

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

В.Р. КАРГИН, Е.С. НЕСТЕРЕНКО

ТЕОРИЯ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основным образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 15.03.01 Машиностроение, 22.03.02 Металлургия

САМАРА
Издательство Самарского университета
2020

УДК 621.77.01(075)

ББК 34.5я7

К218

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. А. Р. С а м б о р у к,

канд. техн. наук, доц. Е. А. Н о с о в а

Каргин, Владимир Родионович

К218 **Теория обработки металлов давлением в примерах и задачах:**
учебное пособие / *В.Р. Каргин, Е.С. Нестеренко.* – Самара:
Издательство Самарского университета, 2020. – 112 с.

ISBN 978-5-7883-1496-9

Рассмотрены краткие теоретические сведения и основные формулы об основных технологических параметрах в процессах обработки металлов давлением. Приведены примеры и задачи по нахождению показателей деформации, усилию деформирования. Описано влияние температуры, степени и скорости деформации на сопротивление деформации металлов.

Предназначено для бакалавров, обучающихся по направлениям подготовки 15.03.01 Машиностроение, 22.03.02 Металлургия.

УДК 621.77.01(075)

ББК 34.5я7

ISBN 978-5-7883-1496-9

© Самарский университет, 2020

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ	6
ВВЕДЕНИЕ	8
1 БОЛЬШИЕ ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ.....	9
1.1 Краткие теоретические сведения	9
1.2 Примеры решения задач	17
1.3 Задачи для самостоятельного решения.....	23
2 СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ ДЕФОРМАЦИИ	28
2.1 Краткие теоретические сведения	28
2.2 Примеры решения задач	31
2.3 Задачи для самостоятельного решения.....	36
3 ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ, СКОРОСТИ И СТЕПЕНИ ДЕФОРМАЦИИ НА ПРОЦЕСС ДЕФОРМИРОВАНИЯ	39
3.1 Краткие теоретические сведения	39
3.2 Примеры решения задач	44
3.3 Задачи для самостоятельного решения.....	51
4 ДЕФОРМИРУЮЩЕЕ УСИЛИЕ	55
4.1 Краткие теоретические сведения	55
4.2 Примеры решения задач	59
4.3 Задачи для самостоятельного решения.....	64
5 МЕТОД СОВМЕСТНОГО РЕШЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ И ПЛАСТИЧНОСТИ	70
5.1 Краткие теоретические сведения	70
5.1.1 Приближенное уравнение равновесия для плоского деформированного состояния.....	71
5.1.2 Приближенное уравнение равновесия для плоского напряженного состояния.....	73
5.2 Примеры решения задач	76
5.3 Задачи для самостоятельного решения.....	82
6 МЕТОД ЛИНИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ.....	85
6.1 Краткие теоретические сведения	85
6.2 Примеры решения задач	89
6.3 Задачи для самостоятельного решения	91

7 МЕТОД СОПРТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПЛАСТИЧЕСКИМ ДЕФОРМАЦИЯМ.....	95
7.1 Краткие теоретические сведения	95
7.2 Примеры решения задач	96
7.3 Задачи для самостоятельного решения	98
8 МЕТОД РАБОТ.....	100
8.1 Краткие теоретические сведения	100
8.2 Примеры решения задач	101
8.3 Задачи для самостоятельного решения	103
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	105
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	108

ОСНОВНЫЕ УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

α – коэффициент осадки (обжатия);

β – коэффициент уширения;

λ – коэффициент вытяжки (вытяжка);

e_x, e_y, e_z – логарифмические (конечная, истинная) деформации;

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – относительные деформации;

F – площадь поперечного сечения, м²;

V_{cx}, V_{cy}, V_{cz} – смещенные объемы, м³;

$\dot{\varepsilon}$ – скорость деформации при относительной деформации, с⁻¹;

\dot{e} – скорость деформации при логарифмической деформации, с⁻¹;

τ – время, с;

ε_{max} – относительная деформация по абсолютной величине в одном из главных направлений;

e_{max} – логарифмическая деформация по абсолютной величине в одном из главных направлений;

$\dot{\varepsilon}_{cp}, \dot{e}_{cp}$ – средняя скорость деформации, с⁻¹;

$V_{ОПД}$ – объем очага пластической деформации, м³;

$V_{сек}$ – секундный объем, м³;

$\vartheta_{деф}$ – скорость деформирования, м/с;

T – температура нагрева, °С;

$T_{пл}$ – температура плавления по абсолютной шкале, °К;

ΔT – тепловой эффект (приращение температуры), °С;

T_s – температура начала плавления сплава, °С;

$T_{н.о}$ – температура начала обработки, °С;

$T_{к.о.}$ – температура конца обработки, °С;

$P_{уд}$ – удельное давление, Н/м²;

$\eta_{вых}$ – коэффициент выхода тепла;

\bar{c} – средняя удельная теплоемкость металла в рассматриваемом интервале температур ($T_0, T_0 + \Delta T$), $\frac{Дж}{кг \cdot град}$;

ρ – плотность металла, кг/м³;

A_T – работа, затраченная на повышение температуры деформированного тела, Дж;

A – общее количество работы, воспринятой деформированным телом, Дж;

σ_s – сопротивление деформированию при скорости деформации $\dot{\epsilon}$, МПа;

σ_{s0} – сопротивление деформированию при скорости деформации $\dot{\epsilon}_0$, МПа;

$K_{пр}$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств металла;

φ – скоростной коэффициент;

σ_H – нормальное давление (напряжение), МПа;

P – усилие деформирования, Н;

μ – коэффициент трения;

τ_k – касательное напряжение, МПа.

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании технологических процессов обработки металлов давлением (ОМД) приходится решать целый комплекс вопросов, связанных с нахождением рациональных условий выполнения конкретной операции. В техническом отношении эти условия выражают через определенные параметры, характеризующие данный процесс. Данные параметры считают основными технологическими параметрами процессов ОМД. К основным технологическим параметрам относят следующие:

- допустимая степень деформации в рассматриваемой операции. Знание допустимой степени деформации позволяет рассчитать рациональное число и последовательность переходовковки, штамповки, прокатки, волочения;

- оптимальные размеры и формы заготовки. Правильный выбор размеров и формы заготовки дает возможность уменьшить объем ручных и доводочных работ или полностью ликвидировать их;

- рациональный температурно-скоростной режим обработки.

- силовые параметры (усилие, работа, мощность), необходимые для выбора оборудования и штамповой оснастки;

Следует отметить, что большинство параметров взаимосвязаны и оказывают влияние друг на друга. Это говорит о необходимости комплексного изучения всех вопросов, относящихся к разработке оптимальных режимов технологического процесса изготовления изделия.

Для нахождения основных технологических параметров необходимо знание полей распределения напряжений и деформаций по очагу деформаций или по всему объему деформированного тела, в том числе и на контактной поверхности между инструментом и деформируемым телом.

1 БОЛЬШИЕ ПЛАСТИЧЕСКИЕ ДЕФОРМАЦИИ

1.1 Краткие теоретические сведения

В процессах обработки металлов давлением происходят большие деформации, что связано со значительными изменениями размеров деформируемого тела. Для описания больших деформаций применяют следующие показатели: абсолютные, относительные и логарифмические деформации, а также коэффициент деформации. С показателями деформации тесно связано понятие о смещенных объемах деформируемого тела и условие постоянства объема, на основе которого производят расчет размеров заготовки. При необходимости применять большие величины деформаций ее проводят за несколько операций (переходов).

Для расчёта показателей пластической деформации рассмотрим прямоугольный параллелепипед с рёбрами, параллельными главным осям деформации $1, 2, 3$ (рис. 1.1). Исходные размеры тела до пластической деформации X_0, Y_0, Z_0 . Конечные размеры после пластической деформации X, Y, Z .

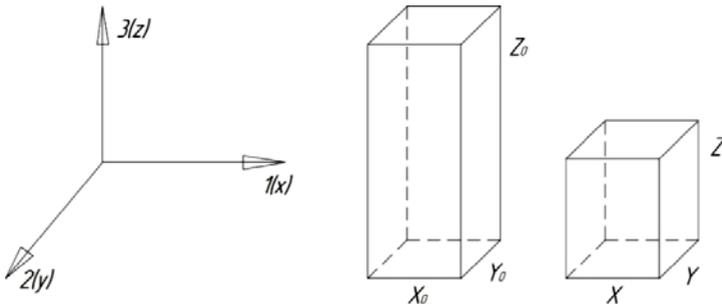


Рис. 1.1. Схема к расчёту абсолютных и относительных деформаций

Абсолютная деформация находится как разность между конечными и начальными размерами тела в направлении главных осей координат $1(x), 2(y), 3(z)$:

$$\Delta X = X - X_0, \quad \Delta Y = Y - Y_0, \quad \Delta Z = Z - Z_0.$$

Она может быть как положительной, так и отрицательной, в зависимости от того, происходит увеличение или уменьшение размеров деформируемого тела.

Относительная деформация по Лагранжу определяется как отношение абсолютной деформации к первоначальному размеру тела.

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta X}{X_0} = \frac{X - X_0}{X_0}, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta Y}{Y_0} = \frac{Y - Y_0}{Y_0}, \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta Z}{Z_0} = \frac{Z - Z_0}{Z_0}.$$

Здесь положительная величина деформации соответствует растяжению, а отрицательная сжатию. Показатели деформации могут быть выражены в процентах. Отрицательная деформация изменяется в пределах $[0, -1)$, положительная в пределах $[0, +\infty)$. Индексы x, y, z в обозначении деформации показывают по направлению к какой оси ее рассматривают.

Относительная деформация по Эйлеру определяется как отношение абсолютной деформации к конечному размеру тела:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta X}{X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta Y}{Y}, \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta Z}{Z}.$$

Логарифмические деформации рассмотрим на примере осадки тела в виде прямоугольного параллелепипеда с начальной высоты Z_0 до конечной высоты Z , рис. 1.2. Допустим, что в какой-то момент времени высота тела равна Z , а бесконечно малое уменьшение его высоты равно dZ . Тогда бесконечно малая деформация в направлении оси z .

$$de_z = \frac{dZ}{Z}.$$

Логарифмическая деформация при осадке тела от Z_0 до Z выражается определенным интегралом:

$$e_z = \int_{Z_0}^Z \frac{dZ}{Z} = \ln \frac{Z}{Z_0}.$$

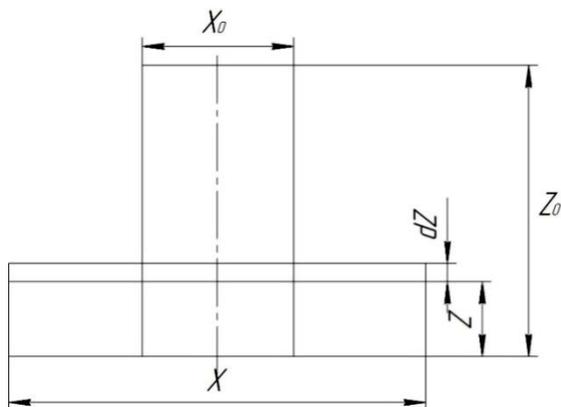


Рис. 1.2. Схема к расчёту логарифмических деформаций

Рассматривая деформацию параллелепипеда с исходными размерами X_0 , Y_0 , Z_0 и конечными размерами X , Y , Z , можно аналогично определить деформации в направлении осей координат x и y .

$$e_x = \ln \frac{X}{X_0}, \quad e_y = \ln \frac{Y}{Y_0}.$$

Таким образом, логарифмические деформации представляют собой результат суммирования бесконечно малых деформаций, поэтому их часто называют истинными деформациями.

Логарифмические деформации обладают свойством аддитивности. При выполнении деформаций в несколько этапов, их можно складывать при расчёте суммарной деформации:

$$e_{\Sigma} = e_1 + e_{II}.$$

Допустим, что растяжение образца длиной 100 мм произведено в два этапа. Вначале образец растянут на длину 120 мм, а после до 150 мм. Суммарная деформация за два этапа нагружения:

$$e_{\Sigma} = \ln \frac{150}{100} = \ln \frac{150}{120} \cdot \frac{120}{100} = \ln \frac{150}{120} + \ln \frac{120}{100} = e_1 + e_{II}.$$

Относительные деформации по Лагранжу и логарифмические деформации связаны между собой соотношениями:

$$e_x = \ln \frac{X}{X_0} = \ln \frac{X_0 + \Delta X}{X_0} = \ln(1 + \varepsilon_x),$$

$$e_y = \ln \frac{Y}{Y_0} = \ln \frac{Y_0 + \Delta Y}{Y_0} = \ln(1 + \varepsilon_y),$$

$$E_z = \ln \frac{Z}{Z_0} = \ln \frac{Z_0 + \Delta Z}{Z_0} = \ln(1 + \varepsilon_z).$$

На рис. 1.3 представлен график зависимости относительной ε_x и логарифмической e_x деформаций от X/X_0 .

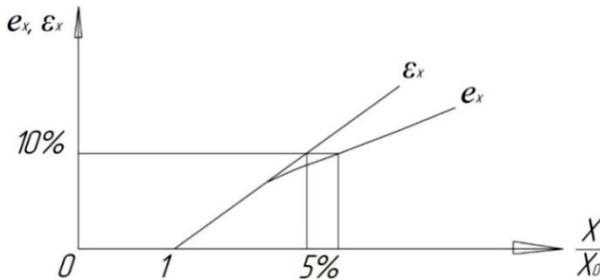


Рис. 1.3. График зависимости относительной ε_x и логарифмической e_x деформаций от X/X_0

Из рис. 1.3 видно, что расхождение $\frac{(\varepsilon_x - e_x)}{(100 e_x)} \%$ между логарифмической и относительной деформацией при изменении последних в пределах 0-10% составляет 0-5%. В инженерных расчётах, при относительной деформации меньше 0,1, можно считать $e_x \approx \varepsilon_x$.

При пластическом растяжении изотропного и однородного тела по координате Z коэффициент Пуассона или коэффициент поперечной деформации $\nu = 0,5$. Так как деформация тела считается равномерной, то в связи с этим:

$$e_y = e_x = \nu \cdot e_z = -0,5 \cdot e_z.$$

В случае плоского деформированного состояния, когда $e_z=0$:

$$e_x + e_y = 0.$$

Коэффициенты деформации определяются через отношение размеров тела после деформации к соответствующим размерам до деформации. Применительно к процессу прокатки плит коэффициенты деформации по рис. 1.4 следующие:

$$\text{коэффициент обжатия } \eta = \frac{H}{H_0},$$

$$\text{коэффициент уширения } \beta = \frac{B}{B_0},$$

$$\text{коэффициент вытяжки } \lambda = \frac{L}{L_0} = \frac{F_0}{F},$$

где $F_0 = B_0 H_0$, $F = BH$.

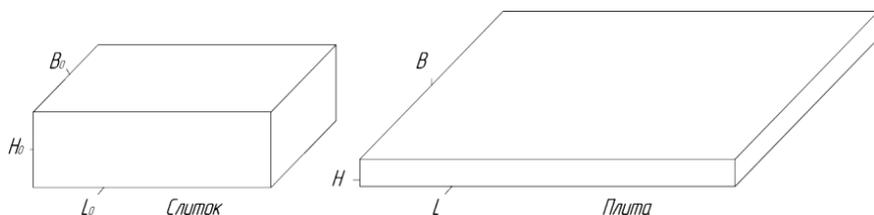


Рис. 1.4. Схема к расчёту коэффициентов деформации при прокатке плит

Смещённый объём – это объём, прибавленный или удалённый в процессе деформации в одном из главных направлений осей деформации. Этот термин широко используется для расчёта работы, затрачиваемой на пластическую деформацию тела.

Пусть в текущий момент деформации при осадке заготовка получает приращение dZ , рис. 1.5. Тогда элементарный смещённый объём в направлении оси z по высоте:

$$dF_{cz} = F_z dZ,$$

где F_z – площадь поперечного сечения, перпендикулярная оси z в каждый момент деформации.

$$F_z = \frac{V_0}{Z},$$

где V_0 – объём параллелепипеда $V_0 = X_0 Y_0 Z_0$.

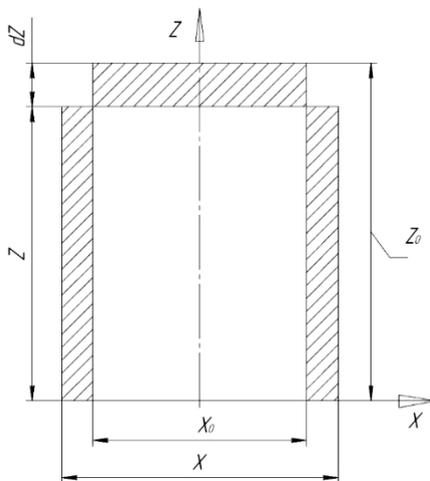


Рис. 1.5. Схема к расчёту смещённого объёма в направлении оси Z

После интегрирования получим выражение, из которого видно, что смещённый объём равен объёму тела, умноженному на логарифмическую деформацию:

$$V_{cz} = V_0 \int_{z_0}^Z \frac{dz}{x} = V_0 e_z.$$

Аналогично можно вывести выражения для смещённых объёмов металла по двум другим направлениям – по ширине и длине:

$$V_{cx} = V_0 e_x V_{cy} = V_0 e_y.$$

Условие постоянства объёма (условие несжимаемости) используется при расчётах размеров заготовки для изготовления изделий обработкой давлением. По условию постоянства объёма при осадке прямоугольного параллелепипеда (рис. 1.1) получаем:

$$\frac{XYZ}{X_0 Y_0 Z_0} = 1.$$

После логарифмирования получим уравнение, описывающее условие постоянства объёма.

$$\ln \frac{X}{X_0} + \ln \frac{Y}{Y_0} + \ln \frac{Z}{Z_0} = 0.$$

Или

$$e_x + e_y + e_z = 0.$$

Из уравнения следует, что одна из трех логарифмических деформаций при осадке или растяжении тела имеет знак, противоположный двум другим.

Умножив на объём деформируемого тела V_0 , получим:

$$V_0 e_x + V_0 e_y + V_0 e_z = 0,$$

или

$$V_{cx} + V_{cy} + V_{cz} = 0.$$

Таким образом, сумма смещённых объёмов по трём взаимно перпендикулярным направлениям равна нулю. Условие постоянства объёма $XYZ / X_0 Y_0 Z_0 = 1$ после подстановки коэффициентов деформации примет вид:

$$\alpha\beta\lambda = 1.$$

Определение числа переходов в ряде процессов обработки металлов давлением, таких как прокатка, волочение, протяжка, вытяжка изделия получают за несколько операций (переходов). Используя условие постоянства объёма, можно получить формулу для определения числа переходов, если известен средний коэффициент вытяжки за переход λ_{cp} за всю обработку, где F_0 – начальное, F_k – конечное поперечное сечение тела.

Пусть после 1, 2, ... n операций (переходов) поперечное сечение деформируемой заготовки будет равно F_1, F_2, \dots, F_k . Тогда коэффициенты вытяжки при отдельных операциях составят:

$$\lambda_1 = \frac{F_0}{F_1}, \quad \lambda_2 = \frac{F_1}{F_2}, \quad \dots \quad \lambda_n = \frac{F_{n-1}}{F_k}.$$

Откуда $F_0 = \lambda_1 F_1, F_1 = \lambda_2 F_2, \dots, F_{n-1} = \lambda_n F_n$.

Тогда $F_0 = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n F_k$ или $\frac{F_0}{F_k} = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n$, где n – число операций.

Окончательно $\lambda_\Sigma = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_n$.

Если принять $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = \lambda_{\text{ср}}$, то $\lambda_{\Sigma} = \lambda_{\text{ср}}^n$.

После логарифмирования получим формулу для расчета числа переходов:

$$n = \frac{\ln \lambda_{\Sigma}}{\ln \lambda_{\text{ср}}} = \frac{\ln F_0 - \ln F_k}{\ln \lambda_{\text{ср}}}.$$

Условие постоянства секундных объемов устанавливает взаимосвязь между скоростью движения металла V и изменениями размеров поперечного сечения F деформируемой заготовки при непрерывном режиме обработки давлением. Например, закон постоянства секундных объемов должен выполняться при одновременной прокатке заготовки в группе рабочих клеток прокатного стана, рис. 1.6.

