МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Т.А. ХИБНИК, И.С. БАРМАНОВ

ВОПРОСЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ И ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН В КУРСЕ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов, 28.03.02 Наноинженерия, 25.03.02 Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов

С А М А Р А
Издательство Самарского университета
2022

УДК 531/534(075)
ББК 22.2я7
Х421

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. С. В. Ф а л а л е е в;
д-р техн. наук, проф. Я. М. К л е б а н о в

Хибник, Татьяна Алексеевна

Х421 **Вопросы теоретической механики и теории механизмов и машин в курсе «Прикладная механика»**: учебное пособие / *Т.А. Хибник, И.С. Барманов.* – Самара: Издательство Самарского университета, 2022. – 80 с.: ил.

ISBN 978-5-7883-1833-2

В пособии изложены основные положения сопротивления материалов и деталей машин в курсе «Прикладная механика».

Предназначено для студентов, изучающих дисциплину «Прикладная механика», по направлениям подготовки 23.03.01 Технология транспортных процессов, 28.03.02 Наноинженерия, 25.03.02 Техническая эксплуатация авиационных электросистем и пилотажно-навигационных комплексов.

Подготовлено на кафедре основ конструирования машин.

УДК 621.833.6(075)
ББК 34.445я7

ISBN 978-5-7883-1833-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ………………………………………………………… 4
1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА………………………….… 6
1.1 Основные понятия и аксиомы статики……………………... 7
1.2 Система сходящихся сил. Приведение к равнодействующей силе……………………………………………………………... 14
1.3 Теория пар сил…………………………………………….... 15
1.4 Приведение системы сил к простейшей системе. Условия равновесия………………………………………………………… 19
1.5 Основы кинематики……………………………………….. 24
2 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН……………………… 32
2.1 Основные понятия о машине и механизме………………… 33
2.2 Кинематические пары, цепи и их классификация……….… 40
2.3 Степень подвижности (свободы) механизма………………. 43
2.4 Структурный анализ механизма………………………….. 48
2.5 Кинематический анализ рычажных механизмов…………... 52
2.6 Силовой анализ рычажных механизмов……………………. 60
2.7 Учет потерь мощности на трение…………………….......... 67
2.8 Механические передачи вращательного движения. Зубчатые передачи ……………………………….…………... 68
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК…..……………………… 79

ВВЕДЕНИЕ

Механика – одна из первых наук о природе, которая возникла в IV веке до н.э. в древней Греции. Впервые термин «механика», что в переводе с греческого «изобретение, машина, сооружение» ввёл великий учёный древности Аристотель (384-322 до н.э.). Дальнейшее развитие механика получила в трудах Архимеда (287-212 до н.э.). Когда Архимед открыл закон рычага, он восторженно воскликнул: «Дайте мне точку опоры, и я переверну мир». Это открытие с его научно обоснованной формулировкой легло в «золотое правило» механики. Первые исследования в области механики были проделаны художником, инженером Леонардо да Винчи (1452-1519), учёным Галилео (1564-1642), математиком и механиком И. Ньютоном (1643-1727), который заложил основы классической механики. Дальнейший прогресс механики связан с такими учёными, как Вариньон (1654-1722), Л. Эйлер (1707-1783), Ж. Даламбер (1717-1783), Л. Пуансо (1777-1859), Ж. Лагранж (1736-1813), П. Лапласа, Ж. Фурье, К. Гаусса, С. Пуассон, К. Якоби, У. Кельвин, Г. Герц и др. Большой вклад в развитие механики внесли отечественные учёные С.К. Котельников, М.В. Остроградский, П.Л. Чебышев, А.М. Ляпунов, Н.Е. Жуковский, К.Э. Циолковский, С.А. Чаплыгин и многие другие [1-3].

Курс «Прикладная механика» является общеобразовательной базовой (обязательной) дисциплиной в системе подготовки инженеров по программам бакалавриата, специалитета. Он является основой и связующим со специальными дисциплинами.

Механика в прикладном значении является технической наукой, посвященной исследованиям устройств и принципов механизмов. В зависимости от решаемых задач и специализации она включает в себя основные разделы следующих дисциплин, как теоретическая механика, теория механизмов и машин, сопротивление материалов, детали машин и основы конструирования, основы взаимозаменяемости.

Данное учебное пособие даёт общее представление об истории возникновения и развития механики, рассматриваются общие вопросы теоретической механики, которые лежат в основе изучения теории механизмов, сопротивления материалов и деталей машин. Данный объем материала необходим для изучения вопросов проектирования наиболее распространенных механизмов и расчетов на прочность деталей машин.

1 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Теоретическая механика, как наука возникла на основании многочисленных опытов и наблюдений над явлениями природы, представляющие собой движение различных форм материи. Одним из простейших движений – это **механическое движение**, при котором материальные объекты перемещаются в пространстве с течением времени. В теоретической механике используют предельные абстракции: материальная точка и абсолютно твёрдое тело, которые являются моделями материальных тел.

Материальная точка – это простейшая модель материального тела любой формы, размерами которого можно пренебречь.

Абсолютно твёрдое тело – механическая система, расстояния между точками которой не изменяются при любых взаимодействиях.

Теоретическая механика является основой для изучения последующих разделов: теории механизмов и машин, сопротивления материалов и деталей машин. Раздел теоретической механики состоит из трёх частей: статика, кинематика и динамика.

Статика – раздел механики, в котором изучается относительное равновесие материальных тел, находящихся под действием приложенных к ним сил. Основными задачами являются 1) сложение и приведение системы сил к простейшему виду; 2) определение условий равновесия системы сил.

Кинематика посвящена изучению движения материальных тел без учета причин, вызывающих и изменяющих это движение.

Динамика изучает движение материальных тел, происходящее под действием приложенных к ним сил.

1.1 Основные понятия и аксиомы статики

Взаимодействие между телами, в результате которого происходит изменение движения этих тел или изменение их формы (деформация) называется **механическим взаимодействием**, мерой которого является **сила**.

Сила (F, [Н]) – векторная величина, характеризуется точкой приложения, направлением и модулем. Проекцией вектора силы на ось (рис. 1.1) называется скалярная величина, определяемая отрезком, опущенным из начала и конца вектора на эту ось. Проекция вектора считается положительной (+), если направление ее совпадает с положительным направлением оси, и отрицательной (–), если проекция направлена в противоположную сторону.

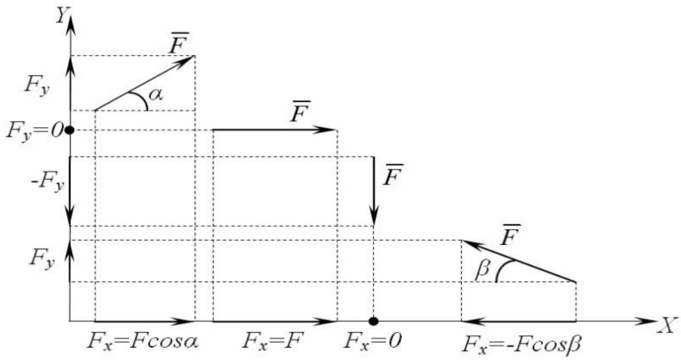
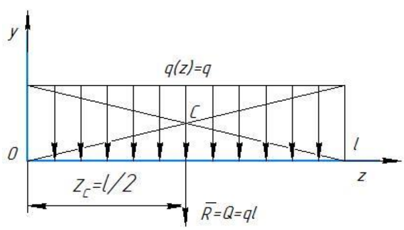


Рис. 1.1. Проекции силы на ось X, Y

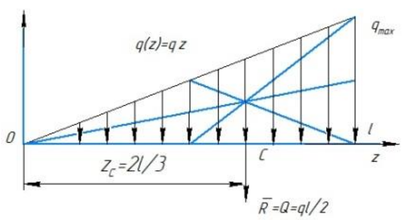
Совокупность одновременно действующих на тело сил $\left\{\overline{F}_{1,}\,\overline{F}_2,....\overline{F}_n\right\}$ называют **системой сил.** Системы сил, оказывающие на тело одинаковое воздействие, называют **эквивалентными**. **Уравновешивающая** (эквивалентная нулю) система сил не нарушает равновесия твердого тела $\left\{\overline{F_1},\overline{F_2},...\overline{F_n}\right\}$~0. **Равнодействующая** системы сил – сила, эквивалентная данной системы сил: $\overline{R}\sim\left\{\overline{F}_{1,}\,\overline{F}_2,....\overline{F}_n\right\}$.

По способу приложения силы могут быть **объемными,** действующие на каждый бесконечно малый элемент объема тела (сила тяжести, сила инерции) и **поверхностными,** действующие на поверхность тела. Поверхностные силы делятся на **сосредоточенные и распределенные. Сосредоточенной** считают силу, которая является равнодействующей системы распределенных сил, действующих на площадку, размерами которой можно пренебречь (сила условно приложена в точке) по сравнению с размерами рассчитываемого тела. Примерами сосредоточенных сил могут служить сила давления колеса на рельс; сила, действующая со стороны резца на обрабатываемую деталь.

Распределенные силы, характеризующиеся интенсивностью q, действуют на тело в виде сплошного потока сосредоточенных сил и непрерывно распределены по некоторой длине или линии (погонная нагрузка – сила, приходящаяся на единицу длины (Н/м)), поверхности (давление) (сила, приходящаяся на единицу площади (Н/м^2) или объему (сила тяжести) (сила, приходящаяся на единицу объема (Н/м^3). На рис. 1.2 представлена распределенная нагрузка постоянной и линейной интенсивности $q=q(z)$. Распределенная нагрузка заменена эквивалентной сосредоточенной нагрузкой $R=Q$. При постоянной интенсивности сосредоточенная сила определяется как площадь прямоугольника, при линейной интенсивности как площадь треугольника.



а) постоянная интенсивность



б) линейная интенсивность

Рис. 1.2. Виды распределенной нагрузки

Все теоремы и уравнения статики основаны на положениях, принимаемых без математических доказательств и называемых **аксиомами статики**.

Аксиома 1 (О равновесии системы двух сил). Абсолютно твердое тело находится в равновесии под действием двух сил тогда, когда эти силы равны по модулю и противоположны по направлению (рис. 1.3).

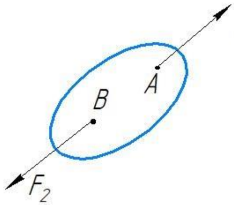


Рис. 1.3. Равновесие твердого тела

Аксиома 2 (О добавлении (отбрасывании) системы сил, эквивалентной нулю). Не нарушая действия данной системы сил на абсолютно твердое тело, можно добавить к этой системе сил или исключить из нее любую уравновешенную систему сил (рис. 1.4).

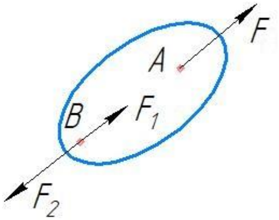


Рис. 1.4. Перенос точки приложения силы

Аксиома 3 (Аксиома параллелограмма сил). Одна сила, эквивалентная данной системе сил, называется равнодействующей этой системы. Равнодействующая двух сил $\overline{R}$, приложенных в одной точке и действующих под углом друг к другу, приложена в той же точке и изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах как на сторонах (рис. 1.5), $\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$.

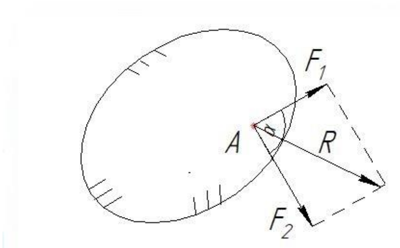


Рис. 1.5. Определение равнодействующей

Аксиома 4 (Аксиома о равенстве сил действия и противодействия). Эта аксиома основана на законе Ньютона: всякой силе действия есть равная, но противоположная сила противодействия. Силы действия и противодействия всегда приложены к разным телам и в этом случае система сил не является уравновешенной в отличие от случая действия сил в аксиоме 2.

Аксиома 5 (Аксиома связей). Если тело под действием приложенных к нему сил может совершать любые перемещения в пространстве, оно называется **свободным**. В случае, если перемещениям тела препятствуют какие-либо другие скрепленные или соприкасающиеся с ним тела, то такое тело называют **несвободным.** Тела, ограничивающие свободу перемещения рассматриваемого тела, называют **связями,** которые необходимы для соединения отдельных частей конструкции между собой и передачи внешней нагрузки на основание. Так, для тела, лежащего на столе, связью является стол; для двери – петли, крепящие ее к косяку; для вращающегося вала – подшипники. Тело, на которое опирается неподвижная система, называется **основанием**, обеспечивающее неподвижность системы **опорными связями или опорами**.

Тело, стремясь под действием приложенных сил осуществить перемещение, которому препятствует связь, будет действовать на нее с некоторой силой. По закону равенства действия и противодействия связь будет в свою очередь действовать на данное тело, препятствуя тем или иным его перемещениям. Это действие называется **силой реакции связи** или **реактивной силой**. Сила реакции связи равна по модулю силе давления на связь и направлена в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу. Все силы, не являющиеся реакциями связей, называются **активными силами.**

Для решения задач по равновесию несвободных тел в статике используют следующую аксиому: всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей.

Приведём примеры связей и их замены силами реакций связей.

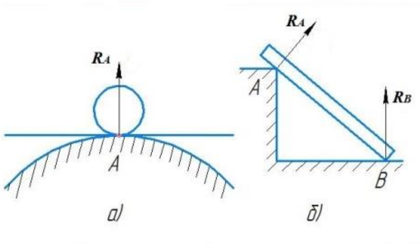


Рис. 1.6. Гладкая поверхность:
а) тело опирается на поверхность;
б) тело опирается в точках

1. Гладкая поверхность (опора). Тело опирается на неподвижную поверхность в точке A (рис. 1.6, а). Реакция R_A (нормальная реакция N) направлена по общей нормали к опорной поверхности в этой точке. При опирании тела в точках A и B (рис. 1.6, б), где одна из соприкасающихся поверхностей является точкой, реакции R_A, R_B направлены по нормали к другой поверхности так, как показано на рисунке.

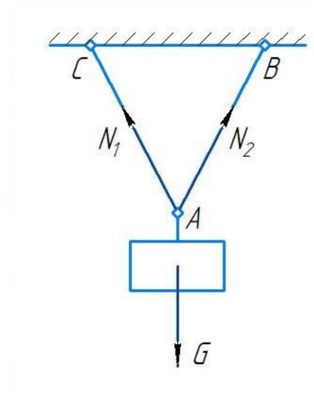


Рис. 1.7. Гибкая связь

2. Гибкие связи (нить, канат, трос, цепь). Связь осуществляется в виде гибкой нерастяжимой нити (рис. 1.7), реакции такой связи N_1 и N_2 направлены вдоль нитей к точкам подвеса.

3. Шарнирно-неподвижная опора или цилиндрический шарнир (подшипник). Соединение двух тел с помощью болта, проходящего через отверстия в этих телах, называют **шарнирным** или **шарниром**.

Осевую линию болта называют осью шарнира. В шарнирном соединении (рис. 1.8), тело AB, прикрепленное к опоре O, может поворачиваться в плоскости чертежа как угодно вокруг оси шарнира. Точка A не может переместиться ни по одному направлению, поэтому реакция R шарнира может иметь любое направление в плоскости, перпендикулярной оси шарнира, т.е. в плоскости xAy. Направление R и представлено в виде неизвестных составляющих R_A (на ось y) и H_A (на ось x).

