

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ РСФСР  
КУЙБЫШЕВСКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО  
КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ имени С. П. КОРОЛЕВА

В. Г. Заботин, А. Н. Первышин

*Теплотехнические измерения  
в двигателях  
летательных аппаратов*

**В. Г. Заботин, А. Н. Первышин. Теплотехнические измерения в двигателях летательных аппаратов: Учебное пособие. — Куйбышев: КуАИ, 1983, 70 с.**

Рассмотрены основные методы и средства теплотехнических измерений, выполняемых при испытаниях двигателей летательных аппаратов. Приводятся сведения об измерении давления, температуры, тяги, расхода и других параметров. Описаны способы обработки и анализа экспериментальных данных.

Данное издание является учебным пособием по курсу «Теплотехнические измерения в двигателях летательных аппаратов» для студентов, обучающихся по специальностям 0537 и 0538, и может быть использовано при выполнении лабораторных работ и домашних заданий, а также в научно-исследовательской работе студентов.

Рецензенты: проф. д.т.н. И. П. Голдаев,  
доц. к.т.н. В. А. Пинчук

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие . . . . .	5
1. ЭЛЕМЕНТЫ МЕТРОЛОГИИ . . . . .	7
1.1. Основные понятия и определения . . . . .	7
1.2. Погрешности измерений . . . . .	9
1.3. Метрологические характеристики приборов . . . . .	10
1.4. Классификация погрешностей измерений . . . . .	13
1.5. Элементы математической теории погрешностей . . . . .	15
1.6. Обработка результатов прямых измерений . . . . .	22
1.7. Обработка результатов косвенных измерений . . . . .	22
2. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В ДЛА . . . . .	24
2.1. Особенности теплотехнических измерений в ДЛА . . . . .	24
2.2. Измерение давления . . . . .	25
2.2.1. Первичные преобразователи . . . . .	25
2.2.2. Измерение давления в потоке . . . . .	31
2.3. Измерение температуры . . . . .	33
2.3.1. Первичные преобразователи . . . . .	33
2.3.2. Измерение нестационарных температур . . . . .	39
2.3.3. Измерение температуры поверхности . . . . .	41
2.3.4. Измерение температуры в потоке . . . . .	42
2.4. Измерение термоэлектродвижущей силы . . . . .	44
2.5. Устройства для измерения тяги . . . . .	47
2.6. Измерение скорости потока . . . . .	51
2.7. Измерение расхода . . . . .	54
3. ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ . . . . .	58
3.1. Метод наименьших квадратов . . . . .	58
3.2. Статистический анализ эксперимента . . . . .	61

3.2.1. Анализ погрешностей экспериментальной установки . . . . .	62
3.2.2. Сооставление экспериментальных зависимостей с теоретическими . . . . .	65
3.3. Представление экспериментальных данных в графическом виде . . . . .	66
Литература . . . . .	69



## ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемое пособие знакомит читателей с методологией теплотехнического эксперимента, имеющего первостепенное значение при создании двигателей летательных аппаратов.

В первом разделе пособия излагаются сведения об элементах метрологии теплотехнического эксперимента, рассматриваются методы оценки погрешностей измерения основных теплотехнических параметров, приводятся метрологические характеристики средств измерения.

Второй раздел посвящен методам и средствам теплотехнических измерений в двигателях летательных аппаратов: анализируются особенности теплотехнических измерений в двигателях и газогенераторах, описываются принципы измерения основных параметров двигателя, приводятся сведения о некоторых установках для проведения теплотехнического эксперимента. Большое количество первичных преобразователей (датчиков), как выпускаемых промышленностью, так и нестандартных, делает невозможным подробное их описание в рамках учебного пособия. В то же время число физических принципов измерения не столь велико. Поэтому авторы пытались прежде всего дать общие сведения о наиболее распространенных в практике двигателестроения первичных преобразователях и приборах, не вдаваясь в подробности их конструктивного оформления.

В третьем разделе приводятся способы аппроксимации экспериментальных данных, рас-

сматриваются на конкретных примерах методы статистического анализа эксперимента, даются сведения о построении зависимостей в различных функциональных шкалах.

Авторы благодарны доц. В. С. Кондрусеву за редактирование книги и рецензентам: заведующему кафедрой Харьковского авиационного института д. т. н. профессору И. П. Голдаеву, доценту кафедры «Двигатели летательных аппаратов» Ленинградского механического института к. т. н. В. А. Пинчуку за ценные замечания и предложения.

---

# 1. ЭЛЕМЕНТЫ МЕТРОЛОГИИ

## 1.1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Измерением называется экспериментальное определение соотношения между измеряемой величиной и некоторым ее значением, принятым за единицу измерения.

Кратко это определение можно записать так:

$$A = a v, \quad (1.1)$$

где  $A$  — измеряемая величина,  $a$  — единица измерения,  $v$  — численное значение измеряемой величины в принятых единицах измерения. Выражение (1.1) называется основным уравнением измерения. Как следует из этого уравнения, для того чтобы провести измерение, необходимо выбрать единицу измерения ( $a$ ) и иметь какое-то вещественное ее воплощение, называемое мерой.

В нашей стране обязательным является использование Международной системы единиц СИ, определяющей шесть основных единиц измерений физических величин: длина (в метрах), масса (в килограммах), время (в секундах), сила электрического тока (в амперах), термодинамическая температура (в Кельвинах), сила света (в свечах). Соответствующими международными соглашениями определены и уточненные меры этих величин. Например, мерой длины является метр — длина, равная 1650763,73 длины волны в вакууме излучения атома криптона 86. Это естественный эталон, который может быть многократно воспроизведен. На базе подобных эталонов производят менее точные, но более удобные для измерения образцовые и рабочие меры (например, обыкновенная линейка — мера длины, хотя и не очень точная, гири — мера массы и т. д.).

Непосредственное сравнение измеряемых величин с мерами в большинстве случаев невозможно, поэтому измерения проводятся с помощью измерительных приборов, т. е. устройств, служащих для сравнения измеряемых величин с единицей измерения.

В измерительном приборе, состоящем из рядов измерительных преобразователей, измеряемая величина претер-

ивает ряд изменений в более удобные для обработки, дальнейшего преобразования и хранения параметры. В большинстве измерительных приборов, применяемых в авиационной и ракетной технике, неэлектрические измеряемые величины (например, давление, температура, скорость и т. д.) преобразуются в электрические, усиливаются и регистрируются.

Преобразователь, к которому подведена измеряемая величина, называется первичным преобразователем (датчиком). Например, термопара — датчик температуры, выходным сигналом которого является термо э.д.с. Существуют датчики температуры, использующие другие принципы измерения — зависимость от температуры электрического сопротивления (термометр сопротивления), длины столба жидкости (жидкостный термометр) и т. д.

Выходной сигнал с датчика может быть, после необходимых преобразований, считан наблюдателем со шкалы прибора. Такой метод измерений называется методом непосредственной оценки. Широко распространены также дифференциальный (определяется разность измеряемой и известной величины), компенсационный (сравнение измеряемой величины с известной величиной) и нулевой методы измерения. Последний обладает наиболее высокой точностью, т. к. эффект действия измеряемой величины здесь полностью уравнивается известной величиной и их результирующее действие становится равным нулю. Точность результата измерения, проводимого по нулевому методу, определяется в основном точностью применяемой меры и чувствительностью нулевого прибора. Например, взвешивание на равноплечных весах: измеряемая масса полностью компенсируется массой мерительных гирь, а весы служат лишь для установления факта равновесия. Точность взвешивания определяется чувствительностью весов и классом точности гирь.

Основными задачами измерения являются:

определение численного значения измеряемой величины  $\nu$  в выражении (1.1),

оценка допущенной при измерении  $\nu$  погрешности.

По способу решения этих задач различают прямые и косвенные измерения. Если измеряемая величина получена в результате непосредственного сравнения с мерами, либо с помощью прибора, градуированного в соответствующих единицах, то измерение называется прямым. Например, измерение длины штангенциркулем, массы — гирями, температуры — термопарой и т. п.

В ряде случаев прямое измерение искомой величины затруднительно или невозможно и о ней судят по нескольким прямым измерениям, связанным с искомой величиной известной зависимостью  $y = f(x_1, x_2, x_3, \dots)$ . Здесь  $x_1, x_2, x_3, \dots$  — прямые измерения,  $y$  — косвенное измерение. Например, измерив радиус, высоту и массу



цилиндра (прямые измерения), можно, произведя вычисления по известной формуле  $\rho = m/\pi r^2 h$ , определить плотность вещества (косвенное измерение).

## 1.2. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИИ

Как бы точно мы ни старались провести измерение, оно обязательно будет содержать погрешность.

Абсолютной погрешностью измерений ( $\Delta$ ) называют разность между показанием прибора ( $x$ ) и действительным значением измеряемой величины ( $x_d$ ):

$$\Delta = x - x_d. \quad (1.2)$$

Абсолютная погрешность мало говорит о действительной точности измерения. Например, если при измерении тяги двигателя была допущена абсолютная погрешность в 1Н, то для двигателя с тягой  $10^5$ Н результат следует признать очень хорошим (относительная ошибка 0,01%). Если же испытывался двигатель тягой 10Н, то точность измерения нельзя признать высокой (относительная погрешность 10%).

Относительная погрешность измерения — отношение абсолютной погрешности к действительному значению измеряемой величины:

$$\delta = \Delta/A_p. \quad (1.3)$$

Иногда относительную погрешность выражают в долях (или процентах) показания прибора.

Величина погрешности, получающаяся в процессе измерения, вообще говоря, зависит от измеряемой величины. Для получения этой зависимости одну и ту же величину измеряют испытываемым и более точным прибором во всем диапазоне шкалы испытываемого прибора. Эта операция называется градуировкой прибора. Пример связи  $\Delta = f(A)$  показан на рис. 1.1. Она получена при нормальных условиях для прибора условно эксплуатируется и характеризует основную погрешность измерений.

Зная связь  $\Delta = f(A)$  в графическом (рис. 1.1) или табличном виде, нетрудно восстановить действительное (более точное) значение измеренной величины  $A_d$ , введя соответствующую поправку:

$$A_n = A_i + C_i, \quad (1.4)$$

где  $A_i$  — показание прибора;

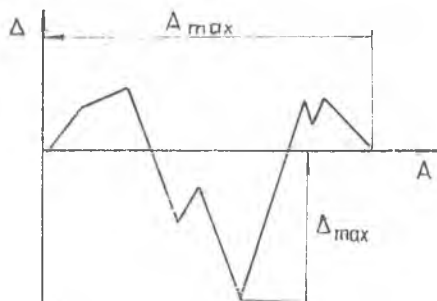


Рис. 1.1. Пример зависимости абсолютной погрешности от показаний прибора:  $A_{max}$  — диапазон измерений прибора;  $\Delta_{max}$  — максимальная абсолютная погрешность

$C_i = -\Delta_i$  — поправка.

Однако таблица поправок приводится в паспортах лишь наиболее точных приборов. В остальных случаях пользуются приведенной погрешностью

$$\delta_{\text{п}} = \pm \frac{\Delta_{\text{max}}}{A_{\text{max}}} \cdot 100\%, \quad (1.5)$$

т. е. отношением максимальной погрешности измерений в диапазоне шкалы прибора к этому диапазону. Эта величина совпадает с классом точности прибора. Например, если для измерения давления используется прибор 1-го класса с диапазоном измерения 0—10 ат, то в соответствии с (1.5) предельная погрешность

$$\Delta_{\text{max}} = \pm \frac{1\% \cdot 10 \text{ ат}}{100\%} = 0,1 \text{ ат.}$$

Но так как приборы такого класса не снабжены таблицей поправок, то при измерении давления, например в 5 ат, мы можем лишь сказать, что относительная погрешность измерения будет меньше, чем  $\delta = \frac{0,1}{5} \cdot 100\% = 2\%$ , ее и считают предельной. При измерении давления в 2 ат предельная погрешность уже составляет 5%. Отсюда известное в практике правило: при измерениях необходимо стремиться к тому, чтобы измеряемая величина лежала в последних 2/3 шкалы. Если измерение проводится в первой трети шкалы, то относительная погрешность существенно возрастает.

Рассмотренная выше предельная погрешность является погрешностью прибора и называется основной. Это значит, что если измерение проводится в условиях, соответствующих паспорту прибора, то погрешность измерения определяется, в основном, погрешностью прибора. Однако в авиационной и ракетной технике часто приходится проводить измерения в значительно более тяжелых условиях эксплуатации. Воздействие дестабилизирующих факторов (высокие температуры, виброперегрузки, агрессивные среды и т. п.) вызывает дополнительную погрешность измерений, которая в таких условиях часто является определяющей. Для уменьшения дополнительной погрешности градуировку измерительной системы необходимо проводить в условиях, по возможности близких к эксплуатационным, непосредственно до и после испытания.

### 1.3. МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИБОРОВ

В зависимости от назначения измерительные устройства делятся на три группы:

- 1) рабочие меры и приборы,
- 2) образцовые меры и приборы,
- 3) эталоны,

Рабочие меры и приборы используются для практических повседневных измерений в промышленности и подразделяются на технические и лабораторные (повышенной точности). Образцовые меры и приборы служат для поверки и градуировки рабочих. Точность образцовых приборов существенно (в 4—5 раз) выше рабочих. Эталоны служат для воспроизведения и хранения единиц измерения с наивысшей (метрологической) точностью, достижимой при современном уровне науки и техники.

В практической деятельности исследователь имеет дело обычно с рабочими и образцовыми приборами (последние иногда применяют в научных исследованиях). Для того, чтобы правильно подобрать прибор, необходимо знать его характеристики: чувствительность, цену деления шкалы, точность, постоянную времени.

**Чувствительность.** Любой прибор измеряемую величину (какой-либо входной сигнал, например давление) преобразует в выходной сигнал, удобный для наблюдения или анализа. Чаще всего это перемещение указателя прибора. Связь выходного сигнала  $y$  с входным  $x$  называют статической характеристикой прибора:

$$y = y(x). \quad (1.6)$$

Чувствительностью прибора называют отношение изменения выходного сигнала (обычно перемещение указателя прибора) к вызвавшему его изменению измеряемой величины, т. е.

$$S = \frac{dy}{dx} = S(x). \quad (1.7)$$

Чем больше  $S$ , тем чувствительнее прибор, тем круче проходит его статическая характеристика. Это значит, что чем чувствительнее прибор, тем меньшие изменения измеряемой величины он способен фиксировать. С другой стороны, с увеличением чувствительности растет необходимость изоляции прибора от помех, что усложняет измерение.

В зависимости от функции  $S = f(x)$  чувствительность может быть либо постоянной величиной ( $y \sim x$  — линейная статическая характеристика), либо величиной, зависящей от  $x$ . В первом случае говорят, что прибор имеет линейную шкалу, во втором — нелинейную. Нелинейность шкалы нежелательна.

Наряду с чувствительностью при многих видах измерений (например нулевым методом) важное значение имеет также порог чувствительности, т. е. минимальное изменение измеряемой величины, которое может быть отмечено данным прибором. Чем больше чувствительность, тем меньше этот порог. Порог чувствительности зависит также и от величины трения, которое тормозит отклонение подвижной системы прибора, и от конкретных

условий наблюдения (возможности различать малые отклонения, стабильности показаний и т. д.).

**Цена деления шкалы прибора.** Как правило, шкала прибора градуируется непосредственно в единицах измеряемой величины  $x$  (на термометре — в градусах, на манометре — в атмосферах и т. д.). В этом случае цена деления прибора ( $c$ ) — это число единиц измеряемой величины, приходящееся на одно деление на шкале прибора. Если  $a$  — число делений на шкале прибора до указателя, положение которого соответствует некоторой измеряемой величине  $x$ , то для равномерной шкалы

$$c = x/a. \quad (1.8)$$

Если шкала прибора градуирована просто в миллиметрах (или других единицах, пропорциональных линейному перемещению), то цена деления прибора есть величина обратная чувствительности.

**Точность прибора.** Основная погрешность определяется классом точности применяемого прибора (см. разд. 1.2). При отклонении условий от нормальных возникающая дополнительная погрешность может существенно исказить результаты измерений даже при использовании приборов высокого класса. Целесообразность применения точных приборов следует предварительно тщательно оценить, сопоставляя основную и ожидаемую дополнительную погрешности.

**Постоянная времени прибора** является его динамической характеристикой. Если сигнал на входе в прибор мгновенно изменяется на некоторую величину, то выходной сигнал может достигнуть насыщения лишь через некоторое время. Например, горячий слой термопар быстро опустили в кипящую воду. По мере прогревания и подводящих проводов будет меняться термо э.д.с. термопары, достигнув максимального значения после установления рав-

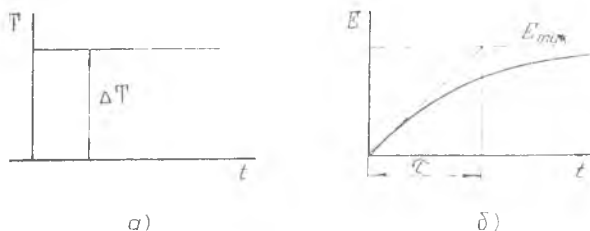


Рис. 1.2. Зависимость входного (а) и выходного (б) сигналов термопары от времени;  $\Delta T$  — температура (входной сигнал);  $E$  — термо э.д.с. (выходной сигнал)

новесия (рис. 1.2). Связь выходного сигнала со временем иногда выражается экспонентой

$$y/y_{\max} = 1 - e^{-t/\tau}.$$

Продифференцировав последнее выражение, получим

$$\frac{d y}{d t} = \frac{y_{\max}}{\tau} e^{-t/\tau},$$

положив в котором  $t = 0$ , найдем соотношение

$$\left. \frac{d y}{d t} \right|_{t=0} = \frac{y_{\max}}{\tau}. \quad (1.9)$$

Величина  $\tau$ , входящая в приведенные выше выражения, называется постоянной времени. Ее физический смысл ясен из формулы (1.9). Если провести касательную к кривой  $y = y(t)$  в начальной точке (на рис. 1.2 кривая конкретизирована  $E = E(t)$ ), то она достигнет величины  $y_{\max}$  через некоторое время, равное  $\tau$  — постоянной времени прибора. Чем меньше постоянная времени, тем менее прибор инерционен. Малоинерционные приборы применяют для изучения быстропеременных процессов (процессов, имеющих высокую частоту).

#### 1.4. КЛАССИФИКАЦИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЙ

Существует много признаков, по которым можно классифицировать погрешности измерений. Различают объективные и субъективные, статические и динамические погрешности. При математической оценке погрешности измерения делят на систематические, случайные, а также промахи.

**Систематические погрешности** вызываются факторами, действующими одинаковым образом при многократном повторении одних и тех же измерений. Например, при взвешивании тела в воздухе, на пружинных весах, мы будем допускать систематическую погрешность, связанную с выталкивающей силой. Вычислив ее, согласно закону Архимеда, и внося соответствующую поправку, можно избавиться от этой систематической погрешности. Однако не всегда систематические погрешности можно исключить так просто. Их причинами могут быть смещение стрелки прибора или шкалы, неправильное положение наблюдателя и множество других причин. Различают следующие систематические погрешности: инструментальные (из-за неточности прибора), личные (из-за свойств наблюдателя), установочные (например, негоризонтальность весов), связанные с методом измерений (например, измерение температуры газового потока термопарой с открытым спаем), теоретические, возникающие из-за применения неточных или ошибочных формул.