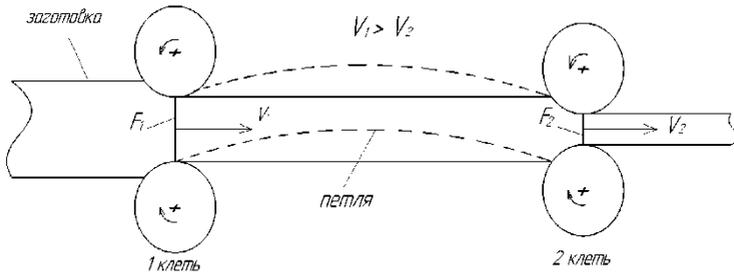


Рис. 1.6. Схема одновременной прокатки заготовки в двух рабочих клетях

Условие постоянства секундных объемов формулируется так: объём металла, проходящего в каждую единицу времени через определенное сечение очага деформации, не меняется при переходе от одного сечения к другому.

$$V_1 F_1 = V_2 F_2 = V_3 F_3 = V_i F_i = \text{const.}$$

В противном случае возможен обрыв, при условии, что V_2 больше V_1 , или образование петли, при V_2 меньше V_1 .

Выбор показателей пластической деформации зависит от требуемой точности расчета и удобства вычисления. Если необходима большая точность, то нужно использовать истинные деформации,

которые, помимо наибольшей достоверности результатов, обладают еще и свойствами аддитивности, т.е. их можно складывать при определении суммарной деформации, осуществленной за несколько операций.

В ряде процессов обработки металлов давлением, таких как прессование, волочение, прокатка, чаще используют относительную деформацию, выраженную через начальную F_0 и конечную F_k площади поперечных сечений тела.

$$\varepsilon_F = \frac{F_0 - F_k}{F_0} \cdot 100 \% .$$

Величину относительной деформации иногда называют степенью деформации. Например, степень деформации при осадке заготовки между плоскими плитами рассчитывают по формуле:

$$\varepsilon_H = \frac{H_0 - H_1}{H_0} \cdot 100 \% ,$$

где H_0 и H_1 – начальная и конечная высота заготовки соответственно.

В ряде случаев целесообразно для обозначения степени деформации указывать только одну максимальную деформацию. Например, в процессе прессования максимальной деформацией является деформация в направлении оси прессования.

Согласно условию постоянства объема:

$$F_0 L_0 = F_k L_k$$

или

$$\frac{F_0}{F_k} = \frac{L_k}{L_0} ,$$

откуда интегральный показатель деформации равен:

$$i = \ln \frac{F_0}{F_k} = \ln \frac{L_k}{L_0} .$$

1.2 Примеры решения задач

Задача №1. Цилиндрическая заготовка осаживалась на молоте за четыре удара со степенью деформации за удар: $e_1 = 0,1$; $e_2 = 0,09$; $e_3 = 0,07$; $e_4 = 0,05$. Определить высоту заготовки после каждого удара молота, если начальная высота заготовки $h_0 = 160$ мм.

Решение.

Деформация заготовки при первом ударе молота равна:

$$e_1 = \ln \frac{h_1}{h_0},$$

где h_1 – высота заготовки после первого удара молота.

Так как при осадке происходит уменьшение размера исходной заготовки и движение инструмента происходит против оси, то деформация берется со знаком минус.

Поэтому, из условия задачи, деформация при первом ударе молота равна $e_1 = -0,10$, тогда

$$-0,10 = \ln \frac{h_1}{h_0},$$

отсюда высота заготовки после первого удара молота:

$$h_1 = h_0 \cdot e^{e_1},$$

где e – основание натурального логарифма.

Тогда высота заготовки после первого удара молота равна

$$h_1 = h_0 \cdot e^{-0,1} = 160 \cdot e^{-0,1} = 144,8 \text{ мм.}$$

Аналогично можно рассчитать высоту заготовки после второго, третьего и четвертого ударов:

$$h_2 = h_1 \cdot e^{-0,09} = 144,8 \cdot e^{-0,09} = 132,3 \text{ мм,}$$

$$h_3 = h_2 \cdot e^{-0,07} = 132,3 \cdot e^{-0,07} = 123,4 \text{ мм,}$$

$$h_4 = h_3 \cdot e^{-0,05} = 123,4 \cdot e^{-0,05} = 117,4 \text{ мм.}$$

Можно ли определить сразу высоту заготовки после последнего удара? Можно, для этого определим суммарную деформацию:

$$e_{\Sigma} = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 = (-0,1) + (-0,09) + (-0,07) + (-0,05) = -0,31.$$

Тогда высота заготовки после четвертого удара молота равна:

$$h_4 = h_0 \cdot e^{-0,31} = 160 \cdot e^{-0,31} = 117,4 \text{ мм.}$$

Ответ: $h_1 = 144,8$ мм; $h_2 = 132,3$ мм; $h_3 = 123,4$ мм; $h_4 = 117,4$ мм.

Задача №2. Цилиндрическая заготовка диаметром $d_0 = 100$ мм и высотой $h_0 = 98$ мм осаживается до высоты $h_k = 50$ мм. Считая деформацию равномерной, определить истинные деформации, коэффициенты деформации и диаметр заготовки после деформации в цилиндрической системе координат (ρ, θ, z) .

Решение.

Из условия постоянства объема до и после деформации $V_0 = V_k$, найдем конечный диаметр d_k :

$$\frac{\pi d_0^2}{4} h_0 = \frac{\pi d_k^2}{4} h_k.$$

Откуда:

$$d_k = \sqrt{\frac{d_0^2 \cdot h_0}{h_k}} = \sqrt{\frac{100^2 \cdot 98}{50}} = \sqrt{19600} = 140 \text{ мм.}$$

Логарифмическая деформация по оси z равна:

$$e_z = \ln \frac{h_k}{h_0} = \ln \frac{50}{98} = \ln 0,51 = -0,6733.$$

Из условия, что при линейном напряженном состоянии сжатия:

$$e_{\rho} = e_{\theta} = -0,5e_z.$$

Логарифмические деформации по осям ρ и θ равны:

$$e_{\rho} = e_{\theta} = 0,33665.$$

Коэффициенты осадки, уширения и вытяжки:

$$\alpha = \frac{h_k}{h_0} = \frac{50}{98} = 0,51;$$

$$\beta = \frac{d_k}{d_0} = \frac{140}{100} = 1,4;$$

$$\lambda = \frac{d_k}{d_0} = \frac{140}{100} = 1,4.$$

Ответ: $d_k=140$ мм, $e_z = -0,6733$, $e_p = e_\theta = 0,33665$; $\alpha=0,51$, $\beta=\lambda=1,4$.

Задача №3. Дан параллелепипед с размерами $h_0 = 56$ мм, $b_0 = 98$ мм, $l_0 = 126$ мм. При осадке параллелепипеда абсолютное обжатие по высоте составило $\Delta h_0 = 20$ мм. После осадки ширина увеличилась до $b_k = 114$ мм. Принимая деформацию равномерной, определить размеры тела после деформации, относительные и логарифмические деформации, коэффициенты деформации. Записать условие постоянства объема через показатели деформации и сделать вывод.

Решение.

Высота параллелепипеда после осадки:

$$h_k = h_0 - \Delta h = 56 - 20 = 36 \text{ мм.}$$

Из условия постоянства объема найдем длину параллелепипеда после осадки:

$$l_k = \frac{h_0 \cdot b_0 \cdot l_0}{h_k \cdot b_k} = \frac{56 \cdot 98 \cdot 126}{36 \cdot 114} = 168,5 \text{ мм.}$$

Определим относительные деформации:

$$\varepsilon_h = \frac{h_k - h_0}{h_0} = \frac{36 - 56}{56} = -0,3571;$$

$$\varepsilon_b = \frac{b_k - b_0}{b_0} = \frac{114 - 98}{98} = 0,1633;$$

$$\varepsilon_l = \frac{l_k - l_0}{l_0} = \frac{168,5 - 126}{126} = 0,3373.$$

Логарифмическое деформации:

$$e_h = \ln \frac{h_k}{h_0} = \ln \frac{36}{56} = -0,4418;$$

$$e_b = \ln \frac{b_k}{b_0} = \ln \frac{114}{98} = 0,1512;$$

$$e_l = \ln \frac{l_k}{l_0} = \ln \frac{168,5}{126} = 0,2907.$$

Коэффициенты деформации:

$$\alpha = \frac{h_k}{h_0} = \frac{36}{56} = 0,643,$$

$$\beta = \frac{b_k}{b_0} = \frac{114}{98} = 1,163,$$

$$\lambda = \frac{l_k}{l_0} = \frac{168,5}{126} = 1,337.$$

Проверка условия постоянства объема, записанного через показатели пластической деформации:

$$\varepsilon_h + \varepsilon_b + \varepsilon_l = -0,3571 + 0,1633 + 0,3373 = 0,14 \neq 0;$$

$$e_h + e_b + e_l = -0,4418 + 0,1512 + 0,2907 = 0,0001 \approx 0;$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \lambda = 0,643 \cdot 1,163 \cdot 1,337 = 0,9998 \approx 1.$$

Вывод: при больших пластических деформациях (более 10%) относительные деформации, в отличие от истинных деформаций и коэффициентов деформации, не удовлетворяют условию постоянства объема.

Ответ: $h_k = 36$ мм, $l_k = 168$ мм; $\varepsilon_h = -0,3572$, $\varepsilon_b = 0,1633$, $\varepsilon_l = 0,3373$; $e_h = -0,4418$, $e_b = 0,1512$, $e_l = 0,2907$; $\alpha = 0,643$, $\beta = 1,163$, $\lambda = 1,337$.

Задача №4. Плита длиной 1500 мм, шириной 200 мм, и толщиной 10 мм растягивается равномерно до тех пор, пока ее толщина не уменьшится до 8 мм. Определить смещенные объемы по длине, ширине и толщине плиты; размеры плиты после деформации. Материал плиты считать изотропным.

Решение.

Определим истинную деформацию по толщине полосы:

$$e_t = \ln \frac{t_K}{t_0} = \ln \frac{8}{10} = -0,223.$$

Логарифмическую деформацию по длине плиты определим из условия постоянства объема:

$$e_l + e_b + e_t = 0.$$

Так как тело изотропно, то при растяжении деформация по толщине равна деформации по ширине $e_t = e_b = -0,223$, тогда:

$$e_l + 2e_t = 0,$$

$$e_l = -2e_t = 0,446.$$

Начальный объем полосы:

$$V_0 = l_0 \cdot b_0 \cdot t_0 = 1500 \cdot 200 \cdot 10 = 3 \cdot 10^6 \text{ мм}^3.$$

Смещенные объемы:

$$V_{ct} = e_t \cdot V = -0,223 \cdot 3 \cdot 10^6 = -669 \cdot 10^3 \text{ мм}^3,$$

$$V_{cb} = e_b \cdot V = -0,223 \cdot 3 \cdot 10^6 = -669 \cdot 10^3 \text{ мм}^3,$$

$$V_{cl} = -V_{ct} - V_{cb} = 669 \cdot 10^3 + 669 \cdot 10^3 = 1318 \cdot 10^3 \text{ мм}^3$$

Ширина и длина полосы после деформации:

$$e_b = \ln \frac{b_K}{b_0} \Rightarrow b_K = b_0 \cdot e^{e_b} = 200 \cdot e^{-0,223} = 160 \text{ мм};$$

$$e_l = \ln \frac{l_K}{l_0} \Rightarrow l_K = l_0 \cdot e^{e_l} = 1500 \cdot e^{0,446} = 2343 \text{ мм}.$$

Ответ: $V_{cr} = -669000 \text{ мм}^3$, $V_{cb} = -669000 \text{ мм}^3$, $V_{cl} = 1318000 \text{ мм}^3$,
 $b_K = 160 \text{ мм}$, $l_K = 2343 \text{ мм}$.

Задача №5. Плита длиной 1200 мм, шириной 360 мм и толщиной 5 мм растягивается равномерно при растяжении в продольном направлении до тех пор, пока ее длина не увеличится до 1440 мм без изменения ширины. Найти: а) конечные главные деформации; б) конечные размеры плиты.

Решение.

Выбрав следующие направления осей: длина x , ширина y , толщина z , получим:

$$e_x = \ln \frac{x}{x_0} = \ln \frac{1440}{1200} = 0,182;$$

$$e_y = \ln \frac{y}{y_0} = \ln \frac{360}{360} = 0.$$

Так как $e_x + e_y + e_z = 0$, найдем e_z :

$$e_z = \ln \frac{z}{z_0} = \ln \frac{t}{t_0} = -0,182.$$

Толщина плиты:

$$t = t_0 \cdot e^{e_z} = 5e^{-0,182} = 4,16 \text{ мм}.$$

Ответ: длина 1440 мм, ширина 360 мм, толщина 4,16 мм.

1.3 Задачи для самостоятельного решения

1.1 Из заготовки диаметром 150 мм прессуется пруток диаметром $d_i = 30$ мм. Определить логарифмические деформации при прессовании прутка и коэффициент вытяжки.

1.2 Плита длиной 1200 мм, шириной 360 мм и толщиной 10 мм растягивается равномерно до тех пор, пока ее длина не увеличится до 1440 мм. Считая материал плиты не изотропным, определить истинные деформации и конечные размеры плиты.

1.3 Плита длиной 1000 мм, шириной 300 мм и толщиной 6 мм растягивается равномерно до тех пор, пока деформация в продольном направлении не составит 4%. Считать материал плиты изотропным, определить размеры плиты после деформации.

1.4 Слиток длиной 1500 мм, шириной 500 мм, и толщиной 120 мм подвергался прокатке без уширения до толщины 50 мм. Определить истинные деформации, смещенный объем и длину полосы после деформации.

1.5 Плита толщиной 80 мм прокатывалась в 4 прохода до толщины 20 мм с одинаковой степенью обжатия за проход. Определить толщину полосы после каждого прохода.

1.6 В процессе деформации квадратная сетка, нанесенная на поверхность полосы, исказилась так, что расстояние между сторонами сетки в продольном направлении увеличилась в 2 раза по сравнению с первоначальными расстоянием. Найти: а) истинные деформации считая материал полосы изотропным; б) истинные деформации, если ширина полосы неизменна.

1.7 Труба с внутренним диаметром $d_0 = 20$ мм, толщиной стенки $t_0 = 4$ мм и длиной $l_0 = 2500$ мм подвергается волочению на длинной подвижной оправке (рис. 1.7) в 4 прохода, так, что толщину

на стенки по переходам будет: $t_1 = 3,5$ мм, $t_2 = 2,6$ мм, $t_3 = 2,2$ мм, $t_4 = 1,6$ мм. Пренебрегая изменением внутреннего диаметра трубы, определить: вытяжки по переходам, истинные деформации и размеры трубы после последнего перехода.

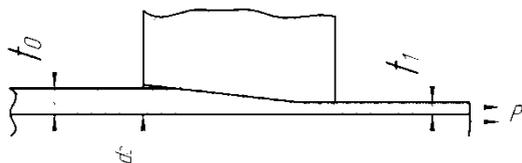


Рис. 1.7. Схема процесса волочения на подвижной оправке (1-й переход)

1.8 При волочении прутка с первоначальным диаметром $d_0 = 15$ мм вытяжки по переходам составили: $\lambda_1 = 1,16$, $\lambda_2 = 1,32$; $\lambda_3 = 1,21$, $\lambda_4 = 1,41$. Определить диаметр прутка после четвертого прохода.

1.9 Пруток с первоначальным диаметром $d_0 = 20$ мм подвергается волочению в несколько проходов до диаметра $d_n = 16,8$ мм со средней вытяжкой за проход $\lambda_{\text{ср}} = 1,2$. Определить число проходов.

1.10 Полоса начальной толщины 40 мм за 5 проходов прокатывается без уширения до толщины 8 мм. Определить суммарное и среднее значение абсолютных и относительных обжатий, коэффициентов обжатий и вытяжки, истинных деформаций по высоте и по длине.

1.11 Плоская листовая заготовка длиной 200 мм, шириной 20 мм и толщиной 1,0 мм растягивается до тех пор, пока ее толщина не уменьшится до 0,8 мм. Определить истинные смещенные объемы по длине, ширине и толщине заготовки, размеры заготовки после деформации. Материал заготовки считать изотропным.

1.12 Цилиндрическая заготовка осаживалась на молоте за четыре удара со степенью деформации за удар: $e_1 = 0,12$, $e_2 = 0,1$, $e_3 = 0,08$, $e_4 = 0,06$. Определить высоту заготовки после каждого удара молота, если первоначальная высота заготовки 260 мм.

1.13 Определить среднюю тангенциальную деформацию на плоском участке фланца, на любом этапе вытяжки цилиндрической детали из плоской заготовки диаметром D_0 .

Указание. Величина тангенциальной деформации при вытяжке ε_θ является функцией радиуса ρ . Ее можно найти для любого момента деформирования из условия постоянства толщины заготовки. В процессе вытяжки радиус наружной кромки заготовки уменьшается от исходного значения R_0 до значения R_n (рис. 1.8).

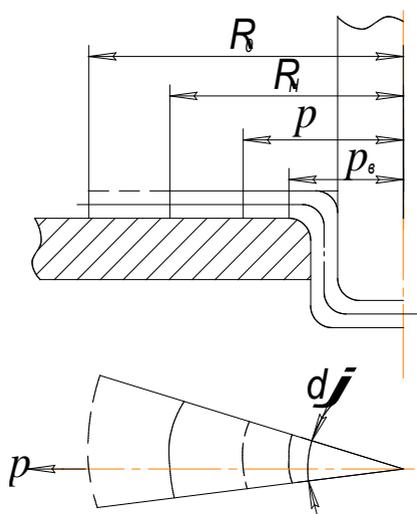


Рис. 1.8. Расчетная схема для определения радиуса ρ

В процессе деформирования исходный радиус любого выделенного элемента так же уменьшается от текущего значения ρ до исходного значения ρ_ε в данный момент деформирования.

1.14 Рассчитать показатели деформации при прокатке плит в три прохода (табл. 1.1) и сделать выводы.

Таблица 1.1. Исходные данные

Показатели	Проход		
	1	2	3
Начальная толщина H_0 , мм	100	90	80
Конечная толщина H , мм	90	80	70
Абсолютная деформация ΔH , мм			
Относительная деформация $\varepsilon_H = \frac{\Delta H}{H_0}$			
Относительная деформация $\Sigma_H = \frac{\Delta H}{H}$			
Истинная деформация $e_H = \ln \frac{H}{H_0}$			

1.15 После осадки прямоугольного параллелепипеда высотой $H_0 = 40$ мм, шириной $B_0 = 70$ мм и длиной $L_0 = 90$ мм на величину $\Delta H = 8$ мм ширина увеличилась до $B = 82$ мм. Принимая деформацию равномерной, определить относительные и истинные деформации, коэффициенты деформации. Проверить условие постоянства объема по показателям деформации.

1.16 Конечный диаметр прутка равен 40 мм, а длина 2400 мм. Этот пруток был подвергнут равномерной пластической деформации растяжением от начального диаметра 60 мм. Определить: а) первоначальные размеры прутка; б) конечные деформации.

1.17 На стальной лист была нанесена сетка со стороной квадрата 50 мм, после деформации она стала прямоугольной с размерами 40×60 мм. Определить величину конечных деформаций. Изменится ли результат задачи, если рассматривать круглую сетку с $d_0 = 50$ мм, которая превратилась бы в эллипс с главными осями $2a = 60$ мм и $2b = 40$ мм?

1.18 Полоса длиной 250 мм была растянута до 300 мм. Считая напряженное состояние линейным, материал изотропным, а объем неизменным, найти деформации по ширине и толщине полосы.

1.19 Пруток из изотропного материала был растянут таким образом, что его длина увеличилась в 1,2 раза. Каким стал конечный диаметр прутка, если начальный диаметр $d_0 = 30$ мм? Каковы величины деформаций?

1.20 Плита длиной 2000 мм, шириной 400 мм и толщиной 10 мм деформировалась до тех пор, пока ее длина не стала равна 2800 мм. Считая деформацию плоской, определить: а) конечные деформации; б) конечные размеры плиты; в) интенсивность деформаций.

1.21 Лист толщиной 6 мм, длиной 400 мм и шириной 300 мм растягивается до получения продольной деформации $e_x = 0,15$. Считая толщину неизменной, определить конечные размеры листа.

1.22 Труба с наружным диаметром $d = 80$ мм, толщиной стенки $s = 4$ мм и длиной $l = 800$ мм подвергалась растяжению до $l_l = 1000$ мм. Считая материал изотропным, найти деформации и конечные размеры трубы.