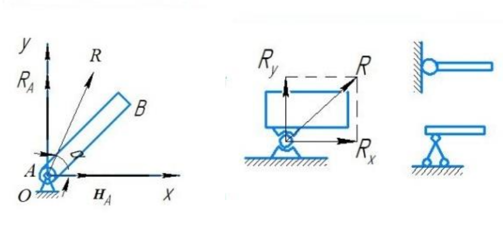


Рис.1.8. Цилиндрический шарнир, шарнирно-неподвижная опора на схемах

4. Шарнирно-подвижная опора. Это устройство представляет собой опорный элемент (подшипник), внутри которого вращается палец (ось) шарнира (рис. 1.9). Реакция R такой опоры направлена по нормали к поверхности, на которую опираются катки подвижной опоры.

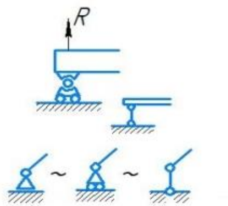
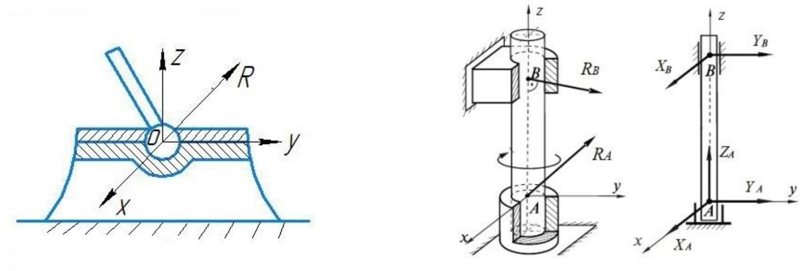


Рис. 1.9. Шарнирно-подвижная опора и ее изображение на схеме

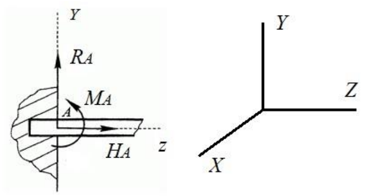
5. Сферический (шаровый) шарнир и подпятник. Сферическим (шаровым) шарниром называется связь, которая позволяет соединенным телам как угодно поворачиваться одно относительного другого вокруг центра шарнира. Реакция R имеет любое направление в пространстве. Примером такой связи является шаровая пята, служащая для крепления, например фотоаппарата к штативу (рис. 1.10, а) и упорный подшипник (подпятник или стакан) в т. A (рис. 1.10, б), в т. B – втулка или подшипник.



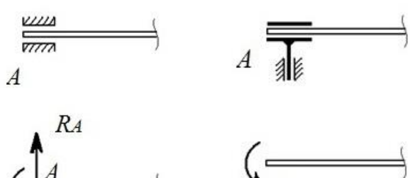
а) б)

Рис. 1.10. Сферический шарнир (а), подпятник (б)

6. Заделка (Защемление). Это связь, наложенная на некоторую часть твердого тела, так, что лишает его угловых перемещений.



а) жесткая заделка



б) скользящая заделка

в) бискользящая заделка

Рис. 1.11. Виды заделок

Различают жесткую (глухую), скользящую и бискользящую заделку (рис. 1.11). В жесткой (глухой) заделке или консоли (рис. 1.11, а) исключаются любые поступательные и вращательные перемещения.

В скользящей заделке (рис. 1.11, б), пример соединения стержня и втулки, возможно перемещение в одном из направлений (вдоль оси стержня, оси z).

Бискользящая заделка (рис. 1.11, в) допускает поступательное перемещение в двух направлениях (вдоль оси y и z), но препятствует повороту (в плоскости).

1.2 Система сходящихся сил. Приведение к равнодействующей силе

Системой сходящихся сил (или пучком сил) называют такую систему сил, линии действия которых пересекаются в одной точке – центре пучка. Сходящиеся системы сил могут быть пространственными и плоскими, т.е. расположенными в одной плоскости.

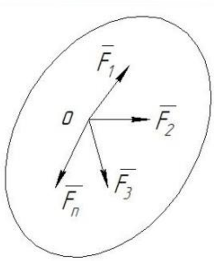


Рис. 1.12. Система сил

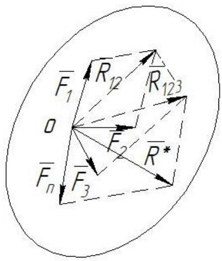


Рис. 1.13. К определению равнодействующей

Рассмотрим общий случай пространственной системы сходящихся сил. Сила, действующая на твердое тело, есть вектор скользящий, то можно считать, что силы системы $\bar{F}_1, \bar{F}_2, ..., \bar{F}_n$ приложены в одной точке, т.е. в центре пучка (рис. 1.12). Применяя к первым двум силам пучка $\bar{F}_1$ и $\bar{F}_2$ аксиому параллелограмма, заменим их одной равнодействующей силой $\bar{R}_{12}$ (рис. 1.13), причем $\bar{R}_{12} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$. Затем по правилу параллелограмма складываем силы $\bar{R}_{12}$ и $\bar{F}_3$ получаем их равнодействующую $\bar{R}_{123} = \bar{R}_{12} + \bar{F}_3 = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3$ и т.д. Продолжая процесс векторного сложения сил для всех *n* сил, получим:

$$\bar{R}^* = \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + ... + \bar{F}_{n-1} + \bar{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i .$$

Таким образом, система *n* сходящихся сил эквивалентна одной силе $\bar{R}^*$, которая и является **равнодействующей** этой системы сил. Процесс последовательного применения к силам правила

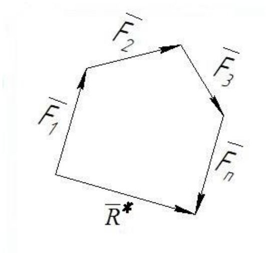


Рис. 1.14. Силовой многоугольник

параллелограмма, или их векторного сложения, приводит к построению силового многоугольника из заданных сил. В силовом многоугольнике конец одной из сил служит началом другой (рис. 1.14). Такой силовой многоугольник называют замкнутым.

Условие равновесия сходящихся сил в **геометрической** форме: для равновесия системы сходящихся сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный из этих сил, был замкнутым. Предпочтительным является использование условий равновесия пространственной системы сходящихся сил в **аналитической** форме:

$$\sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{ix} = 0; \ \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{iy} = 0; \ \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_{iz} = 0.$$

Для плоской системы сходящихся сил одна из компонент по оси z отсутствует.

1.3 Теория пар сил

1.3.1 Алгебраический момент силы точки

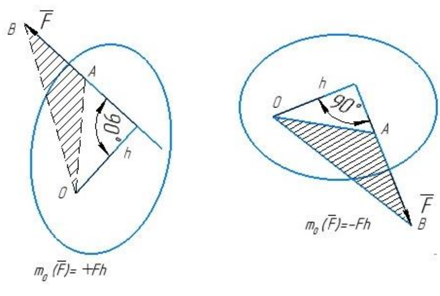


Рис. 1.15. Определение момента

Под действием силы твердое тело может наряду с поступательным перемещением совершать вращение вокруг того или иного центра. Вращательный эффект силы характеризуется ее моментом.

Алгебраическим моментом силы *m* относительно точки называют произведение модуля силы F на плечо h силы относительно этой точки (рис. 1.15), взятое со знаком плюс (вращение против часовой стрелки) или минус (вращение по часовой стрелки) – $m(\bar{F}) = \pm Fh$. Перпендикуляр h, опущен из центра O на линию действия силы $\bar{F}$, точку приложения которой можно произвольно перемещать вдоль линии ее действия, очевидно, вращательный эффект силы будет зависеть: 1) от модуля силы F и длины плеча h; 2) от положения плоскости поворота OAB, проходящей через центр O и силу F; 3) от направления поворота к этой плоскости.

Свойства алгебраического момента силы относительно точки: 1) момент силы не зависит от переноса силы вдоль ее линии действия; 2) момент силы относительно точки равен нулю, если линия действия силы проходит через моментную точку; 3) сумма алгебраических моментов относительно точки двух равных по модулю, но противоположных по направлению сил, действующих вдоль одной прямой, равна нулю.

1.3.2 Момент силы относительно оси

Моментом силы относительно оси называют алгебраический момент проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси, относительно точки пересечения оси с этой плоскостью (рис. 1.16). Момент силы, например, относительно оси Oz обозначим:

$$m_z(\bar{F}) = m_z(\bar{F}_\Pi) = \pm hF_\Pi\,,$$

где F_Π – вектор проекции силы $\bar{F}$ на плоскость П, перпендикулярную оси Oz, точка O – точка пересечения оси Oz с плоскостью П.

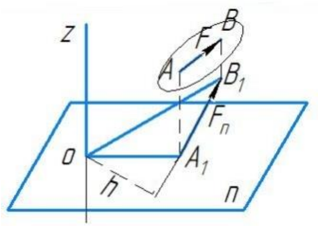


Рис. 1.16. Момент силы относительно оси

Введенный выше алгебраический момент силы относительно точки можно считать моментом силы относительно оси, проходящей через эту точку, перпендикулярно плоскости, в которой лежат сила и моментная точка. Знак для момента относительно оси берется такой же как для точки.

Свойства момента силы относительно оси:

1) момент силы относительно оси равен нулю, если сила параллельна оси (проекция силы на плоскость, перпендикулярной оси, равна нулю);

2) момент силы относительно оси равен нулю, если линия действия силы пересекает эту ось (плечо силы $\overline{F}_n$ относительно точки O равно нулю). Следовательно, момент силы относительно оси равен нулю, если сила и ось лежат в одной плоскости.

1.3.3 Пара сил и алгебраический момент пары сил

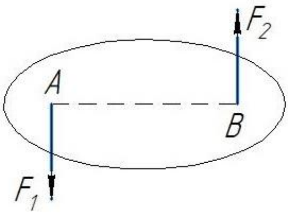


Рис. 1.17. Пара сил

Парой сил называют систему двух равных по модулю параллельных сил, направленных в противоположные стороны (рис. 1.17). Пара сил не составляет системы сил, эквивалентной нулю. Она, действующая на твердое тело, характеризуется прежде всего плоскостью действия, аналогично тому, как сила характеризуется линией действия.

Плоскостью действия пары сил ($\overline{F}_1, \overline{F}_2$) называют плоскость, в которой расположены силы пары (рис. 1.18).

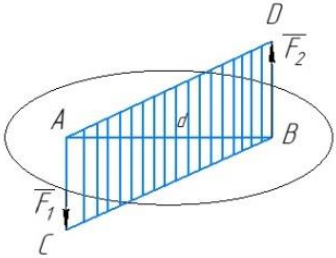


Рис. 1.18. Плоскость действия пары сил

Алгебраическим моментом пары сил m называют взятое со знаком плюс или минус произведение одной из сил F пары на плечо пары сил d:

$$m = m(\overline{F}_1, \overline{F}_2) = \pm Fd \ .$$

Плечом пары сил d называют кратчайшее расстояние между линиями действия сил пары. Алгебраический момент пары сил не зависит от переноса сил пары вдоль своих линий действия и может быть равен нулю, если линии действия сил пары совпадают.

Свойства пар характеризуются следующими тремя теоремами.

Теорема 1. Алгебраическая сумма моментов сил пары относительно любого центра, лежащего в плоскости ее действия, не зависит от выбора этого центра и равна моменту пары.

Теорема 2. Не изменяя оказываемого на тело действия, можно пару сил, приложенную к абсолютно твердому телу, заменить любой другой парой, лежащей в той же плоскости и имеющей тот же момент. Из теоремы 2 следует: а) данную пару можно переносить куда угодно в плоскости действия пары, не изменяя оказываемого ею на тело действия; б) у данной пары, не изменяя оказываемого на тело действия, можно произвольно менять модули сил или длину плеча, сохраняя неизменным ее момент.

Теорема 3. Система пар, лежащих в одной плоскости, эквивалентна одной паре, лежащей в той же плоскости и имеющей момент, равный алгебраической сумме моментов слагаемых пар.

Система из n пар с моментами m_1, m_2, m_3 может быть заменена одной парой с моментом: $m = \sum m_k$.

1.4 Приведение системы сил к простейшей системе. Условия равновесия

1.4.1 Приведение произвольной системы сил к силе и паре сил

Для приведения произвольной системы сил, как угодно расположенной на плоскости, к заданному центру используем теорему Пуансо: силу $\bar{F}$, приложенную к абсолютно твердому телу, можно, не изменяя оказываемого действия, переносить параллельно ей самой в любую точку тела *O*, прибавляя при этом пару с моментом ($\bar{F}, \bar{F}''$), равным моменту $m = m_o(\bar{F}) = Fh$ переносимой силы $\bar{F}$ относительно точки *O*, куда сила переносится (рис. 1.19).

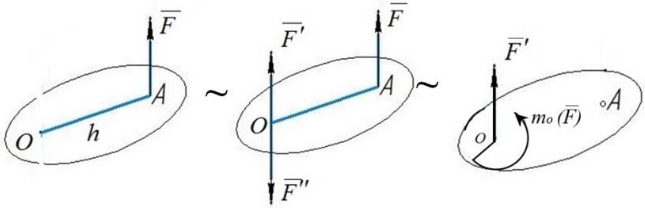


Рис. 1.19. Приведение силы к заданному центру

Процесс замены силы $\bar{F}$ силой $\bar{F}'$ и парой сил $\bar{F}, \bar{F}''$ называют приведением силы $\bar{F}$ к заданному центру *O*. Полученная система сил эквивалентна исходной силе: $(\bar{F}) \sim \left(\bar{F}', m_o(\bar{F})\right)$. Таким образом, любую произвольную систему сил $\left(\bar{F}_1, \bar{F}_2, ..., \bar{F}_n\right)$ (рис. 1.20), можно привести к заданному центру *O* в виде системы сходящихся сил в точке *O* и системы моментов этих сил относительно центра приведения *O*: $\left(\bar{F}_1', \bar{F}_2', ..., \bar{F}_n'\right)$ и $\left(m_o(\bar{F}_1), m_o(\bar{F}_2), ..., m_o(\bar{F}_n)\right)$.

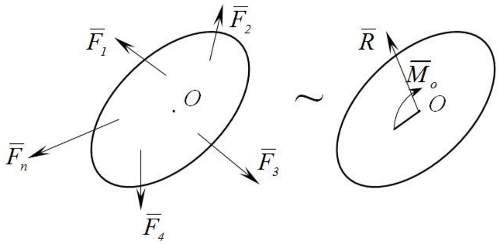


Рис. 1.20. Приведение произвольной системы сил к заданному центру

Систему сходящихся сил можно заменить одной равнодействующей силой $\overline{R}$, приложенной в точке пересечения линий действия сил и равной геометрической сумме их векторов:

$$\overline{R} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + ... + \overline{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \overline{F}_i,$$

где $\overline{R}$ – **главный вектор** системы сил.

Аналогично, систему моментов сил относительно центра приведения O можно заменить одним равнодействующим моментом $\overline{M}_o$, равным суммой векторных моментов сил относительно центра приведения:

$$\overline{M}_0 = \sum_{i=1}^{n} m_0(\overline{F}_i),$$

где $\overline{M}_o$ – **главный момент** системы сил.