Учтенные заранее систематические погрешности на точность измерения не влияют. Устранить их полностью, как правило, не удастся, так как зачастую неизвестны все причины, их вызывающие.

Наиболее конструктивный путь уменьшения систематических ошибок — проведение, если это возможно, измерения одной и той же величины несколькими методами.

**Случайные погрешности** обязаны своим происхождением ряду причин, действие которых неодинаково в каждом опыте и не может быть учтено заранее. Это означает, что для одного и того же значения измеряемой физической величины погрешности измерений, выполненных многократно одним и тем же прибором, не совпадают, но группируются вокруг некоторого значения (рис. 1.3).

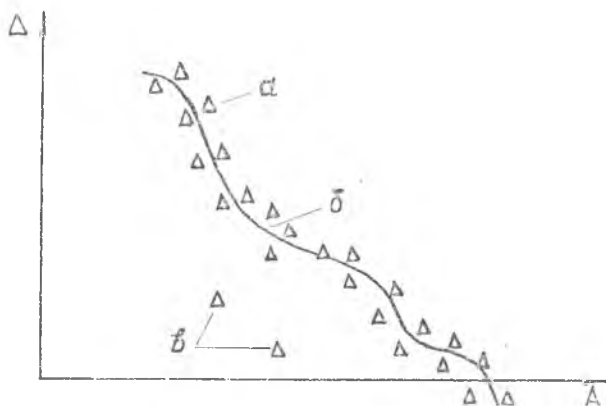


Рис. 1.3. Распределение погрешностей: *a* — случайные; *b* — систематические; *b* — промахи

Кривая, проведенная через среднее значение погрешностей для каждого значения физической величины, дает закон изменения систематической погрешности. Отклонения от этой кривой представляют собой случайные погрешности отдельных измерений. Величина случайных погрешностей различна даже при измерениях, выполняемых одинаковым образом. Если систематическую погрешность можно учесть поправкой, то случайная погрешность может иметь различную величину в одном и том же опыте. Чем больше разброс случайных погрешностей, тем менее точен прибор. Для оценки неизбежных случайных погрешностей и разработки мероприятий по уменьшению их влияния на результат эксперимента используется аппарат теории вероятности.

Иногда в результате небрежности экспериментатора возникают грубые ошибки (например, в результате неверной записи: вместо 10,5 К — 105 К). Такие грубые ошибки называют **промахами**. Математическая теория ошибок позволяет отличить промахи от закономерных случайных ошибок. Для этого используются специальные критерии.

## 1.5. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Таблица

$x_i + x_{i+1}$	MM	$98 \div 98,5$	$98,5 \div 99$	$99 \div 99,5$	$99,5 \div 100$	$100 \div 100,5$	$100,5 \div 101$	$101 \div 101,5$	$101,5 \div 102$
$\bar{x}_i$	MM	98,25	98,75	99,25	99,75	100,25	100,75	101,25	101,75
$n_i$	—	1	2	13	30	37	14	3	0
$P_i \approx n_i/N$	—	0,01	0,02	0,13	0,30	0,37	0,14	0,03	0
$\varphi(x_i) = \frac{n_i/N}{\Delta x}$	1/MM	0,02	0,04	0,26	0,60	0,74	0,28	0,06	0

Проведем одним и тем же методом в одних и тех же условиях  $N$  измерений одной и той же величины, например длины стержня, обыкновенной линейкой. Проводим первое измерение—получаем длину  $X_1$ , второе— $X_2$ , третье— $X_3$  и т. д. Причем все эти измерения разнятся по условиям их проведения (разные наблюдатели, разная температура окружающей среды, т. е. разная цена деления линейки, и т. д.), а следовательно, и по результатам. Возникает вопрос, какое же из этих значений ближе всего к действительной длине стержня. Многочисленные эксперименты показали, что в большинстве случаев результаты экспериментов группируются вокруг их среднеарифметического.

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i, \quad (1.10)$$

которое при  $N \rightarrow \infty$  и отсутствии систематической погрешности стремится к действительному значению измеряемой величины. Выражение (1.10) позволяет решить первую задачу измерения, т. е. найти численное значение измеряемой величины.

Для решения второй задачи, т. е. оценки допущенной при измерении погрешности, нанесем полученные нами результаты на числовую ось и разобьем ее на равные участки  $\Delta x = x_{i+1} - x_i$  (здесь  $x_i, x_{i+1}$  — границы участков, а не результаты эксперимента  $X_i$ ). Характерный представитель каждого участка обозначим

$$\tilde{x}_i = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}.$$

Найдем теперь, какое количество измерений  $n_i$  попадет в каждый выделенный нами участок. Результаты 100 измерений длины стержня приведены в таблице (истинная длина стержня 100 мм, величина  $\Delta x = 0,5$  мм выбрана произвольно).

В этой же таблице приведены и некоторые результаты обработки эксперимента, которые понадобятся нам в дальнейшем.

Величина  $n_i/N$ , т. е. отношение попавших в заданный интервал измерений, к их общему числу, называется частотой события. Нетрудно видеть, что существует связь между частотой события и расположением выделенного нами участка на числовой оси  $\bar{x}_i$  (рис. 1.4,а). Эта связь называется гистограммой (рис. 1.4,б). Чем ближе расположен участок к истинному значению измеряемой величины, тем больше частота события. Например, в диапазон 100—100,5 мм попадает 37% всех измерений.

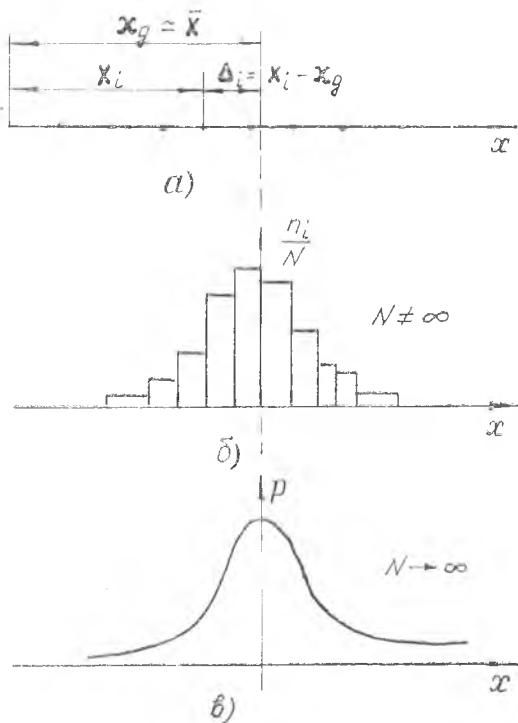


Рис. 1.4. Распределение случайных погрешностей на числовой оси

Для другого количества измерений, например  $N = 101$ , гистограмма, оставаясь неизменной качественно, количественно будет несколько меняться. При стремлении числа экспериментов к бесконечности в каждом интервале частота события стремится к некоторой величине, которая называется вероятностью события (в



нашем случае вероятностью появления значения измеренной величины в данном интервале):

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n_i}{N} = P_i. \quad (1.11)$$

Гистограмма в этом случае является плавной кривой, не зависящей, естественно, от числа измерений (рис. 1.4,в). Подобный вид будет иметь гистограмма и при измерении других физических величин. Однако ее неудобство заключается в том, что частота события, а следовательно и вероятность, зависят от произвольно выбранного нами интервала  $\Delta x$ . Действительно, стоит выбрать  $\Delta x$ , например, в два раза больше — и соответственно увеличится вероятность  $P_i$  (это нетрудно видеть из таблицы). А нам, естественно, хотелось бы иметь некоторый универсальный параметр, характеризующий распределение случайных погрешностей. Для этого вероятность (или частоту) появления погрешности относят к единичному интервалу. Этот комплекс

$$\varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P_i}{\Delta x} = \frac{dP}{dx} \quad (1.12)$$

называют плотностью вероятности. Он зависит уже лишь от  $x$  (в таблице приведены приближенные значения  $\varphi(x)$ ).

Вид этой зависимости, которая называется законом распределения случайных погрешностей, может быть найден из вполне естественных предположений:

погрешности измерений могут принимать непрерывный ряд значений;

при большом числе измерений погрешности одинаковой величины, но разного знака, встречаются одинаково часто;

чем больше погрешность, тем меньше частота ее появления.

Эти предположения (иногда их называют постулатами Гаусса), проверенные многочисленными экспериментами, приводят к так называемому закону нормального распределения погрешностей или закону Гаусса:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{2\sigma^2}}, \quad (1.13)$$

где  $\sigma$  — среднее квадратичное отклонение, а  $\sigma^2$  — дисперсия измерения, параметр, характеризующий величину случайных погрешностей.

Имеются и другие законы распределения случайных ошибок, однако в большинстве случаев, когда погрешности измерений не слишком велики, закон Гаусса находится в отличном согласовании с экспериментом. Это связано с тем, что часто суммарная погрешность является результатом совместного действия ряда при-

чин, каждая из которых вносит малую долю в общую погрешность. В этом случае, по какому бы закону не были распределены погрешности, вызываемые каждой из причин, результат их суммарного действия приведет к гауссовому распределению погрешностей. Это положение строго доказывается в математике и является следствием центральной предельной теоремы Ляпунова.

Как же практически воспользоваться формулой Гаусса? По результатам многократных измерений одной и той же физической величины в одних и тех же условиях мы можем найти  $x_n$  (например, по формуле (1.10)) и дисперсию (см. формулу (1.18)). Следовательно, по формуле (1.13) можем рассчитать плотность вероятности для данного измерения на любом расстоянии от  $x_n$ . Выделим теперь на числовой оси бесконечно малый отрезок  $dx$ . Вероятность попадания измерения в этот отрезок соответствует величине участка площади под кривой нормального распределения:

$$dP = \varphi(x) dx \quad (1.14)$$

(см. формулу (1.12)). Таким образом, величина площади, заштрихованная на рис. 1.5, равна вероятности появления результата из-

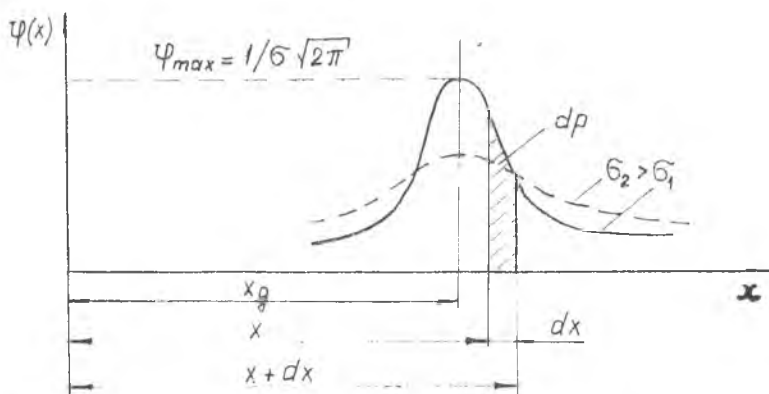


Рис. 1.5. Закон нормального распределения случайных погрешностей

мерения на отрезке  $[x; x + dx]$ . Возвращаясь к примеру, приведенному в таблице, оценим вероятность появления значения измеренной величины в интервале, например, 100—100,5 мм:

$$\Delta P_i = \varphi(x_i) \Delta x = 0,74 \cdot 0,5 = 0,37.$$

Аналогично можно найти вероятность появления значения измеренной величины и в других интервалах. Сложив их, получим общую площадь под кривой или вероятность появления результата измерения в диапазоне от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Нетрудно непосредствен-

ным вычислением убедиться, что величина этой вероятности равна 1. Впрочем, убедиться в том, что

$$P = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x) dx = 1, \quad (1.15)$$

можно и без вычислений. Действительно, в интервал от  $-\infty$  до  $+\infty$ , очевидно, должно попасть любое значение измеренной величины. Следовательно, частота этого события или вероятность  $P_i \approx n_i/N = 1$ , т. к.  $n_i = N$ .

Анализируя формулу (1.13), можно убедиться, что плотность вероятности достигает максимума при  $x = x_d$ , поэтому  $x_d$  называют математическим ожиданием. Максимум

$$\varphi(x)_{\max} = \varphi(x_d) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \quad (1.16)$$

с ростом  $\sigma$  уменьшается. А так как площадь под кривой для любого значения  $\sigma$  в диапазоне  $[-\infty, +\infty]$  равна 1, то увеличение  $\sigma$  приводит к «растягиванию» кривой вдоль оси  $x$ , т. е. чем больше рассеивание или среднее квадратичное отклонение случайной величины, тем менее точным является измерение.

Таким образом, для того чтобы указать величину случайной погрешности измерения, необходимо найти вероятность нахождения результата эксперимента в диапазоне  $[x_n - \Delta x, x_n + \Delta x]$ . Эта вероятность называется доверительной, а интервал значений измеряемой величины  $[x_n - \Delta x, x_n + \Delta x]$  носит название доверительного интервала. Итак, оценка случайной погрешности требует задания двух величин — доверительного интервала и доверительной вероятности.

Для нахождения доверительной вероятности воспользуемся законом нормального распределения и формулой (1.14):

$$P(x - \Delta x, x + \Delta x) = \int_{x_n - \Delta x}^{x_n + \Delta x} \varphi(x) dx = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{x_n - \Delta x}^{x_n + \Delta x} e^{-\frac{(x-x_n)^2}{2\sigma^2}} dx.$$

Этот интеграл обычно преобразуют с помощью подстановки

$$U_p = \frac{x - x_n}{\sigma} \quad \text{или} \quad dU_p = \frac{dx}{\sigma},$$

тогда

$$P(x - \Delta x, x + \Delta x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{\frac{-\Delta x}{\sigma}}^{\frac{+\Delta x}{\sigma}} e^{-U_p^2/2} \sigma dU_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{-\Delta x}{\sigma}}^{\frac{+\Delta x}{\sigma}} e^{-U_p^2/2} \times \\ \times dU_p,$$

где пределы интегрирования получены подстановкой

$$\pm U_p = \frac{x - x_d}{\sigma} = \frac{x_d \pm \Delta x - x_d}{\sigma} = \pm \frac{\Delta x}{\sigma}.$$

Найденный интеграл зависит лишь от величины  $U_p = \Delta x/\sigma$ , называемой квантилем нормального распределения. Интеграл

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-U_p}^{+U_p} e^{-U_p^2/2} dU_p = \operatorname{erf} \frac{\Delta x}{\sigma \sqrt{2}} = \Phi(U_p) \quad (1.17)$$

называют интегралом вероятности или функцией Лапласа. Он протабулирован, так как не выражается аналитически.

Приведем некоторые распространенные значения интеграла вероятности (доверительная вероятность) для доверительного интервала, выраженного в долях среднего квадратичного отклонения, которые полезно запомнить:

$$x = \sigma; U_p = 1; \Phi(1) = 0,68,$$

$$x = 2\sigma; U_p = 2; \Phi(2) = 0,95,$$

$$x = 3\sigma; U_p = 3; \Phi(3) = 0,997.$$

Это означает, что для  $U_p = 3$  из 1000 измерений 997 уложатся в интервал  $[x_d - 3\sigma; x_d + 3\sigma]$  и лишь в трех случаях можно ожидать больших случайных погрешностей. Таким образом, с большой достоверностью (говорят надежность 0,997) можно сказать, что погрешность измерения величины  $X$  не превышает  $3\sigma$ . Перед испытаниями принимается решение об уровне надежности измерений, мерой которой является доверительная вероятность. Чем более ответственным является испытание, тем больше назначается доверительная вероятность. Если при этом доверительный интервал, т.е. погрешность измерений, получается слишком большим, то принимают меры по увеличению точности измерений (увеличение числа измерений, применение более точных приборов и т. п.).

До сих пор мы считали, что в нашем распоряжении имеется неограниченно большое число измерений. Но на практике часто приходится иметь дело с весьма ограниченным числом измерений. В этом случае величина среднего квадратичного отклонения отдельного измерения может быть определена лишь приближенно:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N-1}}. \quad (1.18)$$

При  $N \rightarrow \infty$  величина  $S \rightarrow \sigma$ . Аналогично и среднеарифметиче-

ское  $\bar{X} \rightarrow x_d$  при  $N \rightarrow \infty$ . В реальной ситуации ( $N \neq \infty$ ) среднее арифметическое  $\bar{X}$  измерений определяется с некоторой погрешностью:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{X}_i - \bar{X})^2}{N(N-1)}}. \quad (1.19)$$

С увеличением числа измерений среднее квадратичное отклонение среднее арифметического уменьшается, что часто используют для повышения точности измерений, если случайная погрешность является определяющей.

При практической работе важно строго разграничивать области применения среднеквадратичной погрешности отдельного измерения  $S$  и среднее арифметического  $S_{\bar{x}}$ . Последняя применяется всегда, когда необходимо оценить погрешность величины, которую мы получили в результате всех произведенных измерений. Если необходимо охарактеризовать точность применяемого способа измерений, следует указывать его погрешность  $S$ . Зная ее, можно выбрать нужное число измерений, чтобы, пользуясь формулой (1.19), получить допустимую случайную погрешность окончательного результата измерений. При ограниченном числе измерений ( $N < 20$ ) связь между доверительными вероятностью и интервалом определяется не только средним квадратичным отклонением, как это было в (1.17), но и зависит от числа измерений, т. к. сама величина  $S$  (см. зависимость (1.18)) отягчена погрешностью, зависящей от  $N$ . Соответствующую функцию получил Стьюдент, пользуясь аппаратом теории вероятностей:

$$t(P, N) = \frac{\Delta x}{S_{\bar{x}}} = \frac{\Delta x}{S} \sqrt{N}. \quad (1.20)$$

Величина  $t(P, N)$ , называемая квантилем Стьюдента, приводится в соответствующих таблицах для пяти уровней надежности:  $P = 0,9; 0,95; 0,98; 0,99; 0,999$ . Это позволяет при заданном уровне надежности  $P$  для  $N$  измерений оценить доверительный интервал  $\Delta x$ , рассчитав предварительно по (1.18) среднее квадратичное отклонение. Возможно решение и обратной задачи.

Несколько слов о выявлении промахов. Промах — это результат грубой ошибки экспериментатора, нарушающий закономерные отклонения случайной величины от математического ожидания  $x_d$ , следовательно, вероятность его появления ничтожно мала. Так, на практике иногда отбраковывают все результаты, погрешность которых превышает  $3\delta$ . Однако при большом числе измерений вероятность появления погрешностей, превышающих  $3\sigma$ , достаточно велика. Существуют различные способы, связывающие вероятность появления промаха с числом измерений. Для этого вычисляют отклонение «подозреваемого» результата  $X^*$  от наиболее вероятного (среднее арифметического), обычно в долях среднего

квадратичного отклонения и сравнивают полученную величину, например, с критерием Шовена. Если

$$\left| \frac{X^* - \bar{X}}{S} \right| > \psi(N),$$

где  $\psi(N)$  — критерий Шовена, вычисленный для ряда значений  $N$ , то результат считается промахом. Это значит, что вероятность появления такого результата исчезающе мала при большом числе измерений и его следует исключить. Некоторые способы исключения промахов и соответствующие справочные материалы приведены в [8].