1.23 Установить связь между степенью деформации по площади ϵ и коэффициентом вытяжки λ при прессовании для $\epsilon = 52\%$. Найти λ .

1.24 При прессовании заготовки на длину 150 мм получен пруток длиной 2250 мм. Определить коэффициент вытяжки.

1.25 Стержень длиной 100 мм растягивают ступенчато до 104, 108 и 112 мм соответственно. Для данного случая проверить свойство аддитивности относительных и логарифмических деформаций.

1.26 Образец длиной 80 мм, диаметром 80 мм растянут равномерно до 96 мм. Определить смещенный объем в направлении растяжения.

2 СРЕДНЯЯ СКОРОСТЬ ДЕФОРМАЦИИ

2.1 Краткие теоретические сведения

Скоростью деформации $\dot{\varepsilon}$ называют производную относительной деформации ε или логарифмической деформации e по времени τ , т.е.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{d\tau}; \quad \dot{e} = \frac{de}{d\tau}.$$

Размерность скорости деформации с^{-1} . От скорости деформации следует отличать скорость деформирования. Скорость деформирования – скорость движения рабочего органа машины $\vartheta_{\text{деф}}$ (ползуна прессы, бойка молота и т.д.):

$$\vartheta_{\text{деф}} = \frac{dl}{d\tau},$$

где dl – величина перемещения деформирующего инструмента за время $d\tau$. Размерность скорости деформирования м/с. Для определения средней скорости деформации по объему очага пластической деформации используются выражения:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{|\varepsilon_{\text{max}}|}{\tau}; \quad \dot{e}_{\text{ср}} = \frac{|e_{\text{max}}|}{\tau},$$

где ε_{max} и e_{max} – относительная и логарифмическая деформации максимальные по абсолютной величине в одном из главных направлений; τ – время, в течение которого происходит процесс деформирования.

Для случая простого растяжения стержня длиной L_0 на длину Δl за время τ средняя скорость деформации:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{\varepsilon}{\tau} = \frac{\Delta l}{L_0 \tau}.$$

При осадке заготовки с начальной высотой H_0 до конечной высоты H со скоростью движения инструмента (бойка) $v_{\text{деф}}$ средняя скорость деформации

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{\varepsilon_H}{\tau} = \frac{(H_0 - H)/H_0}{\tau} = \frac{v_{\text{деф}}}{H_0}.$$

При прессовании и волочении круглых прутков (рис. 2.1) среднюю скорость деформации можно определить по формуле:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{\ln \lambda}{\tau},$$

где λ – коэффициент вытяжки.

$$\lambda = \frac{F_{\text{к}}}{F_{\text{пр}}},$$

где $F_{\text{к}}$ – площадь поперечного сечения контейнера, $F_{\text{к}} = \frac{\pi D_{\text{к}}^2}{4}$,

$F_{\text{пр}}$ – площадь поперечного сечения прутка, $F_{\text{пр}} = \frac{\pi D_{\text{пр}}^2}{4}$,

$D_{\text{к}}$ – диаметр контейнера,

$D_{\text{пр}}$ – диаметр прутка.

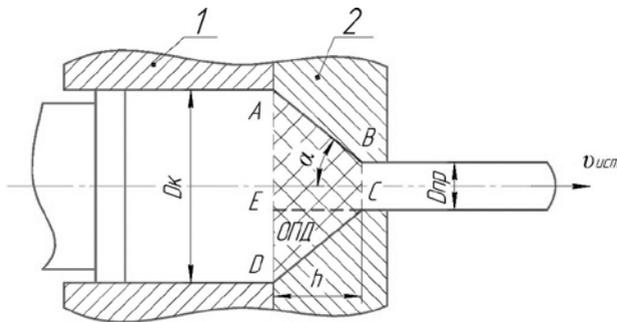


Рис. 2.1. Схема очага пластической деформации при прессовании круглого прутка через коническую матрицу: 1 – контейнер, 2 – матрица

Длительность деформации находят по выражению:

$$\tau = \frac{V_{\text{опд}}}{V_{\text{сек}}},$$

где $V_{\text{сек}}$ – объем металла, вытекающий из канала матрицы за одну секунду.

$$V_{\text{сек}} = F_{\text{пр}}v_{\text{ист}},$$

где $v_{\text{ист}}$ – скорость истечения прутка равная скорости деформирования.

Объем очага пластической деформации $V_{\text{опд}}$ может быть вычислен как объём усечённого конуса высотой h :

$$V_{\text{опд}} = \frac{1}{3}\pi(R_{\text{к}}^2 + R_{\text{к}}R_{\text{пр}} + R_{\text{пр}}^2)h,$$

где $R_{\text{к}} = D_{\text{к}}/2$ и $R_{\text{пр}} = D_{\text{пр}}/2$.

Для случая листовой прокатки среднюю скорость деформации за проход рассчитывают по формуле, предложенной академиком А.И. Целиковым:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{деф}}}{l} \cdot \frac{\Delta h}{h_0},$$

где h_0 – высота заготовки до прокатки; $v_{\text{деф}}$ – скорость вращения рабочего вала; Δh – абсолютное обжатие за проход; R – радиус рабочего вала; l – горизонтальная проекция длины дуги захвата, $l = \sqrt{R\Delta h}$.

Максимальная деформация в очаге пластической деформации при прокатке определяется по высоте:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \varepsilon_h = \frac{\Delta h}{h_0}.$$

2.2 Примеры решения задач

Задача №1. Определить среднюю скорость деформации при прессовании прутка диаметром $D_{\text{пр}}=10$ мм из контейнера диаметром $D_{\text{к}} = 50$ мм через коническую матрицу $\alpha=45^\circ$ при скорости истечения 5 м/мин.

На рис. 2.1 показан очаг пластической деформации, имеющий объем усеченного конуса ABCD.

Решение.

Найдем высоту очага пластической деформации. Из рис. 2.1 видно, что:

$$h = \frac{D_{\text{к}} - D_{\text{пр}}}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{50 - 10}{2 \cdot 1} = 20 \text{ мм.}$$

Объем очага пластической деформации:

$$V_{\text{опд}} = \frac{1}{3} \pi (R_{\text{к}}^2 + R_{\text{к}} R_{\text{пр}} + R_{\text{пр}}^2) h,$$
$$V_{\text{опд}} = \frac{3,14}{3} (25^2 + 25 \cdot 5 + 5^2) = 16223 \text{ мм}^3.$$

Секундный объем, вытекающий из очага пластической деформации:

$$V_{\text{сек}} = F_{\text{к}} \cdot v_{\text{ист}},$$

$$v_{\text{ист}} = 5 \frac{\text{м}}{\text{мин}} = \frac{5000 \text{ мм}}{60 \text{ с}} = 83,3 \frac{\text{мм}}{\text{с}},$$

$$V_{\text{сек}} = \frac{\pi \cdot D_{\text{пр}}^2}{4} \cdot v_{\text{ист}} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} \cdot 83,33 = 6541,41 \frac{\text{мм}^3}{\text{с}}.$$

Время, в течение которого металл находится в очаге пластической деформации:

$$\tau = \frac{V_{\text{опд.}}}{V_{\text{сек}}},$$

$$\tau = \frac{16223}{6541,41} = 2,5 \text{ с.}$$

Средняя скорость деформации равна:

$$\dot{e}_{\text{ср}} = \frac{|e_{\text{max}}|}{\tau},$$

где e_{max} – истинная степень деформации максимальная по абсолютной величине в главном направлении. Для процесса прессования главная деформация:

$$e_{\text{max}} = \ln \lambda ,$$

$$\lambda = \frac{F_{\text{контейнера}}}{F_{\text{прутка}}}.$$

Тогда:

$$e_{\text{max}} = \ln \frac{\frac{\pi D_{\text{к}}^2}{4}}{\frac{\pi D_{\text{пр}}^2}{4}} = \ln \frac{D_{\text{к}}^2}{D_{\text{пр}}^2} = 2 \ln \frac{D_{\text{к}}}{D_{\text{пр}}},$$

$$e_{\text{max}} = 2 \ln \frac{50}{10} = 3,22.$$

Таким образом, средняя скорость деформации равна:

$$\dot{e}_{\text{ср}} = \frac{3,22}{2,5} = 1,29 \frac{1}{\text{с}}.$$

Ответ: $\dot{e}_{\text{ср}} = 1,29 \text{ с}^{-1}$.

Задача №2. Определить среднюю скорость осадки цилиндрической заготовки с высоты 120 мм до высоты 70 мм со скоростью деформирования 4,2 м/с в условиях линейной схемы сжатия.

Решение.

Средняя скорость деформации равна:

$$\dot{e}_{\text{ср}} = \frac{|e_{\text{max}}|}{\tau}.$$

Для процесса осадки главное направление деформации – это изменение высоты, поэтому логарифмическая максимальная степень деформации будет равна:

$$e_{\max} = \ln \frac{h_{\kappa}}{h_0} = \ln \frac{70}{120} = -0,544.$$

Найдем время деформирования:

$$\vartheta_{\text{деф}} = \frac{dh}{d\tau}.$$

Отсюда:

$$d\tau = \frac{dh}{\vartheta_{\text{деф}}},$$

$$dh = \Delta h = 120 - 70 = 50 \text{ мм},$$

тогда:

$$d\tau = \frac{50}{4,2 \cdot 10^3} = 0,0119 \text{ с}.$$

Таким образом, средняя скорость деформации равна:

$$\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = \frac{0,544}{0,0119} = 45,7 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = 45,7 \text{ с}^{-1}$.

Задача №3. Определить среднюю скорость деформации и скорости деформации в начальный и конечный моменты осадки заготовки на молоте, если высота до и после осадки $h_0=200$ мм, $h_{\kappa}=120$ мм, продолжительность удара $\tau=0,005$ с.

Решение.

Найдем скорость деформирования:

$$\vartheta_{\text{деф}} = \frac{dh}{d\tau},$$

$$\vartheta_{\text{деф}} = \frac{h_{\kappa} - h_0}{\tau} = \frac{200 - 120}{0,005} = 16000 \frac{\text{мм}}{\text{с}} = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Средняя скорость деформации равна:

$$\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = \frac{|e_{\text{max}}|}{\tau}.$$

Для процесса осадки главное направление деформации – это изменение высоты, поэтому истинная максимальная степень деформации будет равна:

$$e_{\text{max}} = \ln \frac{h_{\text{к}}}{h_0} = \ln \frac{120}{200} = -0,51.$$

Тогда:

$$\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = \frac{0,51}{0,005} = 102 \text{ с}^{-1}.$$

При сжатии скорость деформации в данный момент деформирования можно определить из выражения:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\vartheta_{\text{деф}}}{h},$$

где h – высота заготовки в данный момент времени.

Скорость деформации в начальный момент осадки равна:

$$\dot{\epsilon}_{\text{нач}} = \frac{\vartheta_{\text{деф}}}{h_0},$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{нач}} = \frac{16000}{200} = 80 \text{ с}^{-1}.$$

Тогда скорость деформации в конечный момент осадки равна:

$$\dot{\epsilon}_{\text{кон}} = \frac{\vartheta_{\text{деф}}}{h_{\text{к}}},$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{кон}} = \frac{16000}{120} = 133,33 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\dot{\epsilon}_{\text{ср}} = 102 \text{ с}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_{\text{нач}} = 80 \text{ с}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_{\text{кон}} = 133,33 \text{ с}^{-1}$.

Задача №4. Определить среднюю скорость деформации при прокатке широкой полосы без уширения (рис. 2.2) в валках диаметром 750 мм, вращающихся со скоростью 2,5 м/с, если начальная высота полосы $h_0 = 100$ мм, конечная высота $h_k = 78$ мм.

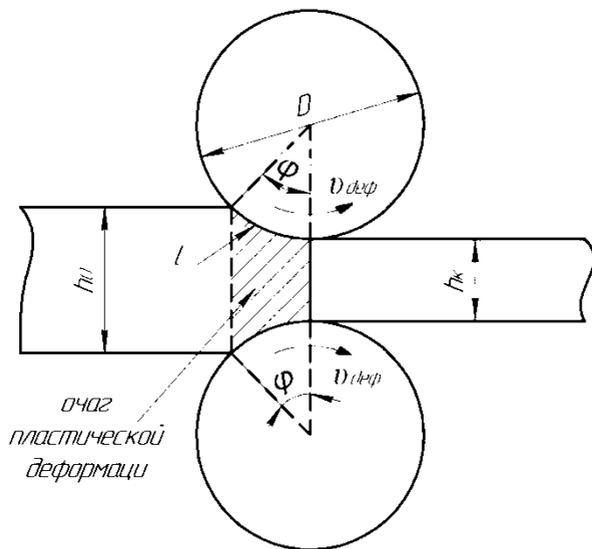


Рис. 2.2. Схема очага пластической деформации при прокатке широкой полосы

Решение.

Найдем абсолютное обжатие за проход:

$$\Delta h = h_0 - h_k = 100 - 78 = 22 \text{ мм.}$$

Горизонтальная проекция дуги захвата равна:

$$l = \sqrt{R\Delta h} = \sqrt{375 \cdot 22} \cong 91 \text{ мм.}$$

Тогда средняя скорость деформации при прокате равна:

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{v_{\text{деф}}}{l} \cdot \frac{\Delta h}{h_0} = \frac{2500}{91} \cdot \frac{22}{100} \cong 6 \text{ с}^{-1}.$$

Ответ: $\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = 6,1 \text{ с}^{-1}$.

2.3 Задачи для самостоятельного решения

2.1 Определить среднюю скорость осадки цилиндрической заготовки с высоты 100 мм до высоты 50 мм со скоростью деформирования 4 м/с в условиях линейной схемы сжатия.

2.2 Найти среднюю радиальную скорость деформации на фланце вытягиваемой цилиндрической заготовки толщиной S , если скорость деформации движения пуансона составляет v , а упрочнение отсутствует.

Указание. Использовать условие равенства секундных объемов

$$\pi \cdot r \cdot S \cdot v = \pi \cdot \rho \cdot S \cdot v_{\rho},$$

где r – радиус пуансона, ρ – текущий радиус.

2.3 Определить среднюю скорость деформации при волочении круглого прутка диаметром 12 мм из волоки диаметром 10 мм со скоростью 15 м/мин.

2.4 Определить среднюю скорость деформации осадки заготовки на молоте, если высота до и после осадки $h_0 = 300$ мм, $h_k = 120$ мм, продолжительность удара $\tau = 0,003$ с.

2.5 Высота заготовки до и после осадки на прессе со скоростью $v_{\text{деф}} = 30$ мм/с, $h_0 = 250$ мм, $h_k = 150$ мм. Осадка производится за один ход пресса. Определить среднюю скорость деформации.

2.6 В валках диаметром 650 мм осуществляется прокатка полосы с абсолютным обжатием $\Delta h = 25$ мм. Относительное обжатие равно $\frac{\Delta h}{h_0} = 0,4$, окружная скорость валков 10 м/с. Определить среднюю скорость деформации при прокатке.

2.7 Определить, как меняется скорость деформации с течением времени по длине стрижня при растяжении его одним движущимся захватом. Скорость движения захвата $v_{\text{деф}} = \text{const}$.

2.8 Один из двух одинаковых стержней подвергается сжатию, другой – растяжению. Определить, как изменяется соотношение скоростей деформации с течением времени τ .

2.9 Найти среднюю скорость деформации при прессовании трубы 60×40 из контейнера диаметром 150 мм через плоскую матрицу. Прессование производится обратным методом со скоростью 3 м/мин.

2.10 Цилиндрический образец длиной $l_0 = 150$ мм растягивается до длины $l_k = 160$ мм со скоростью $\dot{\gamma}_{деф} = 0,005$ м/с. Определить скорости деформаций в начальный и конечный моменты деформирования, а также средние скорости малой и истинной деформации.

2.11 Определить среднюю скорость деформации при прессовании сплошного круглого прутка (рис. 2.3) диаметром 20 мм из контейнера диаметром 120 мм через плоскую матрицу при скорости истечения 4 м/мин, если высота очага деформации равна радиусу контейнера.

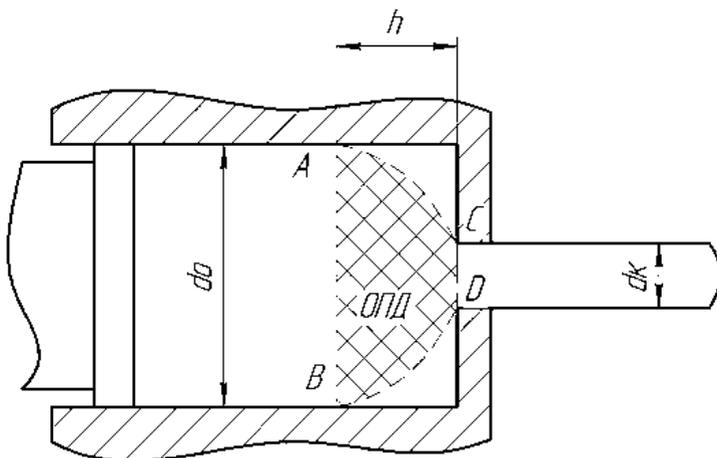


Рис. 2.3. Схема очага пластической деформации при прессовании круглого прутка через плоскую матрицу

Указание. При прессовании через плоскую матрицу обжимающей частью очага деформации является шаровой пояс ABCD (рис. 2.3). При этом объем шарового пояса ABCD определяется из выражения:

$$V_{\text{опд}} = \frac{\pi}{16} (d_0 - 2h) \left(d_0^2 + d_k^2 + \frac{1}{3} (d_0 - 2h)^2 \right),$$

где d_0 – диаметр контейнера, d_k – диаметр изделия, h – высота очага пластической деформации.

$$h = \frac{1}{2} \left(d_0 - \sqrt{d_0^2 - d_k^2} \right).$$

2.12 Вычислить скорость деформаций при осадке образца на молоте, скорость бойка которого постоянна $v_{\text{деф}} = 15 \text{ М/с}$, в начале и в конце деформирования образца длиной 100 мм, при осадке на 20 мм.

2.13 Вычислить скорость деформации в начале и в конце деформирования, если известно, что длина образца в процессе деформирования изменялась по закону: $L = 4t^3 + 2t + 100$ (мм), суммарное время деформирования равно 1,5 с. Определить скорость инструмента в конце первой секунды деформирования, а также вид процесса.

2.14 Вычислить скорость деформации заготовки высотой 100 мм при осадке на молоте простого действия, если высота подъема бойка 2,5 м. Вычисления отнести к началу процесса деформирования.

2.15 Высота заготовки до и после осадки на прессе со скоростью $v_{\text{деф}} = 30 \text{ мм/с}$ равны $h_0 = 250 \text{ мм}$ и $h_k = 150 \text{ мм}$. Осадка производится за один ход пресса. Определить средние скорости относительной и логарифмической деформаций.

3 ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ, СКОРОСТИ И СТЕПЕНИ ДЕФОРМАЦИИ НА ПРОЦЕСС ДЕФОРМИРОВАНИЯ

3.1 Краткие теоретические сведения

С.И. Губкин предложил классификацию видов деформации в зависимости от температуры, в которой различают четыре вида деформаций: холодная; неполная холодная; неполная горячая; горячая (табл. 3.1).

Таблица 3.1. Классификация деформации по температуре

Вид деформации	Гомологическая температура, °К
Холодная	Менее $0,3T_{пл}$
Неполная холодная	$0,3T_{пл} \div 0,5T_{пл}$
Неполная горячая	$0,5T_{пл} \div 0,7T_{пл}$
Горячая	Более $0,7T_{пл}$

При холодной пластической деформации происходит упрочнение металла. Процессы разупрочнения отсутствуют, не происходит залечивание нарушений внутри и межзеренных, т.к. не действуют диффузионные механизмы пластичности. В результате прочность металла повышается, пластичность падает. При высоких степенях деформации образуется текстура.

При неполной холодной деформации наряду с упрочнением происходит частичное разупрочнение за счет возврата. Упрочнение в данном случае менее интенсивное. При больших деформациях наблюдается полосчатость микроструктуры и текстура деформации.

В результате неполной горячей деформации рекристаллизация в металле происходит не по всему объему. Поэтому структура металла получается рекристаллизованной с наличием деформированной. Из-за неоднородности деформации неполная горячая деформация приводит к пониженным механическим свойствам и поэтому нежелательна.

При горячей деформации упрочнение полностью отсутствует. Разупрочнение происходит вследствие рекристаллизации. В итоге структура металла должна быть рекристаллизованной, равноосной.