1.4.2 Условия равновесия произвольной системы сил

Для равновесия произвольной системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы главный вектор системы сил $\overline{R}$ и главный момент этой системы $\overline{M}_o$ относительно любого центра приведения были равны нулю:

$$\bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i = 0, \quad \bar{M}_0 = \sum_{i=1}^{n} m_0(\bar{F}_i) = 0.$$

На практике часто используется аналитический метод решения векторных уравнений, согласно которому проекция суммы векторов на какую-либо ось равна сумме проекций слагаемых векторов на ту же ось. Таким образом, из векторных условий равновесия произвольной системы сил следует шесть независимых уравнений равновесия твердого тела относительно прямоугольной системы координат:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \sum_{i=1}^{n} F_{iz} = 0;$$

$$\sum_{i=1}^{n} m_x(\bar{F}_i) = 0; \sum_{i=1}^{n} m_y(\bar{F}_i) = 0; \sum_{i=1}^{n} m_z(\bar{F}_i) = 0.$$

Для равновесия произвольной системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил на каждую из координатных осей равна нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил относительно каждой оси равна нулю.

Из общих условий равновесия для произвольной системы сил получаются условия равновесия для частных систем сил, приложенных к твердому телу.

Рассмотрим различные формы аналитических условий равновесия.

1. Для равновесия плоской системы в координатах *XY* как угодно расположенных сил необходимо и достаточно, чтобы равнялись нулю как сумма проекций всех сил на каждую из двух любых координатных осей, лежащих в плоскости действия сил, так и сумма алгебраических величин моментов всех сил относительно любой точки той же плоскости:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0; \sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \sum_{i=1}^{n} m_O(\bar{F}_i) = 0. \qquad (1.1)$$

Для плоской системы параллельных сил (рис. 1.21) одну из осей координат *Ox* можно направить перпендикулярно к силам, а ось *Oy* можно выбрать параллельной силам. Тогда проекции всех сил на ось *Ox* будут равны нулю, а из (1.1) имеем следующие условия равновесия:

$$\sum_{i=1}^{n} F_{iy} = 0; \sum_{i=1}^{n} m_O(\bar{F}_i) = 0.$$

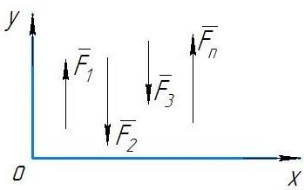


Рис. 1.21. Плоская система параллельных сил

Для равновесия плоской системы параллельных сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма сил была равна нулю и сумма алгебраических моментов относительно любой точки, находящейся в плоскости сил, также была равна нулю.

Из условий равновесия плоской системы сил (1.1) можно получить и условия равновесия плоской системы сходящихся сил, для чего за моментную точку надо взять точку пересечения линий действия сходящихся сил. Тогда из (1.1) останутся два первых условия.

2. *Теорема о трех моментах*. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов сил системы относительно трех любых точек, расположенных в плоскости действия сил и не лежащих на одной прямой, были равны нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} m_A(\bar{F}_i) = 0; \sum_{i=1}^{n} m_B(\bar{F}_i) = 0; \sum_{i=1}^{n} m_C(\bar{F}_i) = 0.$$

3. Для равновесия плоской системы сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов сил относительно двух любых точек, лежащих в плоскости действия сил были равны нулю и алгебраическая сумма проекций этих сил на какую-либо ось плоскости не перпендикулярную прямой, проходящей через две моментные точки, также была равна нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} m_A(\bar{F}_i) = 0; \ \sum_{i=1}^{n} m_B(\bar{F}_i) = 0; \ \sum_{i=1}^{n} F_{ix} = 0.$$

Для равновесия плоской системы параллельных сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы суммы алгебраических моментов сил относительно двух любых точек, лежащих в плоскости действия сил были равны нулю, т.е.

$$\sum_{i=1}^{n} m_A(\bar{F}_i) = 0; \ \sum_{i=1}^{n} m_B(\bar{F}_i) = 0. \tag{1.2}$$

При применении условий равновесия (1.2) удобно за моментные точки A и B брать точки, через которые проходят искомые силы, например реакции связей.

При составлении уравнений равновесия следует выбирать ту форму, которая приводит к более простой системе уравнений, в которой в каждое из уравнений входит по одному неизвестному. Следовательно, рекомендуется:

- проводить координатную ось, перпендикулярную какой-либо неизвестной силе, при составлении уравнений проекций на ось;

- брать центр моментов в точке, где пересекается больше неизвестных сил, при составлении уравнений моментов.

Пользуясь теоремой Вариньона при вычислении моментов, можно, разложить силу на две составляющие и находить момент как сумму моментов этих составляющих. Указанные условия равновесия используются для определения реакции опор, с помощью которых закрепляются различные конструкции – балки, фермы.

1.5 Основы кинематики

При движении тела все отдельные его точки в общем случае совершают различные движения, т.е. движутся по различным траекториям и имеют в каждый момент времени различные скорости и ускорения. Однако существуют кинематические характеристики, являющиеся одинаковыми для всех точек тела. Основными задачами кинематики твердого тела являются: 1) установление способа задания движения тела; 2) изучение кинематических характеристик движения; 3) определение траекторий, скоростей и ускорений всех точек движущегося тела.

Имеется два простейших вида движения твердого тела, комбинированием которых можно получить сложные его движения. Такими движениями твердого тела являются **поступательное движение и вращение вокруг неподвижной оси.**

1.5.1 Поступательное движение

Движение тела, при котором любая прямая, проведенная в теле, остается параллельной своему первоначальному положению, называется **поступательным** (рис. 1.24).

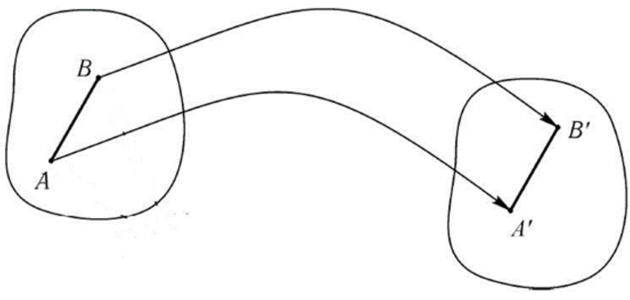


Рис. 1.24. Поступательно движение

Примерами поступательного движения могут служить движение кабины лифта, ступени эскалотора, движение гондолы колеса обозрения. В первых двух примерах траектории любых точек движущихся тел будут прямые линии, в последнем – окружности. Свойства поступательного движения характеризует следующая теорема: при поступательном движении все точки твердого тела имеют одинаковые траектории, скорости и ускорения. Следствия из теоремы:

1) поступательное движение твёрдого тела определяется движением одной из его точек;

2) если скорость поступательного движения постоянна (V=const), то все точки тела совершают прямолинейное и равномерное движение.

1.5.2 Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси

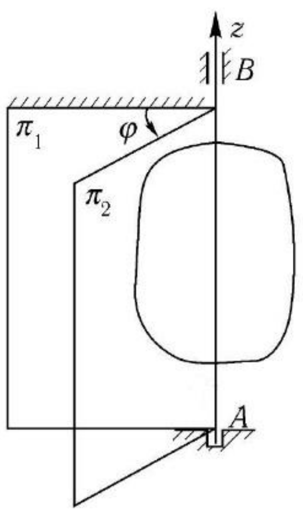


Рис. 1.25. Вращательное движение

Вращательным движением называется движение, при котором две его точки A и B твёрдого тела (рис. 1.25) остаются неподвижными. Прямая линия, соединяющая эти две точки, называется **осью вращения**. Через ось вращения проходят две плоскости π_1 и π_2, одна из которых жёстко закреплена, другая связана с телом. Положение тела задаётся с помощью угла поворота φ.

Положение тела в любой момент времени t определяется уравнением вращательного движения $\varphi=\varphi(t)$. Угол φ считается положительным, если он откладывается против часовой стрелки, и отрицательным – в противоположном направлении, если смотреть с положительного направления оси Oz. Траектории точек тела при его вращении вокруг неподвижной оси являются окружностями.

Главными кинематическими характеристиками вращательного движения являются угловая скорость ω (рад/с) и угловое ускорение ε (рад/$с^2$). Вращательное движение в технике встречается в подавляющем большинстве механизмах и машинах (валы, зубчатые колеса, кривошипы и т.д.). Часто там вместо угловой скорости, при равномерном вращении тела (т.е. при ω=const) пользуются понятием частота вращения, которое показывает число оборотов в минуту n (об/мин). Зависимость между угловой скоростью и числом оборотов в минуту определяется по формуле

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

Вращательное движение относится только к телу, но не к точке; так, например, движение точки по окружности есть не вращательное движение, а криволинейное. Если знаки угловой скорости и углового ускорения совпадают, то такое вращательное движение называется ускоренным, если противоположны – замедленным.

Если тело вращается вокруг неподвижной оси с постоянной угловой скоростью, то движение называется **равномерным вра-**

щательным. Если угловая скорость вращающегося тела с течением времени меняется, то движение называется **неравномерным вращательным**. Вращение тела вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением называется **равнопеременным вращательным движением.**

В таблице 1.1 приведены различные случаи движения для вращательного и поступательного движения.

Таблица 1.1 – Кинематические характеристики точки и тела

<table>
<tr><td rowspan="4">Кинематические характеристики</td><td colspan="5">Расчетные зависимости</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Характер движения</td><td colspan="4">Вид движения</td></tr>
<tr><td colspan="2">поступательное</td><td colspan="2">вращательное</td></tr>
<tr><td>точки</td><td>тела</td><td>точки</td><td>тела</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Перемещение</td><td>Неравномерное</td><td colspan="2">$S = f(t)$</td><td colspan="2">$\varphi = f(t)$</td></tr>
<tr><td>Равномерное</td><td colspan="2">$S = Vt$</td><td colspan="2">$\varphi = \omega t$</td></tr>
<tr><td>Равнопеременное</td><td colspan="2">$S = V_0 t \pm \frac{at^2}{2}$</td><td colspan="2">$\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t}{2}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Скорость</td><td>Неравномерное</td><td colspan="2">$V = \frac{dS}{dt}$</td><td>$V = \omega R$</td><td>$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$</td></tr>
<tr><td>Равномерное</td><td colspan="2">$V = const$</td><td colspan="2">$\omega = const$</td></tr>
<tr><td>Равнопеременное</td><td colspan="2">$V = V_0 \pm at$</td><td colspan="2">$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Ускорение касательное a_τ Ускорение нормальное a_n</td><td>Неравномерное</td><td colspan="2">$a_\tau = \frac{dV}{dt}$
$a_n = \frac{V^2}{R}$
$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$</td><td colspan="2">$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$
$a_n = R\omega^2$
$a_\tau = R\varepsilon$
$a = R\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$</td></tr>
<tr><td>Равномерное</td><td colspan="2">$a = 0$</td><td colspan="2">$\varepsilon = 0$</td></tr>
<tr><td>Равнопеременное</td><td colspan="2">$a = const$</td><td colspan="2">$\varepsilon = const$</td></tr>
</table>

Отличие формул состоит в том, что при вращательном движении вместо линейного перемещения S берётся угловое перемещение φ, вместо линейной скорости V – угловая скорость ω, вместо линейного ускорения a – угловое ускорение ε.

1.5.3 Сложное движение точки

В предыдущих разделах движение точки рассматривалось по отношению к одной системе координат, которую полагали неподвижной. В ряде случаев целесообразно изучать движение одновременно в двух системах отсчета, одна из которых условно считается неподвижной, а вторая (подвижная) определенным образом движется по отношению к первой. Движение точки по отношению к неподвижной системе координат называется абсолютным и сложным, которое состоит из относительного и переносного. Траектория, скорость, ускорения этого движения называются абсолютными и обозначаются индексом V, ускорение без индекса. Движение точки по отношению к подвижной системе координат называется относительным, характеристики этого движения обозначают индексом r. Переносным движением точки называют движение, которое она совершает вместе с подвижной системой отсчёта. Скорость и ускорение в переносном движении обозначаются с индексом e. На рис. 1.26 показана схема движения точки.

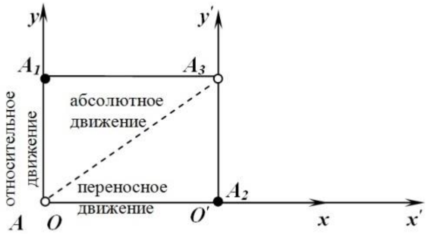


Рис. 1.26. Схема движения точки

Пусть xoy – подвижная система координат, перемещающаяся в плоскости чертежа равномерно поступательно вдоль оси x; точка A равномерно перемещается вверх по оси y.

При относительном движении точка A перейдет в положение A_1. При переносном движении точка A попадет в положение A_2. При одновременно относительном и переносном движении, точка A перейдет в положение A_3. Если необходимо изучить относительное движение точки, то следует мысленно остановить переносное движение, если необходимо изучить переносное движение точки, то следует мысленно остановить относительное движение.

Связь между абсолютной, относительной и переносной скоростями устанавливает **теорема о сложении скоростей** – абсолютная скорость точки равна векторной сумме относительной и переносной скоростей

$$\overline{V} = \overline{V_e} + \overline{V_r},$$

где V – вектор абсолютной скорости; V_e – вектор переносной скорости; V_r – вектор относительной скорости.

1.5.4 Плоскопараллельное (плоское) движение твердого тела

Плоскопараллельным или плоским движением твердого тела называется такое движение, при котором все точки тела перемещаются в плоскостях, параллельных какой-то одной плоскости, называемой **основной**.

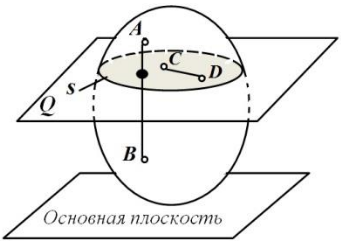


Рис. 1.27. Плоскопараллельное движение тела

Следовательно, любая прямая AB, проведенная в теле перпендикулярно основной плоскости, движется поступательно (рис. 1.27). Для определения движения тела на каждой прямой, перпендикулярной основной плоскости, надо знать движение только одной точки.

Взяв эти точки в одной плоскости *Q*, параллельной основной, получим сечение *S*, движение которого определяет движение тела, а именно движение двух любых его точек *C* и *D* или отрезка *CD*. Следовательно, плоскопараллельное движение тела сводится к вопросу о движении отрезка прямой в плоскости, параллельной основной. Примерами плоскопараллельного движения могут служить движение колеса на прямолинейном участке пути, движение шатуна кривошипно-ползунного механизма. Плоское движение можно разложить на поступательное и вращательное.

Теорема: всякое плоскопараллельное перемещение твердого тела может быть получено с помощью одною поступательного и одного вращательного движения.

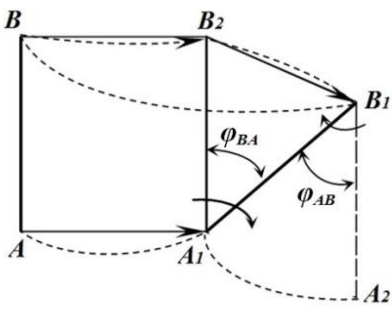


Рис. 1.28. Сложное движение тела

Пусть за время Δt отрезок *AB*, определяющий плоскопараллельное движение тела, переместился в положение A_1B_1 (рис. 1.28). Предположим, что отрезок AB вначале перемещался только поступательно и перешел в положение A_1B_2, после чего его можно переместить в положение A_1B_1 посредством только вращательного движения вокруг точки A_1. Видно, что сложное плоскопараллельное движение состоит из двух простейших движений: поступательного и вращательного, причем можно считать, что эти движения происходят одновременно

$$\bar{V}_B = \bar{V}_A + \bar{V}_{BA},$$

где V_B – вектор абсолютной скорости точки B; V_A – вектор абсолютной скорости точки A; V_{BA} – вектор скорости точки B в относительном вращательном движении отрезка AB вокруг точки A, направленный перпендикулярно отрезку AB.