## 1.6. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Имея результаты  $N$  измерений величины  $X$ :

1. Находят среднеарифметическое измерений

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i.$$

2. Находят абсолютные погрешности измерений  $\Delta_i = X_i - \bar{X}$  и возводят их в квадрат. Иногда проверяют, выполняется ли закон нормального распределения (упрощенная проверка:  $\sum_{i=1}^N \Delta_i$  должна быть примерно равна нулю, подробнее см. в [8]).

3. Определяют среднее квадратичное отклонение отдельного измерения

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta_i^2}{N-1}}.$$

4. Проверяют с помощью специальных критериев наличие промахов. Если промахи имели место, то они исключаются, а вычисления по пп. 1—3 повторяются.

5. В соответствии с заданной предварительно надежностью по квантилю нормального распределения ( $N > 20$ ) или квантилю Стьюдента ( $N < 20$ ), приведенным в соответствующих таблицах, находится доверительный интервал. В последнем случае

$$\Delta x = t(P, N) \frac{S}{\sqrt{N}},$$

для нормального распределения  $\Delta x = U_p S$ .

## 1.7. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Пусть косвенное измерение  $y$  связано с  $m$  прямыми измерениями известной зависимостью

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (1.21)$$

причем каждое из них проведено  $n$  раз.

Очевидно,  $m$  погрешностей, например, первого измерения  $\Delta x_{11}$ ,  $\Delta x_{21} \dots \Delta x_{m1}$  вызовут определенную погрешность косвенного измерения  $\Delta y_1$ . Обычно величины  $\Delta x_{ij}$  весьма малы, а прямые измерения  $x_i$  можно считать независимыми. Тогда связь прямых и косвенных погрешностей в первом измерении определяется известным выражением полного дифференциала функции нескольких переменных:

$$dy_1 = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_{11} + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_{21} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} dx_{m1}.$$

Аналогичные выражения можно записать и для остальных  $n$  измерений:

$$dy_2 = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_{12} + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_{22} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} dx_{m2};$$

$$dy_n = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_{1n} + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_{2n} + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_m} dx_{mn}.$$

Возведем эти выражения в квадрат, пренебрегая смешанными членами типа  $dx_{ij} dx_{kl}$ , и разделим на  $(n-1)$ . Тогда в левой части получим квадрат среднего квадратичного отклонения косвенного измерения, в правой части, после простых преобразований, — соответствующие параметры прямых измерений:

$$S_y^2 = \left(\frac{\partial y}{\partial x_1}\right)^2 S_{x_1}^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2}\right)^2 S_{x_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial y}{\partial x_m}\right)^2 S_{x_m}^2. \quad (1.22)$$

Аналогичную связь можно получить и между другими параметрами точности прямых и косвенных измерений.

Найдем, например, погрешность среднеарифметического, рассматривая его как косвенное, а  $X_1, X_2, \dots, X_N$  как прямые с одинаковым средним квадратичным отклонением  $S$ . Их связь дается выражением (1.10):

$$\bar{X} = \frac{X_1}{N} + \frac{X_2}{N} + \dots + \frac{X_N}{N}.$$

Но  $\frac{\partial \bar{X}}{\partial X_1} = \frac{\partial \bar{X}}{\partial X_2} = \dots = \frac{\partial \bar{X}}{\partial X_N} = \frac{1}{N}$  — и в соответствии с (1.22) получаем:

$$S_{\bar{X}} = S/\sqrt{N}.$$

Выше это выражение приводилось без вывода.

Часто встречается случай, когда косвенное измерение представляет произведение или частное прямых измерений. Например, при определении плотности вещества цилиндра

$$\rho = 4m/\pi d^2 h. \quad (1.23)$$

Найдем соответствующие производные

$$\frac{\partial \rho}{\partial m} = \frac{4}{\pi d^2 h}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial d} = -\frac{8}{\pi d^3 h}; \quad \frac{\partial \rho}{\partial h} = -\frac{4m}{\pi d^2 h^2},$$

подставим их в (1.22) и разделим на (1.23):

$$\delta^2 \rho = \left( \frac{S_p}{\rho} \right)^2 = \delta^2 m + (2 \delta d)^2 + \delta^2 h, \quad (1.24)$$

где  $\delta m$ ,  $\delta d$ ,  $\delta h$  — относительные погрешности прямого измерения массы, диаметра и высоты цилиндра.

Таким образом, если косвенное измерение представляет собой частное и произведение прямых, то следует складывать квадраты не средних квадратичных отклонений  $S^2$ , а относительных погрешностей  $\delta^2$ , причем коэффициент перед относительной погрешностью равен показателю степени соответствующего прямого измерения (см. формулы (1.23), (1.24)).

## 2. МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В ДЛА

### 2.1. ОСОБЕННОСТИ ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ В ДЛА

Создание ДЛА связано с большим числом разнообразных экспериментов, в процессе которых используется практически весь арсенал методов и средств теплотехнических измерений. Причем при испытаниях ДЛА датчики находятся в особо сложных условиях. Это связано со следующими причинами:

- разнообразие рабочих тел (жидкость, газ, агрессивные среды);
- широкий температурный диапазон ( $-200... + 3500$  К);
- значительные вибрации элементов конструкции;
- широкий частотный диапазон колебаний измеряемых величин (от долей Гц до  $\sim 10$  кГц).

Исходя из этих особенностей, формулируются основные требования к первичным преобразователям (ПП):

- малая чувствительность к колебаниям температуры, если, конечно, она не является измеряемой величиной;

- малая чувствительность к перегрузкам давления и вибрации;

- собственная частота ПП ( $f_c = \sqrt{c/m}$ , где  $c$  — жесткость системы, т. е. усилие, которое нужно приложить, чтобы вызвать ее единичное перемещение;  $m$  — масса системы) должна быть примерно на порядок больше частоты исследуемого процесса;

- небольшие габариты;

- стабильность характеристик во времени;

- возможность дистанционного снятия показаний;

- в ряде случаев полная герметизация полости ПП, чтобы его можно было установить в агрессивной среде.



Трудно подобрать ПП, который отвечал бы всем перечисленным требованиям, поэтому обычно выбирается компромиссное решение. При исследованиях ДЛА применяется большинство известных ПП. С потребностями двигателестроения связана и значительная часть новых разработок в области измерений.

## 2.2. ИЗМЕРЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

### 2.2.1. Первичные преобразователи

Существующие средства измерения давления основаны, главным образом, на уравновешивании усилия, возникающего от действия давления, массой жидкости или различными упругими элементами (мембранами, сильфонами, пружинами).

Устройства, предназначенные для измерения избыточных положительных давлений, называются манометрами, отрицательных — вакууметрами, абсолютного атмосферного давления — барометрами.

При испытаниях ДЛА широко применяются как электрические, так и неэлектрические средства измерения давления. Из последних наиболее распространены жидкостные, пружинные и поршневые манометры.

**Жидкостные манометры** представляют собой обычные U-образные трубки (рис. 2.1, а), заполненные жидкостью (вода, ртуть,

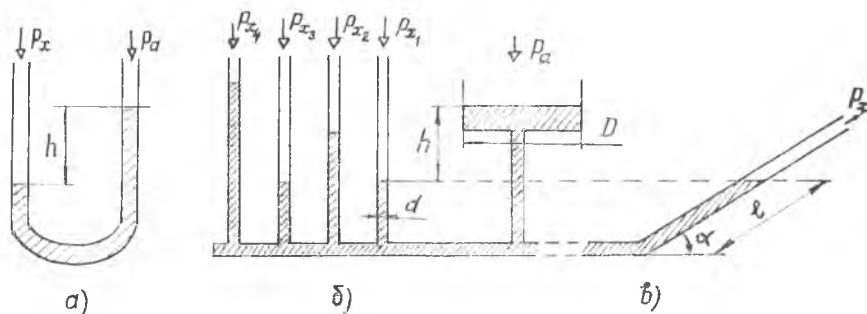


Рис. 2.1. Жидкостные манометры: а — U-образный; б — чашечный; в — микроманометр

спирт, масло и т. п.). Перепад между измеряемым ( $p_x$ ) и атмосферным или эталонным ( $p_a$ ) давлениями уравновешивается столбом жидкости  $h$ :

$$\Delta p = p_x - p_a = \rho gh,$$

где  $\rho$  — плотность жидкости. Основное достоинство таких манометров — малая погрешность ( $\sim 0,1\%$ ). Недостатком является необходимость визуального определения двух уровней жидкости, невозможность динамических измерений, трудность автоматизации, что, впрочем, свойственно большинству неэлектрических методов измерения.

Иногда вместо  $U$ -образных трубок применяются чашечные, часто многоточечные манометры (рис. 2.1,б), здесь высота  $h$  определяется только одним визуальным отсчетом. При  $D/d > 32$  изменением уровня жидкости в резервуаре можно пренебречь. Для  $p_x - p_a \leq 1000$  мм рт. ст. это дает погрешность менее  $0,1\%$ . При необходимости измерения малых перепадов давлений ( $\Delta p < 200$  мм вод. ст.) используют микроманометр (рис. 2.1,в), где

$$p_x - p_a = \rho g l \sin \alpha.$$

В этом случае снижается погрешность из-за неточного отсчета шкалы, так как цена деления манометра уменьшается:

$$c = \frac{p_x - p_a}{l} = \rho g \sin \alpha.$$

Следовательно, при одинаковом перепаде давлений отсчет по шкале микроманометра больше, чем у обычного манометра, в  $1/\sin \alpha$  раз.

**Пружинные манометры.** Чувствительный элемент этого манометра (рис. 2.2) — трубка Бурдона  $1$  — имеет овальное сечение.

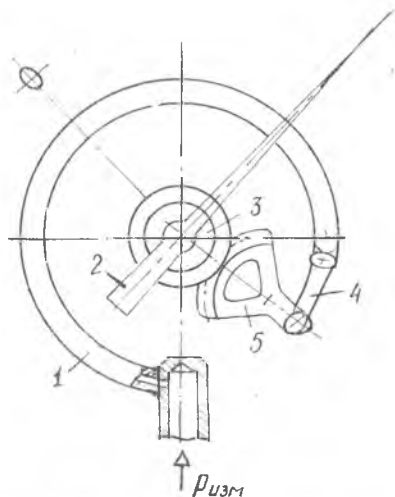


Рис. 2.2. Манометр с трубчатой пружиной

Под действием измеряемого давления она стремится распрямиться, приняв в поперечном сечении круглую форму, при этом внутренние слои сжимаются, а наружные растягиваются. Возникающее усилие, разгибающее трубку, передается через тягу  $4$  и зубчатый сектор  $5$  к зубчатому колесу  $3$  и стрелке  $2$ . Для устранения зазоров в зацеплении  $3-4$  ось стрелки закручивается слабой спиральной пружиной (на рисунке не указана). Аналогичную систему передачи от упругого элемента к стрелке имеют и другие типы пружинных манометров (мембранные, сильфонные и т. д.).

В зависимости от величины погрешности пружинные манометры выпускаются следующих классов точности: рабочие — 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4; образцовые — 0,2; 0,35. Проверка пружинных манометров обычно выполняется с помощью **грузопоршневых манометров** (рис. 2.3) высокой точности.

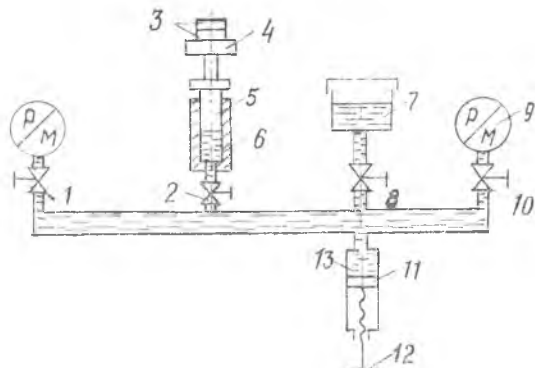


Рис. 2.3. Грузопоршневой манометр

Проверяемый манометр присоединяют к одному из штуцеров (1 или 10). Для получения требуемого давления на тарелку 4 кладут необходимое количество грузов. Затем, вращая маховик 12 прессы 11 по часовой стрелке, увеличивают давление масла в системе, что приводит к всплытию поршня 5 с грузами 3. В системе устанавливается давление от силы тяжести грузов 3 и поршня 5 с тарелкой 14 (масса поршня и тарелки обычно 1 кг, эффективная площадь поршня 1 см<sup>2</sup>). Для уменьшения влияния сил трения в паре поршень 5 — цилиндр 6 поршень с грузами необходимо привести во вращение.

При необходимости дистанционного снятия показаний используются электрические средства измерения давления. Они значительно проще позволяют автоматизировать эксперимент. В электрических манометрах изменение давления вызывает механическое перемещение чувствительного элемента, которое преобразуется в изменение сопротивления, индуктивности, емкости, частоты и т. д. Соответственно различают потенциометрические и тензометрические, индуктивные, емкостные, частотные датчики давления.

**В потенциометрических датчиках** (рис. 2.4,а) перепад измеряемого и атмосферного давлений приводит к изменению формы мембранной коробки М (сильфона, трубки Бурдона и т. п.), которое через тягу Т передается на рычаг, заставляя перемещаться подвижный контакт К по виткам реостата Р. Разработано несколько

вариантов таких датчиков, в том числе и дифференциальных (сравнивающих два давления). Потенциометрические датчики имеют простую схему, удобны в эксплуатации, дают высокий уровень выходного сигнала, обладают стабильной статической характеристикой. Недостатком таких датчиков является их чувствительность к вибрациям, а также небольшая собственная частота, что позволяет их использовать для измерения лишь медленно меняющихся давлений (с частотой порядка нескольких герц).

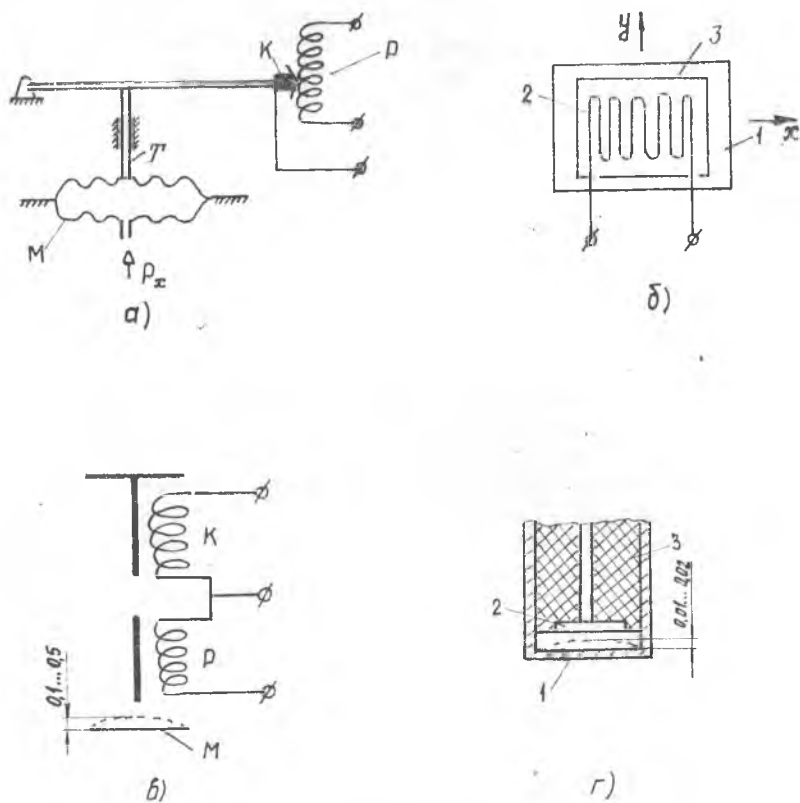


Рис. 2.4. Электрические манометры: а — потенциометрический; б — тензометрический; в — индуктивный; г — емкостный

Этих недостатков лишены **тензодатчики**, принцип действия которых основан на изменении сопротивления проводника при изменении его длины. Зигзагообразно уложенная проволока 2 (рис. 2.4б) наклеивается на какой-либо чувствительный элемент 1, изменяющий свои размеры под действием давления, например, на

мембрану. От поверхности чувствительного элемента 1 проволока 2 тензодатчика отделяется слоем электроизоляционного материала 3. Аналогичной изолирующей прослойкой проволока 2 закрыта и сверху.

Качество работы тензодатчика в значительной степени определяется надежностью приклеивания проволоки к чувствительному элементу, так как их деформации должны совпадать. При изменении давления меняются размеры мембраны, а значит и длина проволоки  $l$ , что приводит к изменению ее сопротивления  $R$ . Тензодатчик обычно включается в мост Уитстона и его сопротивление сравнивается с эталонным.

Важной характеристикой тензодатчиков является тензочувствительность:

$$k = \frac{\Delta R/R}{\Delta l/l} = \frac{\Delta R}{R \varepsilon}.$$

Проволока тензодатчика выполняется обычно из материалов, удельное сопротивление которых мало зависит от температуры (константан, нихром). Тензочувствительность этих материалов невелика (2—3,5), значительно выше она у разрабатываемых в последнее время полупроводников ( $k = 120—150$ ).

Для повышения чувствительности тензодатчика стараются увеличить длину проволоки, располагая ее на небольшой площади, что и приводит к конфигурации, изображенной на рис. 2.4,б. Такой датчик весьма чувствителен к изменению размеров в направлении  $y$  и практически нечувствителен в направлении  $x$ . Этим пользуются для компенсации изменения сопротивления проволоки от температуры, располагая перпендикулярно измерительному компенсационный датчик. На сопротивление последнего воздействует только температура. Стараются, чтобы она была как можно ближе к температуре измерительного датчика. Тогда, вычитая из его показаний показания компенсационного датчика, можно значительно снизить температурную погрешность.

Тензодатчики имеют погрешность порядка  $\sim 1\%$ , стабильную статическую характеристику и достаточно высокую собственную частоту ( $f = 2000$  Гц). Недостатком является их чувствительность к тепловым ударам, а также низкий уровень выходного сигнала и, как следствие, необходимость в довольно сложной и громоздкой вторичной аппаратуре. Последнее, впрочем, характерно практически для всех высокочастотных датчиков давления.

В индуктивном датчике (рис. 2.4,в) прогиб мембраны  $M$  изменяет магнитное сопротивление якоря рабочей катушки  $P$ , а следовательно и ее магнитное сопротивление. Вторая катушка  $K$  компенсирует влияние температуры. Эти катушки представляют два плеча измерительного моста, остальные два плеча находятся во вторичной аппаратуре типа ИД-2И. Индуктивные датчики (на-

пример ДД-10) весьма чувствительны. Они позволяют уловить прогиб мембраны 0,1 ... 0,5 мм, следствием чего является высокая собственная частота датчика — порядка 5 000 Гц. Эти датчики могут использоваться в агрессивных средах.