Приведенная выше классификация является ориентировочной. Вид деформации зависит не только от температуры, но и от скорости деформации и степени деформации. Так при высокой степени и скорости деформации при начальной температуре металла значительно ниже $0,3T_{пл}$ деформация получается неполной холодной вследствие теплового эффекта.

Горячая деформация с высокими степенями и скоростями деформации может привести к неполной горячей, т.к. процессы упрочнения будут преобладать над процессами разупрочнения.

На выбор вида деформации существенное влияние оказывает тепловой эффект деформации.

При расчете теплового эффекта ΔT_ϵ принимают допущение, что пластическая деформация металла – это адиабатический процесс, когда все тепло при формоизменении не успевает рассеяться в окружающую среду, а остается в металле. При этом температура металла в очаге пластической повышается.

$$T_{Me} = T_0 + \Delta T_\epsilon,$$

где T_0 – исходная температура металла.

Количество тепла, необходимое для разогрева металла с массой m с удельной теплоемкостью \bar{c} от температуры T_1 до температуры T_2 равно:

$$Q_\epsilon = m\bar{c}(T_1 - T_2) = \rho V\bar{c}\Delta T_\epsilon,$$

где ρ – плотность металла; V – объем металла заготовки.

Полная работа пластической деформации:

$$A = P_{уд} \cdot V_{CM} = P_{уд} \cdot V \cdot e_{max},$$

где $P_{уд}$ – среднее удельное усилие в рассматриваемом процессе; $V_{см}$ – смещенный объем металла; e_{max} – максимальная деформация в одном из главных направлений.

Используя закон сохранения энергии $Q_{\epsilon} = \eta_{вых} A$, получим:

$$\Delta T_{\epsilon} = \eta_{вых} \frac{P_{уд} \cdot e_{max}}{\bar{c}}, \quad (3.1)$$

где e_{max} – максимальная логарифмическая деформация, взятая по абсолютной величине.

Удельное давление при осадке определяют по формуле Э. Зибеля:

$$P_{уд} = \sigma_s \left(1 + \frac{\mu}{3} \cdot \frac{D}{h} \right),$$

где D и h – диаметр и высота осажженной заготовки, μ – коэффициент трения, σ_s – предел текучести материала при заданной температуре.

Удельное давление на стационарной стадии прямого прессования можно рассчитать по формуле Л.А. Шевакина:

$$P_{уд} = \sigma_s (0,5 + 0,6\mu + 2,75 \ln \lambda),$$

где λ – коэффициент вытяжки.

Удельное давление при волочении прутков определяется по формуле С.Н. Петрова:

$$P_{уд} = \sigma_s \ln \lambda (1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha),$$

где α – полуугол конуса волоки.

Удельное давление при прокатке определяется по формуле Целикова:

$$P_{уд} = 1,15 \cdot n_{\sigma} \cdot \sigma_s,$$

где n_{σ} – коэффициент напряженного состояния металла.

$$n_{\sigma} = 0,75 \cdot 0,252 \cdot \frac{l}{h_{ср}},$$

где l – длина дуги захвата; $h_{ср}$ – средняя высота очага пластической деформации.

По формуле (3.1) можно определить тепловой эффект деформации по объему очага пластической деформации при горячем прессовании, горячем волочении, горячей продольной прокатке полос и кузнечной операции осадки.

В случае прессования и волочения $e_{\max} = \ln \lambda$, продельной прокатки и осадки $e_{\max} = \ln \left(\frac{h_0}{h} \right)$.

Коэффициент выхода тепла определяется из выражения:

$$\eta_{\text{вых}} = \frac{A_T}{A} < 1,$$

где A_T – работа, затраченная на повышение температуры деформированного тела; A – общее количество работы, воспринятой деформированным телом.

Согласно данным С.И. Губкина для чистых металлов магния, алюминия, меди, железа $\eta_{\text{вых}} = 0,85-0,90$. Для сплавов на основе указанных металлов $\eta_{\text{вых}} = 0,70-0,85$, для дюралюмина $\eta_{\text{вых}} = 0,77$, для стали $\eta_{\text{вых}}=0,84-0,88$.

Температурный интервал горячей деформации металла характеризуется температурой начала обработки $T_{\text{н.о.}}$ и температурой конца обработки $T_{\text{к.о.}}$.

Температура начала горячей деформации металла:

$$T_{\text{н.о.}} = T_0 - \Delta T_{\varepsilon},$$

где T_0 – температура начала нагрева металла до деформации, °С.

Температура конца горячей деформации определяют из условия, что в металле протекает рекристаллизация, т.е.:

$$0,9T_s \geq T_{\text{к.о.}} \geq 0,7T_{\text{пл}},$$

где $T_{\text{пл}}$ – температура начала плавления металла, °К; T_s – температура линии солидуса, °К;

Скорость деформации существенно влияет на сопротивление деформированию σ_s , следовательно, и на удельное давление $p_{уд}$ и ΔT_ϵ .

Для практических расчетов процессов горячего деформирования при определении влияния скорости деформации на напряжение течения можно использовать эмпирическую зависимость М.А. Зайкова:

$$\lg \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}} = K_{пр} \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0},$$

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}} = \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{K_{пр}}, \quad (3.2)$$

где σ_s – сопротивление деформированию при скорости деформации $\dot{\epsilon}$; σ_{s0} – сопротивление деформированию при скорости деформации $\dot{\epsilon}_0$; $K_{пр}$ – коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств металла (табл. 3.2).

Приближенное влияние скорости деформации учитывают с помощью скоростного коэффициента (табл. 3.3), предложенного Г.И. Губкиным:

$$\varphi = \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}}.$$

Табл. 3.2 Значение σ_{s0} и $K_{пр}$ при $\dot{\epsilon}_0 = 1,0 \cdot 10^{-1}$

сталь	800 ⁰ С		900 ⁰ С		1000 ⁰ С		1100 ⁰ С		1200 ⁰ С	
	σ_{s0}	$K_{пр}$	σ_{s0}	$K_{пр}$	σ_{s0}	$K_{пр}$	σ_{s0}	$K_{пр}$	σ_{s0}	$K_{пр}$
25	203	0,129	149	0,156	105	0,175	76	0,184	-	-
45	205	0,11	141	0,12	108	0,13	81	0,17	61	0,2
50	-	-	172	0,12	124	0,135	93	0,151	66	0,183

Табл. 3.3. Значения скоростных коэффициентов φ

Изменение скорости деформации $\frac{\dot{\epsilon}_{ср}}{\dot{\epsilon}_0}$	Гомологическая температура			
	$\frac{T_{деф}}{T_{пл}} < 0,3$	$\frac{T_{деф}}{T_{пл}} = 0,3 \div 0,5$	$\frac{T_{деф}}{T_{пл}} = 0,6 \div 0,7$	$\frac{T_{деф}}{T_{пл}} > 0,7$
10	1,05 ÷ 1,10	1,10 ÷ 1,15	1,15 ÷ 1,30	1,30 ÷ 1,50
100	1,10 ÷ 1,22	1,22 ÷ 1,32	1,32 ÷ 1,70	1,70 ÷ 2,25
1000	1,16 ÷ 1,34	1,34 ÷ 1,52	1,52 ÷ 2,20	2,20 ÷ 3,40
при ударной нагрузке	1,06 ÷ 1,14	1,25 ÷ 1,75	1,75 ÷ 2,50	2,50 ÷ 3,50

3.2 Примеры решения задач

Задача №1. Определить температуру начала горячей деформации при прессовании уголкового профиля (рис. 3.1) из контейнера диаметром $d_0=150$ мм через коническую матрицу с углом конусности $\alpha = 45^\circ$. Материал заготовки сталь 45. Скорость истечения металла из матрицы 1,5 м/с. Температура нагрева до деформации $T_0 = 1100^\circ\text{C}$. Температура окончания деформации 900°C . Плотность $\rho=7854 \text{ кг/м}^3$. Удельная теплоемкость $\bar{c} = 0,675 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$.

Указание. Учёт влияния скорости деформации на сопротивление деформации выражается формулой:

$$\lg \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}} = K_{\text{пр}} \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}.$$

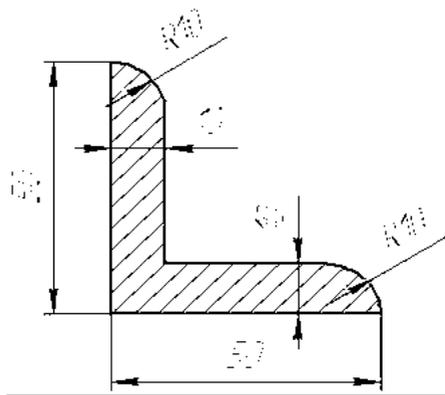


Рис. 3.1. Уголковый профиль

Решение.

Из табл. 3.2 для стали 45 выбираем предел текучести $\sigma_{s0} = 141 \text{ МПа}$ при скорости деформации $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ с}^{-1}$ и коэффициент пропорциональности $K_{\text{пр}}=0,12$.

Температура начала горячей обработки определяется из выражения:

$$T_{H.O.} = T_0 - \eta_{\text{вых}} \frac{P_{\text{уд}} \cdot |e_{\text{max}}|}{\bar{c} \cdot \rho},$$

где $\eta_{\text{вых}} = 0,84 \div 0,88$ коэффициент выхода тепла для стали 45.

Найдем истинную степень деформации e_{max} . Для процесса прессования максимальная степень деформации происходит по длине $e_{\text{max}} = \ln \lambda$.

Коэффициент вытяжки равен:

$$\lambda = \frac{F_{\text{контейнера}}}{F_{\text{профиля}}}.$$

Из выражения:

$$\dot{e}_{\text{max}} = \frac{e_{\text{max}}}{\tau};$$

$$e_{\text{max}} = \ln \frac{F_{\text{контейнера}}}{F_{\text{профиля}}} = \ln \frac{d_0^2}{d_{\kappa}^2}.$$

Найдем равновеликий по площади диаметр углового профиля d_{κ} :

$$d_{\kappa} = \sqrt{\frac{4 F_{\text{профиля}}}{\pi}},$$

где $F_{\text{профиля}}$ – площадь сечения профиля.

Определим площадь сечения профиля:

$$F_{\text{профиля}} = 10 \cdot 50 + 10 \cdot 30 + \frac{\pi \cdot 10^2}{4} = 878,54 \text{ мм}^2.$$

Тогда

$$d_{\kappa} = \sqrt{\frac{4 \cdot F_{\text{профиля}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 878,54}{\pi}} = 33,44 \text{ мм}.$$

$$e_{\text{max}} = 2 \ln \frac{d_0}{d_{\kappa}} = 2 \ln \frac{150}{33,44} = 3.$$

Найдем время, в течение которого происходит процесс деформирования:

$$\tau = \frac{V_{\text{опд.}}}{V_{\text{сек}}}$$

где $V_{\text{опд.}}$ – объем очага пластической деформации;

$V_{\text{сек}}$ – объём металла, входящего или выходящего из зоны очага пластической деформации в единицу времени.

$$V_{\text{опд}} = \frac{\pi(d_0 - d_k)}{24 \text{tg} \alpha} (d_0^2 + d_k^2 + d_0 d_k),$$

$$V_{\text{сек}} = F_k \cdot \vartheta_{\text{ист}},$$

где $F_k = F_{II}$ – конечное сечение; $\vartheta_{\text{ист}}$ – скорость истечения (скорость деформирования).

$$V_{\text{опд}} = \frac{\pi \cdot (150 - 33,44)}{24 \cdot \text{tg} 45} \cdot (150^2 + 33,44^2 + 150 \cdot 33,44) = 436891,64 \text{ мм}^3.$$

$$V_{\text{сек}} = \frac{\pi \cdot 33,44^2}{4} \cdot 1,5 \cdot 1000 = 1317387,9 \frac{\text{мм}^3}{\text{с}}.$$

Тогда

$$\tau = \frac{V_{\text{опд}}}{V_{\text{сек}}} = \frac{436891,64}{1317387,9} = 0,33 \text{ с}.$$

Средняя скорость деформации:

$$\dot{\epsilon}_{\text{max}} = \frac{\epsilon_{\text{max}}}{\tau} = \frac{3}{0,33} = 9,1 \text{ с}^{-1}.$$

Из условия учёта влияния скорости деформации на сопротивление деформации по формуле 3.2:

$$\sigma_S = \sigma_{SO} \cdot \left(\frac{\dot{\epsilon}_{\text{max}}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{K_{\text{пр}}} = 141 \cdot \left(\frac{9,1}{1} \right)^{0,12} = 184 \text{ МПа} = 184 \cdot 10^6 \text{ Па}.$$

Величина теплового эффекта при $p_{y\partial} = \sigma_s$ равна:

$$\Delta T_{\varepsilon} = \eta_{\text{вых}} \frac{P_{\text{уд}} \cdot e_{\text{max}}}{\bar{c}} = 0,86 \cdot \frac{184 \cdot 10^6 \cdot 3}{675 \cdot 7854} = 90^{\circ}\text{C}.$$

Определим температуру начала горячей обработки:

$$T_{\text{н.о.}} = 1100 - 90 = 1010^{\circ}\text{C}.$$

Ответ: температура начала горячей обработки равна 1010°C .

Задача №2. Деформируются три образца из олова, свинца и технического железа без нагрева с малыми скоростями деформации при температуре 25°C . Определить гомологические (сходственные) температуры этих металлов при 25°C , принимая температуру плавления олова 322°C , свинца 327°C и железа 1530°C . Сделать вывод.

Решение.

Определим температуры деформации и плавления по абсолютной шкале:

Температура деформации равна $T_{\text{деф}} = 25 + 273 = 298^{\circ}\text{K}$.

Температура плавления:

для свинца $T_{\text{пл}}^{\text{Pb}} = 327 + 273 = 600^{\circ}\text{K}$;

для олова $T_{\text{пл}}^{\text{Sn}} = 322 + 273 = 595^{\circ}\text{K}$,

для железа $T_{\text{пл}}^{\text{Fe}} = 1530 + 273 = 1803^{\circ}\text{K}$.

Определим гомологические температуры указанных металлов при 25°C :

$$\text{свинец } \frac{T_{\text{деф}}}{T_{\text{пл}}^{\text{Pb}}} = \frac{298}{600} = 0,50;$$

$$\text{олово } \frac{T_{\text{деф}}}{T_{\text{пл}}^{\text{Sn}}} = \frac{298}{595} = 0,50;$$

$$\text{железо } \frac{T_{\text{деф}}}{T_{\text{пл}}^{\text{Fe}}} = \frac{298}{1803} = 0,17.$$

Вывод: температура 25°C для олова и свинца является температурой неполной горячей деформации, а для железа – температурой холодной деформации (см. табл. 3.3).

Задача №3. При волочении вольфрамовую проволоку предвзительно нагревают до 900°C . Определить с какой целью производят нагрев, если температура плавления вольфрама 3400°C .

Решение.

Определим температуры деформации и плавления по абсолютной шкале:

Температура деформации равна $T_{\text{деф}}=900+273=1173^{\circ}\text{K}$.

Температура плавления:

для вольфрама $T_{\text{пл}}^{\text{W}}=3400+273=3673^{\circ}\text{K}$.

Определим гомологическую температуру вольфрама при 900°C :

$$\frac{T_{\text{деф}}}{T_{\text{пл}}^{\text{W}}} = \frac{1173}{3673} = 0,32.$$

Вывод: температура 900°C для вольфрама является температурой неполной холодной деформации. При данной деформации наряду с упрочнением происходит частичное разупрочнение за счет возврата. Упрочнение в данном случае менее интенсивное.

Задача №4. Определить усилие осадки P цилиндрической заготовки под плоскими плитами с первоначального диаметра $d_0=195$ мм и высоты $h_0=120$ мм до высоты $h=90$ мм на прессе со скоростью деформирования $0,1$ м/с и на молоте со скоростью 7 м/с. Заготовка из стали 12ХН3А, температура деформации 1200°C (бочкообразованием пренебречь), коэффициент трения $\mu=0,3$.

Решение.

Из выражения (3.2) влияния скорости деформации на сопротивление деформированию найдем σ_s :

$$\lg \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}} = K_{\text{пр}} \lg \frac{\dot{\epsilon}_{\text{сп}}}{\dot{\epsilon}_0},$$

где σ_{s0} – сопротивление деформированию при скорости деформации $\dot{\epsilon}_0=1\text{c}^{-1}$; $K_{\text{пр}}=0,18$; для стали 12ХН3А $\sigma_{s0}=70$ МПа.

Средняя скорость деформации равна:

$$\dot{\epsilon}_{cp} = \frac{|e_{max}|}{\tau},$$

где e_{max} – истинная степень деформации максимальная по абсолютной величине в главном направлении, для процесса осадки главная деформация происходит по высоте. Значит:

$$e_{max} = e_h = \ln \frac{h_k}{h_0} = \ln \frac{90}{120} = -0,28.$$

Найдем конечный диаметр после процесса осадки из условия постоянства объема:

$$2e_d + e_h = 0;$$

$$e_d = 0,14 = \ln \frac{d_k}{d_0};$$

$$\frac{d_k}{d_0} = e^{0,14} = 1,15;$$

$$d_k = 1,15 \cdot 195 = 224,25 \text{ мм.}$$

Найдем время, в течение которого происходит процесс деформирования на прессе из выражения:

$$\vartheta_{ист} = \frac{dh}{d\tau}.$$

Отсюда:

$$d\tau = \frac{dh}{\vartheta_{ист}},$$

$$dh = \Delta h = 120 - 90 = 30 \text{ мм,}$$

тогда:

$$d\tau = \frac{30}{0,1 \cdot 10^3} = 0,3 \text{ с.}$$

Таким образом, средняя скорость деформации на прессе равна:

$$\dot{\epsilon}_{cp} = \frac{0,28}{0,3} = 0,93 \text{ с}^{-1}.$$

Следовательно, σ_s – сопротивление деформированию при осадке на прессе при скорости деформации $\dot{\epsilon}_{cp} = 0,93 \text{ с}^{-1}$ равно:

$$\lg \frac{\sigma_s}{70} = 0,18 \cdot \lg \frac{0,93}{1} = -0,006,$$

$$\frac{\sigma_s}{70} = 10^{-0,006},$$

$$\sigma_s = 69 \text{ МПа.}$$

Найдем усилие процесса осадки на прессе:

$$P = P_{уд} \cdot F,$$

где F – площадь поверхности контакта инструмента с заготовкой.

Удельное давление при осадке по формуле Э. Зибеля равно:

$$P_{y\partial} = \sigma_s \left(1 + \frac{\mu}{3} \cdot \frac{D}{h} \right).$$

Тогда усилие прессы:

$$P_{пресс} = 69 \cdot \frac{3,14 \cdot 195^2}{4} \left(1 + \frac{0,3 \cdot 195}{3 \cdot 90} \right) \cong 2,5 \text{ МН.}$$

Найдем время, в течение которого происходит процесс деформирования на молоте:

$$d\tau = \frac{dh}{v_{ист}}.$$

Скорость деформирования на молоте равна 7 м/с или 7000 мм/с, тогда:

$$d\tau = \frac{30}{7 \cdot 10^3} = 0,004 \text{ с.}$$

Таким образом, средняя скорость деформации на молоте равна:

$$\dot{\epsilon}_{cp} = \frac{0,28}{0,004} = 70 \text{ с}^{-1}.$$

Следовательно, σ_s сопротивление деформированию при осадке на молоте при скорости деформации $\dot{\epsilon}_{cp} = 70 \text{ с}^{-1}$ равно:

$$\lg \frac{\sigma_s}{70} = 0,18 \cdot \lg \frac{70}{1} = 0,33,$$

$$\frac{\sigma_s}{70} = 10^{0,33},$$

$$\sigma_s = 149 \text{ МПа.}$$

Найдем усилие процесса осадки на молоте:

$$P_{\text{молот}} = 149 \cdot \frac{3,14 \cdot 195^2}{4} \left(1 + \frac{0,3 \cdot 195}{3 \cdot 90} \right) \cong 5,4 \text{ МН.}$$

Ответ: усилие деформации заготовки на прессе равно $P_{\text{пресс}} = 2,5 \text{ МН}$, на молоте равно $P_{\text{молот}} = 5,4 \text{ МН}$

3.3 Задачи для самостоятельного решения

3.1 Определить температуру горячей обработки алюминиевых сплавов T_H (см. табл. 3.4) при операции осаживания с $\varepsilon = 40\%$, если $\rho = 2670 \text{ кг/м}^3$, $c = 0,21 + 0,0175 \text{ Mg}$, $T_S = 650 - 13,3 \text{ Mg}$.