Плоскопараллельное движение тела может осуществляться путем одновременно происходящих вращательного и поступательного движений; поступательное движение можно считать переносным, а вращательное – относительным.

Точку, вокруг которой происходит относительное вращательное движение, называется **полюсом**. Из рис. 1.28 видно, что направление относительного вращения и угол поворота отрезка AB за какой-то промежуток времени не зависят от выбора полюса, т.е. $\varphi_{BA} = \varphi_{AB}$. При разложении плоскопараллельного движения на поступательное и вращательное поступательная часть движения в общем случае зависит от выбора полюса, а вращательная часть движения от выбора полюса не зависит.

Изучение кинематических характеристик точки и твердого тела является основой при изучении кинематического анализа механизмов в теории механизмов и машин.

2 ТЕОРИЯ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Как наука теория механизмов и машин (ТММ) начала формироваться в конце XVIII – начале XIX вв. под названием «Прикладная механика» вследствие бурного развития машинного способа производства и механических процессов в промышленности. В истории развития ТММ можно выделить четыре периода: 1) период эмпирического машиностроения (до начала XIX века). В это время изобретается большое количество простых машин и механизмов: подъемники, мельницы, камнедробилки, ткацкие и токарные станки, паровые машины (Леонардо да Винчи, И.И Ползунов, Джеймс Уатт, Л. Эйлер и др.); 2) период начала развития ТММ (от начала до середины XIX века). В это время разрабатываются кинетостатика (Гюстав де Кориолис), классификация механизмов по функции преобразования движения (Гаспар Монж) и другие разделы; 3) период фундаментального развития ТММ (от второй половины XIX века до начала XX века). Русскими учеными П.Л. Чебышевым, И.А. Вышнеградским, Л.В. Ассуром, Н.Е. Жуковским и др. были заложены основы теории механизмов и машин; 4) период интенсивного развития всех направлений ТММ как в России, так и за рубежом (от начала XX века до настоящего времени). Существенный вклад в становление механики машин и механизмов внес академик И.И. Артоболевский (1905 – 1977) – организатор советской школы теории механизмов и машин, а также другие русские ученые: Н.И. Левитский, К.В. Фролов, Л.Н. Решетов, М.Л. Новиков и др. [4-8].

При изучении любого конкретного механизма или машины приходится рассматривать ряд вопросов, относящихся в равной мере ко всем механизмам или к некоторой группе механизмов. К таким вопросам относятся:

1. Изучение траекторий, описываемых отдельными точками механизма;

2. Определение скоростей и ускорений отдельных точек звеньев механизма;

3. Определение угловых скоростей и ускорений отдельных звеньев механизма;

4. Определение сил, действующих на звенья механизма;

5. Изучение вредных сопротивлений;

6. Определение механического КПД;

7. Изучение характера движения механизма или машины в зависимости от приложенных сил;

8. Изучение вопросов регулирования хода машины;

9. Изучение уравновешенности механизмов и машин и ряд других вопросов.

Таким образом, **теория механизмов и машин** – научная дисциплина, которая изучает строение (структуру), кинематику и динамику механизмов в связи с их анализом (методом исследования) и синтезом (проектированием) (И.И. Артоболевский).

2.1 Основные понятия о машине и механизме

2.1.1 Машина и ее составляющие. Виды машин

Широкий класс самых различных объектов охватывается понятием «машина». **Машина** – это техническое устройство, выполняющее механическое движение для преобразования энергии, материалов, информации с целью замены или облегчения физического и умственного труда человека.

В зависимости от функционального назначения различают:

1. **Энергетические машины**, преобразующие энергию одного вида в энергию другого вида. Эти машины бывают двух видов:

двигатели, преобразующие любой вид энергии в механическую энергию (электродвигатели, двигатели внутреннего сгорания) и **генераторы**, преобразующие механическую энергию в энергию другого вида (электрогенератор, турбина);

2. **Рабочие машины,** использующие механическую энергию для совершения работы по перемещению (**транспортные машины**) и преобразованию материалов **(технологические машины**). К транспортным относятся самолеты, поезда, автомобили и т.д. В технологических машинах происходит преобразование формы, размеров, свойств материала, к ним относятся металлообрабатывающие станки, прокатные станы и др.;

3. **Информационные** машины, предназначенные для получения, обработки и преобразования информации. Они подразделяются на: **математические**, преобразующие входную информацию в математическую модель исследуемого объекта и **контрольно-управляющие машины**, преобразующие входную информацию (программу) в сигналы управления рабочей или энергетической машиной.

Машина в общем виде состоит из основных частей: машина-двигатель, передаточный механизм, исполнительное устройство (механизм) и система управления. **Машина-двигатель** преобразует какой-либо вид энергии в механическую энергию. **Передаточный механизм** предназначен для передачи энергии от двигателя к исполнительному механизму с преобразованием вида движения, например, кулачковый, зубчатый, рычажный механизмы. Двигатель и передаточный механизм входят в **привод**, который предназначен для обеспечения кинематических и силовых характеристик исполнительного механизма. **Исполнительный механизм** предназначен для выполнения непосредственно технологического или рабочего процесса, для которого предназначен механизм.

2.1.2 Общая классификация деталей и узлов машин

Деталь – это изделие из однородного материала, изготовленное без сборочных операций.

Сборочная единица – это изделие, полученное соединением посредством сборочных операций (свинчивание, клепка, сварка и т.п.) нескольких деталей.

Узел – законченная сборочная единица, выполняющая определенное функциональное назначение. Например, подшипник качения, муфта, редуктор и т.д.

Все детали и узлы общемашиностроительного применения по своему функциональному назначению объединены в следующие группы:

- соединения – неподвижные связи деталей в изделии, предназначенные для фиксации взаимного положения деталей и объединения их в сборочные единицы различного уровня. К ним относятся резьбовые, сварные, шпоночные и другие соединения;

- механические передачи – устройства для передачи энергии и движения от двигателя к исполнительному механизму машины; к ним относятся: зубчатые передачи, червячные, волновые, фрикционные, ременные, цепные и передача винт-гайка;

- детали и узлы для осуществления вращательного движения: валы, оси, подшипники скольжения и качения, муфты приводов;

- опорные детали машин и узлы: корпуса, станины, стойки, кронштейны и др.;

- устройства для смазывания (форсунки, штуцеры, жиклеры) **и защиты элементов конструкции от загрязнений** (уплотнения, фильтры, кожухи, крышки);

- упругие элементы (пружины, рессоры, амортизаторы).

2.1.3 Основные требования, предъявляемые к машинам, узлам и деталям

Совершенство конструкции и качество любой машины и составляющих её узлов и деталей определяется в основном такими показателями как **работоспособность, надежность, технологичность, экономичность и эргономичность,** где основными требованиями являются удобство, безопасность обслуживания и управления, а также внешний вид (техническая эстетика).

Работоспособность – способность изделия, выполнять заданные функции при сохранении своих параметров, установленных технической документацией. Утрату работоспособности называют **отказом,** который может, связан с разрушением деталей или с нарушением технического обслуживания за машиной.

Важными характеристиками исправности и работоспособности изделий являются:

– **предельное состояние** – это состояние технического объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация невозможна из-за нарушений требований безопасности или неустранимого ухода заданных параметров;

– **срок службы** – календарная продолжительность эксплуатации изделия от её начала до наступления предельного состояния;

– **наработка** – продолжительность или объем работы изделия (в часах, километрах пробега, числах циклов нагружений и др.);

– **ресурс** – суммарная наработка изделия от начала эксплуатации до перехода в предельное состояние (в часах, километрах пробега и др.).

Надежность – это свойство изделия выполнять заданные функции, сохраняя свои эксплуатационные показатели в установленных пределах в течение заданного времени. Как комплексное свойство она характеризуется **долговечностью** (свойство изделия сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при соблюдении нормального технического обслуживания и ремонтов), **безотказностью** (свойство изделия непрерывно сохранять работоспособность в течение заданного времени)**, ремонтопригодностью** (свойство в приспособленности изделия к предупреждению, обнаружению и устранению отказов и неисправностей путем проведения технического обслуживания и ремонтов) и **сохраняемостью** (свойство изделия непрерывно сохранять исправность в течение и после хранения и транспортирования).

Технологичность конструкции определяется изготовлением всех её элементов с минимальными затратами труда, времени и средств при обеспечении заданного качества деталей, узлов и машины в целом. Технологичность тесно связана с масштабом и условиями производства. Например, сварная конструкция, будучи технологичной при индивидуальном производстве, может оказаться нетехнологичной при серийном и массовом производствах, где более целесообразно применять литье или штамповку.

Экономичность изделий оценивается затратами на проектирование, стоимостью материалов, затратами на изготовление, эксплуатацию и ремонт. Экономичность деталей и узлов достигается оптимизацией их формы и размеров из условия минимизации массогабаритных характеристик, обеспечения минимума материалоемкости, энергоемкости и трудоемкости производства.

2.1.4 Механизм и его составляющие

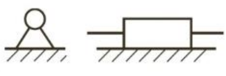
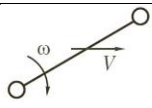
Механизмом называется система твердых тел (звеньев), предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел (звеньев) в требуемое движение других тел (звеньев). Каждый механизм состоит из звеньев или деталей. **Звеном** называется деталь или группа деталей, соединенных между собой жестко, входящих в механизм и движущихся как одно целое. Звенья делятся на подвижные и неподвижные. Неподвижное звено механизма называется стойкой. Из подвижных звеньев выделяют входные, промежуточные и выходные звенья. Входным звеном является звено, которому сообщается движение от источника энергии, выходным звеном – звено, которому передается движение от других звеньев, и оно совершает требуемое движение, для выполнения которого предназначен механизм. Звенья с заданным законом движения называются ведущими, остальные ведомые, законы движения которых определяются движением ведущих.

Различают механизмы **плоские и пространственные**. Механизм, звенья которого движутся в различных плоскостях, называется **пространственным**. Механизм считают **плоским**, если его звенья движутся в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

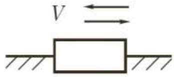
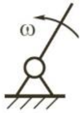
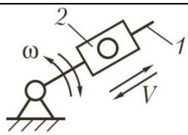
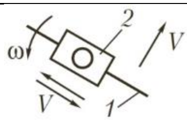
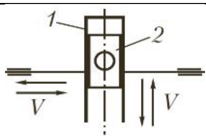
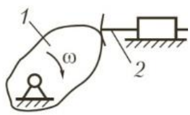
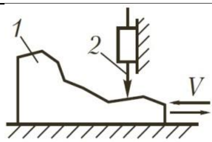
В современном машиностроении применяются машины и механизмы с абсолютно твердыми (жесткими), упругими и гибкими звеньями. К упругим относятся пружины, мембраны и другие элементы, упругая деформация которых вносит существенные изменения в работу механизма; к гибким – ремни, цепи, канаты.

Основные виды звеньев приведены в таблице 2.1.

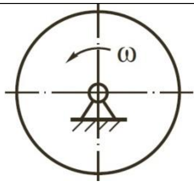
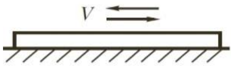
Таблица 2.1. Основные виды звеньев механизмов

Название	Условное изображение на схемах	Движение	Особенности
Стойка		Отсутствует	
Шатун		Сложное	Нет пар, связанных со стойкой

Продолжение таблицы 2.1

Название	Условное изображение на схемах	Движение	Особенности
Ползун		Возвратно-поступательное	Направляющая неподвижна
Кривошип		Вращательное	Полный оборот
Коромысло		Качательное	Неполный оборот Возвратно-вращательное движение
Кулиса (1) Камень (2)		Вращательное колебательное	Направляющая подвижна
Кулиса (1) Камень (2)		Сложное	Направляющая подвижна
Кулиса (1) Камень (2)		Возвратно-поступательное	Направляющая подвижна
Кулачок (1) Толкатель (2)		Вращательное колебательное	Профиль определяет движение ведомого звена
Кулачок (1) Толкатель (2)		Возвратно-поступательное	Профиль определяет движение ведомого звена

Окончание таблицы 2.1

Название	Условное изображение на схемах	Движение	Особенности
Зубчатое колесо		Вращательное колебательное	Зубчатый профиль
Фрикционное колесо		Вращательное колебательное	
Рейка		Возвратно-поступательное	Может иметь зубчатый профиль

2.2 Кинематические пары, цепи и их классификация

Для свободного звена (рис. 2.1) в пространстве число степеней свободы равно шести: три возможных перемещения вдоль неподвижных координатных осей и три – вращение вокруг этих осей.

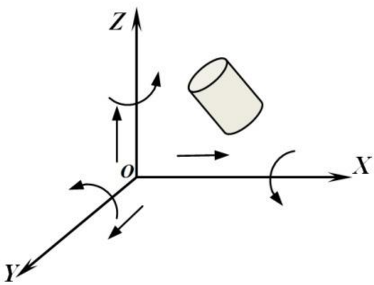


Рис. 2.1. Свободное тело в пространстве

Для обеспечения требуемого движения выходного звена звенья механизма надо определенным образом соединить между собой. Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное перемещение, называется **кинематической парой**.

Для звеньев, входящих в кинематическую пару, **число степеней свободы *W*** в их относительном движении всегда меньше шести, так как накладываемые ограничения, называемые **условиями связи *S***, уменьшает число независимых возможных перемещений. Количество условий связи, наложенных на кинематическую пару, определяет класс пары, который изменяется в пределах $1 \leq S \leq 5$.

Между числом степеней свободы и условиями связи установлена зависимость ***W*=6–*S***.

При S=6, W=0 – кинематическая пара представляет собой жесткое соединение, при S=0, W=6 – кинематическая пара размыкается и прекращает свое существование.

Кинематические пары (КП) классифицируются по следующим признакам:

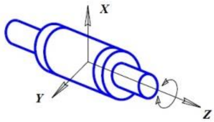
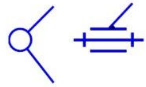
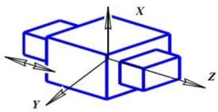
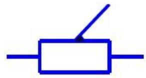
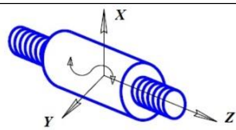
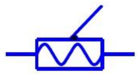
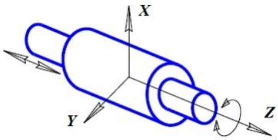
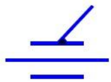
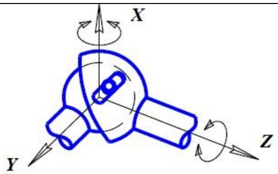
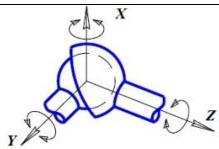
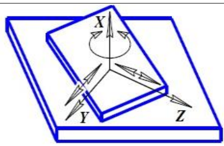
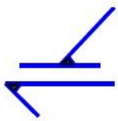
1) по виду места контакта подразделяются на **высшие** (элементом соприкосновения двух звеньев является точка или линия) и **низшие** (элементом соприкосновения двух звеньев – поверхность). Достоинством высших КП является возможность воспроизводить достаточно сложные относительные движения при малых потерях на трение. Низшие обладают высокой нагрузочной способностью, с точки зрения динамики они работают надежнее, чем высшие, а также их легче технологически изготовить;

2) по относительному движению звеньев, образующих **вид пары**;

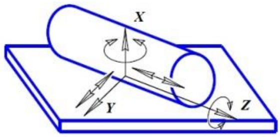
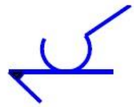
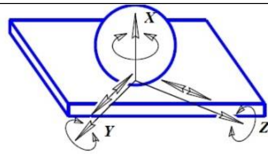
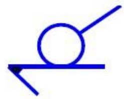
3) по числу условий связи S, накладываемых на относительное движение звеньев, определяется **класс кинематической пары** – p_s.