Еще более высокочастотными ( $f = 30\,000$  Гц) являются емкостные датчики (рис. 2.4, г). Их действие основано на изменении емкости, вызываемом изменением расстояния между мембраной 1 и неподвижной пластиной 2, разделенных изолятором 3. Эта система представляет собой конденсатор с расстоянием между обкладками 0,1 ... 0,2 мм, что позволяет надежно замерять изменение зазора в 0,01 ... 0,02 мм (изменение емкости соответственно ~10%). Сигнал регистрируется включением емкости датчика в колебательный контур с замером частоты колебаний последнего. На показания емкостного датчика существенное влияние оказывает

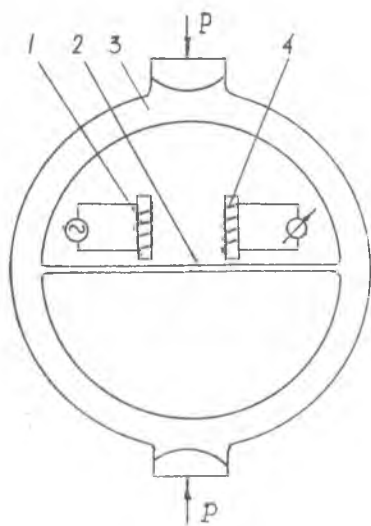


Рис. 2.5. Принципиальная схема вибродатчика: 1 — звуковой генератор; 2 — струна; 3 — корпус датчика; 4 — частотомер

емкость соединительных проводов, что значительно усложняет измерение и снижает его точность. Обычно емкостные датчики используются для измерений пульсаций давления, например, в камере сгорания.

В последнее время широкое применение находят **вибрационно-частотные датчики** (рис. 2.5). Принцип действия этого датчика основан на изменении частоты собственных колебаний струны или тонкой ленты при различном ее натяжении. Натяжение струны меняется под действием силы  $P$ , а следовательно, изменяется и частота собственных колебаний струны. Над струной помещен звуковой генератор. Рядом с генератором установлен датчик частотомера, при помощи которого измеряется частота колебаний струны.

Вибрационно-частотные датчики характеризуются высокой чувствительностью и точностью.

Однако их точность резко падает при изменении температуры окружающей среды. Этот недостаток устраняют термостатированием датчика или специальной термокомпенсацией.

## 2.2.2. Измерение давления в потоке

В потоке различают давление торможения и статическое давление, зная которые, можно найти основные параметры движущегося газа. Давление торможения  $p^*$  — это давление изоэнтропно заторможенного потока. Статическое давление  $p$  — это давление среды, действующее на тело, движущееся с потоком, или на неподвижную стенку, расположенную параллельно скорости потока ( $w$ ).

Связь давления торможения и статического давления для несжимаемой жидкости ( $M \leq 0,3$ ) определяется уравнением Бернулли:

$$p^* = p + \frac{\rho w^2}{2},$$

где  $\rho$  — плотность жидкости (газа).

Для замера давления в потоке нужно иметь специальные приемники. Они должны:

не слишком возмущать поток, а значит, помимо прочего, иметь сравнительно небольшие габариты;

быть не слишком чувствительными к изменению направления потока;

обладать достаточной механической прочностью, а иногда и жаропрочностью.

Простейшим и широко используемым приемником давления торможения является Г-образная трубка. Она часто комбинируется с приемником статического давления (рис. 2.6). На передней кромке трубки поток тормозится и отверстие 1, расположенное навстречу потоку, воспринимает давление торможения. Вблизи от отверстия 1 возникают сильные завихрения потока, соответствующие областям минимального давления. Падение давления тем больше, чем больше скорость набегающего газа. На расстоянии  $x > 3D$  возмущения сглаживаются и давление приближается к статическому. Здесь обычно и размещают отверстия 2 для замера статического давления.

В ряде задач приемник давления торможения невозможно установить строго навстречу потоку, например, в лопаточных машинах при переменных режимах работы или на самолете при переменных углах атаки. Здесь первостепенное значение для повышения точности замера приобретает нечувствительность приемника к изменению направления потока. Для уменьшения чувствительности следует увеличивать  $d_1/D$  (рис. 2.6), рекомендуется также выполнять фаску под углом  $60 \dots 90^\circ$  на кромках отверстия 1. Наименьшей чувствительностью к скосу обладают проточные приемники. Диапазон нечувствительности у них, как показывает эксперимент, достигает  $\beta = \pm 45^\circ$ . Однако габариты проточных приемников несколько увеличены.

Точность приемников статического давления в основном зависит от формы приемного отверстия. Наилучшим является отверстие с острыми кромками с  $h/d_2 \geq 3$  (рис. 2.6). Если отверстие

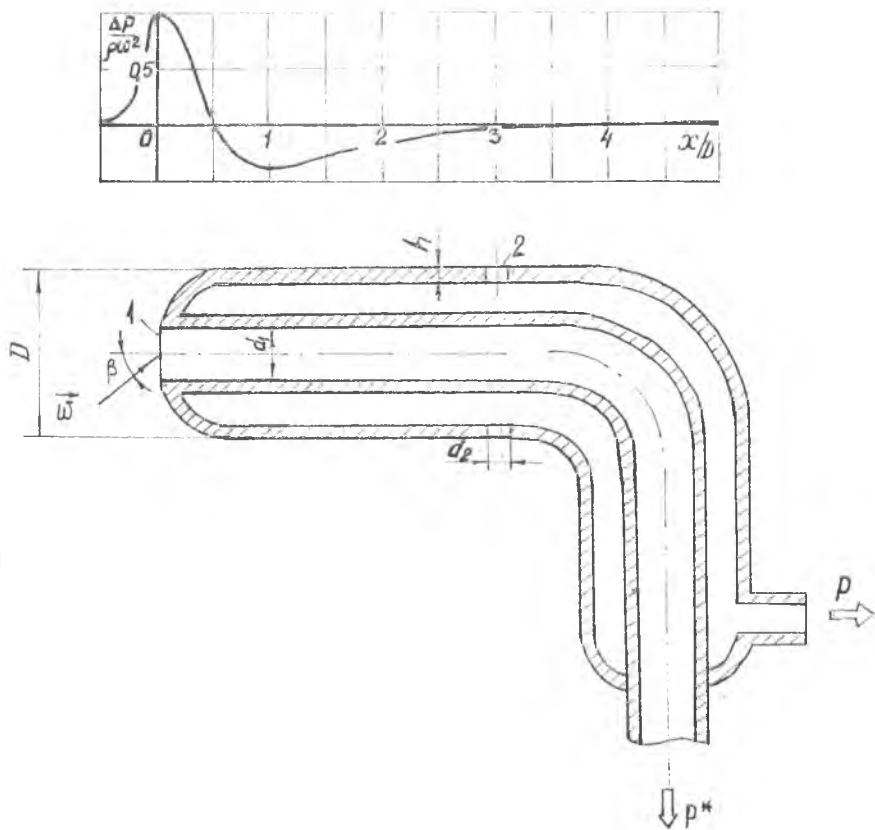


Рис. 2.6. Комбинированный приемник давления: 1 — отверстие для замера давления торможения; 2 — отверстие для замера статического давления

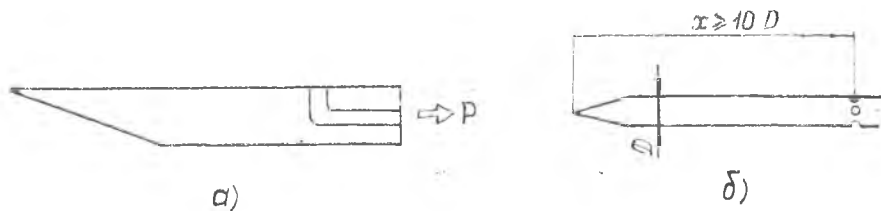


Рис. 2.7. Приемники статического давления в сверхзвуковом потоке



выполнено с фаской, то в этой области возможно интенсивное вихреобразование и, следовательно, отклонение давления от статического. Особенно следует избегать радиусных кромок. Достаточно сказать, что при радиусе кромки, равном диаметру отверстия, погрешность измерения статического давления достигает 1%, в то время как расположение отверстия под углом к потоку до  $45^\circ$  вызывает погрешность +0,4% (навстречу потоку) и 0,1% (по потоку).

Рассмотренные приемники достаточно точны лишь при дозвуковых скоростях. В сверхзвуковых потоках перед приемником возникает скачок уплотнения, за которым резко увеличивается давление, и отверстия 2 (рис. 2.6) воспринимают промежуточное давление между статическим и давлением торможения. Для измерения статического давления в сверхзвуковых потоках применяется клиновидный приемник, вынесенный за фронт скачка (рис. 2.7,а) или заостренная трубка с отнесенными далеко назад отверстиями для забора статического давления (рис. 2.7,б).

## 2.3. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

### 2.3.1. Первичные преобразователи

Источник первых сведений о температуре — ощущение тепла или холода,— поэтому иногда температуру определяют как меру нагретости тела. Точное определение температуры дается в молекулярно-кинетической теории как меры средней кинетической энергии молекул.

Можно показать, что если средние кинетические энергии всех молекул газа одинаковы, то наступает состояние теплового равновесия. Это состояние занимает особое место в термометрии и носит название нулевого начала термодинамики. Оно гласит: «Если система энергизолирована, то при любых условиях внутри системы все находящиеся в ней тела стремятся к температурному равновесию». Помещая термометр в такую систему, мы должны дожидаться наступления состояния температурного равновесия (на практике близкого к нему) и только тогда провести измерение температуры. При этом нужно помнить, что термометр показывает всегда свою температуру. Она, в зависимости от условий опыта, более или менее близка к температуре тела, находящегося с ним в тепловом равновесии, что и позволяет проводить измерение.

В современной термометрии полностью сохранена гениальная идея Галилея — судить об изменении температуры по изменению

других параметров. Термометры по применяемому веществу и термометрическому параметру делятся на следующие классы:

жидкостные, основанные на изменении объема жидкости с изменением температуры;

манометрические, использующие изменение давления рабочего тела;

термометры сопротивления, основанные на изменении омического сопротивления;

термоэлектрические термометры (термопары) — генерирующие э. д. с. за счет разности температур между «холодным» и «горячим» спаями;

оптические термометры, использующие зависимость от температуры цвета или яркости вещества.

Измерение температуры жидкостными термометрами не требует никакой вспомогательной аппаратуры и источников энергии, поэтому и до настоящего времени эти термометры используются достаточно широко.

Жидкостный термометр (рис. 2.8) состоит из сосуда 1, переходящего в капиллярную трубку 2, изготавливаемых обычно из одинакового стекла с малым коэффициентом температурного расширения. Шкала термометра наносится либо на капиллярную трубку 2 (палочные, более точные термометры), либо на специальную пластину, расположенную за трубкой.

Чувствительность термометра определяется выражением

$$\frac{\Delta l}{\Delta t} = \alpha \frac{V_0}{F},$$

где  $\alpha$  — коэффициент видимого расширения, представляющий собой разность коэффициентов расширения термометрической жидкости  $\alpha_{ж}$  и стекла  $\alpha_{ст}$ ;  $V_0$  — объем сосуда 1;  $F$  — площадь трубки 2,  $\Delta l$ ,  $\Delta t$  — изменение длины столба жидкости и температуры соответственно. Для термометров очень

высокой чувствительности изготавливают капилляры диаметром порядка 0,01 мм, а объем сосуда увеличивают до 1 см<sup>3</sup>. На большие объемы не идут из-за значительной инерционности термометров и возможной неравномерности температуры. Существуют жидкостные термометры с ценой деления 0,01 град/мм и менее, диапазон измеряемых температур — 200—1200°С.

Иногда для еще большего повышения чувствительности вместо жидкости используется газ, у которого коэффициент расширения существенно больше. Однако из-за большой инерционности, трудностей автоматизации испытаний и дистанционности снятия пока-

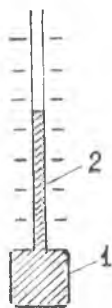


Рис. 2.8.  
Жидкостный термометр

заний, невозможности измерить температуру точки объема неэлектрические методы используются в основном для градуировки и весьма точных стационарных измерений температуры. В большинстве случаев при испытаниях ДЛА применяются электрические термометры.

В электрических термометрах сопротивления используется свойство проводников или полупроводников изменять свое электрическое сопротивление при изменении температуры. Для большинства металлов удельное сопротивление является линейной функцией температуры:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)],$$

поэтому их статическая характеристика близка к линейной. Чувствительность термосопротивлений весьма высока, при нагреве на 100 К увеличение сопротивления металла достигает 40%, у полупроводников еще больше.

В практике наиболее часто встречаются платиновые (особо точные) и медные термометры сопротивления. Существует множество конструкций термометров сопротивления, одна из которых приведена на рис. 2.9. Тонкая проволока 2 диаметром 0,05...0,2 мм намотана в канавках каркаса 3 свободно, чтобы при изменении температуры не возникло напряжений. Иногда, если термометры сопротивления должны работать в агрессивной среде, они помещаются в защитный корпус 1, на котором крепится головка 4. Однако газовый зазор между корпусом 1 и проволокой 2 вызывает значительную инерционность термометров сопротивления, поэтому в механически и химически инертных средах предпочитают работать без защитного корпуса. Регистрация изменения сопротивления при изменении температуры обычно проводится по мостовой схеме компенсационным методом.

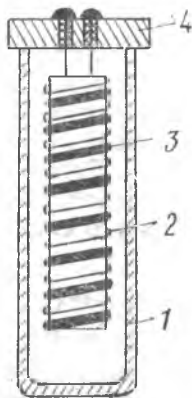


Рис. 2.9. Термометр сопротивления

Термометры сопротивления позволяют дистанционно снимать показания, обладают высокой точностью, но обладают большой инерционностью и не дают возможности определения температуры среды в точке.

При исследованиях ДЛА наиболее широко распространены термопары. Действие термопар основано на эффекте Зеебека: во всяком проводнике при наличии разности температур возникает разность электрических потенциалов (термоэлектродвижущая сила — т.э.д.с.). На практике всегда имеют дело с двумя проводни-

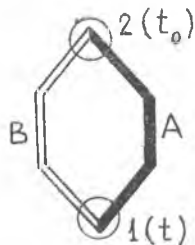


Рис. 2.10. Термопара

ками из разнородных материалов (рис. 2.10). Если в материале А существует избыток электронов по сравнению с материалом В, то в спаях 1 и 2 электроны начнут переходить в проводник В. И в том, и в другом спаях возникает т.э.д.с., пропорциональная температуре:

$$e_{AB,1} = f(t); e_{AB,2} = f(t_0).$$

При разных температурах спаев в цепи возникает ток или т.э.д.с., если цепь разорвать:

$$E_{AB}(t, t_0) = e_{AB}(t) + e_{BA}(t_0), \quad (2.1)$$

где  $E_{AB}(t, t_0)$  — т.э.д.с. термопары при направлении тока от А к В;

$e_{AB}(t)$  — т.э.д.с. в спае 1 при направлении тока от А к В;

$e_{BA}(t_0)$  — т.э.д.с. в спае 2 при направлении тока от В к А.

Очевидно, если  $t = t_0$  то  $E_{AB}(t, t_0) = e_{AB}(t_0) + e_{BA}(t_0) = 0$  и  $e_{BA}(t_0) = -e_{AB}(t_0)$ . Подставляя это соотношение в (2.1), получим однозначную зависимость т.э.д.с. цепи от температуры:

$$E_{AB}(t, t_0) = e_{AB}(t) - e_{AB}(t_0), \quad (2.2)$$

используемую для измерения температуры термопарой.

Термопара, как видно из (2.2), всегда показывает разность температур. Для привязки показаний к температурной шкале необходимо, чтобы «холодный» спай имел стандартную температуру ( $0^\circ\text{C}$ ). Тогда, зная зависимость  $E_{AB} = f(\Delta t)$ , полученную предварительной градуировкой, можно найти температуру «горячего» — рабочего спаев:

$$t = t_0 + \Delta t(E_{AB}),$$

где  $t_0 = 0^\circ\text{C}$ .

Связь  $E_{AB} = f(\Delta t)$  определяется, прежде всего, материалами термопарных проводов, из которых наиболее широко используются следующие:

вольфрам-рений (ВР) до  $2200^\circ\text{C}$ ,

платина-платинородий (ПП) до  $1300^\circ\text{C}$ .

хромель-алюмель (ХА) от  $-200$  до  $1000^\circ\text{C}$ ,

хромель-копель (ХК) от  $-200$  до  $600^\circ\text{C}$ .

Хромель, алюмель и копель — это сплавы: хромель — 10% Cr и 90% Ni; алюмель — 2% Al, 1% Si, 2% Mn, 1% Co и остальное Ni; копель — 44% Ni + Co и остальное Cu.

Зависимости  $E = f(\Delta t)$ , приведенные на рис. 2.11, дают представление о чувствительности перечисленных выше термопар. Наиболее стабильными характеристиками обладают платиновые термопары. Они сохраняют свои свойства и в агрессивных средах. Недостатками платиновых термопар являются низкая т.э.д.с., что требует высокочувствительной измерительной аппаратуры, и высокая стоимость материала.

Значительно дешевле термопары из неблагородных металлов. Широко распространены ХА термопары. Они хорошо работают в окислительной среде и имеют практически линейную характеристику. ХК термопары уступают ХА по жаростойкости и жаропрочности, но зато имеют существенно большую т.э.д.с.

Регистрация т.э.д.с. термопары осуществляется потенциометрами либо методом отклонений, либо нулевым методом. Широко используются самопишущие потенциометры с автоматической компенсацией нуля (типа ЭПП-09 и КСП-4).

Включение прибора в термоэлектрическую цепь обычно проводится по двум схемам (рис. 2.12, а, б).

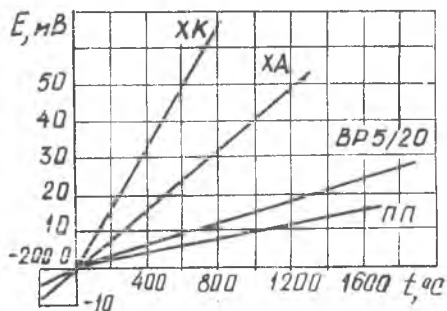


Рис. 2.11. Термо э.д.с. термопар

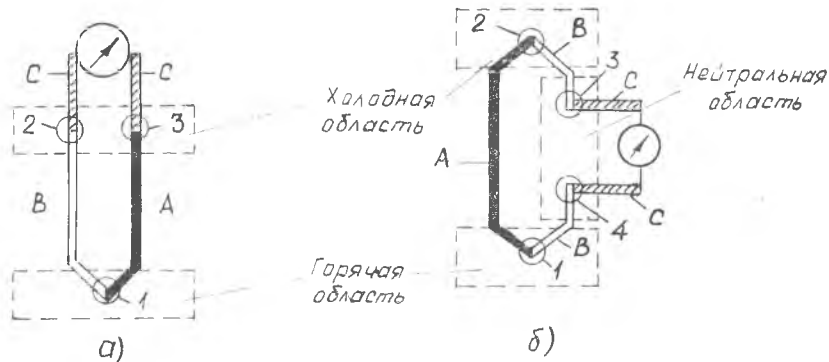


Рис. 2.12. Схема включения прибора в термоэлектрическую цепь

В схеме а) прибор включается между холодными спаями 2 и 3, спай 1 — горячий. В схеме б) прибор включен в разрыв электрода В; здесь спай 1 — горячий, спай 2 — холодный, спаи 3 и 4 — нейтральные. В схеме б) необходимо поддерживать температуру 0°C у спая 2, а температуры нейтральных спаев должны быть одинаковы. При выполнении этого условия дополнительные спаи 3 и 4 не вносят искажений в показания термопары. Это нетрудно показать, используя зависимости (2.1) и (2.2).