Таблица 3.4

Вариант	Сплав	Mg, %	σ_s при T_H , МПа
1	АМг2	2,4	30
2	АМг3	3,5	40
3	АМг6	6,3	50
4	АД1	0,0	24

3.2 В результате опытов установлена следующая зависимость σ_s от скорости деформации $\dot{\varepsilon}$ и температуры T для сплава АД (см. табл. 3.5).

а) Показать, каком температурном интервале скорость деформации оказывает более сильное влияние на величину сопротивления деформации.

б) Объяснить причину разного влияния скорости деформации при горячей и холодной деформации.

Таблица 3.5

Вариант	T, °C	$\dot{\epsilon} = +10^{-2} \frac{1}{c}$	$\dot{\epsilon} = 1 \frac{1}{c}$	$\dot{\epsilon} = 10^2 \frac{1}{c}$	$\dot{\epsilon} = 10^3 \frac{1}{c}$
1	20	8,4	9,2	10,7	11,4
2	200	5,1	6,1	8,0	8,75
3	400	1,75	2,85	4,8	6,1
4	600	0,53	1,22	2,95	4,2

3.3 Рассчитать теоретические значения σ_s по формулам, учитывая влияние скорости деформации. Путем сравнения с опытными данными (см. задачу 3.2) определить, для каких температур справедливо соотношение $\lg \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}} = K_{np} \lg \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0}$.

При расчётах принять:

- 1) $\frac{K_{np}}{\sigma_{s0}} = 0,03$, $\varphi = 0,03$ при $T = 20^\circ\text{C}$;
- 2) $\frac{K_{np}}{\sigma_{s0}} = 0,061$, $\varphi = 0,05$ при $T = 200^\circ\text{C}$;
- 3) $\frac{K_{np}}{\sigma_{s0}} = 0,18$, $\varphi = 0,108$ при $T = 400^\circ\text{C}$;
- 4) $\frac{K_{np}}{\sigma_{s0}} = 0,4$, $\varphi = 0,18$ при $T = 600^\circ\text{C}$.

3.4 Может ли уменьшиться сопротивление деформации при повышенной скорости деформации?

3.5 Объяснить, к какому виду деформации (холодной или горячей) надо отнести: а) прессование свинца при комнатной температуре; б) деформацию стали на молотах при 400°C .

Указание. Использовать соотношение

$$T_{\text{рекр}} \cong 0,4 \cdot T_{\text{пл}}$$

где $T_{\text{рекр}}$ и $T_{\text{пл}}$ – абсолютные температуры рекристаллизации и плавления соответственно, в градусах Кельвина.

3.6 Объяснить, почему при горячей обработке металлов давлением не рекомендуется проводить последнюю операцию с малой степенью обжатия и как может такая деформация влиять на величину зерна и свойства металла.

3.7 Объяснить, можно ли отличить по микроструктуре металл, деформированный в холодном состоянии, от металла, деформированного в горячем состоянии; указать, в чём заключается различие в микроструктуре.

3.8 Три образца низкоуглеродистой стали подвергались холодной деформации: первый – на 5%, второй – на 15% , третий – на 30%, а затем нагревались на 700°C. Указать, в каком образце в результате нагрева до 700°C зерно будет более крупным и как влияет рост зерна на пластические свойства стали.

3.9 Рекомендовать режим обработки (температуру нагрева) холоднодеформированной латуни, если необходимо сохранить без значительного снижения повышенную прочность, созданную холодной деформацией, но снять часть возникших при этом напряжений.

3.10 Объяснить, можно ли создать значительное упрочнение свинца, если его подвергнуть деформации при комнатной температуре.

3.11 Изогнутый в холодном состоянии пруток латуни подвергают рекристаллизации для снятия наклепа. Указать, будет ли иметь пруток после рекристаллизации по сечению одинаковые по размеру зерна.

3.12 Определить усилие протяжки круглой заготовки в вырезных бойках на гидравлическом прессе и паровоздушном молоте. Заготовка из стали 30ХГСА деформируется с диаметра $d_0=250$ мм до диаметра $d = 200$ мм со скоростью деформирования на прессе 0,112 м/с и на молоте со скоростью 8 м/с. Температура заготовок 1120°C, длина очага деформации $l_0=150$ мм, коэффициент трения 0,4.

Указание. Усилие при протяжке круглой заготовки определяется из выражения: $P = d_k \cdot l_0 \cdot \sigma_s \left(1 + \frac{2}{3} \mu \frac{l_0}{d_k} \right)$.

3.13 Определить температуру начала горячей обработки при выдавливании круглого прутка диаметром 30 мм из контейнера 210 мм через плоскую матрицу. Материал заготовки сталь 45. Скорость истечения 1,5 м/мин, температура начала плавления стали 45 $T_s=1492^\circ\text{C}$, плотность $\rho=7854 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость в интервале температур $1200\div 1300^\circ\text{C}$ равна $\bar{c} = 0,675 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, предел текучести $\sigma_{s0} = 15 \text{ МПа}$, при скорости деформации $\dot{\epsilon}_0 = 0,01 \text{ с}^{-1}$.

Указание. Учет влияния скорости деформации на сопротивление деформированию учесть скоростным коэффициентом (табл. 3.3).

3.14 Определить температуру горячей обработки для стали 50 в процессе осадки цилиндрической заготовки первоначального диаметра 100 мм и высотой 150 мм до высоты 80 мм на молоте со скоростью деформирования 7 м/с. Температура начала плавления стали 50 $T_s=1495^\circ\text{C}$, плотность $\rho=7854 \text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость в интервале температур $1200\div 1300^\circ\text{C}$ равна $\bar{c} = 0,675 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, предел текучести $\sigma_{s0} = 15 \text{ МПа}$.

3.15 Деформации подвергались два образца из технического железа и молибдена с малыми скоростями деформации при температуре 1100°C . Определить к какой температурной обработке относятся эти процессы, если температура плавления железа 1530°C , молибдена 2630°C .

3.16 Определить среднюю температуру профиля при выходе из матрицы, если коэффициент вытяжки $\lambda=60$, $\sigma_s=80 \text{ МПа}$. Температура нагрева заготовки 420°C . В расчетах принять $\bar{c} = 870 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, $\rho=2700 \text{ кг/м}^3$, $\mu=0,3$.

3.17 Определить приращение температуры при осадке цилиндрической заготовки диаметром 100 мм с высоты 200 мм до 60 мм. Температура нагрева заготовки 400°C , $\bar{c} = 870 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot^\circ\text{C}}$, $\rho=2700 \text{ кг/м}^3$, $\mu=0,3$, $\sigma_s=50 \text{ МПа}$, $\eta_{\text{вых}}=0,90$.

4 ДЕФОРМИРУЮЩЕЕ УСИЛИЕ

4.1 Краткие теоретические сведения

В процессах пластического деформирования участвуют два тела: инструмент и заготовка. Например, в процессе кузнечной протяжки воздействие инструмента (плоских бойков) на заготовку образует очаг пластической деформации (ОПД) (рис. 4.1). Он ограничен свободной поверхностью 1, поверхностями контакта с бойками 2 и границей внешнего участка заготовки 3.

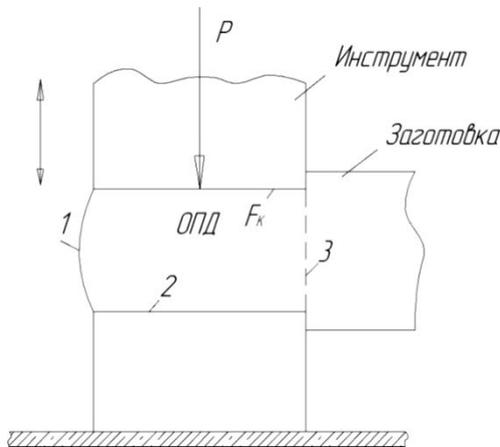


Рис. 4.1. Схема процесса протяжки заготовки на плоских бойках

Взаимодействие инструмента и заготовки по поверхности контакта с точки зрения величины и направления удобно выражать активной силой P . В теории обработки металлов давлением ее принято называть деформирующим усилием.

Вместо деформирующего усилия часто используют удельное усилие (давление), которое рассчитывается как отношение полного усилия P к проекции контактной поверхности F_k на плоскость, перпендикулярную направлению полного усилия

$$p_{уд} = \frac{P}{F_k}$$

Для сравнительных расчетов пластической деформации заготовок из разных материалов целесообразно использовать безразмерные величины удельных усилий $\frac{P_{уд}}{\sigma_s}$, где σ_s – предел текучести деформируемого металла.

Зная величину деформирующего усилия, можно выбрать требуемое оборудование, степень деформации заготовки за один переход, полную работу и энергию пластической деформации, рассчитать инструмент на прочность.

Для определения величины деформирующего усилия необходимо знать величину и распределение нормальных и касательных напряжений на поверхности контакта (рис. 4.2).

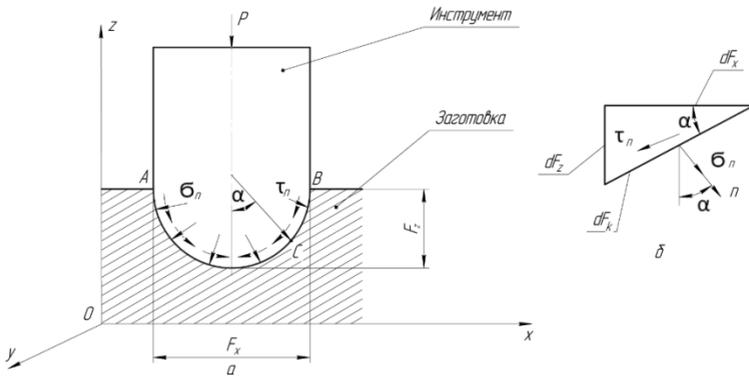


Рис. 4.2. Схема деформации заготовки выпуклым инструментом

Пусть рабочая поверхность инструмента (штампа) АВ имеет криволинейную форму. На контактной поверхности заготовки и штампа известно распределение нормальных σ_n и касательных τ_n напряжений. Деформирующее усилие P действует в направлении движения верхнего инструмента.

Силой деформирования называют результирующую силу элементарных сил, действующих со стороны штампа на заготовку, рис. 4.2, а.

Элементарными силами являются нормальные контактные напряжения σ_n и контактные касательные напряжения трения τ_n , действующие по нормали и по касательной к элементу контактной поверхности между штампом и заготовкой.

Выделим в окрестности точки С на контактной поверхности АВ бесконечно малый элемент с площадкой dF_k , в пределах которого σ_n и τ_n можно считать постоянными, рис. 4.2, б.

Тогда элементарная сила, действующая на этот элемент заготовки по нормали:

$$dP_n = \sigma_n dF_k.$$

Элементарная касательная сила:

$$dP_\tau = \tau_n dF_k.$$

Пусть верхняя половина штампа движется параллельно оси Z. Проекция полной элементарной силы

$$dP = \sigma_n dF_k \cos\alpha + \tau_n dF_k \sin\alpha, \quad (4.1)$$

где α – угол между нормалью к элементу и осью OZ.

Так как $dF_z = dF_k \cos\alpha$ и $dF_x = dF_k \sin\alpha$, где dF_z и dF_x – проекции dF_k на плоскости, перпендикулярные осям z и x. Тогда уравнение (4.1) примет вид:

$$dP = \sigma_n dF_z + \tau_n dF_x. \quad (4.2)$$

Сравнение (4.1) и (4.2) показывает возможность замены проектирования внешних сил на некоторое направление проецирования контактных поверхностей.

Для определения деформирующего усилия необходимо провести интегрирование уравнения (4.2). Получим

$$P = \int_0^{F_z} \sigma_n dF_z + \int_0^{F_x} \tau_n dF_x. \quad (4.3)$$

Часто $\tau_n = 0$ на конечных стадиях заполнения штампа металлом, поэтому

$$P = \int_0^{F_z} \sigma_n dF_z$$

Уравнение (4.3) в декартовых и цилиндрических координатах примет вид

$$P = \iint_F \sigma_n dx dy + \iint_F \tau_n dx dy, \quad (4.4)$$

$$P = \iint_F \sigma_n \rho d\rho d\vartheta + \iint_F \tau_n \rho d\rho d\vartheta.$$

Деформирующее усилие в зону пластической деформации может передаваться заготовке либо непосредственным контактом с ней подвижного инструмента (рис. 4.1, 4.2), либо посредством прижимающих, пластически не деформируемых участков заготовки, как, например, при волочении (рис. 4.3) круглых прутков. Деформирующее усилие приложено к прутку на выходе из канала волоки.

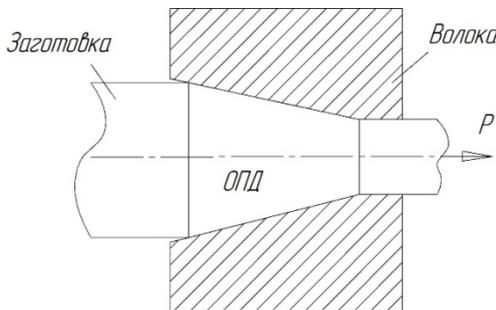


Рис. 4.3. Схема операции волочения прутков

4.2 Примеры решения задач

Задача №1. Определить выражение для расчета полного, удельного и безразмерного усилия при осадке длинномерной прямоугольной полосы с размерами $a \times h \times b$ на плоских параллельных плитах (бойках) в условиях плоской деформации (рис. 4.4).

Закон распределения на контактной поверхности нормального напряжения имеет вид

$$\sigma_z = \beta \sigma_s \left[1 + \frac{2\mu}{ah} \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right) \right], \quad (4.5)$$

где β – коэффициент Лоде, для плоской деформации $\beta=1,15$; μ – коэффициент внешнего трения.

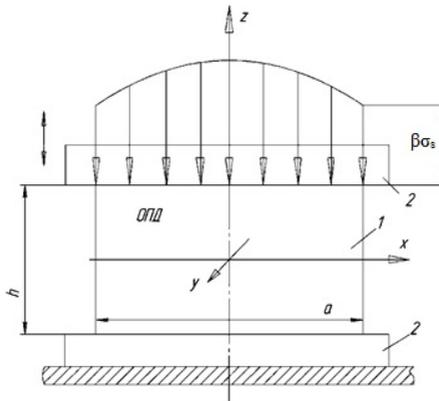


Рис. 4.4. Схема осадки прямоугольной длинномерной заготовки на плоских параллельных плитах

Решение.

На рис. 4.4 дана схема осадки длинномерной заготовки l в плоских параллельных плитах 2. В связи с тем, что $l \gg h$ и $l \gg a$ деформация в направлении оси y принимается равной нулю.

Построим график распределения нормальных напряжений σ_z на контактной поверхности. Из анализа распределения σ_z на контакт-

ной поверхности по формуле (4.5) следует, что $\sigma_z = \beta\sigma_T$, при $x=0,5a$; $\sigma_z = \beta\sigma_T(1+\mu a/2h)$, при $x=0$. Эпюра распределения имеет параболический характер.

При определении деформирующего усилия P используем декартовую систему координат. Тогда:

$$P = \iint_{F_k} \sigma_z dx dy,$$

где F_k – проекция площади контактной поверхности на плоскость, перпендикулярную направлению движения инструмента, $F_k = a \cdot l$.

Принимая условие симметрии процесса осадки относительно оси Z :

$$P = 2 \int_0^l dy \int_0^{0,5a} \beta\sigma_s \left[1 + \frac{2\mu}{ah} \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right) \right] dx. \quad (4.6)$$

После интегрирования выражения (4.6) формулы для расчета деформирующего, удельного и безразмерного усилия примут соответственно вид:

$$P = \beta\sigma_s F_k \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\mu a}{h} \right),$$

$$P_{уд} = \beta\sigma_s \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\mu a}{h} \right),$$

$$\frac{P_{уд}}{\beta\sigma_s} = \left(1 + \frac{1}{3} \frac{\mu a}{h} \right).$$

Задача №2. Определить выражения для полного и удельного деформирующего усилия при внедрении цилиндрического пуансона с шаровым торцом в пластическую среду (металл), ограниченную плоскостью (рис. 4.5). Распределение нормальных напряжений на

поверхности контакта при отсутствии трения выражаются формулой:

$$\sigma_H = \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right),$$

где $\sigma_s = \text{const}$ – предел текучести металла, R – радиус сферической поверхности пуансона, ρ – текущий радиус в плоскости, перпендикулярной оси пуансона, r – радиус, соответствующий граничной точке А, $\gamma = \arcsin \frac{\rho}{R}$ – угол, определяющий положение точки В на контактной поверхности пуансона, h – глубина внедрения.

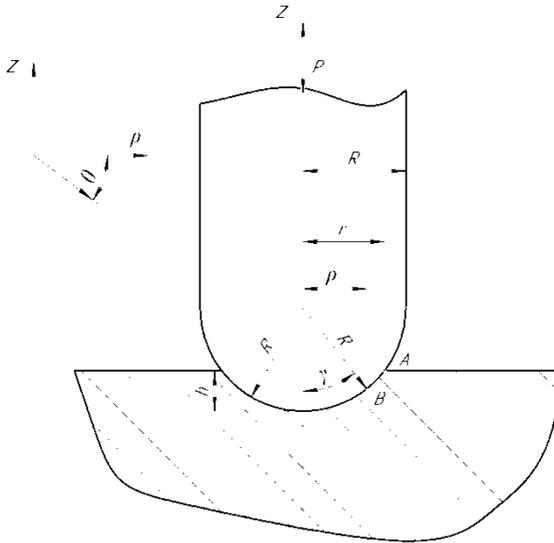


Рис. 4.5. Схема внедрения цилиндрического пуансона с шаровым торцом в металл

Решение.

Усилие внедрения пуансона определяется из выражения:

$$P = \iint_F \sigma_H \rho d\rho d\theta.$$

Тогда:

$$P = \int_0^r \int_0^{2\pi} \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right) \rho d\rho d\theta, \quad (4.7)$$

После разделения переменных уравнение (4.7) примет вид:

$$P = \int_0^r \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right) \rho d\rho \cdot \int_0^{2\pi} d\theta \cdot$$

Так как интеграл от суммы алгебраических выражений равен сумме интегралов от этих выражений, то:

$$P = 2\pi\sigma_s \left(\int_0^r \rho d\rho + \frac{\pi}{2} \int_0^r \rho d\rho - \int_0^r \rho \cdot \arcsin \frac{\rho}{R} d\rho \right).$$

После интегрирования получим выражение для расчета полного деформирующего усилия:

$$P = 2\pi\sigma_s \left[\frac{r^2}{2} + \frac{\pi}{2} \cdot \frac{r^2}{2} - \left(\frac{r^2}{2} - \frac{R^2}{4} \right) \arcsin \frac{r}{R} - \frac{R \cdot r}{4} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right],$$

$$P = \pi r^2 \sigma_s \left[1 + \frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{R^2}{2r^2} \right) \arcsin \frac{r}{R} - \frac{R}{2r} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right].$$

При внедрении сферического пуансона на глубину $h=r=R$ получим максимальные полное и удельное деформирующие усилия:

$$P = \pi \cdot \sigma_s \cdot R^2 \left[1 + \frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{R^2}{2 \cdot R^2} \right) \arcsin \frac{R}{R} - \frac{R}{2R} \sqrt{1 - \frac{R^2}{R^2}} \right],$$

$$P = \pi \cdot \sigma_s \cdot R^2 \left(1 + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right) = \pi \cdot \sigma_s \cdot R^2 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$p_{уд} = \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) = 1,8\sigma_s.$$

Задача №3. Определить выражение для полного и удельного деформирующего усилия при осадке цилиндрической заготовки диаметром d и высотой h под плоскими плитами (рис. 4.6). Нормальные напряжения на контактной поверхности подчиняются закону:

$$\sigma_z = -\sigma_s \left[1 + \frac{\mu}{h} \left(2 \cdot \frac{\rho^2}{d} - \frac{d}{2} \right) \right].$$

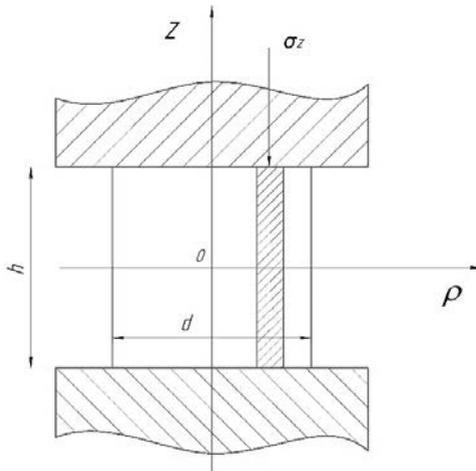


Рис. 4.6. Схема осадки цилиндрической заготовки

Решение.