В таблице 2.2 приведены примеры кинематических пар, их подвижности и обозначения на схемах.

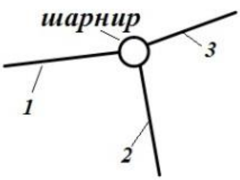
Таблица 2.2. Кинематические пары и их условное обозначение

S / W	Схема пары и ее подвижность	Вид пары (вид место контакта)	Условные обозначения
5 / 1		Вращательная – шарнир (низшая КП) p_5	
5 / 1		Поступательная-ползун (низшая КП) p_5	
5 / 1		Винтовая (низшая КП) p_5	
4 / 2		Цилиндрическая (низшая КП) p_4	
4 / 2		Сферическая с пальцем (низшая КП) p_4	
3 / 3		Сферическая (низшая КП) p_3	
3 / 3		Плоскостная (низшая КП) p_3	

Окончание таблицы 2.2

S / W	Схема пары и ее подвижность	Вид пары (вид место контакта)	Условные обозначения
2 / 4		Цилиндр-плоскость (высшая КП) p_2	
1 / 5		Шар – плоскость (высшая КП) p_1	

Система звеньев, образующих между собой кинематические пары, называется **кинематической цепью**. Цепи делят на открытые (незамкнутые) и замкнутые, простые и сложные.



$P_5 = n - 1$

Рис. 2.2. Сложные шарниры

В открытой цепи имеются звенья, входящие только в одну кинематическую пару. В замкнутой цепи каждое звено входит не менее в чем две кинематические пары.

Если в механизм входят сложные шарниры, соединяющие более двух звеньев (рис. 2.2), число кинематических пар p в таком шарнире на единицу меньше.

2.3 Степень подвижности (свободы) механизма

До образования механизма каждое из n подвижных звеньев имело по шесть степеней свободы, т.е. всего было $6n$ степеней свободы. Каждая из p_5 кинематических пар налагает на относительное движение звена 5 условий связи, каждая из p_4 пар 4-го класса – по 4 условия связи и т.д. Тогда число W – **степень по-**

движности механизма будет определяться по формуле Сомова-Малышева для **пространственного механизма**, звенья которого движутся в различных плоскостях:

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \tag{2.1}$$

где n – число подвижных звеньев; p_5, p_4, p_3, p_2, p_1 – число кинематических пар соответствующего класса.

Степень подвижности в механизме соответствует числу его входных звеньев. Координаты входных звеньев (линейные и угловые) полностью определяют положение всех звеньев механизма. Такие координаты в механике принято называть обобщенными, их количество можно определить по формуле (2.1).

Движение звена в плоскости накладывает дополнительно три связи, препятствующие его движению в других плоскостях. Поэтому в плоском движении возможны только три независимых движения, а в **плоском механизме**, где его звенья движутся в одной плоскости или параллельных плоскостях, существуют только кинематические пары одноподвижные (5-го класса) и двухподвижные (4-го класса). Они накладывают соответственно две или одну связь на относительное движение звеньев. Тогда формула (2.1) для плоского механизма принимает вид (формула П.Л. Чебышева):

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \tag{2.2}$$

При этом в число пар 5-го класса p_5 входят низшие вращательные и поступательные пары, а в число p_4 пар 4-го класса входят высшие пары.

Рассмотрим **рычажные механизмы**, где все его звенья соединены между собой только низшими кинематическими парами, следовательно число пар 4-го класса p_4=0. Для этого рассмотрим структурную или кинематическую схему механизма.

Структурная схема механизма – графическое изображение схемы механизма (без соблюдения масштаба), на которой указываются неподвижные и подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение.

Кинематическая схема механизма – структурная схема с указанием закона движения для входного (ведущего) звена и размеров звеньев (с соблюдением масштаба). На рис. 2.3 изображена структурная схема **кривошипно-ползунного механизма**. Неподвижное звено (стойка 0) с рычагом 1 образуют **кривошип**, совершающий вращательное движение вокруг неподвижной оси, звенья 2, 3, 4, 5, 6 – **шатуны**, образующие кинематические пары только с подвижными звеньями и совершающие плоскопараллельное движение, звено 7 – **ползун**, совершающий возвратно-поступательное движение. Подвижных звеньев n=7, кинематических пар 5-го класса p_5=10 (шарниры *A, B, C, D, E, F, I, H, G*) и поступательная пара (ползун *K*).

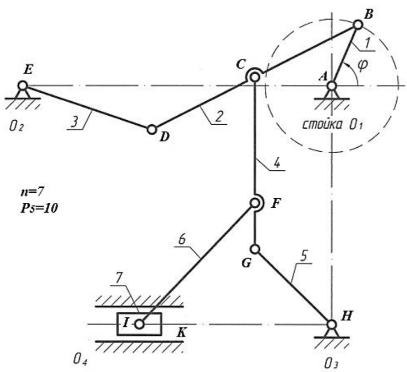


Рис. 2.3. Структурная схема механизма

Подставив n, p_5 в формулу (2.2), получим W=1. Следовательно, в механизме существует одно независимое движение, которое можно реализовать вращением звена 1. Угловая координата φ этого звена является обобщенной координатой механизма.

На рис. 2.4 представлена схема кривошипно-коромыслового механизма (шарнирный четырехзвенный механизм), где звено 3 называется **коромыслом**, так как совершает качательное движение вокруг неподвижной оси. Данный механизм служит для преобразования одного вида вращательного движения в другое.

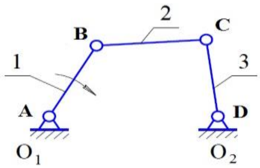


Рис. 2.4. Схема кривошипно-коромыслового механизма

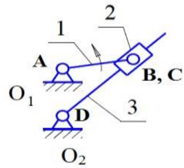


Рис. 2.5. Схема кулисного механизма

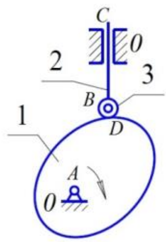
На рис. 2.5 представлена схема кулисного механизма, где звено 3 вращающееся вокруг неподвижной оси и образующее с другим подвижным звеном поступательную пару, называется **кулисой**, в пазу которой перемещается ползун (**кулисный камень** 2). Кулисный механизм служит для преобразования одного вида вращательного движения в другое.

Для механизмов, представленных на рис. 2.4, 2.5 степень подвижности механизма W=1, это классический механизм, который далее можно подвергать структурному анализу. Но есть случаи, когда степень подвижности механизма W не равна единице.

Рассмотрим примеры таких механизмов:

1) Кулачковый механизм.

Строение механизма: 1 – кулачок; 2 – толкатель; 3 – ролик (рис. 2.6). Определим степень подвижности W кулачкового механизма (рис. 2.6, а) по формуле Чебышева. Число подвижных звеньев n=3, кинематических пар 5-го класса p_5=3 (шарниры A, B и поступательная пара C), кинематических пар 4-го класса p_4=1 (D – высшая кинематическая пара). Подставив значения в формулу (2.2), получим W=2, т.е. механизм с лишней степенью свободы, которую дает ролик 3, вращаясь вокруг своей собственной оси. Рабочая часть звена 3 имеет круглую форму, его движение не влияет на кинематику остальных звеньев механизма.



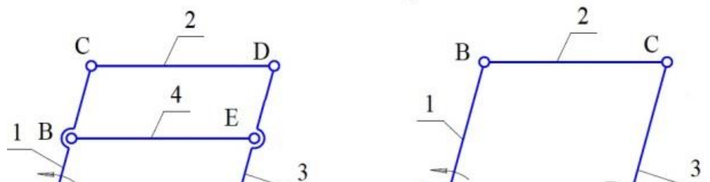
а) б)

Рис. 2.6 Кулачковый механизм

При исключении лишней степени свободы, т.е. при исключении ролика 3 (рис. 2.6, б), характер движения других звеньев не изменится, степень свободы механизма в целом будет равна W=1 (n=2, p_5=2, p_4=1). Лишняя степень свободы применяется в механизмах для увеличения КПД и уменьшения износа в результате замены трения скольжения трением качения.

2) Механизмы с пассивными связями.

Определим степень подвижности W механизма (рис. 2.7, а) по формуле Чебышева. Число подвижных звеньев n=4, кинематических пар 5-го класса p_5=6 (шарниры *A, B, C, D, E, F*).



а) б)

Рис. 2.7 Механизм с пассивной связью

Подставив значения в формулу (2.2), получим W=0, что говорит о наличии пассивного звена. **Пассивными связями** называются связи, не влияющие на кинематику механизма, но вызывающие статическую неопределенность, так как данная схема может представлять ферму, т.е. геометрически неизменяемую систему. Если из схемы удалить звено 4, то кинематика остальных звеньев не изменится (рис. 2.7, б). Тогда будет: n=3; p_5=4; W=1, т.е. данная схема представляет механизм с одной степенью свободы.

Заранее учесть в механизме наличие пассивных связей трудно. Их можно обнаружить при более детальном обследовании механизма, когда пассивные связи появляются в случае параллельных или совпадающих траекторий. Пассивные связи применяются в механизмах для увеличения жесткости и прочности механизма или распределения нагрузки и для прохождения звеньев через мертвые положения. При определении степени (свободы) подвижности механизма и проведение дальнейшего структурного анализа пассивные связи и лишние степени свободы не учитываются.

2.4 Структурный анализ механизма

Структурным анализом называется разложение кинематической цепи на ведущие звенья и структурные группы. Структурный анализ возможен, если соблюдаются следующие требования:

1) число входных звеньев равняется числу степеней свободы механизма;

2) входное звено входит в кинематическую пару со стойкой;

3) все кинематические пары низшие, т.е. 5-го класса.

Если в механизм входят пары высшего класса (4-го), то их следуют заменить кинематической цепью, состоящей только из пар низшего класса (5-го). Каждая высшая пара может быть заменена одним звеном с двумя низшими парами, вид которых зависит от соприкасающихся поверхностей звеньев. При такой замене не изменяется ни движение звеньев механизма, ни его степень подвижности.

Правило замены. В точке контакта звеньев проводят нормаль и определяют положения центров кривизны соприкасающихся поверхностей, в центре кругов кривизны ставят условные шарниры и между ними добавочное звено. Если радиус кривизны одной из соприкасающихся поверхностей оказывается бесконечным, то элемент высшей кинематической пары заменяют элементом поступательной пары, относящимся к добавочному звену. Примеры замены показаны на рис. 2.8, где высшие кинематические пары представлены: а – двумя кривыми; б – кривой и прямой; в – кривой и точкой; г – прямой и точкой. Радиусы кривизны кривых, образующих пары 4-го класса, обозначены ρ_1, ρ_2, а их центры кривизны – C_1, C_2.

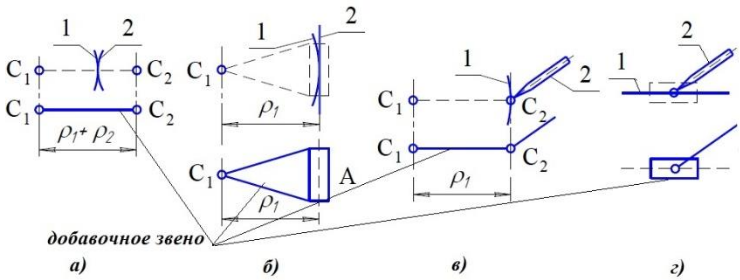


Рис. 2.8. Примеры замены высших кинематических пар

В основе структурного анализа лежит метод образования рычажных механизмов, сформулированный русским ученым Л.В. Ассуром и в дальнейшим усовершенствованный И.И. Артоболевским. Метод основан на последовательном присоединении (наслоении) структурных групп звеньев (**групп Ассура**) к механизмам 1-го класса.

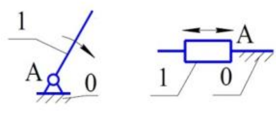


Рис. 2.9. Механизм 1-го класса

Механизм 1-го класса или **начальным механизмом** (рис. 2.9) состоит из входного звена и стойки, соединенных между собой низшей парой 5-го класса (вращательной или поступательной). Любой механизм 1-го класса имеет степень подвижности W=1, так как в этой системе звеньев существует одно независимое движение, указанное стрелкой.

Группой Ассура называется совокупность звеньев (кинематическая цепь), соединенных низшими кинематическими парами 5-го класса, имеющая степень подвижности W, равную нулю. Присоединение групп Ассура к начальному механизму не изменяет степень подвижности кинематической цепи в целом. Тогда согласно формуле Чебышева: $W=3n-2p_5=0$ или $p_5=3n/2$. Число звеньев и пар может быть только целым числом, то в группах Ассура число звеньев n должно быть четным, а число пар 5-го класса – кратно трем.

Самая простая группа Ассура 2-го класса содержит два звена и три кинематические пары 5-го класса (вращательные – *В* и поступательные – *П*). У групп Ассура различают порядок, который определяется числом внешних кинематических пар, присоединяемых к механизму. Звенья, с помощью которых группа присоединяется, называются поводками. Группы Ассура 2-го класса 2-го порядка имеют пять видов (*В* – вращательная пара, *П* – поступательная пара), которые представлены на рис. 2.10.

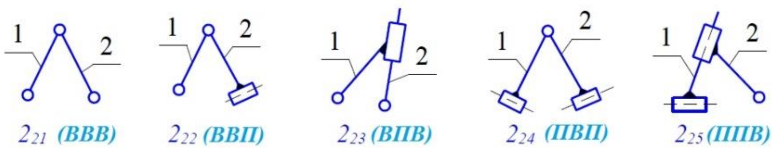


Рис. 2.10. Структурные группы Ассура 2-го класса 2-го порядка

Класс структурной группы с числом звеньев больше двух равен числу кинематических пар, входящих в замкнутый контур, образованный внутренними кинематическими парами. Группы Ассура различных классов показаны на рис. 2.11.

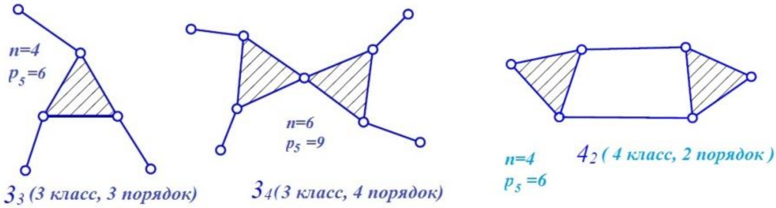


Рис. 2.11. Структурные группы 3 и 4 класса

Класс механизма определяется по наивысшему классу группы Ассура, входящей в механизм.

Порядок проведения структурного анализа:

1. Пронумеровать звенья арабскими цифрами, включая стойку (неподвижное звено), начиная от входного (ведущего) звена. Кинематические пары обозначить буквами латинского алфавита, указав вид пар. При наличии высших кинематических пар необходимо заменить их звеньями с низшими кинематическими парами.

2. Подсчитать степень подвижности (свободы) механизма по формуле Чебышева, не учитывая пассивные связи и лишние степени свободы, которые не оказывают влияние на характер движения механизма.

3. Отделить структурные группы, наиболее удаленные от входного звена, начиная с самой простой группы Ассура, группы второго класса. При этом необходимо проверять замкнутость кинематической цепи, и чтобы степень подвижности кинематической цепи до и после отделения оставалась неизменной. Если нельзя отделить группу второго класса, то делают попытку отделить структурную группу более высокого класса. Отделение структурных групп происходит до тех пор, пока не останется одно или не-

сколько входных звеньев и стойка, т.е. механизм первого класса. Кинематическая пара и звено могут входить только в одну структурную группу или механизм первого класса.