В схеме а) температура холодных спаев должна быть не только одинаковой, но и равной 0°C. Соблюдение этого условия практически затруднено, поэтому ограничиваются измерением температуры холодной области ртутным (или каким-либо другим) термометром и внесением соответствующей поправки. Для этого в общем случае, используя замер температуры холодного спая  $t_x$ , по известной стандартизованной связи  $E = f(t)$  необходимо найти  $E_x$  и прибавить ее к измеренной т.э.д.с. термопары  $E_u$ . Полученная таким путем величина  $E = E_u + E_x$  по той же стандартной градуировке позволяет найти

искомую температуру. Графически внесение поправки на температуру холодного спая проиллюстрировано рис. 2.13.

Видно, что для линейной характеристики термопары  $E = f(t)$  достаточно прибавить к температуре, соответствующей  $E_u$ , температуру холодного спая  $t_u + t_x = t$ . Для нелинейной градуировки эта формула приводит к ошибкам.

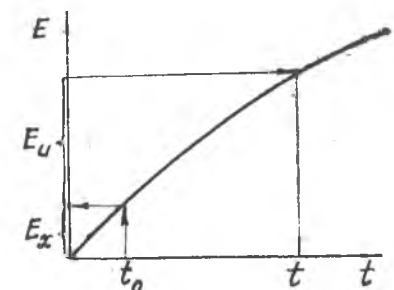


Рис. 2.13. Поправка показаний термопары

Так как при исследованиях тепловых двигателей температуру холодного спая (или спаев) трудно поддерживать постоянной, то его часто выносят от двигателя на достаточно большие расстояния. Чтобы при этом не расходовать дорогостоящие термопарные провода для передачи сигнала от рабочего спая к регистрирующему прибору, их заменяют более дешевыми компенсационными проводами. Они развивают такую же (или очень близкую) т.э.д.с., что и термопарные провода, и поэтому наличие дополнительных спаев не приводит к погрешностям. Например, для платиновых термопар компенсационные провода изготавливаются из сплава ТП (99,4% Cu и 0,6% Ni) в паре с Cu.

Термопары, применяемые при исследованиях тепловых двигателей, при измерении температур до 700°C конкурируют со всеми видами термометров, уступая по точности лишь термометрам со-

противления и газовым термометрам. При более высоких температурах термопары оказываются наиболее надежным средством измерения. Лишь при  $t > 1600^\circ\text{C}$  они уступают оптическим пирометрам.

Основные источники погрешности при измерении термопарами:

- наличие постороннего тока в цепи;
- отток тепла через термоэлектроды;
- недостаточная гомогенность термоэлектродов;
- изменение химического состава спая при измерении высоких температур и в химически активных средах.

### 2.3.2. Измерение нестационарных температур

Большинство используемых при исследованиях ДЛА методов измерения температуры являются контактными, т. е. чувствительный элемент термодатчика соприкасается со средой, температура которой измеряется. Передача тепла чувствительному элементу может происходить путем конвекции, теплопроводности, лучеиспускания.

При измерении температуры движущихся жидкостей или газов теплообмен часто определяется конвекцией:

$$dQ_1 = \alpha F (T_{\text{ср}} - T) d\tau, \quad (2.3)$$

где  $dQ$  — тепло, поступающее к чувствительному элементу;

$\alpha$  — коэффициент теплопередачи;

$F$  — площадь термодатчика;

$T_{\text{ср}}$  — температура среды;

$T$  — текущая температура чувствительного элемента;

$\tau$  — время.

Из зависимости (2.3) видно, что при измерении температуры всегда будет иметь место запаздывание показаний термопары (или другого преобразователя) из-за конечной скорости передачи тепла.

Тепло, передающееся чувствительному элементу средой, идет на его нагрев:

$$dQ_2 = c \rho V [T(\tau + d\tau) - T(\tau)] = c \rho V \frac{dT}{d\tau} d\tau, \quad (2.4)$$

где  $c, \rho$  — теплоемкость и плотность чувствительного элемента;

$V$  — его объем.

Приравнявая формулы (2.3) и (2.4), получим

$$\frac{c \rho V}{\alpha F} \frac{dT}{d\tau} + T = T_{\text{ср}}.$$

Считая спай термопары сферой, т. е. имея  $V = 4/3 \pi R^3$ ,  $F = 4\pi R^2$ , получим

$$t \frac{dT}{d\tau} + T = T_{\text{ср}}, \quad (2.5)$$

где  $t = c \rho R/3 \alpha$  — постоянная времени термопары.

Уравнение (2.5) носит оценочный характер, так как получено при ряде грубых допущений. В частности, оно не учитывает тепловые потери в термопарные провода, переменность  $\alpha$ ,  $c$ ,  $\rho$ ,  $R$  в зависимости от температуры и т. п. Будем его использовать для выделения основных влияний на динамику термопары.

Решим уравнение (2.5) в предположении, что  $T_{cp}$  меняется скачкообразно. Сделаем подстановку:

$$Z = T_{cp} - T; \quad \frac{dZ}{d\tau} = -\frac{dT}{d\tau}.$$

Тогда (2.5) принимает вид

$$-t \frac{dZ}{d\tau} = Z,$$

откуда

$$-t \ln Z = \tau + C_1$$

или

$$Z = Ce^{-\tau/t}.$$

Возвращаясь к прежним переменным, получим

$$T = T_{cp} - C \exp\left(-\frac{\tau}{t}\right)$$

или для начальных условий  $\tau = 0$ ,  $T = 0$  окончательно получаем

$$T = T_{cp} (1 - e^{-\tau/t}). \quad (2.6)$$

Вид этой зависимости показан на рис. 2.14. За время  $\tau = t$ , равное постоянной времени термопары, ее температура достигнет величины  $T = T_{cp} (1 - e^{-1}) = 0,632 T_{cp}$ . Проведя эту линию на оси абсцисс, получаем непосредственно величины постоянной времени. Из графика и формулы (2.6) видно, что чем больше постоянная времени, тем больше динамическая погрешность термопары или тем хуже ее динамические характеристики.

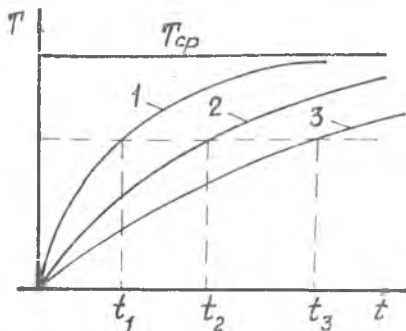


Рис. 2.14. Динамическая погрешность термопар

Для снижения динамических погрешностей необходимо уменьшать  $t$ , т. е., как это видно из формулы (2.5), увеличивать коэффициент теплоотдачи, уменьшать теплоемкость, плотность материала, радиус рабочего сая термопары. Наиболее просто оказывать влияние на последний фактор. Поэтому для динамических измерений стремятся использовать тонкие термопарные провода.



### 2.3.3. Измерение температуры поверхности

Измерение температуры поверхностей дисков турбин, лопаток, стенок камеры сгорания и т. п. широко используется при испытаниях ДЛА для определения их теплового режима и, следовательно, надежности. Эти измерения, как правило, выполняются термопарами, выбор которых определяется соответствующим температурным диапазоном, ожидаемым в эксперименте.

Измеряя температуру, следует помнить, что мы регистрируем температуру не детали в заданном месте, а горячего спая термопары. Поэтому для получения достоверных результатов нужно обеспечить хороший тепловой контакт горячего спая термопары с материалом конструкции, сделать как можно меньше теплоотвод по термоэлектродам, а также потери на излучение (последнее особенно важно при высоких температурах). Улучшение теплового контакта достигается углублением и привариванием спая термопары к материалу конструкции (рис. 2.15). Для уменьшения теплообмена через термоэлектроды рекомендуется их укладывать по изотермическим поверхностям на расстоянии  $\sim 100d$  ( $d$  — диаметр спая). Теплообмену в окружающую среду препятствует защитный экран. Эти мероприятия позволяют добиться того, чтобы место замера в тепловом отношении не слишком отличалось от нормальной поверхности детали при стационарных измерениях.

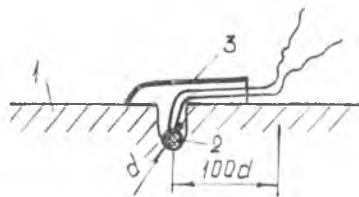


Рис. 2.15. Измерение температуры наружной поверхности: 1 — конструкция; 2 — термопара; 3 — защитный экран

Для измерений температуры в динамических режимах необходимо выполнение дополнительных условий, рассмотренных ранее.

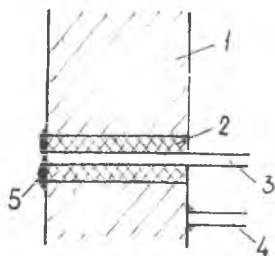


Рис. 2.16. Измерение температуры внутренней поверхности: 1 — конструкция; 2 — изоляция; 3 — копельевый термоэлектрод; 4 — стальной термоэлектрод; 5 — горячий спай

Пусть, например, требуется измерить температуру поверхности внутренней стенки камеры сгорания при запуске ДЛА. Эти измерения позволяют оценить тепловые потери на нестационарных режимах, а также надежность запуска. Хорошее качество измерений обеспечивают термопары с напыленным горячим спаем. Спай получается очень тонким ( $\sim 10$  мкм), поэтому динамические характеристики этих термопар весьма высоки. Один термоэлектрод такой термопары (рис. 2.16) представляет материал стенки каме-

ры (обычно сталь), второй можно выполнить из тонкой копейки для уменьшения теплообмена через термоэлектрод. Изоляция между термоэлектродами изготавливается из какой-либо термостойкой эмали. Спай представляет собой часть внутренней поверхности камеры сгорания. Термопара градуируется вместе с корпусом (или специальной проставкой) и обеспечивает высокую точность измерений.

### 2.3.4. Измерение температуры в потоке

В движущейся среде различают температуру торможения  $T^*$  и статическую  $T$ . Они связаны между собой уравнением энергии:

$$T^* = T + \frac{\omega^2}{2c_p}, \quad (2.7)$$

где  $\omega$  — скорость газа,  $c_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении.

Помещая термопару в движущийся газ, мы измеряем какую-то промежуточную между  $T^*$  и  $T$  температуру. Действительно, на передней кромке спае термопары газ тормозится практически полностью, следовательно, в этой точке спае термопары реализуется температура торможения (см. выражение (2.7)). В остальных точках спае скорость газа отлична от нуля и температура ниже температуры торможения (рис. 2.17). При больших скоростях газа температура на задней поверхности спае может оказаться даже ниже статической температуры в потоке. Последнее связано с сильным вихреобразованием за спаем при больших скоростях.

В спае термопары между участками с различной температурой происходит теплообмен и в конечном итоге замеряемая температура  $T_u$  лежит в диапазоне  $[T, T^*]$ . Для учета этого обстоятельства вводят коэффициент восстановления температуры

$$r = \frac{T_u - T}{T^* - T}. \quad (2.8)$$

Он зависит от формы и размеров спае (или специального термодатчика), скорости, плотности потока и т. п. Чем ближе величина  $r$  к единице, тем достовернее измеряется температура торможения потока. Статическую температуру в потоке рассмотренны-

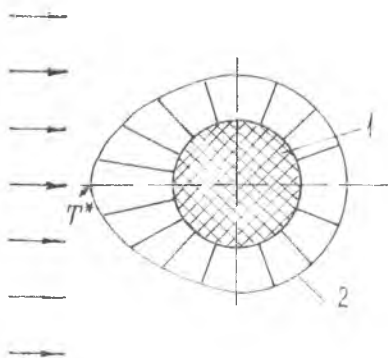


Рис. 2.17. Распределение температуры на горячем спае термопары: 1 — горячий спай; 2 — эюра температур

ми контактными средствами измерения (термопары, термометры сопротивления и т. п.) определить невозможно. Эта температура восстанавливается по (2.7) расчетом, для чего помимо теплоемкости нужно измерить скорость потока.

При небольших скоростях потока разность  $\Delta T = T^* - T$  невелика. При скоростях потока  $w < 50$  м/с можно считать, что обычная термопара без термоприемника обеспечивает достаточную точность. Даже при измерении температуры воздуха  $T^* = 300$  К погрешность за счет скорости потока не превышает 0,4%.

При больших скоростях потока для повышения коэффициента восстановления температуры используются специальные термоприемники. Для высоких температур они одновременно играют роль экрана, препятствующего лучеиспусканию, искажающему результат. Характерные термоприемники и соответствующие им коэффициенты восстановления приведены на рис. 2.18. Приемник

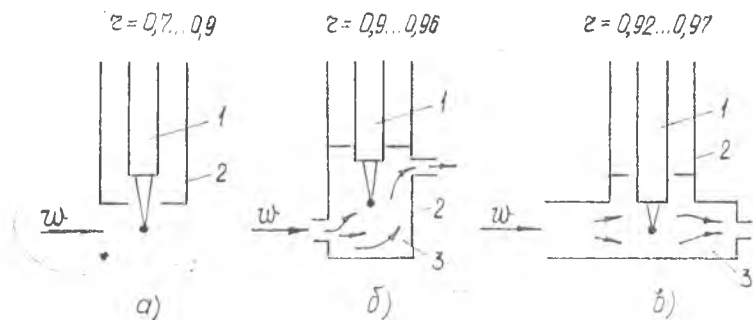
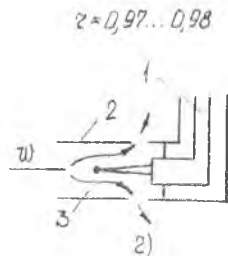


Рис. 2.18. Схемы термоприемников: 1 — термопара; 2 — корпус термоприемника; 3 — камера торможения

схемы а) применяется для небольших скоростей потока. Для более высоких скоростей используются схемы б), в), г). Причем, чем меньше в камере торможения скорость газа, тем больше коэффициент восстановления. Подбирая отношение площадей выходного и входного отверстий ( $k = F_{\text{вых}} / F_{\text{вх}}$ ) камеры, можно добиться достаточно высокого  $r$ . Однако слишком малая величина  $k = F_{\text{вых}} / F_{\text{вх}}$  приводит одновременно с уменьшением скорости к уменьшению коэффициента теплоотдачи, что ухудшает условия теплообмена в термоприемнике (в частности, повышает инерционность). Обычно  $k$  выбирают в пределах 0,08 ... 0,25.



## 2.4. ИЗМЕРЕНИЕ ТЕРМОЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ

Измерение т.э.д.с. проводится двумя принципиально различными методами: отклонения стрелки и компенсации.

Измерение первым методом осуществляется с помощью чувствительного стрелочного милливольтметра, обычно магнитоэлектрической системы, и характеризуется простотой и дешевизной при низких точности и стабильности результатов. Наибольшее распространение, несмотря на сложность и дороговизну, получил второй метод, обеспечивающий высокую точность измерений. Сущность компенсационного метода состоит в противопоставлении измеряемой т.э.д.с. встречной разности потенциалов, возникающей при протекании калиброванного тока через калиброванное сопротивление.

Простейшая схема потенциометра с регулированием токов цепи по нормальному элементу представлена на рис. 2.19. Нормальный

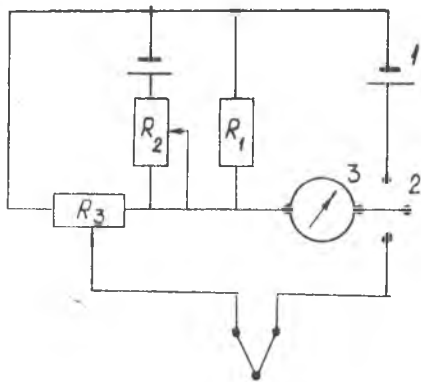


Рис. 2.19. Схема простейшего потенциометра

элемент 1 Вестона является образцовой мерой э.д.с., по которой настраивают потенциометр. При верхнем положении переключателя 2 нормальный элемент включается в цепь таким образом, что его э.д.с. сравнивается с падением напряжения на потенциометрическом сопротивлении  $R_3$ . Гальванометр 3 устанавливается на нуле при условии, что падение напряжения на сопротивлении  $R_3$  и э.д.с. нормального элемента равны между собой. Этого добиваются изменением сопротивления  $R_2$ .

Сопротивление  $R_3$  выполняет функции делителя установленного падения напряжения. Для измерения переключатель 2 устанавливают в нижнее положение. Т.э.д.с. термопары при помощи гальванометра сравнивают с падением напряжения на делителе  $R_3$ . Сбалансированного положения, соответствующего нулевому отклонению гальванометра 3, добиваются изменением положения ползунка на делителе. Зная относительную величину сопротивления и полное падение напряжения, можно судить об абсолютном значении падения напряжения, компенсирующего т.э.д.с., а значит, и о самой величине т.э.д.с.

В последнее время широко применяются автоматические электронные потенциометры. Действие их основано на том, что в обыч-

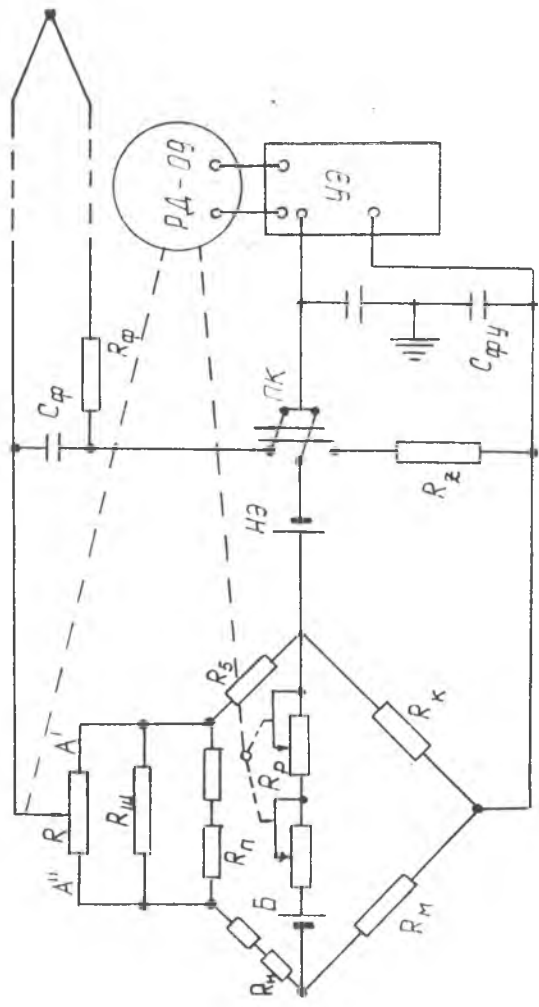


Рис. 2.20. Схема автоматического электроного потенциометра ЭПП-09М

ной потенциметрической схеме, подобной приведенной на рис. 2.19, сигнал небаланса подается не на гальванометр, а на усилитель с фазочувствительным выходом, управляющий реверсивным мотором. Мотор перемещает место отбора на делителе напряжения так, что ток небаланса уменьшается. В пределах чувствительности ток небаланса сводится к нулю. Показывающая стрелка и записывающий или регулирующий орган механически связаны с элементом отбора на делителе напряжения — реохорде.

Рассмотрим упрощенную измерительную схему автоматического электронного потенциметра ЭПП-09М. Аналогичным образом работают все приборы этого типа (ПП4-05, ПСР1-01, ЭПД-120, КСП-4 и др.). Схема (рис. 2.20) питается от сухой батареи Б, последовательно с которой в диагонали моста включены два реостата  $R_p$ , служащие для грубой и точной регулировки рабочего тока.