Полное деформирующее усилие в полярной системе координат определяется из выражения:

$$P = \iint \sigma_z dF = \iint \sigma_z \rho d\rho d\theta.$$

В силу осевой симметрии цилиндрической заготовки относительно оси z рассмотрим правую часть очага пластической деформации по оси ρ от 0 до $d/2$.

$$P = \int_0^{\frac{d}{2}} \int_0^{2\pi} \sigma_s \left[1 + \frac{\mu}{h} \left(2 \cdot \frac{\rho^2}{d} - \frac{d}{2} \right) \right] \rho d\rho d\theta.$$

После интегрирования получим выражение для расчета полного и удельного деформирующих усилий:

$$P = \frac{\pi \sigma_s d^2}{4} \left(1 - \frac{\mu d}{4h} \right),$$

$$P_{уд} = \frac{P}{F} = \sigma_s \left(1 - \frac{\mu d}{4h} \right).$$

4.3 Задачи для самостоятельного решения

4.1 Определить выражение для полного и удельного деформирующего усилия при протяжке круглой заготовки (рис. 4.7) диаметром d в вырезных бойках длиной l_0 , если нормальные напряжения на контактной поверхности изменяются по следующему закону:

$$\sigma_\rho = -\sigma_s \left[1 + \frac{4\mu}{d \cdot l_0} \left(\frac{l_0^2}{4} - z^2 \right) \right].$$

Материал заготовки не упрочняется, то есть $\sigma_s = \text{const}$. Схема протяжки круглой заготовки в вырезных бойках представлена на рис. 4.7. Для упрощения решения рассмотрим предельный случай, считая, что вырез охватывает заготовку по всей окружности контура.

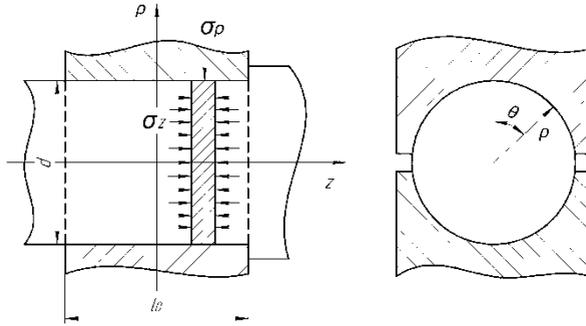


Рис. 4.7. Схема протяжки заготовки круглого сечения в вырезных бойках

4.2 Определить глубину полости при открытой прошивке диска диаметром 500 мм, высотой 100 мм, усилие прессы 30 кН, если диаметр прошиваемого отверстия 100 мм (рис. 4.8). Нормальные напряжения на контактной поверхности пуансона подчиняются закону:

$$\sigma_z = -\sigma_s \left(1 + 1,1 \cdot \ln \frac{D}{d} + \frac{0,5d - \rho}{h} \right),$$

где $\sigma_s = 100$ МПа.

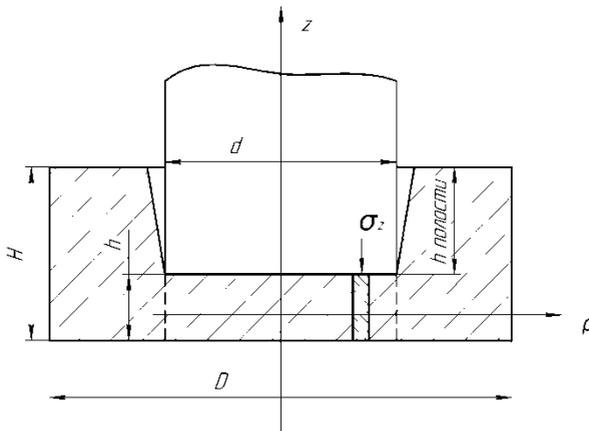


Рис. 4.8. Схема прошивки диска

4.3 Определить выражения для полного и удельного усилия деформирования при протяжке цилиндрической заготовки диаметром D и толщиной s в вырезных бойках длиной l_0 с оправкой диаметром d (рис. 4.9).

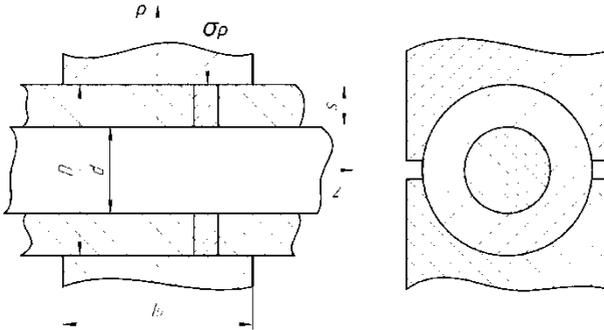


Рис. 4.9. Схема протяжки цилиндрической заготовки в вырезных бойках с оправкой

Нормальные напряжения на контактной поверхности подчиняются закону:

$$\sigma_{\rho} = -1,05 \cdot \sigma_s \left[1 + \frac{2\mu_s}{l_0} \left(\frac{1}{s} + \frac{1}{D} \right) \left(\frac{l_0^2}{4} - z^2 \right) \right],$$

где μ_s – коэффициент трения по напряжению текучести. Материал заготовки не упрочняется.

4.4 Определить выражение для полного деформирующего усилия при осадке прямоугольной полосы (рис. 4.10) шириной a , длиной l и высотой h в условиях плоской деформации.

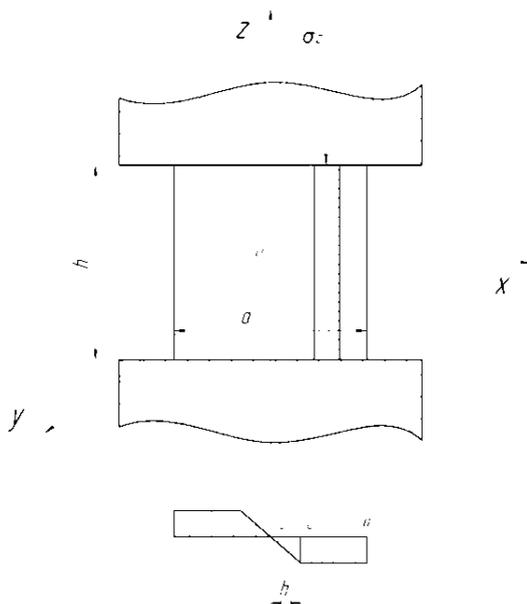


Рис. 4.10. Схема осадки прямоугольной полосы и эпюра распределения нормальных напряжений по ширине полосы

Закон распределения нормальных напряжений по контактной поверхности задан выражениями:

$$\sigma_z = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \left(1 + \frac{0,5-x}{h} \right) \text{ - на участке } ca;$$

$$\sigma_z = \sigma_c - \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_s \frac{h^2 - x^2}{h^2} \text{ - на участке } oc;$$

$$\sigma_c = -\frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} \frac{a}{h} \text{ - на участке } oc=h.$$

4.5 Определить усилие волочения круглого прутка с диаметром D до диаметра d в конической волоке с $\alpha = 12^\circ$, если известно, что осевое напряжение σ_x изменяется по закону:

$$\sigma_x = \sigma_S \frac{b}{a} \left[1 - \left(\frac{D_x}{D} \right)^{2a} \right],$$

оставаясь равномерным по сечению, где

$$b = \frac{1}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} + \frac{\mu}{\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}; \quad a = b - 1; \quad \mu = 0,1.$$

4.6 Определить выражение среднего удельного усилия при осадке широкой полосы на плоских плитах, если осевое напряжение на контакте изменяется по следующим законам:

$$1) \sigma_y = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_S \left[1 + \frac{2\mu}{ah} \left(\frac{a^2}{4} - x^2 \right) \right];$$

$$2) \sigma_y = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_S \exp \left[\frac{2\mu}{h} \left(\frac{a}{4} - x \right) \right];$$

$$3) \sigma_y = -\frac{\sigma_S}{\mu\sqrt{3}} \left[1 + \frac{2\mu}{h} (a - x) \right].$$

Вычислить эти значения и сравнить между собой при $\sigma_S = 100$ МПа, $a = 80$ мм, $h = 40$ мм, $\mu = 0,25$.

4.7 Определить глубину полости при открытой прошивке диска диаметром $D = 500$ мм и высотой $h = 100$ мм на прессе усилием 0,3 МН, если диаметр прошиваемого отверстия $d = 100$ мм, а величина нормальных контактных напряжений на пуансоне составляет:

$$\sigma_z = -\sigma_S \left(1 + 1,1 \ln \frac{D}{d} + \frac{0,5d - \rho}{h} \right),$$

где ρ – текущий радиус; h – расстояние от торца пуансона до основания диска; $\sigma_S = 100$ МПа.

4.8 Определить уравнение для расчета полного и удельного деформирующего усилия при внедрении цилиндрического пуансона с гладким шаровым торцом в пластическую среду (металл). Распре-

деление нормальных напряжений на контактной поверхности при отсутствии трения имеет вид:

$$\sigma_H = \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \frac{\rho}{R} \right),$$

где $\sigma_s=40$ МПа, R – радиус цилиндрического пуансона, $R=(10+N)$ мм, N – номер студента в списке группы, ρ – текущий радиус в плоскости, перпендикулярной оси пуансона.

Построить в масштабе: а) эпюру распределения нормальных напряжений по сферической контактной поверхности пуансона с металлом при его внедрении на глубину $h=(0,5+0,01N) R$ мм, используя три расчетные точки: $\rho = 0$, $\rho = 0,5r$, $\rho = r$, где r – радиус, определяющий проекцию контактной поверхности, на плоскость, перпендикулярную оси пуансона; б) график изменения полного деформирующего усилия от глубины внедрения пуансона в пластическую среду, используя три расчетные точки 0 ; $0,5h$; h .

5 МЕТОД СОВМЕСТНОГО РЕШЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ И ПЛАСТИЧНОСТИ

5.1 Краткие теоретические сведения

Метод совместного решения приближенных уравнений равновесия и условия пластичности основан на следующих положениях.

- Напряженно-деформированное состояние при деформировании заготовки рассматривается как плоское деформированное, либо плоское напряженное, либо осесимметричное напряженное состояние. В случае сложности формы деформируемой заготовки необходимо ее разбить условно на ряд объемов, на которые можно наложить условие осесимметричной или плоской задачи.

- Дифференциальные уравнения равновесия для плоской задачи по деформациям или напряжениям:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0\end{aligned}\tag{5.1}$$

и осесимметричной задачи:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} &= 0\end{aligned}\tag{5.2}$$

упрощают принятием допущений:

- нормальные напряжения зависят только от одной координаты;
- зависимость касательных напряжений по соответствующей координате принимают линейной.

Благодаря этим допущениям остается только одно дифференциальное уравнение равновесия. В нем вместо частных производных можно использовать обыкновенные производные.

Принятые допущения исключают возможность определения напряжений в каждой точке деформируемого тела.

- Распределение нормальных напряжений определяют только на контактной поверхности заготовки и инструмента, что позволяет произвести вычисление деформирующего усилия.

- Условия пластичности принимают в форме, соответствующей частным случаям объемного напряженно – деформируемого состояния.

При плоской деформации, плоском напряженном состоянии и осесимметричной деформации приближенные условия пластичности имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\rho} - \sigma_{\theta} &= \pm \beta \sigma_s \text{ или } d\sigma_{\rho} = d\sigma_{\theta}, \\
 \sigma_{\theta} - \sigma_z &= \pm \beta \sigma_s \text{ или } d\sigma_{\theta} = d\sigma_z, \\
 \sigma_z - \sigma_{\rho} &= \pm \beta \sigma_s \text{ или } d\sigma_z = d\sigma_{\rho}, \\
 \sigma_x - \sigma_z &= \pm \beta \sigma_s \text{ или } d\sigma_x = d\sigma_z.
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

В научно-технической литературе рассматриваемый метод встречается под названиями «инженерный метод», «метод тонких сечений», «гипотеза плоских сечений». Согласно последнему названию плоские сечения, проведенные в теле до деформации, остаются плоскими в течение всего процесса обработки металла.

5.1.1 Приближенное уравнение равновесия для плоского деформированного состояния

Рассмотрим осадку призматической полосы из идеально-пластического материала шириной $2b$, высотой $2h$, ограниченной длины между плоскими шероховатыми плитами в декартовой системе координат (рис. 5.1). Начало координат расположено в центре поперечного сечения полосы. Так как длина заготовки в направлении оси Y неограниченно велика, то деформированное состояние будет плоским, то есть $\varepsilon_Y = 0$. Во всех поперечных сечениях, перпендикулярных оси Y , картина деформации одинаковая.

Вследствие симметрии сечения полосы относительно оси Z определим напряжения для правого участка очага пластической де-

формации. Выделим в полосе бесконечно малый объем толщиной dx двумя плоскостями, параллельными оси Z , расположенных на расстояниях x и $x+dx$ от начала координат. Длину этого элементарного объема в направлении оси Y примем равной единице. На выделенный элементарный объем действуют нормальные напряжения $\sigma_z, \sigma_x, \sigma_x+d\sigma_x$ и касательные напряжения τ_K .

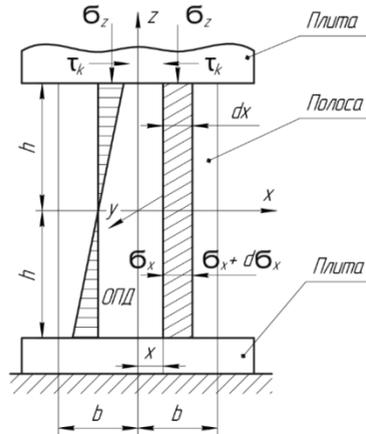


Рис. 5.1. Схема напряжений при осадке призматической полосы между плоскими шероховатыми плитами

Согласно второму допущению, принимаем, что нормальные напряжения σ_z, σ_x не зависят от координаты Z , то есть постоянны по высоте по координате Z , а зависят только от координаты X . Тогда второе дифференциальное уравнение равновесия системы (5.1) тождественно обращается в нуль. Остается только первое уравнение равновесия:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0.$$

Касательное напряжение τ_{xz} переменное по высоте полосы, на контактной поверхности равно τ_K . На рисунке τ_K – это касательное напряжение, обусловленное трением полосы об инструмент. Величина τ_{xz} уменьшается при удалении от контактной поверхности.

На средней высоте полосы $\tau_{xz} = 0$. Примем, что τ_{xz} зависит от высоты полосы линейно, то есть

$$\tau_{xz} = \frac{\tau_K Z}{h}.$$

Тогда

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \frac{\tau_K}{h}.$$

После подстановки $\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$ в первое уравнение системы (5.1) получаем приближенное уравнение равновесия, выраженное через обыкновенную производную:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{\tau_K}{h} = 0.$$

Это уравнение можно легко получить непосредственно из условия равновесия выделенного элемента толщиной dx на рис. 5.1. Сумма всех сил, действующих на выделенный элемент на ось X равна 0, то есть:

$$\sigma_x 2h - (\sigma_x + d\sigma_x) 2h - 2\tau_K dx = 0.$$

Тогда:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{\tau_K}{h} = 0. \quad (5.4)$$

5.1.2 Приближенное уравнение равновесия для плоского напряженного состояния

Вывод упрощенных уравнений равновесия при деформации тонкостенной листовой заготовки основан на следующих допущениях:

1. При осесимметричной деформации тонкостенной заготовки все напряжения не зависят от координаты θ , поэтому σ_θ – это главное напряжение, а касательные напряжения $\tau_{r\theta} = \tau_{z\theta} = 0$.

2. Толщина листовой заготовки S постоянна и значительно меньше радиусов кривизны в меридиональном R_ρ и широтном R_θ направлениях.

3. Принимается схема плоского напряженного состояния $\sigma_z = \tau_{pz} = \tau_{z\theta} = 0$. Нормальные напряжения считаем главными и постоянными по толщине стенки оболочки и приведенными к средней поверхности заготовки.

4. Касательные напряжения τ_k , вызванные трением на контактной поверхности оболочки и инструмента, можно учесть законом Кулона-Амонтона:

$$\tau_k = \mu\sigma_k.$$

5. Очаг пластической деформации следует разделить на участки, в которых кривизна срединной поверхности заготовки в меридиональных сечениях постоянна, как показано на рис. 5.2.

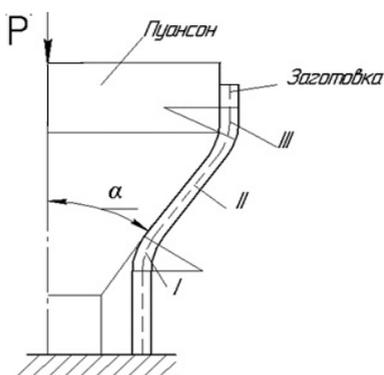


Рис. 5.2. Схема процесса раздачи

Рассмотрим тонкостенную оболочку вращения двойной кривизны толщиной S относительно оси $O-O_1$, рис. 5.3.

Выделим в очаге пластической деформации бесконечно малый элемент, имеющий постоянную кривизну в меридиональном сечении двумя плоскостями, проходящими через ось симметрии $O-O$, составляющими между собой угол $d\gamma$ и двумя круговыми коническими поверхностями, составляющими между собой угол da .

Все напряжения, действующие на выделенный бесконечно малый элемент оболочки, считаем постоянными по толщине оболочки S и приведенными к срединной поверхности.

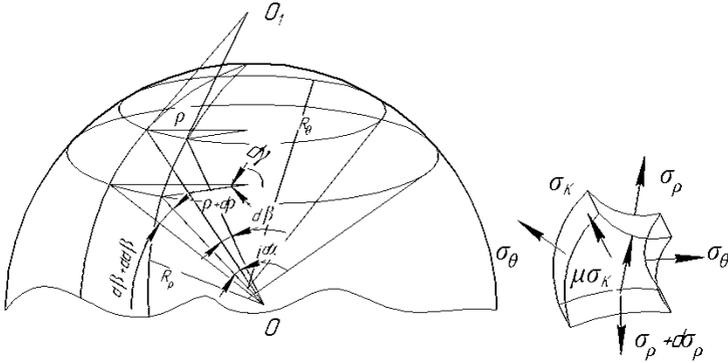


Рис. 5.3. Тонкостенная оболочка вращения

Спроектируем все силы, действующие на нормаль к поверхности элемента, пренебрегая бесконечно малыми высших порядков:

$$\sigma_k \sigma_\rho d\alpha R_\theta d\beta - 2\sigma_\rho S R_\theta d\beta \frac{d\alpha}{2} - 2\sigma_\theta S R_\rho d\alpha \frac{d\beta}{2} = 0.$$

После деления почленно на $S R_\rho R_\theta$ получим уравнение Лапласа:

$$\frac{\sigma_k}{S} = \frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta}. \quad (5.5)$$

Проектируя все силы на касательную к поверхности элемента в меридиональном направлении, проведенную под углом α , получим приближенное уравнение равновесия:

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \mu \sigma_k \frac{\rho}{S \cdot \sin\alpha} = 0. \quad (5.6)$$

Подстановка значения σ_k из (5.5) в (5.6) приводит к общему уравнению равновесия

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \mu \frac{\rho}{\sin\alpha} \left(\frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} \right) = 0.$$

5.2 Примеры решения задач

Задача №1. Получить приближенное уравнение равновесия для осесимметричного напряженного состояния при осадке цилиндрической заготовки из неупрочняемого материала диаметром d высотой h между плоскими плитами (рис. 5.4).

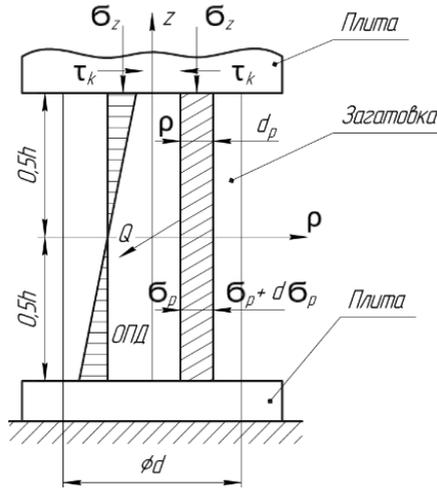


Рис. 5.4. Расчетная схема при осадке цилиндрической заготовки

Решение.