4. Записать формулу строения механизма, начиная с механизма первого класса и далее в порядке присоединения структурных групп.

5. Определить класс механизма по классу наивысшей группы, входящей в его состав (формулу строения).

На рис. 2.12 графически представлен структурный анализ механизма с отделением групп Ассура и определением их класса, порядка и вида. Записана формула строения, определен класс механизма.

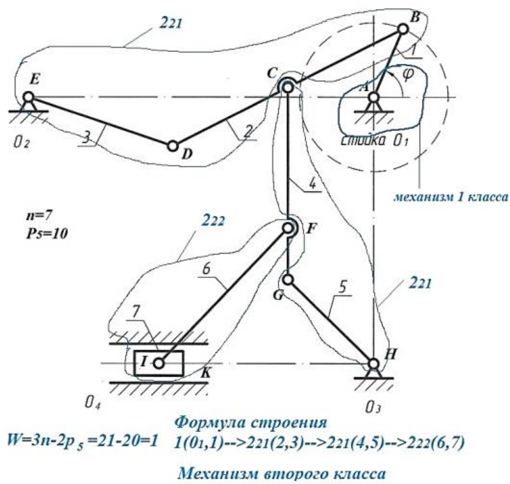


Рис. 2.12. Структурный анализ механизма

2.5 Кинематический анализ рычажных механизмов

Цель кинематического анализа рычажных механизмов – изучение движения звеньев механизмов вне зависимости от сил, действующих на эти звенья. При этом решаются следующие задачи:

1. Определение положения звеньев и траектории движения точек этих звеньев.

2. Определение угловых скоростей звеньев и линейных скоростей их точек.

3. Определение угловых ускорений звеньев и линейных ускорений их точек.

Существует два способа решения этих задач: **графический** и **аналитический.**

Аналитический метод кинематического исследования.

Задача кинематического анализа аналитическим методом сводится к совместному решению уравнений проекций на оси координат контура механизма с последующим дифференцированием полученных уравнений для определения скоростей и ускорений.

Аналитические методы отличаются высокой точностью определения параметров в каждый момент времени работы механизма, позволяя использовать для расчетов ЭВМ.

К достоинствам аналитического метода можно также отнести возможность анализировать влияние параметров на кинематику. Недостатки аналитического метода (сложность уравнений и последующей отладки программы на ЭВМ).

На рис. 2.13 представлен кривошипно-ползунный механизм, длина кривошипа ℓ_{OA}, длина шатуна ℓ_{AB}, угловая скорость ω которого вводится в программу.

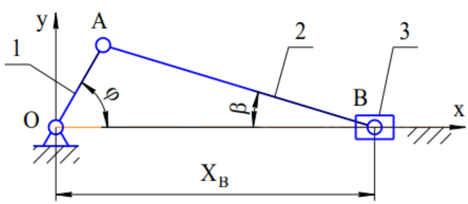


Рис. 2.13. Кривошипно-ползунный механизм

Программа рассчитывает угол поворота кривошипа φ, проекцию положения X_B в точке B на ось x, проекцию скорости V_B, проекцию ускорения W_B в точке B шатуна.

Графический метод кинематического исследования.

Графические методы кинематического исследования механизмов обладают наглядностью и отличаются удобством контроля. Графические методы становятся затруднительными, если требуется провести большой объем однообразных построений и не могут быть использованы непосредственно, если расчёты требуется провести с высокой точностью и проанализировать влияние параметров на кинематику.

Графический метод предполагает построение кинематической схемы механизма с использованием **масштабного коэффициента.**

Масштабным коэффициентом называется отношение какой-либо линейной или физической величины в свойственных ей единицах измерения (система СИ) к отрезку (мм), его изображающему на чертеже:

$$\mu_\ell = \frac{\text{м}}{\text{мм}};\ \mu_V = \frac{\text{м/с}}{\text{мм}};\ \mu_w = \frac{\text{м/с}^2}{\text{мм}},$$

где μ_ℓ – масштабный коэффициент длины звеньев; μ_V – масштабный коэффициент линейных скоростей точек; μ_w – масштабный коэффициент линейных ускорений точек.

Изображение кинематической схемы механизма в выбранном масштабе, соответствующее определённому положению начального звена, называется **планом механизма**, который строится с использованием масштабного коэффициента длины звеньев μ_ℓ (рис. 2.14 и 2.16, а). Например, $\mu_\ell = \dfrac{\ell_{OA}}{OA}$, $\dfrac{\text{м}}{\text{мм}}$. С помощью масштабного коэффициенты длины звеньев μ_ℓ можно определить числовые значения отрезков в мм других звеньев, например, $AB = \dfrac{\ell_{AB}}{\mu_\ell}$, мм. Задача о положениях шатуна решается методом засечек. Из точек A_0 и A_6 проводится окружность радиусом AB до пересечения с направляющей ползуна OX, находя при этом крайние положения точки B (B_0, B_6). Положения остальных точек находится аналогично. Расстояние B_0B_6 является ходом поршня H.

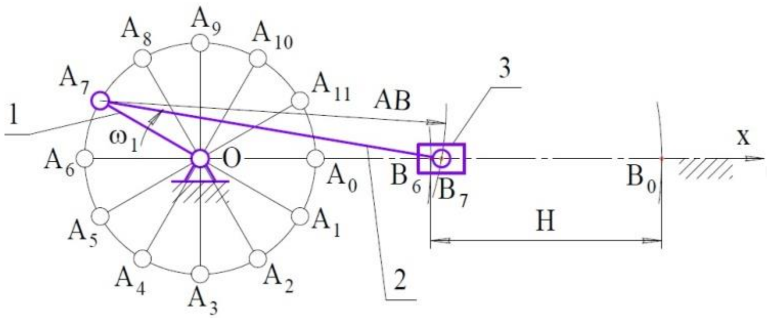


Рис. 2.14. Построение плана положений (плана механизма)

Кинематические расчёты рычажных механизмов основаны на теоремах теоретической механики о сложном составном движении тел. Зависимости между характеристиками абсолютного, переносного и относительного движения точки или звена, записанные в векторной форме, представляются в виде **планов скоростей и ускорений механизма.**

Планом скоростей (или ускорений) механизма называют чертеж, на котором изображены в виде отрезков векторы, равные по модулю и по направлению скоростям (или ускорениям) различных точек звеньев механизма в данный момент. Все абсолютные скорости (или ускорения) выходят из одной точки, называемой полюсом плана скоростей p (или ускорений π).

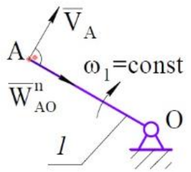


Рис. 2.15. Определение скорости и ускорения для входного звена

Построение плана скоростей начинают с входного звена. Скорость любой точки входного звена направлена по касательной к траектории движения (рис. 2.15).

Траекторией движения точки *A* будет дуга окружности радиуса ℓ_{OA}. Вектор скорости $\overline{V_A}$ перпендикулярен звену *OA* и направлен в сторону вращения входного звена.

Для входного звена определяют линейную скорость точки *A*:

$$V_A = \omega_1 \ell_{OA}.$$

С помощью масштабного коэффициента плана скоростей $\mu_V = \dfrac{\underline{\underline{V_A}}}{pa}, \dfrac{\text{м/с}}{\text{мм}}$ строится план скоростей (рис. 2.16, б), где отрезок $\overline{pa}$, изображающий вектор скорости $\overline{V_A}$ на чертеже берется произвольно.

Скорость точки В определяют из векторного уравнения

$$\frac{\overline{V_B}}{\parallel OX} = \frac{\underline{\overline{V_A}}}{\perp OA} + \frac{\overline{V_{BA}}}{\perp BA}.$$

В векторных уравнениях одной чертой подчеркивают векторы, известные по направлению, двумя – известные по величине и по направлению.

Для нахождения скорости любой точки звена 2 необходимо воспользоваться теоремой подобия.

Теорема подобия. План скоростей звена подобен плану положений звена и повернут относительно его на 90° в сторону угловой скорости звена. Теорема подобия даёт возможность определить скорость любой точки звена, если известны скорости двух точек этого звена (рис. 2.16, б).

Значения для линейных скоростей точек определяют через отрезки плана скоростей:

$$V_B = \overline{pb} \cdot \mu_V \text{ ; } V_{BA} = \overline{ab} \cdot \mu_V \text{ ;} V_{S_2} = \overline{ps_2} \cdot \mu_V \text{ .}$$

Угловую скорость звена 2 определяют по формуле

$$\omega_2 = \frac{V_{BA}}{\ell_{AB}} \text{ .}$$

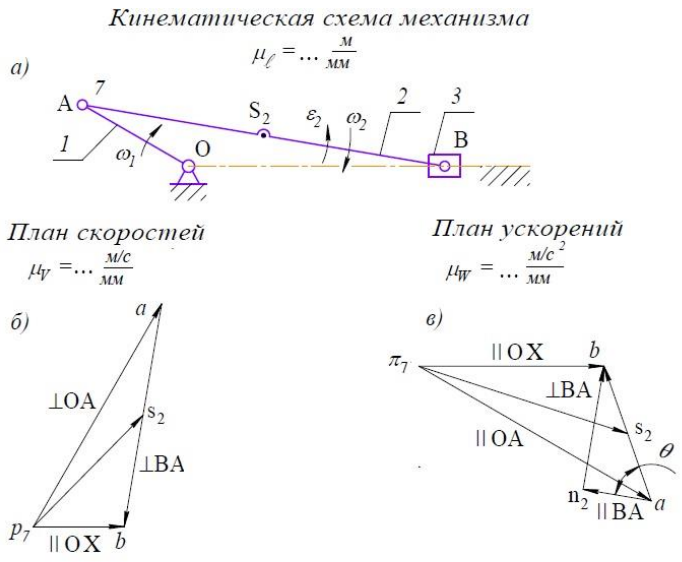


Рис. 2.16. Планы положений, скоростей и ускорений

Направление угловой скорости звена 2 определяют следующим образом: перемещают вектор относительной скорости $\bar{V}_{BA}$ в точку *B* и рассматривают её движение точки *A*, которую мысленно закрепляют. Угловую скорость ω_2 будет направлена в сторону вектора $\bar{V}_{BA}$ (рис. 2.17).

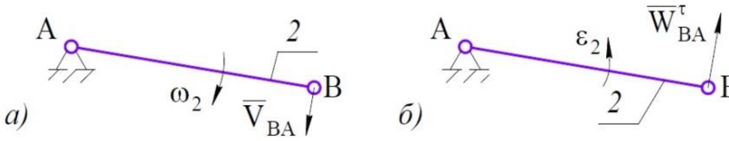


Рис. 2.17. Определения направления
угловой скорости и углового ускорения

План ускорений строится (рис. 2.16, в) в той же последовательности, что и план скоростей.

При равномерном вращении кривошипа ($\omega_1 = \text{const}$) ускорение точки A:

$$W_A = W_{AO}^n = \omega_1^2 \ell_{OA},$$

при этом $W_{AO}^\tau = 0$, так как $\varepsilon_1 = 0$.

Рассматриваемое ускорение центростремительное и направлено вдоль звена OA к центру вращения, т.е. от точки A к точке O (рис. 2.15).

С помощью масштабного коэффициента плана ускорений $\mu_W = \dfrac{W_A}{\overline{\pi a}}$, $\dfrac{\text{м/с}^2}{\text{мм}}$ строится план ускорений (рис. 2.16, в), где отрезок $\overline{\pi a}$, изображающий вектор скорости $\overline{W_A}$ на чертеже берется произвольно.

Ускорение точки B определяют из векторного уравнения:

$$\underset{\parallel OX}{\overline{W_B}} = \underset{\parallel OA}{\overline{W_A}} + \underset{\parallel BA}{\overline{W}_{BA}^{\,n}} + \underset{\perp BA}{\overline{W}_{BA}^{\,\tau}},$$

где $W_{BA}^n = \dfrac{V_{BA}^2}{\ell_{AB}}$ – нормальное ускорение, отрезок $\overline{an_2} = \dfrac{W_{BA}^n}{\mu_W}$ определяет на чертеже данное ускорение.

Ускорение точки S_2 находят по теореме подобия. Значения полных, относительных ускорений точек определяют через отрезки плана ускорений:

$$W_B = \overline{\pi b} \cdot \mu_W\,;\ W_{BA}^{\tau} = \overline{n_2 b} \cdot \mu_W\,.$$

Угловое ускорение звена 2 определяют по формуле

$$\varepsilon_2 = \frac{W_{BA}^{\tau}}{\ell_{AB}}\,.$$

Направление угловых ускорений ε_2 определяют тем же методом, что и угловые скорости (через вектор касательного ускорения относительно движения точки *B* (рис. 2.17, б).

Теорема подобия. План ускорений звена подобен плану положений звена и повернут относительно него на угол $180^0 - \alpha$ в сторону углового ускорения звена, где угол α – угол между абсолютным ускорением и его нормальной составляющей.

Для того, чтобы получить представление о характере непрерывного изменения кинематических параметров ползуна за время одного оборота, строят кинематические диаграммы $X_B = f(t)$, $\frac{dX_B}{dt} = f(t)$, $\frac{d^2 X_B}{dt^2} = f(t)$. Кинематические диаграммы могут быть построены с помощью прикладных программ или графическим дифференцированием [5].

Из анализа положений звеньев и траекторий их точек можно определить правильность действия механизма и соответствие траекторий точек рабочего органа технологическому процессу, а также найти рабочее пространство, требуемое для размещения механизма.

Скорости (линейные и угловые) используют для определения кинетической энергии механизма при решении в последующем задач динамики и для оценки условий, при которых происходит рабочий процесс в машине. По значениям ускорений (линейных и угловых) находят инерционные нагрузки на звенья.

Кинематические характеристики необходимы инженеру для оценки работоспособности механизмов не только на стадии проектирования, но и в эксплуатации.

2.6 Силовой анализ рычажных механизмов

Задачей силового исследования механизмов (динамический анализ) является определение реакций в кинематических парах механизма, находящегося под действием заданных внешних сил. Закон движения механизма (ведущего звена) при этом считается заданным. Силовое исследование механизмов имеет важное значение, так как найденные реакции являются необходимыми для расчета звеньев и элементов кинематических пар на прочность, износостойкость, долговечность и т. д.

Силы, действующие на звенья механизма, делятся на: 1) внешние силы; 2) силы тяжести; 3) силы инерции; 4) внутренние силы.

Все внешние силы, действующие на машину, можно разбить на две большие группы: силы движущие $F_Д$ (моменты движущих сил $M_Д$) и силы сопротивления $F_С$ (моменты сил сопротивления $M_С$) (рис. 2.18). **Движущими силами $F_Д$** называются силы, которые совершают положительную работу и направлены они в сторону движения (в сторону скорости) точки приложения силы или составляют с этим направлением острый угол. Движущие силы стремятся ускорить движение. **Силами сопротивления $F_с$** называются силы, которые совершают отрицательную работу и направлены противоположно направлению движения (скорости) точки приложения или составляют с этим направлением тупой угол. Силы сопротивления стремятся замедлить движение (рис. 2.18, а).

