259
50 Олово	Sn	118,69	103 (Лоуренсий)	(Lr)	260
51 Сурьма	Sb	121,75	104 Курчатовий	Ku	260
52 Теллур	Te	127,60	105		260
53 Иод	I	126,9045	106		263

23. О приближенных вычислениях

При решении задач нужно соблюдать следующие правила приближенных вычислений:

1. Достаточно производить вычисления с числами, содержащими количество знаков не более, чем в исходных данных.
2. При сложении (и вычитании) чисел, имеющих различную точность, более точное число должно быть округлено до точности менее точного числа.

   Например: $19,8 + 0,281 = 19,8 + 0,3 = 20,1$.
3. При умножении (и делении) следует округлять числа так, чтобы каждое из них содержало столько значащих цифр, сколько их имел сомножитель с наименьшим числом значащих цифр. Например: $326 \cdot 427 = 139 \cdot 10^3$, но не 139202 и не 139200;
4. При извлечении корня n- степени результат должен иметь столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное выражение.

Например: $\sqrt[3]{1,33 \cdot 10^{-27}} = 1,10 \cdot 10^{-9}$.

5. При вычислении сложных выражений соблюдаются правила в зависимости от вида производимых действий.
6. Если числа a, b, c малы по сравнению с единицей (меньше 0,05), то:

1) $(1 \pm a)(1 \pm b)(1 \pm c) = 1 \pm a \pm b \pm c$; 2) $\sqrt{1 \pm a} = 1 \pm a/2$;

3) $(1 \pm a)^n = 1 \pm na$; 4) $1/(1 \pm a)^n = 1 \pm an$; 5) $1/(1 \pm a) = 1 \pm a$;

6) $e^a = 1 + a$; 7) $\ln(1 \pm a) = \pm a - a^2/2$.

7. Если угол $\alpha < 10^0$, то $\sin\alpha = tg\alpha = \alpha$ (в радианах).

Содержание

Учебное издание

Рогачев Николай Михайлович,
Куликова Зинаида Ахатовна,
Федосова Лидия Ивановна,
Абдульманов Рафаэль Рахимович

Физика
Учебное пособие для студентов
заочного (дистанционного) обучения СГАУ
Часть 2

Редактор…………………………………Л. Я. Ч е г о д а е в а
Компьютерная верстка и графика……..А. А. М а р к е л о в

Лицензия ЛР N 020301 от 30.12.96 г.

Подписано в печать…………….. Формат… $60 \times 84 \quad 1/16$.
Бумага газетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 15,57. Усл. кр-отт. 15,69. Уч. - изд. л.16,75.
Тираж 500 экз. Заказ

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева
443086 Самара, Московское шоссе,34.

ИПО Самарского государственного аэрокосмического университета. 443001 Самара, ул.Молодогвардейская,151.

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики. Т1,2,3. М.: Наука, 1977-1979.
2. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. М.: Высшая школа, 1988.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.: Наука, 1979.