При выводе приближенного уравнения равновесия используем цилиндрическую систему координат (ρ, θ, z) . Начало координат возьмем на пересечении осей симметрии очага пластической деформации (рис. 5.4). Так как задача осесимметричная и все направления по координате θ равноправны, то компоненты напряжений не зависят от координаты θ . Уравнения равновесия имеют вид (5.2). Согласно гипотезе тонких сечений выделим в очаге деформации элементарный кольцевой слой толщиной $d\rho$. На этот слой действуют радиальные и осевые напряжения σ_ρ , σ_z , не зависящие от координаты z , и касательные напряжения τ_K .

Касательные напряжения $\tau_{\rho z}$, вызванные трением на контактной поверхности не зависят от координаты ρ , так как трение в этом направлении постоянно и изотропно, изменяется по линейному закону в зависимости от координаты z .

Тогда в уравнениях равновесия (5.4), согласно принятым допущениям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0; \quad \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} = \frac{d\sigma_\rho}{d\rho}; \\ \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} &= 0; \quad \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} = \frac{2\tau_K}{h}. \end{aligned}$$

Окончательно получаем упрощённое уравнение равновесия, выраженное через обыкновенную производную:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} + \frac{2\tau_K}{h} = 0. \quad (5.7)$$

Это уравнение можно получить другим способом, проинтегрировав первое выражение системы (7) по z в пределах от 0 до $0,5h$:

$$\int_0^{0,5h} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} dz + \int_0^{0,5h} \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} dz + \int_0^{0,5h} \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} dz = 0,$$

или

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} \int_0^{0,5h} dz + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} \int_0^{0,5h} dz + \int_0^{0,5h} \partial \tau_{\rho z} = 0.$$

Окончательно уравнение (5.7), если принять допущение, что бочкообразование при осадке отсутствует, то можно принять условие $\sigma_\rho \approx \sigma_\theta$, $\varepsilon_\rho \approx \varepsilon_\theta$. Тогда упрощённое уравнение равновесия имеет вид:

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{2\tau_K}{h} = 0.$$

Задача №2. Методом решения приближенных уравнений равновесия и условия пластичности определить закон распределения нормальных напряжений на контактной поверхности, полное деформирующее усилие при осадке длинномерной полосы шириной $2b$, высотой $2h$ между плоскими шероховатыми плитами приняв

допущение, что контактные касательные напряжения изменяются по закону Кулона $\tau_K = \mu\sigma_z$, а металл полосы неупрочняемый.

Решение.

Приближенное дифференциальное уравнение равновесия для рассматриваемой задачи имеет вид:

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{\tau_{xy}}{h} = 0. \quad (5.8)$$

Касательное напряжение τ_K , обусловленное трением металла об инструмент, изменяется по закону Кулона-Амонтона:

$$\tau_K = \mu\sigma_z, \quad (5.9)$$

где μ – коэффициент трения.

После подстановки выражения (5.9) в (5.8) получим

$$\frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{\mu\sigma_z}{h} = 0. \quad (5.10)$$

Приближенное условие пластичности для плоского деформированного состояния имеет вид:

$$\sigma_x - \sigma_z = \beta\sigma_s. \quad (5.11)$$

При дифференцировании этого уравнения, получаем условие пластичности в дифференциальной форме

$$d\sigma_x = d\sigma_z.$$

После замены в уравнении (5.10) дифференциала $d\sigma_x$ на $d\sigma_z$, получим дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными

$$\frac{d\sigma_z}{dx} + \frac{\mu\sigma_z}{h} = 0. \quad (5.12)$$

В общем виде такие уравнения записываются в виде

$$f_1(x)\varphi_1(z)dx + f_2(x)\varphi_2(z)dz = 0.$$

В результате деления исходного уравнения на $f_2(x)\varphi_1(z)$ оно приводится к виду

$$\frac{f_1(x)}{f_2(x)} dx + \frac{\varphi_2(z)}{\varphi_1(z)} dz = 0.$$

Почленное интегрирование приводит к соотношению:

$$\int \frac{f_1(x)}{f_2(x)} dx + \int \frac{\varphi_2(z)}{\varphi_1(z)} dz = C.$$

После разделения переменных в уравнении (5.12) и интегрирования получим:

$$\sigma_z = Ce^{\frac{\mu x}{h}}. \quad (5.13)$$

Постоянную интегрирования C найдем из граничных условий. При $x=b$ (на свободной поверхности) $\sigma_x = 0$. Тогда по условию пластичности (5.11)

$$\sigma_z = -\beta\sigma_s.$$

После подстановки граничных условий в уравнении (5.13) имеем:

$$C = -\beta\sigma_s e^{\frac{\mu b}{h}}.$$

Окончательно закон распределения нормальных контактных напряжений имеет вид:

$$\sigma_z = -\beta\sigma_s e^{\frac{\mu(b-x)}{h}}.$$

Полное усилие на единицу длины полосы:

$$P = 2 \int_0^b \sigma_z dx = 2\beta\sigma_s \int_0^b e^{\frac{\mu(b-x)}{h}} dx = 2\beta\sigma_s \frac{h}{\mu} \left(e^{\frac{\mu b}{h}} - 1 \right) \quad (5.14)$$

Разделив полное усилие на контактную площадь $2bx_1$, получим удельное усилие

$$p = \frac{P}{2b} = \beta \sigma_s \frac{h}{\mu b} \left(e^{\frac{\mu b}{h}} - 1 \right).$$

По полученным выражениям можно построить эпюры контактных нормальных и касательных напряжений, рис. 5.5.

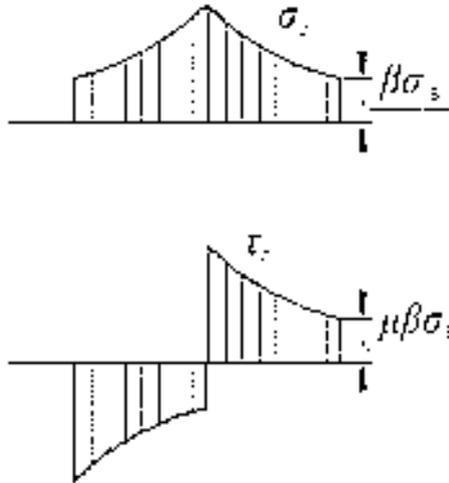


Рис. 5.5. Эпюры контактных нормальных и касательных напряжений

Из анализа эпюр контактных напряжений видно, что эпюра σ_z на оси симметрии полосы имеет резко выраженный пик, напряжения τ_k растут от края полосы к оси симметрии по показательной кривой и на оси симметрии скачкообразно меняют знак.

Из формулы (5.14) следует, что величина усилия деформирования зависит от природы материала полосы, его физического состояния (температуры, степени и скорости деформации) и соотношение $\frac{\mu b}{h}$, определяющего размеры заготовки, величину коэффициента трения.

Задача №3. Вывести приближенное уравнение равновесия при обжиге торца цилиндрической трубной заготовки (рис. 5.6).

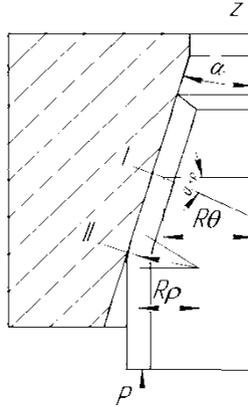


Рис. 5.6. Схема обжига трубной заготовки

Решение.

Цилиндрическая трубная заготовка является оболочкой вращения. Поэтому для решения используем выражение:

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \mu \frac{\rho}{\sin\alpha} \left(\frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} \right) = 0.$$

При обжиге трубной заготовке очаг пластической деформации состоит из двух участков: I – заготовка соприкасается с конусом и II – свободного изгиба заготовки радиусом R_ρ .

На участке I (коническая поверхность):

$$R_\rho = \infty, \quad R_\theta = \frac{\rho}{\cos\alpha_{\kappa\rho}}.$$

После подстановки получим:

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \mu \frac{\rho \cdot \cos\alpha_{\kappa\rho}}{\sin\alpha_{\kappa\rho}} \cdot \frac{\sigma_\theta}{\rho} = 0,$$

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \mu \cdot \operatorname{ctg}\alpha_{\kappa\rho} \cdot \sigma_\theta = 0.$$

Окончательно: $\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta (1 + \mu \cdot \operatorname{ctg}\alpha_{\kappa\rho}) = 0.$

5.3 Задачи для самостоятельного решения

5.1 Составить упрощенное уравнение равновесия для протяжки цилиндрической заготовки диаметром d в вырезных бойках тремя способами: а) упрощение системы дифференциальных уравнений равновесия и частных производных; б) вывод приближенного уравнения равновесия на основе равновесия всех сил, действующих на бесконечно – малый объем в очаге пластической деформации; в) интегрирование одного из двух дифференциальных уравнений в частных производных.

5.2 Составить приближенное уравнение равновесия в полярной системе координат ρ, θ для длинномерной толстостенной трубы, нагруженной внутренним давлением p и находящейся в пластическом состоянии. Провести совместное решение приближенного уравнения равновесия совместно с приближенным условием пластичности и дать анализ распределения напряжений по толщине.

5.3 Составить упрощенное уравнение равновесия при осадке длинномерной клиновидной поковки под плоскими наклонными шероховатыми плитами на основе уравнений равновесия в полярной системе координат ρ, θ .

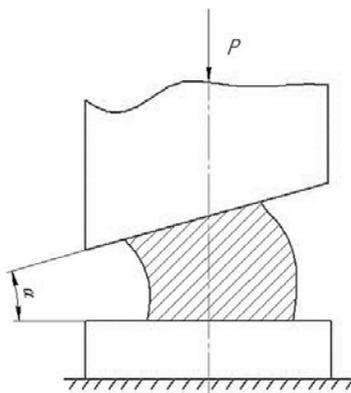


Рис. 5.7. Схема осадки длинномерной клиновидной поковки под плоскими наклонными шероховатыми плитами

5.4 Получить упрощенное уравнение равновесия для плоского деформированного состояния из рассмотрения равновесия всех сил, действующих на выделенный элемент в очаге пластической деформации при осадке длинномерной прямоугольной полосы.

5.5 В области калибрующего пояса канала матрицы длиной L , используемой для прессования полосы толщиной B , выделить бесконечно-малый элемент объема. Показать все напряжения, действующие на выделенный элемент. Получить приближенное уравнение равновесия, произвести его интегрирование.

5.6 Методом решения приближенных уравнений равновесия и пластичности определить закон распределения нормальных напряжений на контактной поверхности, полное деформирующее усилие при осадке длинномерной полосы шириной $2b$, высотой $2h$ между плоскими шероховатыми плитами приняв допущение, что контактные касательные напряжения изменяются по закону Зибеля $\tau_k = \mu\sigma_s$, $\sigma_s \text{ const}$.

5.7 Составить упрощенное уравнение равновесия при прокатке широкой полосы между шероховатыми валками, вращающимися в разные стороны, на основе дифференциальных уравнений равновесия в полярной системе координат ρ, θ , заменив в очаге пластической деформации дугу захвата хордой.

5.8 Методом решения приближенных уравнений равновесия и пластичности определить закон распределения нормальных напряжений на контактной поверхности, полное деформирующее усилие при осадке цилиндрической заготовки диаметром d и высотой h между плоскими шероховатыми бойками приняв допущение, что контактные касательные напряжения изменяются по закону Зибеля $\tau_k = \mu\sigma_T$.

5.9 Составить упрощенное уравнение равновесия при прессовании круглого прутка из контейнера диаметром D на основе равновесия всех сил, действующих на бесконечно – малый объем в очаге

пластической деформации, имеющего форму цилиндра, в системе координат ρ, z .

5.10 Используя совместное решение приближенного уравнения равновесия и условия пластичности определить величину напряжений во фланцевой части листовой заготовки из неупрочняемого металла для операции вытяжки без утонения и без прижима.

5.11 По условия задачи 5.10 вычислить предельное теоретическое значение коэффициента вытяжки $K = D_3/d$, где D_3 – диаметр заготовки, d – диаметр пуансона.

5.12 Методом решения приближенных уравнений равновесия и пластичности определить закон распределения нормальных напряжений на контактной поверхности, полное деформирующее усилие при осадке длинномерной полосы шириной $2b$, высотой $2h$ между плоскими шероховатыми плитами приняв допущение, что контактные касательные напряжения изменяются по линейному закону

$$\tau_k = \mu \sigma_s \frac{x}{b}, \sigma_s \text{ const.}$$

6 МЕТОД ЛИНИЙ СКОЛЬЖЕНИЯ

6.1 Краткие теоретические сведения

Метод был разработан в 20 годы XX века Г. Генке и Л. Прандтлем для определения напряженного состояния по объему деформируемого тела при плоской и осесимметричной деформации. Зная напряжения в любой точке тела, можно определить напряжение на контактной поверхности с инструментом и тем самым найти полное усилие деформации.

При растяжении плоских образцов на начальной стадии пластической деформации на его полированной поверхности можно обнаружить сетку 2-х семейств линий α и β пересекающихся под прямым углом друг к другу и наклоненные под углом 45° к оси образца, рис.6.1.

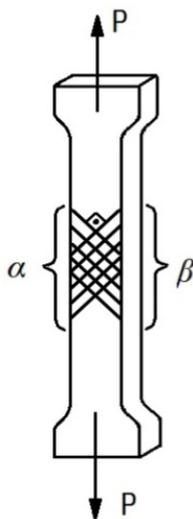


Рис. 6.1. Линии скольжения α и β при растяжении плоского образца силой P

Эти линии называют линиями скольжения, впервые описанные Черновым и Людерсом. Такое название линии получили в связи с тем, что касательные к ним совпадают с направлением максимальных касательных напряжений.

В любой точке деформируемого тела, находящегося в плоском напряженном состоянии, имеются два взаимно перпендикулярных направления, по которым действуют главные нормальные напряжения. Переходя от точки к точке и определяя направления главных нормальных напряжений, можно получить ортогональную сетку, состоящую из двух систем линий, касательные к которым совпадают с направлениями главных нормальных напряжений. Эти линии называют траекториями главных нормальных напряжений.

Под углом 45° к главным нормальным напряжениям σ_1 и σ_3 действуют максимальные касательные напряжения τ_{max} . Переходя от точки к точке можно получить ортогональную сетку, состоящую из двух систем линий скольжения α и β , рис.6.2.

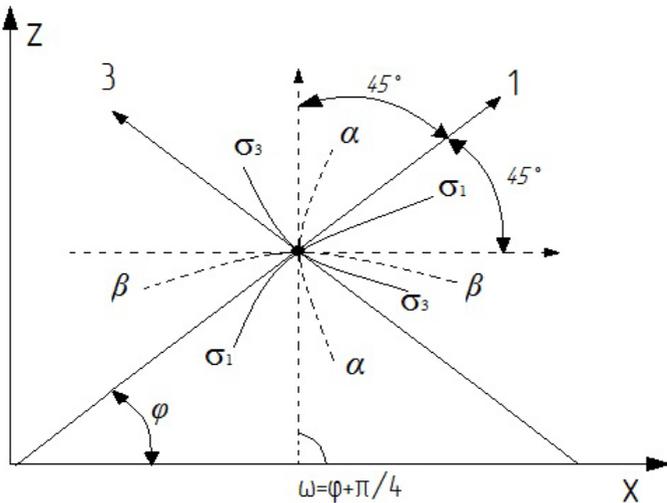


Рис. 6.2. Траектории главных нормальных и максимальных касательных напряжений

Компоненты напряжений в функции от угла φ определяются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_{\text{ср}} + k \cos 2\varphi, \\ \sigma_z = \sigma_{\text{ср}} - k \cos 2\varphi, \\ \tau_{xz} = k \sin 2\varphi. \end{cases}$$

которые тождественно удовлетворяют уравнению пластичности для плоской деформации

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = 4k^2.$$

Здесь $\sigma_{\text{ср}}$ – среднее напряжение

$$\sigma_{\text{ср}} = 0,5(\sigma_x + \sigma_z),$$

k – предел текучести на сдвиг

$$k = 0,5(\sigma_1 - \sigma_3) = \tau_T = \tau_{\text{max}}.$$

По условию пластичности по максимальным касательным напряжениям ($\tau_{\text{max}} = k$) $k = 0,5\sigma_s$. По энергетическому условию пластичности $k = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}}$.

Угол φ – характеризует направление главных нормальных напряжений, а угол ω – направление главных касательных напряжений. Можно записать, что $\varphi = \omega - \frac{\pi}{4}$. Отсюда получим:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_{\text{ср}} + k \sin 2\omega \\ \sigma_z = \sigma_{\text{ср}} - k \sin 2\omega. \\ \tau_{xz} = -k \cos 2\omega \end{cases}$$

Дифференциальные уравнения линий скольжения имеют вид

$$\frac{dz}{dx} = \text{tg}\omega - \text{семейство } \alpha,$$

$$\frac{dz}{dx} = -\text{ctg}\omega - \text{семейство } \beta.$$

Основные свойства линий скольжения:

- Линии скольжения образуют два семейства взаимно перпендикулярных семейства кривых α и β , рис. 6.3.
- Линии скольжения должны быть непрерывными.
- Линии скольжения должны быть ортогональными.

- Линии скольжения должны пересекать направление главных нормальных напряжений под углом $\frac{\pi}{4}$.
- Изменение среднего нормального напряжения $\sigma_{ср}$ при движении вдоль линии скольжения равно произведению угла её поворота ω_{AB} на $2k$, т.е.

$$\sigma_{срA} - \sigma_{срB} = \pm 2k\omega_{AB} = \pm 2k(\omega_B - \omega_A).$$

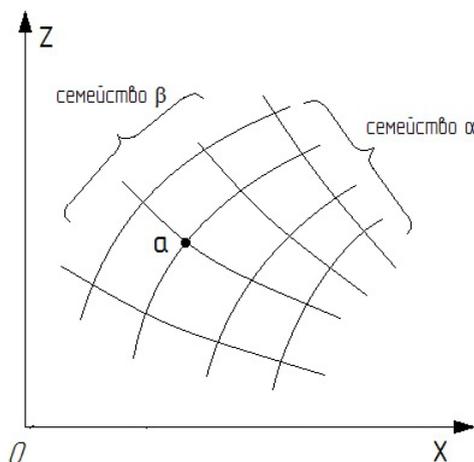


Рис. 6.3. Семейство линий скольжения α и β

- Линии скольжения должны отвечать условиям на контуре.

Из формулы $\tau_{xz} = -k\cos 2\alpha$ следует, что если отсутствует трение на контактной поверхности или на свободной поверхности, то $\cos 2\alpha = 0$, $\alpha = \pm \frac{\pi}{4}$, т.е. линии скольжения пересекают свободную поверхность или контактную поверхность под углом 45° .

При максимальном значении трения $\tau_{xy} = \pm k$.

Тогда $\cos 2\alpha = \pm 1$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} = 90^\circ$, т.е. в этом случае одно семейство характеристик пересекает линию контакта под углом 90° , а для второго семейства линия контакта является общей касательной или огибающей.

В промежуточных случаях трение на поверхности контакта пропорционально нормальному напряжению. При этом линии скольжения пересекают линию контакта под промежуточными углами.

- Угол между касательными к двум линиям скольжения одного семейства в точках их пересечения каждой линии другого семейства остается постоянным.

6.2 Примеры решения задач

Задача №1. Построить поле линий скольжения для начала внедрения плоского гладкого пуансона в пластическое полупространство в условиях плоского деформированного состояния, $\varepsilon_y \cong 0$.

Решение.

Так как контактное трение отсутствует под пуансоном и на свободной поверхности, то линии скольжения подходят к рабочей поверхности пуансона и свободной поверхности металла под углом 45° и образуют два треугольных участка с однородным напряженным состоянием I и II, рис. 6.4. Проведя из точек a и b концентрические окружности и лучи, получим центрированное поле линий скольжений III (Это поле впервые построил Л. Прандтль)

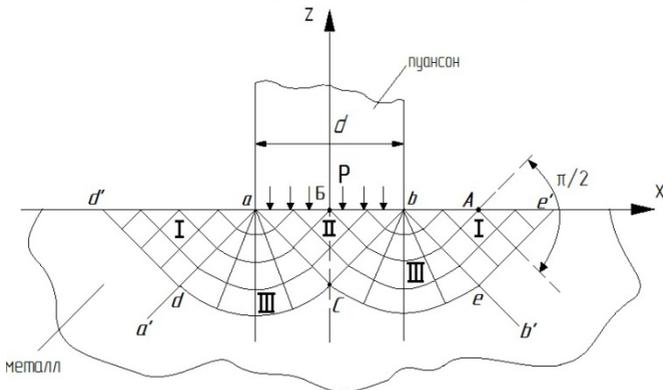


Рис. 6.4. Поле линий скольжения при внедрении пуансона в тело неограниченных размеров

Определим удельное усилие \bar{P} , равномерно распределенное по контактной поверхности пуансона шириной d и длиной l .