При указанном на схеме положении переключателя ПК измеряемая т.э.д.с. термопары включена навстречу падению напряжения на реохорде  $R$ , который представляет собой потенциметрическое сопротивление с серебряным ползунком, наложенное на круглый барабан. При неизменном значении рабочего тока компенсирующее напряжение определяется положением ползунка относительно реохорда. Привод ползунка производится при помощи механической связи от реверсивного электродвигателя РД-09. Одновременно с передвижением подвижного контакта по реохорду посредством гибкой нити перемещается каретка, несущая на себе стрелку и пишущий механизм. Напряжение между точками  $A'$  и  $A''$  определяет область применения прибора.

Измеряемую т.э.д.с. термопары включают последовательно в цепь подвижного контакта реохорда. Ток, текущий под действием разности потенциалов между измеряемой т.э.д.с. и падением напряжения на реохорде, поступает через переключатель ПК в электронный усилитель УЭ. Каждому значению измеряемой т.э.д.с. соответствует определенное положение ползунка реохорда, при котором разностный ток равен нулю.

В усилителе сигнал трансформируется вибрационным прерывателем в переменное напряжение с частотой, равной частоте питания всей системы и, в частности, реверсивного двигателя. Сигнал усиливается и поступает на обмотки реверсивного двигателя, заставляя его ротор вращаться в сторону, соответствующую уменьшению исходной разности потенциалов между измеряемой т.э.д.с. и падением напряжения на реохорде. В идеальном случае система останавливается при разностном сигнале, равном нулю. Практически это происходит при сигнале меньшем, чем чувствительность системы усиления.

Прибор автоматически через определенные промежутки времени производит калибровку рабочего тока по нормальному элементу. Система перебрасывает переключатель ПК в нижнее положение и включает фрикцион механической связи двигателя РД-09 с реостатом регулировки рабочего тока. В это время на усилитель подается сигнал, обеспечиваемый разностью между э.д.с. нормального элемента и падением напряжения на сопряжении  $R_r$ . При достижении номинального рабочего тока система успокаивается. В это время каретка может уйти в сторону и показать или записать неверный сигнал, что следует учитывать при обработке результатов измерений.

Для компенсации влияния температуры холодных спаев в электронный потенциометр ЭПП-09М вмонтировано медное сопротивление  $R_m$ , чувствительное к изменению температуры прибора. С изменением последней меняется сопротивление  $R_m$ , что при номинальном падении напряжения на сопротивлении  $R_r$  приводит к изменению рабочего тока, а значит, и к изменению положения начала отсчета по шкале.

Перемещение ленты и записывающего устройства обеспечивается специальным синхронным двигателем со сменными шестернями. Скорость перемещения ленты может ступенчато устанавливаться в диапазоне 0,055 ... 0,2 мм/с.

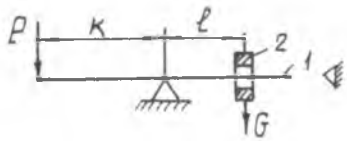
На шкале прибора имеется маркировка используемой термометрии (ХА, ХК, ПП), соответствующим образом градуируется и шкала. Прибор типа ЭПП-09М имеет класс точности измерения и записи 0,5, количество точек измерения до 24, габариты 504×479×367.

## 2.5. УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЯГИ

Тяга двигателя — важнейший эксплуатационный параметр. Она измеряется как в режимах коротких включений ДЛА, так и при длительной работе. В последнем случае обычно используют реактивные методы измерения тяги, когда усилие, развиваемое двигателем, воздействует на какой-либо чувствительный элемент устройства. Это чаще всего системы с невысокой собственной частотой  $f$ , так как масса системы очень велика, а повышение жесткости имеет определенные пределы, ограниченные минимальным перемещением, которое доступно измерению.

Реактивные методы основываются на компенсации силы тяги: массой груза (рейтерные, рычажные динамометры); давлением (месдозы); напряжениями в материале (электрические динамометры).

Рейтерный динамометр (рис. 2.21). Принцип действия рейтерного динамометра основан на компенсации измеряемой тяги  $P$  весом груза  $2$ , перемещающегося по рычагу  $1$ . При определенном плече рычага моменты от этих сил уравниваются, и таким образом тяга однозначно связана с плечом  $l$ :



$$P = \frac{G}{k} l, \quad (2.9)$$

Рис. 2.21. Рейтерный динамометр где  $G/k$  — постоянная динамометра. Иногда в целях безопасности испытаний подвижный груз (рейтер) перемещается автоматически дистанционно.

Динамометр имеет линейную шкалу, высокую точность (погрешность порядка  $\pm 0.1 \dots 0.2\%$ ). Недостатком являются большие габариты.

Маятниковый динамометр (рис. 2.22). Измеряемая сила  $P$ , приложенная к приемному плечу постоянной длины  $r$ , вызывает отклонение противовеса  $Q$  на угол  $\alpha$ . Равновесие наступит, когда  $P = (Ql \sin \alpha)/r$ , где  $Ql/r = \text{const}$ . Как видно из формулы, шкала динамометра в этом случае нелинейна. Чтобы ее сделать равномерной, нужно спроектировать приемный рычаг по синусоидальному закону.

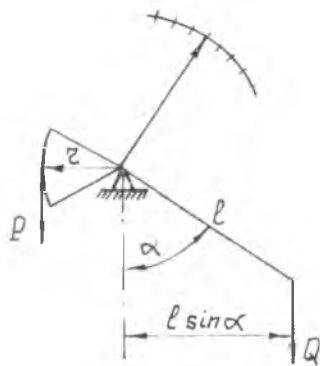


Рис. 2.22. Маятниковый динамометр

Динамометр имеет небольшие габариты, малую погрешность ( $\pm 0.2\%$ ), но воспринимаемая им сила ограничена. Комбинация рейтерного и маятникового динамометров используется в широко применяемых при исследованиях ДЛА весовых (динамометрических) головках.

Непроточная месдоза (рис. 2.23). В корпусе  $3$  находится рабочая жидкость, прикрытая сверху диафрагмой  $2$ , на которую давит силоприемный поршень  $1$ . При изменении силы тяги  $P$  меняется давление жидкости в корпусе; оно измеряется манометром  $4$  и является мерой силы.

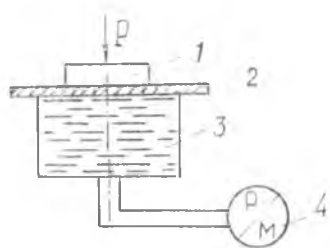


Рис. 2.23. Непроточная месдоза

На точность измерения тяги непроточной месдозой оказывают существенное влияние отклонение  $\vec{P}$  от оси поршня,



сжимаемость жидкости, изменение температуры окружающей среды, наличие пузырей воздуха, гистерезис мембраны и т. д. Наименьшую сжимаемость имеют глицерин и спиртоводяные смеси с глицерином, минеральные масла и силиконовые жидкости.

Наиболее существенным недостатком непроточной месдозы является ее чувствительность к температуре окружающей среды. При изменении температуры на 10% погрешность измерения силы примерно  $\pm 0,5\%$ .

Проточная месдоза (рис. 2.24). При увеличении силы  $P$  поршень 1, перемещаясь вниз в корпусе 2, прикрывает проточку 3. Насос 5 постоянно нагнетает масло из бака 4 в полость под поршнем. С уменьшением площади проточки требуется большой перепад давлений для обеспечения постоянного расхода. Поэтому при увеличении тяги увеличивается давление под поршнем, которое регистрируется манометром 6 и является мерой силы.

Проточная месдоза существенно менее чувствительна к температуре окружающей среды, чем непроточная. Основные источники погрешности проточной месдозы: перетекание жидкости через поршневой зазор, трение в цилиндрической паре, несимметричное приложение силы. Трение частично устраняют вращением поршня, как и в поршневом манометре, который часто применяют для регистрации давления в месдозе.

Комбинацией проточной и непроточной месдоз является компенсационная месдоза, имеющая подающий и сливной клапаны. При изменении  $P$  открываются соответствующие клапаны, и мембрана принимает исходное положение. В режиме замера клапаны закрыты, и месдоза работает как непроточная.

При исследованиях ДЛА широко используются электрические динамометры (рис. 2.25). В них измеряемая тяга уравнивается силой, возникающей при изгибе упругого элемента 1 (балки). Величина деформации упругого элемента преобразователем 2 превращается в электрическую величину, усиливается усилителем 3 и регистрируется осциллографом 4. Обычно используются индуктивные, емкостные, тензометрические, пьезоэлектрические, вибрационно-частотные преобразователи.

В последнее время стали развиваться активные методы измерения, когда тяга ( $P = m W_y$ ) определяется по воздействию выхлопной струи двигателя на сифилированную газодинамическую ловушку 1 (рис. 2.26). Она разворачивает поток продуктов сгорания на  $90^\circ$ , т. е. теоретически усилие полностью передается ловушке. Ее перемещение преобразуется в электрический сигнал преобразователем 2, усиливается усилителем 3, регистрируется осциллографом 4. Масса перемещающейся части системы (т. е. только ловушки, так как двигатель в этом случае не связан с системой измерения) получается небольшой, что позволяет добиваться вы-

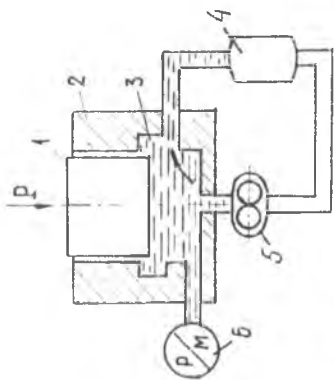


Рис. 2.24. Протоочная мезозона

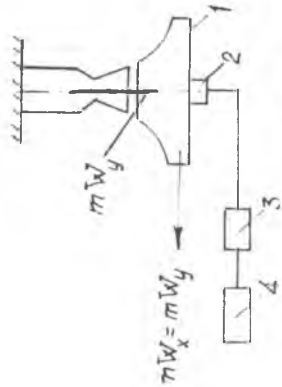


Рис. 2.26. Активное устройство для измерения тяги

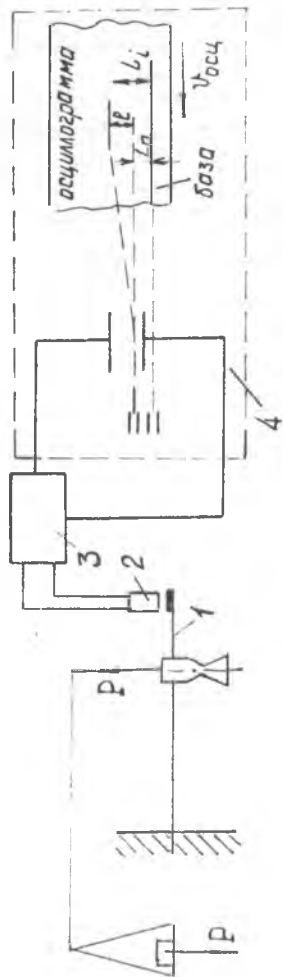


Рис. 2.25. Электрический динамометр

сокой собственной частоты силовизмерительного устройства и снижать динамические погрешности. Эти методы измерения используются для оценки переходных режимов ДЛА со сверхкритическим истечением из сопла. В этом случае возмущения не распространяются вверх по потоку, что исключает влияние ловушки на работу сопла.

## 2.6. ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ПОТОКА

В дозвуковых потоках широко распространен газодинамический метод измерения скорости. Из уравнения Бернулли видно, что для этого достаточно знать статическое давление и давление торможения. Напомним, что уравнение Бернулли записано для несжимаемой жидкости ( $M \leq 0,3$ ), поэтому плотность определяется параметрами торможения.

Для больших скоростей ( $0,3 < M < 0,8$ ) связь скорости потока с давлением несколько сложнее:

$$\frac{p}{p^*} = \left[ 1 - \frac{k-1}{k+1} \left( \frac{w}{a_{кр}} \right)^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}, \quad (2.10)$$

где  $k$  — коэффициент изэнтропы расширения,  $a$  — скорость звука, в критическом сечении. Однако принципиально метод измерения не меняется. Обычно для измерения скорости потока газодинамическим методом используется рассмотренный в разд. 2.2.2 комбинированный насадок. Он устанавливается вдоль потока. Об этом можно судить по максимальной разности полного и статического давлений. Затем по уравнению Бернулли или формуле (2.10) рассчитывается величина скорости. Метод прост, надежен и достаточно точен, по крайней мере для крупномасштабных потоков. Недостатком метода является неизбежное нарушение структуры потока насадком, осреднение параметров по сечению насадка, невозможность измерения пульсаций скорости.

Возможность проведения нестационарных измерений открывается при использовании термоманометра. Его первичный преобразователь представляет собой тонкую нить, по которой течет ток силой  $I$ , нагревающий нить (рис. 2.27). Но одновременно нить охлаждается потоком, причем чем выше скорость потока, тем интенсивнее охлаждение. Таким образом, меняя скорость потока, мы меняем условия охлаждения, а значит, и температуру нити. От температуры зависят, в свою очередь, сопротивление нити и сила тока. Обычно поддерживают постоянными либо силу тока, а по изменению сопротивления судят о скорости, либо сопротивле-



Рис. 2.27 Первичный преобразователь термоманометра

ние и температуру проволоки, определяя скорость потока по силе тока. Связь скорости с силой тока или сопротивлением устанавливается соответствующими градуировками. Датчик термоанемометра имеет значительно меньшие габариты, чем комбинированный насадок в газодинамическом методе, однако и он возмущает поток. Кроме того, термоанемометр реагирует на изменение не только скорости, но и плотности, температуры, концентрации.

В последнее время все более широко распространяются оптические методы измерения скорости, практически не нарушающие поток.

Метод Теплера-Фуко или теневой метод основан на отклонении луча света в среде с переменной плотностью. В установке параллельный пучок света просвечивает рабочую часть аэродинамической трубы. При течении воздуха или иного рабочего тела на шероховатостях трубы или на специальных источниках возмущения образуются волны Маха. В волне происходит резкое изменение плотности, т. е. она представляет собой оптическую неоднородность, отклоняющую лучи света. Следовательно, если среда не движется, экран, установленный на пути света, прошедшего через рабочую часть аэродинамической трубы, будет освещен равномерно. В движущейся среде возникают оптические неоднородности, расположенные под углом Маха:

$$\sin \alpha = \frac{a}{\omega} = \frac{1}{M}, \quad (2.11)$$

где  $a$  — скорость звука,  $\omega$  — скорость потока,  $\alpha$  — угол Маха,  $M$  — критерий Маха (рис. 2.28). На экране в местах, соответствующих неоднородностям, меняется освещенность. Линии равной освещенности определяют расположение волн Маха, а следовательно, и угол Маха. Расчет по уравнению (2.11) позволяет восстановить скорость потока.

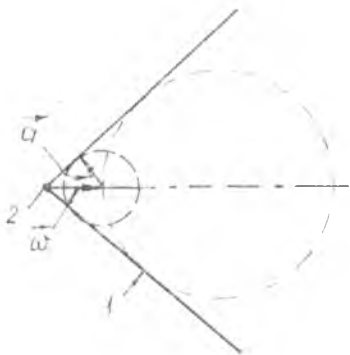


Рис. 2.28. Образование волн Маха: 1 — фронт волны; 2 — источник возмущения

В 60-х годах нашего века был разработан лазерно-доплеровский измеритель скорости (ЛДИС). В основу метода положен эффект Доплера, заключающийся в том, что при относительном движении источника и приемника электромагнитных волн частота колебаний, воспринимаемых приемником  $v_1$ , отличается от частоты источника  $v_0$ :

$$v_1 = v_0 \left( 1 \pm \frac{w}{c} \cos \beta \right), \quad (2.12)$$

где  $\omega$  — относительная скорость источника,  $c$  — скорость света,  $\beta$  — угол между направлением движения источника и линией, соединяющей источник и приемник. По приведенной формуле можно, зная  $v_1/v_0$  и  $\beta$ , найти скорость источника относительно приемника  $\omega$ , т. е. скорость потока.

В ЛДИС луч лазера просвечивает прозрачный участок аэродинамической трубы (или иного объекта), в которой движется газ вместе с очень мелкими частицами (рис. 2.29). Концентрация частиц, специально вводимых в поток, может быть невелика. Так как размер частиц очень мал, то скорость их движения и скорость потока газа практически одинаковы. На частицах рассеивается часть света, воспринимаемая приемником 2, расположенным под определенным углом  $\beta$ . Другая часть света проходит через газ не рассеиваясь и воспринимается приемником 5. В соответствии с эффектом Доплера частота прошедшего и рассеянного света должна быть различной, т. к. источник последнего (мелкие частицы) движется относительно приемника со скоростью  $\omega$ . Рассеянный и прошедший лучи собираются вместе оптической системой 3 и анализируются специальной электронной схемой 4, позволяющей восстановить по уравнению (2.12) скорость потока.

ЛДИС позволяет определять значения локальных скоростей потока, не внося в него возмущений, он не нуждается в градуировке, имеет малую погрешность (0,1—1%), практически безынерционен. Недостатками метода являются необходимость введения в поток в качестве центров рассеяния нормированных по размеру и концентрации примесей, а также значительная сложность аппаратуры.

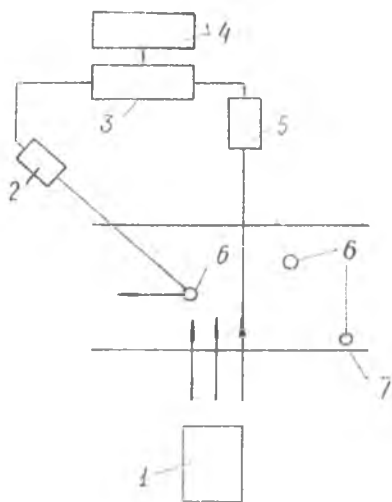


Рис. 2.29. Принципиальная схема лазерно-доплеровского измерителя скорости: 1 — лазер; 2 — приемник рассеянного света; 3 — оптическая система; 4 — электронный анализатор; 5 — приемник прошедшего света; 6 — нормированные частицы; 7 — прозрачная часть аэродинамической трубы

## 2.7. ИЗМЕРЕНИЕ РАСХОДА

В принципе, измерив скорость  $w$  и плотность  $\rho$  потока, а также площадь сечения трубопровода  $S$ , по которому движется интересующее нас рабочее тело, можно по уравнению неразрывности найти его расход:

$$\dot{m} = \rho w S. \quad (2.13)$$

Такие расходомеры получили широкое распространение при испытаниях ДЛА. Скорость потока в них измеряется газодинамическим методом, а для увеличения разности полного и статического давлений организуется местное сужение потока. В качестве сужающих устройств используют диафрагмы, сопла или трубы Вентури.

На рис. 2.30 изображена схема расходомера с диафрагмой. Перед ней поток разгоняется и давление на оси начинает падать. В этой области наблюдается не только осевое, но и радиальное перемещение частичек среды. Для реализации последнего необходимо, чтобы в области А (область кольцевого вихря) давление было выше, чем в потоке (кривая 1).