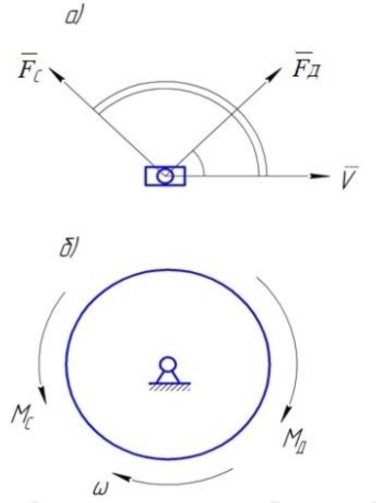


Рис. 2.18. Направление движущих сил сопротивления: а) направление сил; б) направление моментов

Моменты движущих сил $M_Д$ направлены в сторону вращения (в сторону угловой скорости) звена, а моменты сил сопротивления $M_С$ направлены противоположно движению (рис. 2.18, б). Силы сопротивления $F_с$ в свою очередь делятся на **силы полезных сопротивлений и силы вредных сопротивлений.**

Силами полезных сопротивлений называются силы, которые совершают работу, требуемую от механизма.

Силами вредных сопротивлений являются в основном силы трения. Эти силы всегда имеют место при относительном перемещении соприкасающихся звеньев.

При проектировании машины, конечно, всегда следует стремиться уменьшить и силы полезных и силы вредных сопротивлений. При работе всякой машины на нее всегда действуют и силы движущие и силы различных сопротивлений.

К внешним силам относятся также **силы веса (тяжести, масс) звеньев**, которые могут быть силами движущими и силами сопротивления. Они являются силами движущими, когда центр тяжести звена опускается (в этом случае направление силы веса составляет с направлением скорости центра тяжести звена острый угол), или силами сопротивления, когда центр тяжести звена поднимается (в этом случае направление силы веса составляет с направлением скорости центра тяжести звена тупой угол). Внешние силы в зависимости от того, в какой машине они действуют, могут быть постоянными (силы веса) или переменными (давление газов на поршень двигателя внутреннего сгорания, крутящий момент электродвигателя). Все внешние силы при силовом расчете должны быть известны.

Силовой расчет механизма основывается на принципе Даламбера. Во время работы механизма его звенья в общем случае двигаются с ускорением, в результате чего, возникают **силы инерции**. Если условно приложить силы инерции к звеньям, то сумма всех сил, включая и силы инерции, приложенных к звеньям, равна нулю. Это позволяет к движущейся системе применить уравнения статики. Поэтому силовой расчет механизмов часто называют кинетостатическим расчетом или кинетостатикой механизмов.

Учет сил инерции особенно важен в современных быстроходных машинах, где они достигают больших величин.

Рассмотрим определение сил инерции для различных случаев движения звеньев:

1) плоскопараллельное движение звена, ускорения различных материальных точек которого различны (по величине и направлению). В результате различны элементарные силы инерции $d\overline{F}_i = -\overline{W}_i dm_i$, условно приложенные в этих точках (рис. 2.19).

Момент инерции звена есть мера инертности звена во вращательном движении, и его величина зависит от его массы и распределения массы (размеров и формы тела). Момент инерции звена в общем случае определяется формулой

$$I_s = \int_m \rho^2 dm ,$$

где ρ – расстояние каждой элементарной массы от оси, проходящей через центр тяжести S.

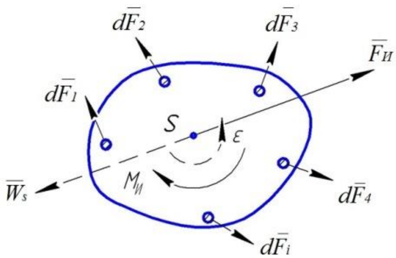


Рис. 2.19. Определение результирующей силы инерции Fи и момента сил инерции Mи в общем случае плоскопараллельного движения

Система элементарных сил сводится к одной силе инерции F_i, приложенной в центре масс этого звена и к одной паре с моментом $M_И$ которые равны:

$$\bar{F}_И = -m\bar{W}_s;$$

$$M_И = -I_s \varepsilon,$$

где m – масса звена; W_s – ускорение центра тяжести звена; ε – угловое ускорение звена; I_s – момент инерции звена относительно оси, проходящей через центр тяжести.

Сила инерции F_i приложена в центре тяжести звена S и направлена противоположно вектору ускорения центра тяжести $\bar{W}_s$.

Момент пары сил инерции направлен противоположно угловому ускорению звена ε (это показывают знаки «минус»).

2) поступательное движение звена, ускорения всех материальных точек которого одинаковы.

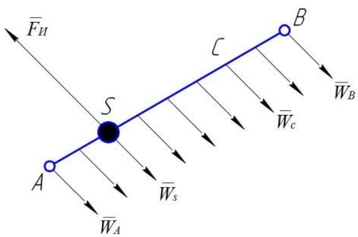


Рис. 2.20. Силы инерции при поступательном движении звена

Следовательно, силы инерции можно выразить через ускорение любой точки (рис. 2.20):

$$\bar{F}_И = -m\bar{W}_A = -m\bar{W}_B = -m\bar{W}_s.$$

Приложена сила инерции в центре тяжести S. При поступательном движении угловое ускорение ε=0, следовательно, $M_И$=0.

3) вращательное движение звена:

- звено равномерно вращается (ε=0) вокруг оси, проходящей через центр тяжести (масс) звена, главный вектор сил инерции $\bar{F}_И = -m\bar{W}_s = 0$, так как $\bar{W}_s = 0$, момент инерции $M_И$=0, так как ε=0. Такое звено называется уравновешенным;

- звено неравномерно вращается $\varepsilon \neq 0$ вокруг оси, проходящей через центр тяжести (масс) звена, главный вектор сил инерции $\bar{F}_И = -m\bar{W}_s = 0$, так как $\bar{W}_s = 0$, момент инерции $M_И = -I_s\varepsilon$ и направлен противоположно ускорению ε;

- звено равномерно (ε=0) вращается вокруг оси, не проходящей через центр тяжести (масс) (рис. 2.21). В этом случае сила инерции $\bar{F}_И = -m\bar{W}_s$, где $W_s = W_s^n = \omega^2 r_{os}$ и направлена противоположно ускорению центра тяжести (масс) – W_s^n, т. е. вдоль радиуса r_{os} от центра O. Момент инерции сил инерции $M_И$=0, так как ε=0.

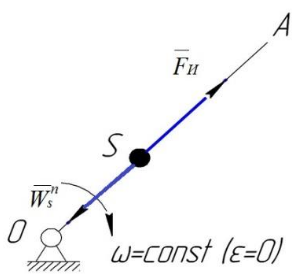


Рис. 2.21. Силы инерции при равномерном вращении звена вокруг оси, не проходящей через центр масс звена

- звено неравномерно $\varepsilon \neq 0$ вращается вокруг оси, не проходящей через центр масс звена (рис. 2.22).

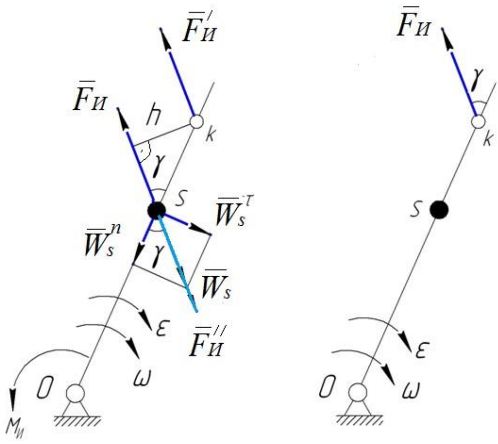


Рис. 2.22. Приведение сил инерции $\bar{F}_И$
и момента сил инерции $M_И$ к одной силе

Силы инерции приводятся к силе $\bar{F}_И = -m\bar{W}_s$, приложенной в центре тяжести (масс) S, и к паре сил с моментом $M_И = -I_s\varepsilon$, которые можно привести к одной силе $\bar{F}_И^/ = -m\bar{W}_s$, линия действия которой пересекает прямую, проходящую через центр вращения O и центр тяжести (масс) звена S, в некоторой точке K, совпадающей с центром качания или центром удара звена. Точка K называется **точкой качания**. Расстояние от центра вращения до точки K определяется по формуле

$$\ell_{OK} = \frac{I_o}{m\ell_{OS}}.$$

Величины сил $\bar{F}_И^/$ и $\bar{F}_И^{//}$, образующих пару, плечо которой h равно:

$$h = \frac{|M_И|}{F_И} = \frac{I_s|\varepsilon|}{mW_s}.$$

Линия действия равнодействующей $\bar{F}_{И}^{/}$ сил инерции проходит на расстоянии *h* от центра масс звена. Вопрос о том, по какую сторону от линии действия силы $\bar{F}_{И}$ располагается точка *K* приложения силы $\bar{F}_{И}^{/}$, решаем из того, что сила $\bar{F}_{И}^{/}$ должна давать относительно центра масс *S* момент того же знака, что и момент пары сил инерции.

Равнодействующая сил инерции звена такова, как если бы масса всего звена была сосредоточена в его центре масс, но приложена эта равнодействующая не в центре масс, а в центре качания звена.

Задачей силового исследования механизма также является определение **уравновешивающей силы $F_{ур}$** или **уравновешивающего момента $M_{ур}$.**

Кинетостатический (силовой) расчет механизма начинают с группы Ассура (кинематической цепи), наиболее удаленной от входного звена и проводят его последовательно для каждой группы Ассуры согласно формуле строения. Для осуществления силового расчета какой-нибудь кинематической цепи необходимо, чтобы она была статически определимой, т.е. чтобы число уравнений, которые можно составить для этой кинематической цепи, было равно числу неизвестных. Пример расчета силового анализа для механизма шасси подробно представлен в [6].

Силовой расчёт позволяет решить следующие задачи:

- определение оптимальных конструкций форм звеньев механизма;
- расчёт опор и направляющих на долговечность;
- выбор мощности двигателя;
- регулирование механизма;
- уравновешивание движущихся масс;
- расчёт фундамента машины.

2.7 Учет потерь мощности на трение

Рассмотрим определение потерь на трение в рычажных механизмах. После того, как рассчитаны реакции в кинематических парах рычажного механизма с идеальными связями, можно подсчитать суммарную мощность потерь на трение.

Полная мгновенная мощность потерь на трение $\boldsymbol{P}_{\mathbf{ТР}}$ в механизме получится суммированием мощностей, вычисленных для всех кинематических пар, как вращательных, так и поступательных:

$$P_{\text{ТР}} = P_{i\text{ТРвращ}} + P_{i\text{ТРпост}};$$

$$P_{\text{ТРвращ}} = f_{\text{в}} R_{ij} \frac{d_{\text{ц}}}{2} \omega_{ij};$$

$$P_{\text{ТРпост}} = f_{\text{п}} R_{oi} V_i,$$

где R_{ij} – реакция в кинематической паре; $f_{\text{в}}$, $f_{\text{п}}$ – коэффициенты трения во вращательной и поступательной парах; $d_{\text{ц}}$ – диаметр шарнира, м; ω_{ij} – относительная угловая скорость.

Для пары звеньев 1-2 $\omega_{12} = \omega_1 \pm \omega_2$. Знак «плюс» берется, если угловые скорости звеньев разного знака, а знак «минус» – если одного знака.

Реакции и угловые скорости звеньев определяются при силовом анализе механизма.

Приведенный к валу момент трения, Нм:

$$T_{\text{ТР}}^{\text{ПР}} = \frac{P_{\text{ТР}}}{\omega_1}.$$

В разных положениях рычажного механизма результат вычислений будет различным, поэтому полная картина получится при рассмотрении ряда положений механизма.

Мгновенный коэффициент полезного действия рычажного механизма определяется по формулам:

для рабочей машины

$$\eta = \frac{P_{\text{ПС}}}{P_{\text{ПС}} + P_{\text{ТР}}};$$

для двигателя

$$\eta = \frac{P_{\text{ДВ}} - P_{\text{ТР}}}{P_{\text{ДВ}}},$$

где $P_{\text{ПС}}$ – мощность сил полезного сопротивления; $P_{\text{ДВ}}$ – мощность движущих сил.

Мгновенный коэффициент полезного действия рычажного механизма можно также вычислить, если известны приведенный момент трения $T_{\text{ТР}}^{\text{ПР}}$ и уравновешивающий момент $M_{\text{УР}}$, по формуле

$$\eta = \frac{M_{\text{УР}}}{M_{\text{УР}} + T_{\text{ТР}}^{\text{ПР}}}.$$

Вычислив этот коэффициент для нескольких положений, можно найти средний коэффициент полезного действия рассматриваемого механизма.

2.8 Механические передачи вращательного движения. Зубчатые передачи

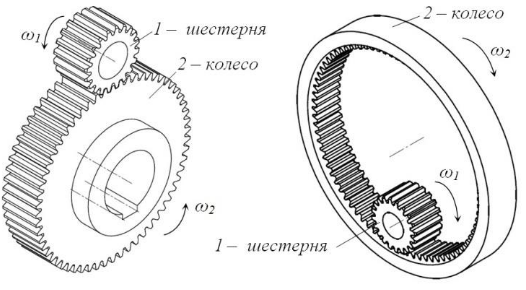
Передачей называется устройство, предназначенное для передачи энергии от двигателя к исполнительному механизму. Различают механические, пневматические, гидравлические и электрические передачи. Из механических передач наиболее распространенными являются передачи вращательного движения. По принципу действия они делятся на **передачи трением** и **зацеплением.** К первым относятся ременные и фрикционные передачи; ко вторым – зубчатые, цепные и червячные. Зубчатые передачи получили широкое распространение благодаря их достоинствам, по сравнению с другими механическими передачами.

Зубчатой передачей называется трехзвенный механизм (два зубчатых колеса образуют с неподвижным звеном вращательную пару), передающий движение посредством давления соприкасающихся зубьев, находящихся в зацеплении. Зубчатые колеса устанавливаются на валах и соединяются с ними шпонками, шлицами или силами трения (соединения с натягом).

Назначение зубчатых передач – передавать движение от одного вала к другому с изменением угловых скоростей и моментов по величине и направлению. Такая передача состоит из двух колес. Зубчатое колесо передачи с меньшим диаметром (меньшим числом зубьев) называется **шестерней** (ведущее звено), а с большим диаметром (большим числом зубьев) – **колесом** (ведомое звено) (рис. 2.23).

В зависимости от взаимного расположения зубчатых колес различают зубчатые передачи с **внешним** (рис. 2.23, а) и **внутренним** зацеплением (рис. 2.23, б). Признаком передачи с внешним зацеплением является вращение ее зубчатых колес в противоположные стороны, а передачи с внутренним зацеплением – в одном направлении.

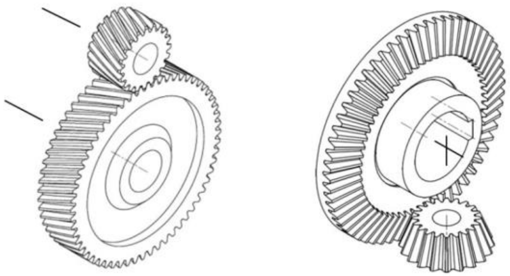
Зубчатые передачи по расположению осей подразделяются на зубчатые передачи с параллельными осями, к ним относятся **цилиндрические зубчатые передачи** (рис. 2.24, а); зубчатые передачи с пересекающимися осями, к ним относятся **конические зубчатые передачи** (рис. 2.24, б); зубчатые передачи со скрещивающимися осями, к ним относятся **винтовые зубчатые передачи** (рис. 2.25, а) **и червячные** (рис. 2.25, б)**.**



а) б)

Рис. 2.23. Зубчатая передача

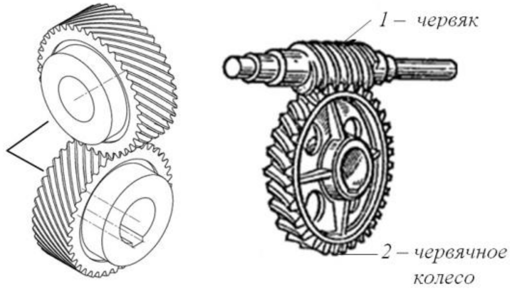
а) внешнее зацепление; б) внутреннее зацепление



а) б)

Рис. 2.24. Зубчатая передача

а) цилиндрическая зубчатая передача; б) коническая зубчатая передача



а) б)

Рис. 2.25. Зубчатая передача

а) винтовая зубчатая передача; б) червячная зубчатая передача

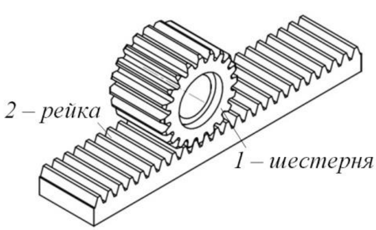


Рис. 2.26. Реечная передача

На рис. 2.26 представлена реечная передача, состоящая из сцепляющихся между собой шестерни и рейки. Она служит для преобразования вращательного движения шестерни в возвратно-поступательное движение рейки, или наоборот.

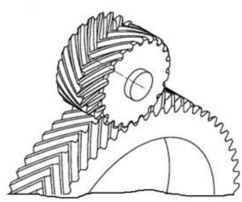


Рис. 2.27. Зубчатая передача с шевронным зубом

По форме расположения зуба на зубчатом колесе различают: прямые (рис. 2.23), косозубые (угол наклона зуба $\beta=8...20^0$) (рис. 2.24, а) и шевронные зубья ($\beta=30...45^0$) (рис. 2.27).

Преимущества передач с шевронным и косым зубом по сравнению с прямым: большая прочность зуба на изгиб (большая нагрузочная способность); большая плавность зацепления и малый шум, а также меньшие динамические нагрузки.

Недостатки: наличие осевой силы у косозубых передач; большая сложность изготовления.

Достоинствами зубчатых передач являются: постоянное передаточное отношение, высокий КПД (до 0,98), долговечность, надежность, простота эксплуатации, возможность применения в широком диапазоне моментов, скоростей и передаточных отношений, малые габариты.

К **недостаткам передач** относятся: невозможность плавного изменения передаточного отношения, повышенный шум при высоких скоростях вследствие неточности изготовления, необходимость высокой точности изготовления и монтажа, что увеличивает их стоимость.

2.8.1 Геометрия зубчатых передач

Зубчатое колесо можно разделить на три основные части: ступицу с отверстием для посадки на вал, обод с числом нарезанных зубьев z, с зубчатым венцом, ширина которого b и диск, соединяющий обод и ступицу.

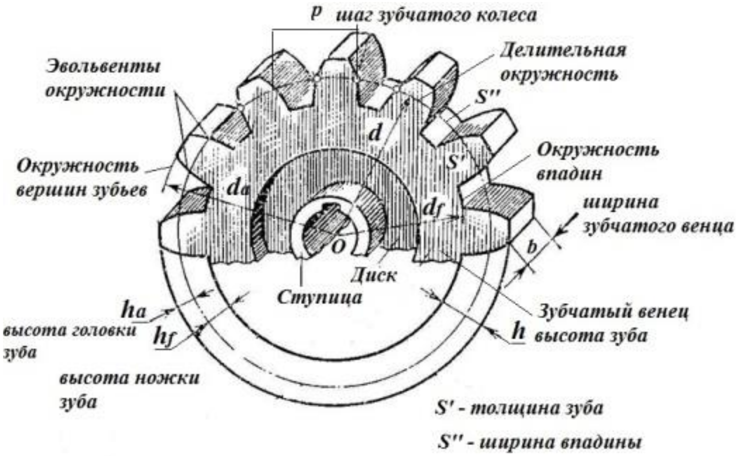


Рис. 2.28. Геометрия зубчатого колеса

На рис. 2.28 показаны концентрические окружности с центром O на оси вращения: окружность вершин d_a, окружность впадин d_f, делительная окружность d, которая делит высоту зуба h на высоту головки h_a и ножки зуба h_f. Расстояние между двумя одноименными точками двух соседних профилей зуба называется шагом зубчатого колеса p, который может быть показан по любой окружности с соответствующим индексом. Окружность зубчатого колеса, на которой шаг p и угол зацепления α_W равны шагу и углу профиля инструментальной рейки называется делительной d. На рейке делительной плоскостью называют плоскость, на которой толщина зубьев S' равна ширине впадины S''. По делительной окружности определяют **модуль** $m=p/\pi$ [мм], который является основным стандартизированным геометрическим параметром зацепления при расчетах, изготовлении зубчатых колес.

Зубчатые колеса в основном используются с **эвольвентным зацеплением** (рис. 2.29), которое обеспечивает постоянное передаточное отношение, малые скорости скольжения в зацеплении и несложное изготовление. Боковая рабочая поверхность зуба описывается эвольвентой. **Эвольвента** – кривая, описываемая любой точкой прямой, перекатывающаяся без скольжения по основной окружности диаметра d_b.

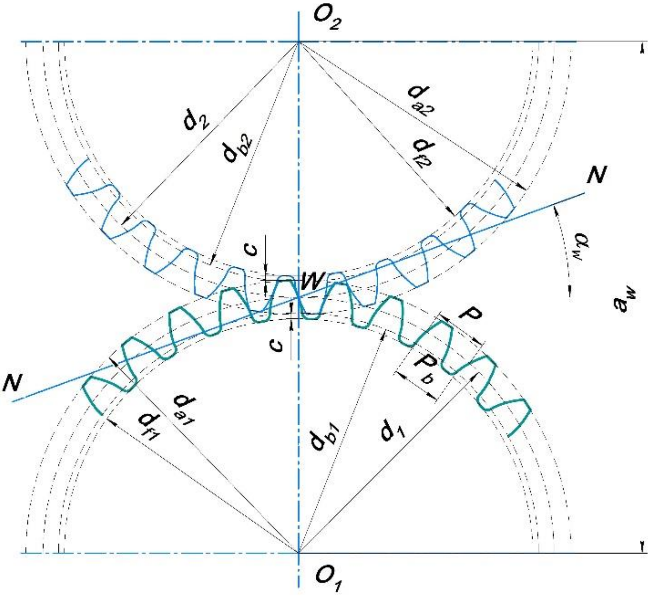


Рис. 2.29. Геометрия эвольвентного зацепления

Сопряженные пары зубчатых колес касаются друг друга начальными окружностями d_{W1}, d_{W2} в **полюсе зацепления *W***. Отрезок линии зацепления, определяющий начало входа пары зубьев в зацепление и выхода из него, называется **активным участком линии зацепления.** Контактная нормаль ***NN*** пересекает межосевую линию O_1O_2 в точке W, которая делит межосевое расстояние a_w на отрезки O_1W и O_2W, обратно пропорциональные угловым скоростям звеньев ω_1, ω_2. Из этого вытекает **основной закон зацепления**, описываемой формулой

$$\frac{O_2W}{O_1W} = \frac{d_2}{d_1}.$$

2.8.2 Кинематика зубчатых передач

Основной кинематической характеристикой зубчатой передачи является передаточное отношение i_{12}, показывающее во сколько раз угловая скорость или число оборотов на входе отличается от угловой скорости или числа оборотов на выходе. Из кинематического условия – равенство скоростей в месте контакта зубьев, $V_1=V_2=V$, получаем $\omega_1 R_1=\omega_2 R_2$ или:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \pm\frac{d_2}{d_1} = \pm\frac{z_2}{z_1}.$$

Знак «–» берется при внешнем зацеплении (рис. 2.31) (движение колес в разные стороны), знак «+» – при внутреннем зацеплении (движение колес в одну сторону).

Если скорость вращения ведомого вала меньше скорости вращение ведущего ($\omega_1>\omega_2$), то такой механизм называется **редуктором** или **понижающей передачей** (рис. 2.31). Редуктор может быть обращен в ускоритель (**мультипликатор** или **повышающей передачей)**, если в нем ведущий вал сделать ведомым ($\omega_1<\omega_2$).

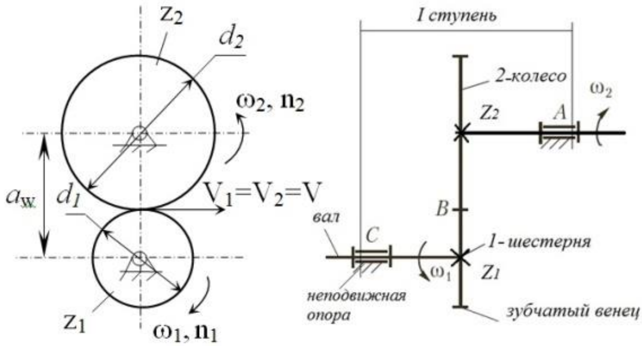


Рис. 2.31. Понижающая передача внешнего зацепления

Зубчатые механизмы с неподвижными относительно стойки осями колес делятся на **рядовые и ступенчатые** (рис. 2.32). В рядовых механизмах на каждой оси насажено по одному колесу. В ступенчатых механизмах на каждой оси, кроме ведущей и ведомой, насажено по два колеса.

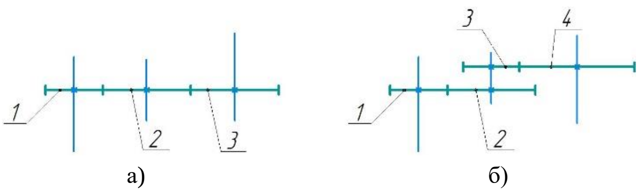


Рис. 2.32. Кинематическая схема
рядовой (а) и ступенчатой (б) передач

Ступенью зубчатого механизма называется передача между двумя звеньями, расположенными на ближайших неподвижных осях (рис. 2.31). **Число ступеней** в зубчатых механизмах равно числу неподвижных осей без единицы.

В многоступенчатом механизме полное передаточное отношение равно произведению передаточных отношений ступеней, входящих в механизм. Для рядовой передачи (рис. 2.32) получим:

$$i = i_1 i_2 = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_3}{z_2}\right) = \frac{z_3}{z_1}.$$

Для ступенчатой передачи (рис. 2.32) получим:

$$i = i_1 i_2 = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right)\left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = \frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$

Зубчатые механизмы, имеющие колеса, оси которых перемещаются в пространстве, называются **сателлитными**. Колеса a и b, вращающиеся вокруг неподвижной центральной оси, называются **центральными**, а колесо g, ось которого перемещается в пространстве, называется **сателлитом.** Звено H, в котором закреплена ось сателлита g, называется **водилом.** Сателлитные механизмы с двумя и более степенями свободы называются **дифференциальными** (если b колесо будет подвижное, $W \geq 2$), а с одной степенью свободы – **планетарными** ($W=1$) (рис. 2.33).

Передаточное отношение планетарной передачи:

$$i_{aH} = \frac{\omega_a}{\omega_H}.$$

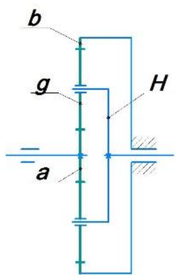


Рис. 2.33. Планетарная передача

Поскольку водило, как выходное звено, не является зубчатым колесом, то передаточное отношение планетарной передачи нельзя определить через отношение чисел зубьев выходного и входного звена.

Для определения передаточного отношения в планетарной передаче **пользуются методом Виллиса (метод обращенного движения)**. Это искусственный прием, при котором механизм обращается в механизм с неподвижным водилом, т.е. в простой механизм. Для этого мысленно сообщается всем звеньям механизма дополнительное движение обратное угловой скорости водила, и угловые скорости остальных звеньев уменьшатся на величину угловой скорости водила.

Запишем угловые скорости для каждого звена в абсолютном и относительном движении:

$$\left.\begin{array}{l}\omega_a\\ \omega_g\\ \omega_b=0\\ \omega_H\end{array}\right\}\Rightarrow\begin{cases}\omega_a^H=\omega_a-\omega_H;\\ \omega_g^H=\omega_g-\omega_H;\\ \omega_b^H=0-\omega_H;\\ \omega_H^H=0.\end{cases}$$

Запишем передаточное отношение для полученной рядовой передачи при остановке водила:

$$i_{ab}^H=\frac{\omega_a^H}{\omega_b^H}=\frac{\omega_a-\omega_H}{-\omega_H}=-\frac{\omega_a}{\omega_H}+1=1-\frac{\omega_a}{\omega_H}=1-i_{aH}\,.$$

Получили зависимость между передаточными отношениями передачи в абсолютном и относительном движении. Далее выразим искомое передаточное число и преобразуем выражение, определив передаточное отношение через числа зубьев:

$$i_{aH}=1-i_{ab}^H=1-i_{ag}i_{gb}=1-\left(-\frac{z_g}{z_a}\right)\frac{z_b}{z_g}=1+\frac{z_b}{z_a}\,.$$

В итоге получаем формулу Виллиса:

$$i_{aH}=1+\frac{z_b}{z_a}\,.$$

Формулой Виллиса можно воспользоваться для любых двух звеньев. Определим угловую скорость сателлита, для этого запишем передаточное отношение в обращенном движении для внутреннего зацепления и преобразуем его:

$$i_{gb}^H=\frac{\omega_g-\omega_H}{-\omega_H}=\frac{z_b}{z_g};$$

$$-\frac{\omega_g}{\omega_H}+1=\frac{z_b}{z_g};$$

$$\frac{\omega_g}{\omega_H}=1-\frac{z_b}{z_g};$$

$$\omega_g=\left(1-\frac{z_b}{z_g}\right)\omega_H.$$

Таким образом, с помощью формулы Виллиса можно определять кинематические параметры сложных зубчатых передач.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин / И.И. Артоболевский. – М.: Наука, 1975. – 182 с.
2. Григорьян, А.Т. История механики с древнейших времен до середины XVII века / А.Т. Григорьян. – М.: Наука, 1971. – 298 с.
3. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механики: учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов / Н.Н. Никитин. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1990. – 607 с. – ISBN 5-06-000695-6.
4. Прикладная механика: учебник для вузов / В.В. Джамай, Ю.Н. Дроздов, Е.А. Самойлов [и др.]; под ред. В.В. Джамая. – М.: Дрофа, 2004. – 414 с. – ISBN 5-7107-6232-6.
5. Савинов, А.П. Теория механизмов и машин в авиастроении: учеб. пособие / А.П. Савинов, Н.П. Коробова. – Самара: Изд-во СГАУ, 2008. – 160 с. – ISBN 978-5-7883-0546-2.
6. Суслин, А.В. Кинетостатический расчёт механизма шасси: метод. указания к курсовому проектированию / А.В. Суслин, Т.А. Хибник. – Самара: Изд-во СГАУ, 2014 – 17 с.
7. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин: курс лекций / Г.А. Тимофеев. – М.: ИД Юрайт, 2010. – 351 с. – ISBN 978-5-9692-0244-3.
8. Тюлина, И.А. История и методология механики / И.А. Тюлина. – М.: МГУ, 1979. – 285 с.

Учебное издание

Хибник Татьяна Алексеевна,
Барманов Ильдар Сергеевич

ВОПРОСЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ
И ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН
В КУРСЕ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»

Учебное пособие

Редакционно-издательская обработка А.В. Ярославцевой

Подписано в печать 14.12.2022. Формат 60×84 1/16.
Бумага офсетная. Печ. л. 5,0.
Тираж 120 экз. (1-й з-д 1-25). Заказ . Арт. – 35(Р2УП)/2022.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.