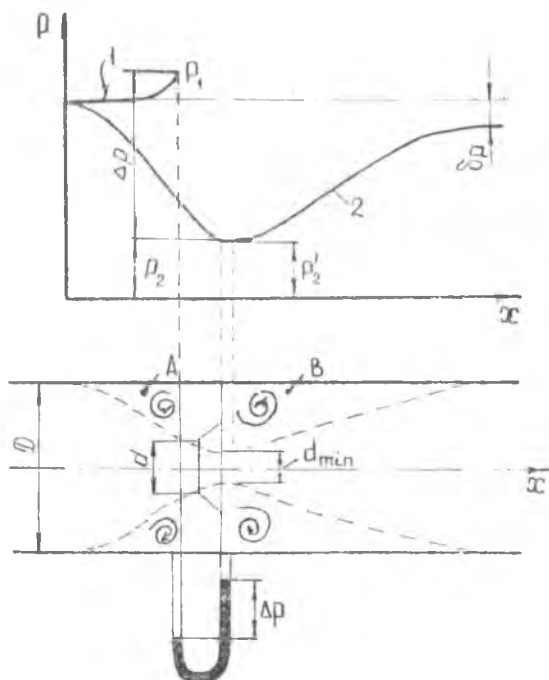


Рис. 2.30. Схема течения рабочего тела через диафрагму

Пройдя через диафрагму, поток по инерции продолжает некоторое время сужаться. Наименьшее сечение струи образуется, в связи с этим, на некотором расстоянии от диафрагмы ( $d_{\min}$  на рис. 2.30). В этом сечении будет максимальная скорость и минимальное давление на оси потока (кривая 2). Далее поток тормозится и вновь занимает все сечение.

Замеряя разность давлений на диафрагме, например жидкостным манометром, можно судить о расходе рабочего тела. Расчетное выражение можно получить, совмещая уравнения неразрывности (2.13) и Бернулли:

$$\dot{m} = \mu F \sqrt{2 \rho \Delta p}, \quad (2.14)$$

где  $\mu = \alpha \epsilon k_w k_v k_t$  — коэффициент расхода;  $\alpha$  — коэффициент, учитывающий сужение струи ( $d_{\min}^2 / d^2 < 1$ ), потери на трение, неравномерность скорости по сечению, отличие давления  $p_2'$  от  $p_2$ ;  $\epsilon$  — коэффициент, учитывающий сжимаемость;  $k_w, k_v, k_t$  — коэффициенты, учитывающие шероховатость, неостроту кромок, тепловое расширение диафрагмы.

Коэффициенты, входящие в (2.14), подробно исследованы для диафрагм с  $D > 50$  мм и  $d/D = 0,2-0,8$ . Такие стандартизованные диафрагмы не градуируют, а коэффициент расхода определяют по известным графикам.

На образование кольцевых вихрей в областях А и В тратится некоторая часть энергии потока и, соответственно, уменьшается его полное давление ( $\delta p$  на рис. 2.30). Это, безусловно, является недостатком сужающих устройств.

Несколько меньшие потери полного давления наблюдаются при использовании мерных сопел (рис. 2.31 а). В этом случае отрыв

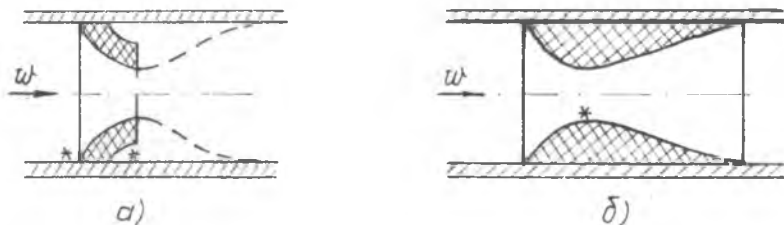


Рис. 2.31. Схема течения рабочего тела в мерном сопле (а) и трубе Вентури (б), \* — место измерения давления

потока имеет место только на выходе из сопла, а область максимального сужения постоянно расположена на срезе сопла. В связи с этим точность замера с помощью сопел выше.

Для дальнейшего уменьшения потерь полного давления используют трубы Вентури, спроектированные по линиям тока потока

(рис. 2.31,б). Здесь нет отрыва потока ни на входе, ни на выходе устройства.

Однако и сопла, и трубы Вентури существенно сложнее и значительно менее исследованы, поэтому обычно используются диафрагмы. Метод расчета сужающих устройств приведен в «Правилах 28—64 по применению и поверке расходомеров с нормальными диафрагмами, соплами и трубами Вентури».

При измерении расхода воздуха через воздушно-реактивный двигатель использование сужающих устройств невозможно. В этом случае расход измеряется с помощью воздухомерного лемнискатного насадка 2 (рис. 2.32), который устанавливают на входе

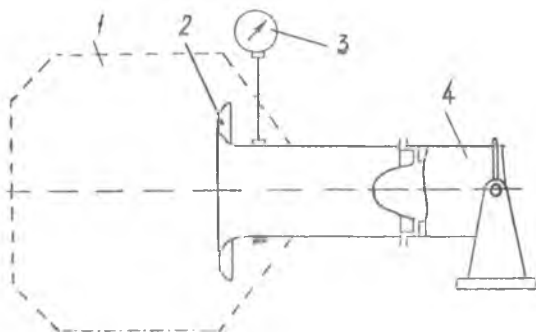


Рис. 2.32. Принципиальная схема измерения расхода воздуха лемнискатным насадком: 1 — предохранительная сетка; 2 — лемнискатный насадок; 3 — манометр; 4 — двигатель

в двигатель. Роль насадка заключается в обеспечении плавного, т. е. практически без потерь, входа воздуха в двигатель. Тогда, считая давление и температуру торможения воздуха равными окружающему, для определения расхода оказывается достаточным измерение только статического давления. Это видно из уравнения неразрывности, записанного через газодинамические функции:

$$\dot{m} = k \frac{p_0^* S}{\sqrt{T_0^*}} q(\lambda), \quad (2.15)$$

где  $k$  — постоянный коэффициент,  $p_0^*$ ,  $T_0^*$  — давление и температура торможения в характерном сечении насадка,  $S$  — величина площади сечения,  $q(\lambda)$  — газодинамическая функция приведенного расхода, определяемая величиной  $\pi(\lambda) = p/p_0^*$  по таблице газодинамических функций. Измеряя статическое давление в лемнискатном насадке, а также давление и температуру окружающей среды, можно по (2.15) найти расход воздуха.



Для измерения расходов компонентов топлива при испытаниях ДЛА часто используются турбинные расходомеры (рис. 2.33). Расходомер состоит из аксиальной или тангенциальной турбины 3, вращающейся в подшипниках 2, счетчика оборотов 4 и регистрирующего прибора 1. Поток жидкости, проходя через турбину 3,

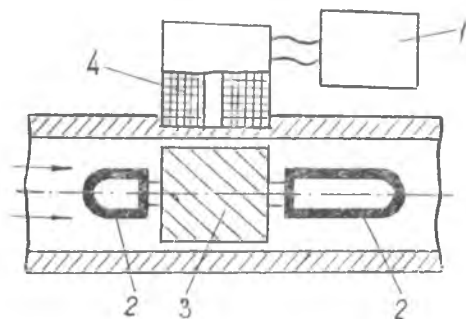


Рис. 2.33. Принципиальная схема турбинного расходомера: 1 — регистрирующий прибор; 2 — подшипники; 3 — турбина; 4 — первичный преобразователь

сообщает ей угловую скорость, пропорциональную объемному расходу. Счетчик оборотов может быть выполнен в виде простейшего прерывателя, создающего импульсы тока, или индуктивного датчика. Число импульсов (частота тока) пропорционально расходу, и поэтому регистрирующий прибор, измеряя число оборотов турбины, фиксирует именно расход жидкости.

Турбинные расходомеры могут иметь как нагруженную, так и не нагруженную турбину. Они обладают большой чувствительностью, большим диапазоном измерений, малой инерционностью, простой конструкцией и удовлетворительной точностью (приведенная погрешность 1...2,5%).

Рассмотренные устройства не исчерпывают многообразия используемых при испытаниях ДЛА методов замера расхода. Широко распространены ротаметры, объемные (пшхпроберы) и массовые расходомеры. Разрабатываются также новые типы расходомеров: ультразвуковые, электромагнитные, гидродинамические.

### 3. ОБРАБОТКА И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

#### 3.1. МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Завершив эксперимент, исследователь имеет результаты в виде таблицы с цифровыми данными, погрешности которых определены, например, по методике, приведенной в разд. 1. Дальнейшая обработка результатов эксперимента заключается обычно в отыскании функциональной зависимости, связывающей измеряемые величины.

Если изобразить экспериментальные точки в определенном масштабе (рис. 3.1), то задачу можно сформулировать так: отыскать такую кривую  $z=f(x)$ ,

чтобы все экспериментальные точки оказались к этой кривой как можно ближе.

Задача существенно упрощается, если вид искомой зависимости известен априори. Например, пусть из теоретических соображений связь  $z=f(x)$ , изображенная на рис. 3.1, будет прямо пропорциональной:

$$z = ax. \quad (3.1)$$

Тогда решение задачи сводится к подбору такого коэффициента

в (3.1), чтобы все величины типа

$$\Delta_i = z_i - z(x_i) \quad (3.2)$$

были минимальными (рис. 3.2). Здесь  $z_i, x_i$  — значения, полученные в результате эксперимента;  $z(x_i)$  — величина, полученная подстановкой  $x_i$  в зависимость (3.1).

Если вид зависимости между исследуемыми величинами заранее неизвестен, то можно подобрать его, строя результаты эксперимента в различных функци-

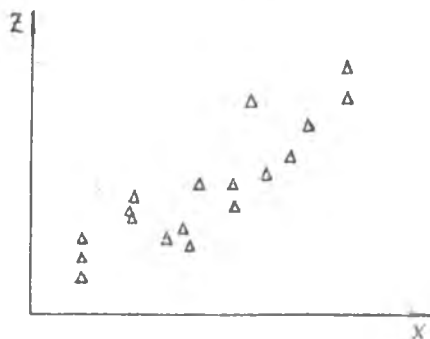


Рис. 3.1. Графическое изображение экспериментальных точек

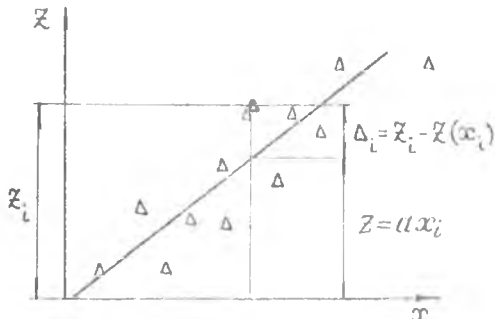


Рис. 3.2. Аппроксимация экспериментальных данных

ональных шкалах. Это, в значительной степени, вопрос интуиции исследователя, однако и здесь существуют некоторые выработанные практикой приемы (см. разд. 3.3). И наконец, если не удалось подобрать достаточно простую функциональную зависимость, то результаты эксперимента всегда можно аппроксимировать полиномом более или менее высокой степени.

Коэффициенты полинома или другой функции могут быть найдены различными методами. Наиболее полно задача аппроксимации экспериментальных данных решается методом наименьших квадратов. Отклонения экспериментальных точек от аппроксимирующей функции  $z = f(x)$  могут быть как положительными, так и отрицательными. Поэтому величина суммы отклонений  $\Delta_i$  не характеризует отклонения всех точек. Однако, если суммировать квадраты отклонений, то полученная величина определяет, насколько близки все экспериментальные точки к кривой  $z = f(x)$ . Следовательно, для нахождения соответствующих коэффициентов искомой зависимости  $z = f(x)$  нужно потребовать, чтобы сумма квадратов отклонений  $\Delta_i$  была минимальной, т. е.

$$\sum [z_i - z(x_i)]^2 = \min. \quad (3.3)$$

Это и есть основная формула метода наименьших квадратов.

Рассмотрим применение этого метода на примере простейшей зависимости (3.1). В этом случае условие (3.3) можно записать так:

$$\frac{\partial}{\partial a} \sum (z_i - ax_i)^2 = 0,$$

или после дифференцирования

$$\sum 2(z_i - ax_i)x_i = 0,$$

откуда

$$a = \frac{\sum z_i x_i}{\sum x_i^2}. \quad (3.4)$$

Разумеется, раз число измерений  $n$  конечно, то и коэффициент  $a$  определен с некоторой погрешностью. Найдем ее, представив  $a = f(z_i)$ , т. е. как результат косвенного измерения по ряду прямых  $z_i$ . Используя (1.22), получим

$$S_a^2 = \left(\frac{\partial a}{\partial z_1}\right)^2 S_{z_1}^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial z_2}\right)^2 S_{z_2}^2 + \dots + \left(\frac{\partial a}{\partial z_n}\right)^2 S_{z_n}^2.$$

Часто в практике встречается случай, когда

$$S_{z_1} = S_{z_2} = \dots = S_{z_n} = S_z.$$

Такие измерения называются равноточными. Тогда среднее квадратичное отклонение  $S_a$  можно записать в виде

$$S_a^2 = S_z^2 \sum \left(\frac{\partial a}{\partial z_i}\right)^2.$$

Продифференцировав (3.4) и подставив результат в последнее выражение, получим

$$S_a = \frac{S_z}{\sqrt{\sum x_i^2}}. \quad (3.5)$$

Таким образом, чем больше число измерений, тем меньше погрешность аппроксимации.

Аналогично (3.4) можно из условия (3.3) получить соответствующие формулы и для других функций. Известно, что любую зависимость можно достаточно точно аппроксимировать многочленом соответствующего порядка. Однако при описании экспериментальных данных нет смысла чрезмерно повышать точность аппроксимации. Разумный предел, очевидно, соответствует ошибке эксперимента. На практике обычно ограничиваются многочленом четвертой степени:

$$z = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + Ex^4. \quad (3.6)$$

Используя условие (3.3) метода наименьших квадратов, получим

$$\sum [ ]^2 = \min,$$

где

$$[ ] = [z_i - A - Bx_i - Cx_i^2 - Dx_i^3 - Ex_i^4]. \quad (3.6)$$

Продифференцируем это выражение по коэффициентам:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial A} \sum [ ]^2 = 2 \sum [ ] = 0; \\ \frac{\partial}{\partial B} \sum [ ]^2 = 2 \sum [ ] x_i = 0; \\ \frac{\partial}{\partial C} \sum [ ]^2 = 2 \sum [ ] x_i^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial D} \sum [ ]^2 = 2 \sum [ ] x_i^3 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial E} \sum [ ]^2 = 2 \sum [ ] x_i^4 = 0. \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Число уравнений системы соответствует числу искомых коэффициентов (A, B, C, D, E). Для решения приведем систему (3.7) к каноническому виду:

$$\left\{ \begin{array}{l} nA + B \sum x_i + C \sum x_i^2 + D \sum x_i^3 + E \sum x_i^4 = \sum z_i; \\ A \sum x_i + B \sum x_i^2 + C \sum x_i^3 + D \sum x_i^4 + E \sum x_i^5 = \sum z_i x_i; \\ A \sum x_i^2 + B \sum x_i^3 + C \sum x_i^4 + D \sum x_i^5 + E \sum x_i^6 = \sum z_i x_i^2; \\ A \sum x_i^3 + B \sum x_i^4 + C \sum x_i^5 + D \sum x_i^6 + E \sum x_i^7 = \sum z_i x_i^3; \\ A \sum x_i^4 + B \sum x_i^5 + C \sum x_i^6 + D \sum x_i^7 + E \sum x_i^8 = \sum z_i x_i^4. \end{array} \right.$$

Откуда

$$A = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccccc} \Sigma z_i & \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 \\ \Sigma z_i x_i & \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 \\ \Sigma z_i x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 & \Sigma x_i^6 \\ \Sigma z_i x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 & \Sigma x_i^6 & \Sigma x_i^7 \\ \Sigma z_i x_i^4 & \Sigma x_i^5 & \Sigma x_i^6 & \Sigma x_i^7 & \Sigma x_i^8 \end{array} \right| \\ \hline \left| \begin{array}{ccccc} n & \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 \\ \Sigma x_i & \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 \\ \Sigma x_i^2 & \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 & \Sigma x_i^6 \\ \Sigma x_i^3 & \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 & \Sigma x_i^6 & \Sigma x_i^7 \\ \Sigma x_i^4 & \Sigma x_i^5 & \Sigma x_i^6 & \Sigma x_i^7 & \Sigma x_i^8 \end{array} \right| \end{array}$$

Аналогично находятся и остальные коэффициенты. Из последней формулы видим, что нахождение коэффициентов полиномов сравнительно больших степеней сопровождается громоздкими вычислениями. Они обычно выполняются на ЭЦВМ.

### 3.2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТА

Получив методом наименьших квадратов формулу, аппроксимирующую с наибольшей точностью экспериментальные данные, мы можем оценить разброс этих данных относительно найденной кривой:

$$S_z' = \sqrt{\frac{\Sigma |z - z(x_i)|^2}{n-1}} \quad (3.8)$$

Но величина  $z$  получена в результате определенного комплекса измерений и, следовательно, имеет вполне определенную погрешность  $S_z$ . Методы оценки последней рассматривались в первом разделе.

Сопоставление погрешностей  $S_z$  и  $S_z'$  имеет принципиальное значение при анализе результатов эксперимента. Если  $S_z' \leq S_z$ , то аппроксимационная формула подобрана правильно. Причем не коэффициенты в формуле (они определены с минимальной погрешностью), а именно сам вид формулы. Если этот вид получен теоретически, то результаты эксперимента подтверждают справедливость теории.

При  $S_z' \gg S_z$  экспериментальные данные не соответствуют теоретическим соображениям. И если результаты эксперимента не искажены систематической погрешностью, то в этом случае отклонение опытных данных от теории говорит о новом явлении.

Рассмотрим эти соображения подробнее на примере определения удельных параметров жидкостных ракетных двигателей (ЖРД).

### 3.2.1. Анализ погрешностей экспериментальной установки

Проанализируем типичную (рис. 3.3) схему измерения параметров ЖРД при экспериментальном определении характеристики двига-

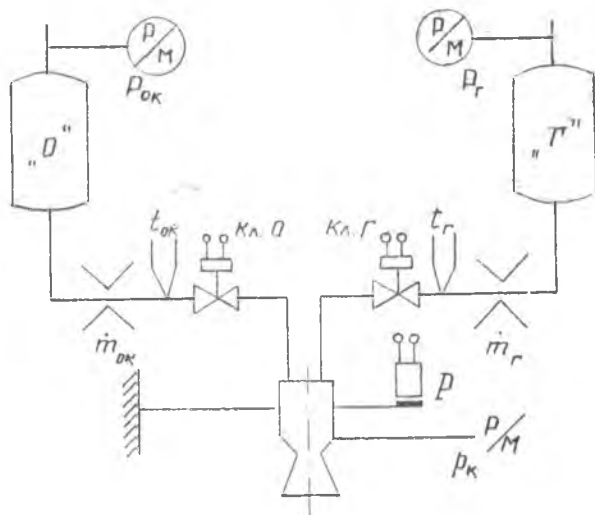


Рис. 3.3. Схема установки для измерения параметров жидкостных ракетных двигателей

теля  $I_y = f(p_k)$ , где  $I_y = P/\dot{m}$  — удельный импульс тяги,  $P$  — тяга,  $\dot{m}$  — секундный расход топлива,  $p_k$  — давление в камере сгорания.

В камеру сгорания двигателя компоненты топлива — горючее (Г) и окислитель (О) — поступают из баков под заданным давлением после открытия электромагнитных клапанов Кл.О и Кл.Г. Расходы компонентов топлива определяются с помощью одноступенчатых расходомерных устройств (рис. 3.4), использующих предварительно проградуированные диафрагмы  $I$  для

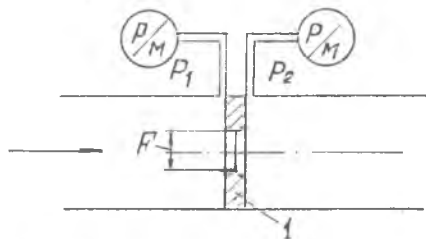


Рис. 3.4. Диафрагменный расходомер

местного ускорения потока компонента и создания за счет этого перепада давлений до и после диафрагмы.

Связь между массовым расходом компонента  $\dot{m}$  (с соответствующим индексом: г — горючего, ок — окислителя) в единицу времени и измеренным с помощью манометров перепадом давлений на диафрагме  $\Delta p = p_1 - p_2$  устанавливается формулой

$$\dot{m} = \mu F \sqrt{2 \rho \Delta p}, \quad (3.9)$$

где  $\mu$  — коэффициент расхода,  $\rho$  — плотность компонента,  $F$  — площадь отверстия в диафрагме. Или, объединяя постоянные величины, формулу (3.9) перепишем в виде

$$\dot{m} = c \sqrt{\rho \Delta p}, \quad (3.10)$$

где  $c$  имеет вполне определенное значение для каждого конкретного расходомерного устройства и определяется градуировкой с погрешностью обычно не более 0,5%.

В соответствии с (1.22) найдем погрешности определения  $\dot{m}_g$  и  $\dot{m}_{ок}$ :

$$S_{\dot{m}}^2 = \left( \frac{\partial \dot{m}}{\partial c} \right)^2 S_c^2 + \left( \frac{\partial \dot{m}}{\partial \rho} \right)^2 S_\rho^2 + \left( \frac{\partial \dot{m}}{\partial (\Delta p)} \right)^2 S_{\Delta p}^2.$$

Отсюда абсолютные средние квадратичные отклонения после дифференцирования (3.10)

$$S_{\dot{m}}^2 = \rho \Delta p S_c^2 + \frac{1}{4} c^2 \frac{\Delta p}{\rho} S_\rho^2 + \frac{1}{4} c^2 \frac{\rho}{\Delta p} S_{\Delta p}^2$$

и относительные погрешности

$$S_{\dot{m}} = S_{\dot{m}} / \dot{m} = \sqrt{S_c^2 + (0,5 S_\rho)^2 + (0,5 S_{\Delta p})^2}, \quad (3.11)$$

где  $S_c = 0,005$  (отмечено выше);  $S_\rho$  — погрешность определения плотности;  $S_{\Delta p}$  — погрешность определения перепада давлений  $\Delta p$ .

Определим  $S_\rho$  и  $S_{\Delta p}$ . Плотность на рассматриваемой установке непосредственно не измеряется, она является функцией температуры:  $\rho = at + b$ , откуда

$$\delta_\rho = \frac{\partial \rho}{\partial t} \frac{S_t}{\rho}. \quad (3.12)$$

Погрешность измерения  $\Delta p = p_1 - p_2$  в соответствии с (1.22)

$$S_{\Delta p}^2 = \left[ \frac{\partial (\Delta p)}{\partial p_1} \right]^2 S_{p_1}^2 + \left[ \frac{\partial (\Delta p)}{\partial p_2} \right]^2 S_{p_2}^2 = S_{p_1}^2 + S_{p_2}^2 \approx 2 S_p^2$$

или

$$\delta_{\Delta p} = \frac{S_{\Delta p}}{\Delta p} = \sqrt{2} \frac{S_p}{\Delta p}, \quad (3.13)$$

где в (3.12) и (3.13)  $S_t$  и  $S_p$  — средние квадратичные отклонения измерения температуры и давления соответственно.

Из (3.12) и (3.13) следует, что величины  $\delta_p$  и  $\delta_{\Delta p}$ , вообще говоря, зависят от измеряемых значений величин  $p$  и  $\Delta p$ . Иногда, если разброс не слишком велик, оценивают предельные относительные погрешности  $\delta_p$  и  $\delta_{\Delta p}$ , для чего используют в соответствующих формулах минимальные значения  $p$  и  $\Delta p$ , встречающиеся в опытах.

Обычно обеспечивают приближенное равенство  $\delta_{m_{\Gamma}}^* \approx \delta_{m_{\text{ок}}}^*$ , тогда погрешность определения суммарного расхода топлива будет

$$S_m^2 = S_{m_{\Gamma}}^2 + S_{m_{\text{ок}}}^2.$$

Откуда

$$\delta_m^2 = \frac{S_m^2}{\dot{m}^2} = \frac{S_{m_{\Gamma}}^2}{\dot{m}_{\Gamma}^2} + \frac{S_{m_{\text{ок}}}^2}{\dot{m}_{\text{ок}}^2} = \left(\frac{\dot{m}_{\Gamma}}{\dot{m}}\right)^2 \delta_{m_{\Gamma}}^2 + \left(\frac{\dot{m}_{\text{ок}}}{\dot{m}}\right)^2 \delta_{m_{\text{ок}}}^2$$

или, несколько завышая погрешность, можно принять

$$\delta_m^* \approx \delta_{m_{\Gamma}}^* \approx \delta_{m_{\text{ок}}}^* \quad \text{и} \quad \delta_{\dot{m}_{\Gamma}} \approx \delta_{\dot{m}_{\text{ок}}} \approx \delta_{\dot{m}}. \quad (3.14)$$

Давление в камере сгорания двигателя  $p$  измеряется манометром с трубчатой пружиной, а тяга — консольно закрепленной балкой с тензометрическим ПП. Сигналы с последнего усиливаются тензостанцией и записываются на осциллограмму (рис. 3.5), на которой регистрируются также командное напряжение Кл.Г и Кл.О (шлейф  $u_{\text{ком}}$ ) и отметки времени (шлейф  $\tau$ ) через определенные промежутки времени.

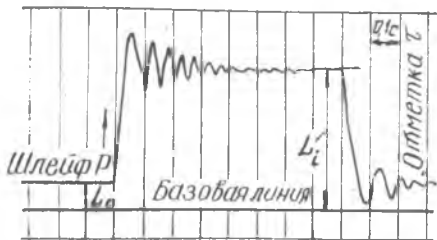


Рис. 3.5. Осциллограмма тяги

Методы определения относительных погрешностей  $\delta_{p_{\text{к}}}$  и  $\delta_p$  изложены в разд. 1.2 и 1.6 данного пособия.

Тогда окончательно погрешность косвенного определения удельного импульса тяги двигателя ( $I_y = P/\dot{m}$ ) найдем, используя формулы (3.14), (3.11) и (1.22):

$$\delta_{I_y} = \sqrt{\delta_p^2 + \delta_m^2} = \sqrt{\delta_p^2 + \delta_c^2 + (0,5 \delta_p)^2 + (0,5 \delta_{\Delta p})^2}. \quad (3.15)$$

С помощью этого соотношения можно сформулировать требования к экспериментальной установке, определить ее конструктивные параметры и режим работы для получения заданной точности либо найти точность определения параметров на конкретной установке.



### 3.2.2. Сопоставление экспериментальных зависимостей с теоретическими

При установлении экспериментальной зависимости  $I_y = f(p_k)$  координаты каждой точки находятся с погрешностями  $\delta I_y$  и  $\delta p_k$ . После получения достаточного количества точек  $I_y$  в нужном диапазоне изменения  $p_k$  встает задача определения вида зависимости  $I_y = f(p_k)$  по этим точкам. Для рассматриваемой характеристики из теории двигателей известно, что

$$I_y = A - B/p_k \quad (3.16)$$

и задача сводится к отысканию коэффициентов  $A$ ,  $B$  нелинейного уравнения (3.16).

Если, допустим, коэффициенты  $A$  и  $B$  каким-то образом подобраны, то для каждого  $p_k$  имеем расчетное значение функции  $I_{y,i} = A - B/p_{k,i}$ . Сопоставляя их всякий раз с экспериментальными значениями, получим отклонение расчетной зависимости от экспериментальных точек:

$$\Delta_i = I_{y,i} - (A - B/p_{k,i}). \quad (3.17)$$

Используем метод наименьших квадратов, дающий наименьшее среднее квадратичное отклонение. В этом случае коэффициенты  $A$  и  $B$  находятся из условия

$$\sum \Delta_i^2 = \min,$$

которое, очевидно, выполняется при

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial A} \sum \Delta_i^2 = 0; \\ \frac{\partial}{\partial B} \sum \Delta_i^2 = 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

Проводя дифференцирование (3.17) и решая систему (3.18), получаем

$$A = \frac{\sum I_{y,i} \sum 1/p_{k,i}^2 - \sum 1/p_k \sum I_{y,i}/p_{k,i}}{n \sum 1/p_{k,i}^2 - (\sum 1/p_{k,i})^2}; \quad (3.19)$$

$$B = \frac{nA - \sum I_{y,i}}{\sum 1/p_{k,i}} \quad (3.20)$$

где  $n$  — число измерений.

Найденные коэффициенты  $A$  и  $B$  дают минимальный среднеквадратичный разброс экспериментальных точек относительно аппроксимирующей зависимости (3.16):

$$\delta'_{I_y} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta_i/I_{y,i})^2}{n-1}}$$

Если  $\delta'_{I_y} < \delta_{I_y}$  (последняя вычисляется по формуле (3.15) для каждого измерения), то полученная зависимость достаточно точно описывает экспериментальное поле точек, что подтверждает правомерность используемой теории.

При  $\delta'_{I_y} > \delta_{I_y}$  отклонение экспериментальных данных от существующей теории не может быть объяснено только погрешностью проведения эксперимента. В этом случае, очевидно, имеют место физические причины, влияющие на рабочий процесс ДЛА и не учтенные уравнением (3.16), например, отрыв потока от стенок сопла, ухудшение распыла при малом перепаде давления на форсунках и т. д.

### 3.3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ГРАФИЧЕСКОМ ВИДЕ

Важную роль при анализе результатов эксперимента и особенно при подборе аппроксимирующих формул играет выбор масштаба шкал для графика. Используются как равномерные, так и неравномерные (функциональные) шкалы или сетки.

Равномерной называется шкала, на всем протяжении которой расстояния между двумя делениями, соответствующими изменению переменной на одну и ту же величину, равны.

При графическом изображении функции в прямоугольных координатах масштабы равномерных шкал по осям координат обычно принимают равными. Если вследствие значительной разницы в пределах изменения переменных или ограниченности размеров чертежа такой возможности нет, то масштабы выбирают так, чтобы график получился компактным, а построенные на нем линии — не очень крутыми или пологими. В противном случае точность отсчета значительно уменьшается.

Необходимо помнить, что применение различных масштабов даже равномерных шкал искажает вид кривой. Это особенно важно при подборе аппроксимирующих формул. Например, на рис. 3.6, а

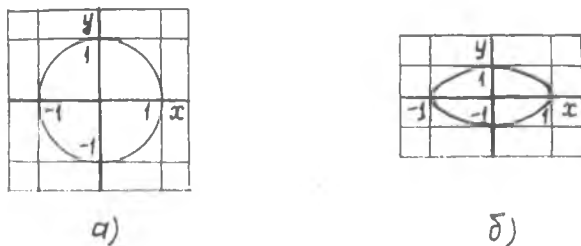


Рис. 3.6. Изображение окружности  $x^2 + y^2 = 1$  в масштабах: а — в равномерном; б — в неравномерном

изображена окружность  $x^2 + y^2 = 1$  при одинаковом масштабе шкал, а на рис. 3.6,б та же окружность, но при увеличении цены деления по оси ординат в два раза.

Часто, особенно при подборе аппроксимационных формул, используются неравномерные шкалы. Это такая шкала, на всем протяжении которой расстояния между двумя делениями, соответствующими изменению переменной на одну и ту же величину, не равны, а изменяются, подчиняясь определенному математическому закону.

Примером наиболее часто применяемых неравномерных шкал являются: логарифмическая шкала, шкалы квадратов и кубов чисел, шкалы корней квадратных из чисел, шкала обратных чисел. Неравномерная шкала может быть построена для любой функции одной независимой переменной.

Построение графиков с применением неравномерных шкал представляет собой замену переменных в заданной функции. Если построим, например, функцию  $y = 2x^2$  в прямоугольных координатах с равномерными шкалами по осям, то получим параболу (рис. 3.7,а). Прологарифмируем это уравнение:

$$\lg y = 2 \lg x + \lg 2 = 2 \lg x + 0,3.$$

Если теперь по оси ординат отложить  $\lg y$ , а по оси абсцисс  $\lg x$  (обе шкалы равномерные), то получим прямую (рис. 3.7,б). Таким образом, путем замены переменных  $x$  и  $y$  на  $\lg x$  и  $\lg y$  мы спрямили параболу. Но такое построение довольно сложно, так как требует вычисления логарифмов переменных  $x$  и  $y$  для всех точек. Упростить эту операцию можно, заменив на осях координат числовые значения  $\lg y$  и  $\lg x$  на значения переменных  $y$  и  $x$ , оставив само построение неизменным (рис. 3.7,в). Например, вместо  $\lg y = 2$  записываем  $y = 10^2 = 100$ , вместо  $\lg x = 1$  записываем  $x = 10^1 = 10$  и т.д. Получаем логарифмическую шкалу, в которой парабола выглядит прямой.

Аналогичную замену можно провести и для других случаев. Например, если можно ожидать, что результаты эксперимента описываются экспонентой вида

$$y = ne^{mx},$$

то следует нанести опытные данные на полулогарифмическую шкалу. Действительно, прологарифмируем последнее выражение:

$$\lg y = (m \lg e) x + \lg n$$

или, введя обозначения  $m \lg e = A$ ,  $\lg n = B$ ,

$$\lg y = Ax + B.$$

То есть если по оси абсцисс шкала равномерная, а по оси ординат логарифмическая, то экспериментальные данные должны лечь на прямую. Найдя методом наименьших квадратов коэффициенты  $A$  и  $B$ , нетрудно определить и величины  $n$  и  $m$ .

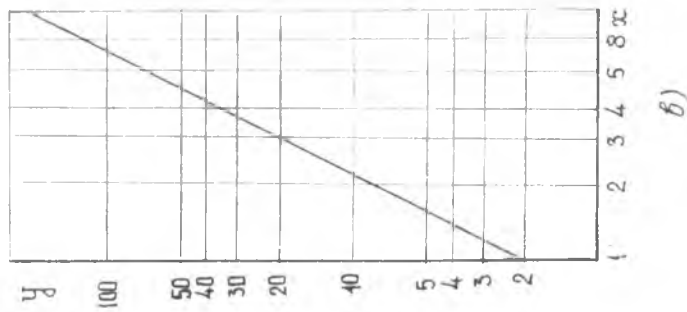
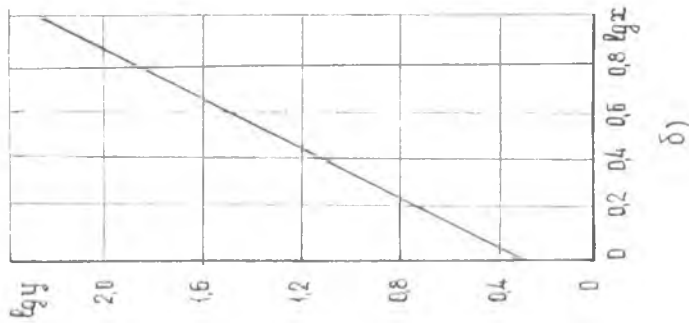
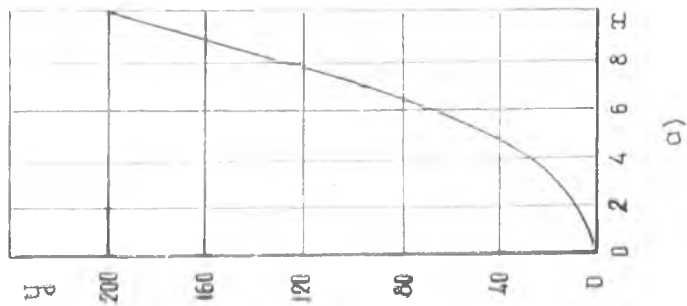


Рис. 3.7. График уравнения  $y = 2x^2$ : а — в равномерных шкалах; б — путем откладывания по осям координат значений  $\lg x$  и  $\lg y$ ; в — в логарифмических шкалах

Применяя различные неравномерные (функциональные) шкалы при построении графиков по опытным данным, в некоторых случаях оказывается возможным выпрямить кривые, которые были получены при построении этих данных на графиках с равномерными шкалами. В этом случае определение вида искомой формулы не представляет затруднений, так как это уравнивание прямой, но с учетом замены переменных. Если спрямления кривых получить не удалось, что остается лишь метод подбора различных видов формул на основании характера кривых, полученных при построении опытных данных с применением на осях координат разных шкал.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Зайдель А. Н.* Ошибки измерений физических величин. Л.: Наука, 1974.—108 с.
2. *Долинский Е. Ф.* Обработка результатов измерений. М.: Изд-во стандартов, 1973. — 192 с.
3. *Блох Л. С.* Основные графические методы обработки опытных данных. М. — Л.: Машгиз, 1951. — 164 с.
4. *Преображенский В. П.* Теплотехнические измерения и приборы. М.: Энергия, 1978. — 703 с.
5. *Скубачевский Л. С.* Испытания воздушно-реактивных двигателей. — М.: Машиностроение, 1972. — 228 с.
6. *Жуковский А. Е., Кондрусев В. С., Левин В. Я., Окорочков В. В.* Испытания жидкостных ракетных двигателей. — М.: Машиностроение, 1981. — 199 с.
7. *Горбунов Г. М., Солохин Э. Л.* Испытания авиационных воздушно-реактивных двигателей. — М.: Машиностроение, 1967. — 256 с.
8. Методика статистической обработки эмпирических данных. Руководящий технический материал Государственного комитета стандартов Совета Министров СССР РТМ-44-62. М.: Изд-во стандартов, 1966. — 100 с.

Темплан 1983, поз. 27

Виктор Григорьевич Заботин,

*Александр Николаевич Первышин*

ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ  
В ДВИГАТЕЛЯХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Учебное пособие

Редактор Т. К. Кретнина  
Техн. редактор Н. М. Каленюк  
Корректор Н. С. Куприянова

Сдано в набор 26.08.83 г. Подписано в печать 14.11.1983 г.  
ЕО 07269. Формат 60 × 84 1/16.  
Бумага писчая белая. Высокая печать.  
Литературная гарнитура. Усл. п. л. 4,18. Уч.-изд. л. 4,0.  
Заказ 715. Т. 1000 экз. Цена 15 к.

Куйбышевский ордена Трудового Красного Знамени  
авиационный институт имени академика С. П. Королева,  
г. Куйбышев, ул. Молодогвардейская, 151.

---

Типография УЭЗ КуАИ, г. Куйбышев, ул. Ульяновская, 18.