На свободной поверхности напряжение в точке А $\sigma_{zA} = 0$, напряжение σ_{xA} – сжимающее и притом главное.

Следовательно, по условию пластичности:

$$0 - \sigma_{xA} = 2k.$$

Откуда

$$\sigma_{xA} = -2k.$$

Среднее напряжение в точке А:

$$\sigma_{срА} = \frac{\sigma_{xA} + \sigma_{zA}}{2} = \frac{-2k + 0}{2} = -k.$$

На основании 5-го свойства линий скольжения (учитывая, что $\sigma_{срА} > \sigma_{срБ}$)

$$\sigma_{срА} - \sigma_{срБ} = 2k\omega_{АБ}.$$

После подстановки значения $\sigma_{срА}$

$$\sigma_{срБ} = -(k + 2k\omega_{АБ}). \quad (6.1)$$

Для точки Б условие пластичности:

$$\sigma_{xB} - \sigma_{zB} = 2k, \quad \sigma_{срБ} = \frac{\sigma_{xB} + \sigma_{zB}}{2}.$$

Исключив из этих уравнений σ_{xB} , получим:

$$\sigma_{срБ} = \sigma_{zB} + k.$$

Подставив значение $\sigma_{срБ}$ в уравнение (6.1), получим:

$$\sigma_{zB} = -2k(1 + \omega_{АБ}).$$

Удельное усилие $p = -\sigma_{zB}$, следовательно

$$p = 2k(1 + \omega_{АБ}).$$

Угол поворота линий скольжения при движении от точек А свободной поверхности к точкам Б, расположенным на торце пуансона:

$$\omega_{АБ} = \frac{\pi}{2}.$$

Тогда удельное усилие осадки:

$$p_{уд} = 2k \left(1 + \frac{\pi}{2} \right).$$

Полное усилие деформирования заготовки:

$$P = p_{уд} F_k = 2k \left(1 + \frac{\pi}{2} \right) dl.$$

6.3 Задачи для самостоятельного решения

6.1 Построить сетку траекторий главных нормальных напряжений и сетку линий скольжения при растяжении плоского образца до пластического состояния.

6.2 Построить сетку линий скольжения и определить нормальные контактные напряжения P без учета сил трения для следующих случаев:

- внедрение плоского пуансона в углубление (рис. 6.5);
- внедрение плоского пуансона в полость (рис. 6.6);
- при сжатии тупого клина (рис. 6.7);
- при частичном внедрении пуансона с круговым сечением в пластическое полупространство (рис. 6.8).

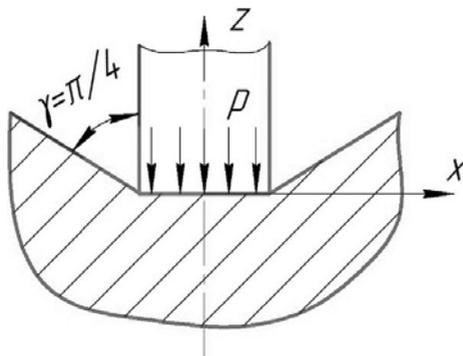


Рис. 6.5. Внедрение плоского пуансона в углубление

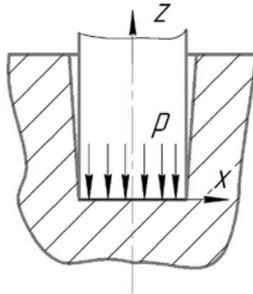


Рис. 6.6. Внедрение плоского пуансона в полость

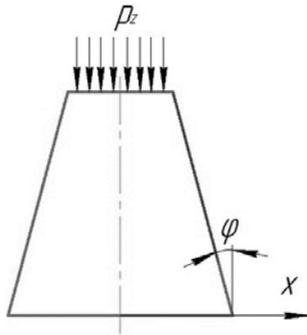


Рис. 6.7. Сжатие тупого клина

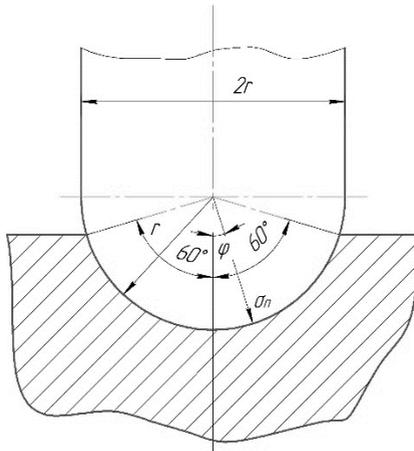


Рис. 6.8. Частичное внедрение пуансона с круговым сечением

6.3 Построить сетку траекторий главных нормальных напряжений с шагом $\theta=15^\circ$ и линий скольжения на одной четвертой части площади поперечного сечения длинномерной толстостенной трубы, находящейся в пластическом состоянии под действием внутреннего давления P .

Указание. Для построения семейства линий скольжения использовать уравнение логарифмической спирали: $\rho = r \cdot \exp A\theta$, $A = \text{ctg}\alpha$. Так как линии скольжения наклонены к траекториям главных нормальных напряжений под углом $\alpha=45^\circ$, то $A = \text{ctg}\alpha = 1$. Следовательно $\rho = r^\theta$.

6.4 По условиям задачи 3 построить эпюры главных нормальных напряжений по толщине стенки длинномерной трубы и найти внутреннее давление P , обеспечивающее переход трубы в пластическое состояние.

6.5 Построить поле линий скольжения при деформации идеально пластического металла без учета сил внешнего трения для следующих случаев:

- а) при протяжки полосы между узкими бойками (рис. 6.9);
- б) при волочении плоской полосы (рис. 6.10).

Указание. Использовать для построения двухцентровую вервную сетку.

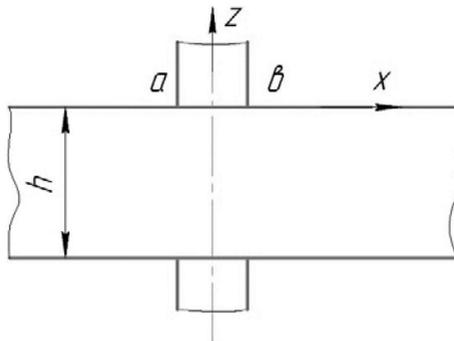


Рис. 6.9. Схема протяжки полосы между узкими бойками

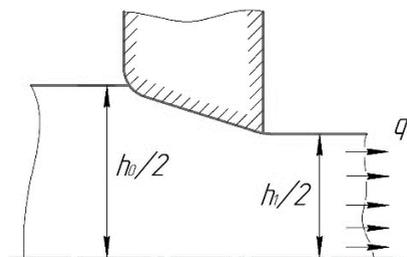


Рис. 6.10. Схема волочения плоской полосы

6.6 Определить разность средних напряжений при переходе из точки А через точку В в точку D и при переходе из точки А через точку С в точку D (рис. 6.11).

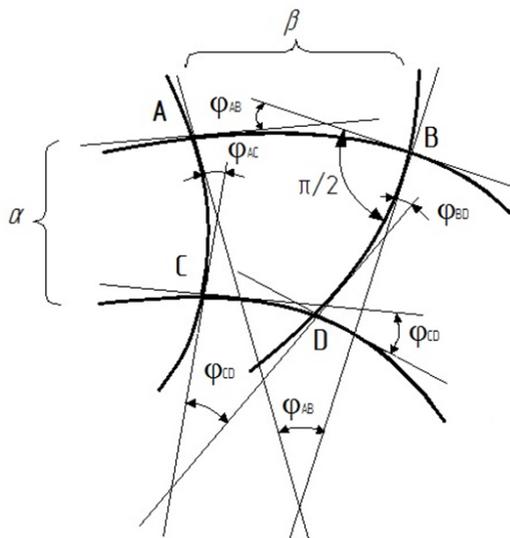


Рис. 6.11. Элемент в сетке линий скольжения

6.7 Доказать, что угол между касательными (рис. 6.11) к двум линиям скольжения одного семейства в точках их пересечения каждой линии другого семейства остается постоянным.

7 МЕТОД СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПЛАСТИЧЕСКИМ ДЕФОРМАЦИЯМ

7.1 Краткие теоретические сведения

Метод сопротивления материалов пластическим деформациям используют для решения задач при больших пластических деформациях. Метод разработан российским ученым Г.А. Смирновым-Аляевым и сокращенно называется как метод СМПД.

Данный метод предполагает, что деформация является монотонной. При монотонной деформации материальное волокно рассматриваемой частицы на данной стадии либо удлиняется, либо укорачивается и остается таковым на последующих стадиях деформации.

Показатель вида напряженного состояния:

$$\vartheta_{\sigma} = \frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} \quad (7.1)$$

равен показателю вида деформированного состояния

$$\vartheta_{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2}}{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}}$$

и постоянен, т.е. $\vartheta_{\sigma} = \vartheta_{\varepsilon} = \text{const.}$

Тогда:

$$\frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} = \text{const.}$$

Если условие монотонности выполняется, то в физических уравнениях теории пластичности, связывающих напряжения и деформации, можно использовать вместо малых деформаций $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ и ε_3 конечные логарифмические деформации

$$\frac{e_1 - e_2}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{e_2 - e_3}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{e_3 - e_1}{\sigma_3 - \sigma_1} = \frac{3 e_i}{2 \sigma_i}, \quad (7.2)$$

где e_i – интенсивность деформаций

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_1 - e_2)^2 + (e_2 - e_3)^2 + (e_3 - e_1)^2},$$

σ_i – интенсивность напряжений

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}.$$

Метод позволяет найти напряжения, если предварительно определены деформации, известно напряжение на границах заготовки или задано среднее напряжение

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}.$$

Для нахождения компонент напряжений используют приближенное условие пластичности

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma_T, \quad (7.3)$$

где β – коэффициент Лодэ

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \vartheta_\sigma^2}}$$

Или уравнение, полученное из формулы (7.1):

$$2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 = \vartheta_\sigma (\sigma_1 - \sigma_3).$$

Таким образом, для определения трех главных напряжений σ_1, σ_2 и σ_3 имеется система из трех линейных уравнений (7.1-7.3), т.е. задача решается.

7.2 Примеры решения задач

Задача №1. Определить напряженно-деформированное состояние на свободной поверхности торца прошиваемой цилиндрической заготовки.

Решение.

На торцевой поверхности цилиндрической заготовки наносят две концентрические круговые риски с диаметром $2R_1$ и $2R_2$, боль-

шими диаметра прошивки $2R_{np}$. После внедрения прошивки они останутся на свободной поверхности заготовки в зоне наплыва с диаметрами $2r_1$ и $2r_2$, рис. 7.1.

Определим в общем виде приближенное значение компонент деформации в зоне, расположенной между двумя рисками.

Окружные деформации по внутренней риске:

$$e_{\theta}^B = \ln \frac{2\pi r_1}{2\pi R_1} = \ln \frac{r_1}{R_1}.$$

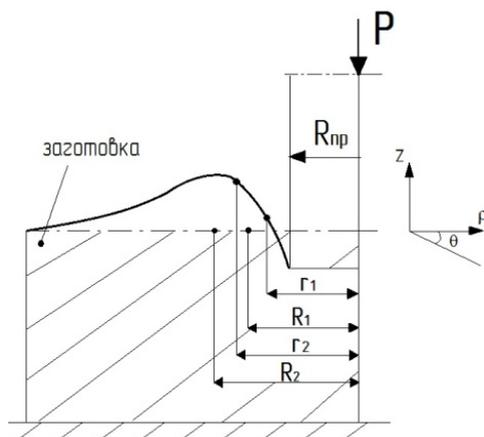


Рис. 7.1. Схема к определению деформаций на поверхности прошиваемой поверхности заготовки

На наружной риске:

$$e_{\theta}^H = \ln \frac{r_2}{R_2}.$$

Среднее значение:

$$e_{\theta}^{cp} = \frac{\varepsilon_{\theta}^B - \varepsilon_{\theta}^H}{2}.$$

Среднее значение радиальной деформации:

$$e_{\rho}^{cp} = \ln \frac{r_2 - r_1}{R_2 - R_1}.$$

Среднее значение осевой деформации e_z^{cp} найдем из условия постоянства объема

$$e_\rho^{\text{cp}} + e_\theta^{\text{cp}} + e_z^{\text{cp}} = 0.$$

Откуда $e_z^{\text{cp}} = -e_\rho^{\text{cp}} - e_\theta^{\text{cp}}$.

Теперь можно найти показатель вида деформированного состояния, принимая логарифмические деформации за главные:

$$\vartheta_e = \frac{2e_2 - e_1 - e_3}{e_1 - e_3}$$

и коэффициент Лодэ β :

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \vartheta_e^2}}.$$

Из физических уравнений (7.2):

$$\frac{\sigma_\rho - \sigma_z}{e_\rho - e_z} = \frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{e_z - e_\theta}.$$

Так как на свободной поверхности $\sigma_z = 0$, т.е. напряженное состояние плоское, то

$$\frac{\sigma_\rho}{e_\rho - e_z} = -\frac{\sigma_\theta}{e_z - e_\theta}. \quad (7.4)$$

Условие пластичности:

$$\sigma_\theta - \sigma_\rho = \beta \sigma_s \quad (7.5)$$

Таким образом, для определения двух напряжений $\sigma_\theta, \sigma_\rho$ получили систему двух уравнений (7.4) и (7.5) с двумя неизвестными, т.е. задача решается.

7.3 Задачи для самостоятельного решения

7.1 Выяснить напряженно-деформированное состояние на свободной поверхности торца прошиваемой заготовки в зоне наплыва в начальный момент времени операции (рис. 7.1), если диаметр круговых рисок до и после начала прошивки будут соответственно $2R_1 = 75$ мм, $2R_2 = 81$ мм, $2r_1 = 67$ мм, $2r_2 = 77$ мм, $\sigma_s = 52$ МПа.

7.2 На поверхности листа толщиной 1 мм из материала ОТ4-1 была нанесена координатная сетка в виде кругов размером $d = 10$ мм. После деформации круг сетки превратился в эллипс с размерами $a=11$ мм, $b=9,6$ мм. Считая, что главные оси совпадают с осями эллипса, определить δ_1 , δ_2 и δ_3 , δ_i , σ_1 и σ_2 , если кривая истинных напряжений аппроксимирована степенной функцией $\sigma_i = k\delta_i^n$, где k и n константы, $n = 0,116$, $k = 944$ МПа.

8 МЕТОД РАБОТ

8.1 Краткие теоретические сведения

Метод работ в основном применяют для определения деформирующего усилия и базируется на законе сохранения энергии. При пластической деформации работа внешних сил A_B равна работе внутренних сил A_D , $A_B = A_D$ или $A_B - A_D = 0$.

Работа внешних сил равна разности работ активных сил A_a и сил внешнего трения $A_{тр}$:

$$A_B = A_a - A_{тр} = A_D \text{ или } A_a = A_D + A_{тр}$$

Работа внутренних сил:

$$A_D = \iiint_V^0 \sigma_i \varepsilon_i dV.$$

Для идеально пластичного металла по энергетическому условию пластичности:

$$\sigma_i = \sigma_s A_D = \sigma_T \iiint_V^0 \varepsilon_i dV$$

Здесь σ_i – интенсивность напряжений в главных осях напряжений:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

где ε_i – интенсивность деформаций в главных осях деформаций

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}$$

Работа сил внешнего трения

$$A_{тр} = \iint_F^0 \sqrt{\tau_{kx}^2 u_x^2 + \tau_{ky}^2 u_y^2 + \tau_{kz}^2 u_z^2} dF,$$

где $\tau_{kx}, \tau_{ky}, \tau_{kz}$ – проекции сил трения на контактных поверхностях заготовки;

u_x, u_y, u_z – проекции вектора перемещения на контактных поверхностях заготовки на координатные оси x, y, z ;

Если трение на контактной поверхности считать постоянным:

$$\tau_k = \tau_{kx} = \tau_{ky} = \tau_{kz} = \text{const},$$

то

$$A_{\text{тр}} = \tau_k \iint_F \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} dF.$$

Тогда работа активных сил:

$$A_a = \iiint_V \sigma_i \varepsilon_i dV + \tau_k \iint_F \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} dF.$$

Работа внешних сил:

$$A_B = \iint_F (Xu_x + Yu_y + Zu_z) dF,$$

где X, Y, Z – проекции сил на оси координат.

8.2 Примеры решения задач

Задача №1. Определить усилие P при осадке цилиндрической заготовки диаметром d и высотой h между шероховатыми параллельными плитами на величину Δh из идеально пластичного материала $\sigma_s = \text{const}$.

Работа внешних сил может быть вычислена по формуле:

$$A_B = P\Delta h,$$

где P – усилие, Δh – перемещение верхнего инструмента.

Работа сил трения:

$$A_{\text{тр}} = - \iint_F^0 \tau_k u_\rho dF ,$$

где u_ρ – радиальное перемещение, τ_k – касательное напряжение на контактной поверхности. Знак « – » в формуле в силу того, что силы трения препятствуют перемещению металла.

Работа сил деформирования для неупрочняемого металла $\sigma_i = \sigma_T$

$$A_{\text{д}} = \sigma_T \iiint_V^0 \varepsilon_i dV = \sigma_T \iiint \varepsilon_i \rho d\rho d\theta dz .$$

Деформации в продольном, окружном и радиальном направлениях для осесимметричной задачи находят по формулам:

$$\varepsilon_z = -\frac{\Delta h}{h} , \quad \varepsilon_\rho = \frac{du_\rho}{d\rho} , \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{\rho} .$$

Воспользуемся условием несжимаемости:

$$\frac{du_\rho}{d\rho} + \frac{u_\rho}{\rho} - \frac{\Delta h}{h} = 0 .$$

Это дифференциальное уравнение имеет решение:

$$u_\rho = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} \rho .$$

Тогда:

$$\varepsilon_\rho = \frac{du_\rho}{d\rho} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} ; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u_\rho}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} ; \quad \varepsilon_z = -\frac{\Delta h}{h} ,$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_\rho - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_\rho)^2} = \pm \frac{\Delta h}{h} .$$

В расчетах надо взять знак « – », поскольку основной деформацией является деформация сжатия.

Работа сил деформирования:

$$A_{\text{д}} = \sigma_s \iiint_V^0 \varepsilon_i dV = -\sigma_s \frac{\Delta h}{h} \int_0^{2\pi} \int_0^{0,5d} \int_0^h \rho d\rho d\theta dz = -\sigma_s \Delta h \frac{\pi d^2}{4} .$$

Работа сил трения на верхнем и нижнем инструментах вычисляется путем интегрирования:

$$A_{\text{тр}} = -2\tau_k \int_0^{2\pi} \int_0^{0,5d} \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} \rho^2 d\rho d\theta = -\frac{\tau_k \Delta h d \pi d^2}{3h} \frac{\pi d^2}{4}.$$

Полная работа внешних сил определяется выражением

$$A_B = P \Delta h = \frac{\sigma_s \Delta h \pi d^2}{4} - \frac{\tau_k \Delta h d \pi d^2}{3h} \frac{\pi d^2}{4}.$$

Окончательно формула для расчета полного усилия осадки имеет вид

$$P = -\frac{\pi d^2}{4} \left(\sigma_s + \frac{\tau_k d}{3h} \right).$$

8.3 Задачи для самостоятельного решения

8.1 Определить удельное давление, необходимое для выдавливания стержневой части поковки через коническую матрицу без калибрующего участка, если касательные напряжения на контактной поверхности постоянны.

Указание.

1. При решении задачи использовать сферическую систему координат.

2. Принять, что смещение частиц в очаге деформации происходит только по радиусам ρ , тогда $u_\varphi = u_\theta = 0$.

3. При интегрировании использовать формулу

$$dV = 2\pi(1 - \cos \gamma) \rho^2 d\rho,$$

где γ – угол конусности матрицы;

dV – элементарный объем.

8.2 Провести анализ поля напряжений при установившемся процессе вытяжки с утонением стенки из неупрочняемого материала. Коэффициенты трения по пуансону и матрицы принять равным между собой.

Указание.

1. Уравнение равенства работ необходимо составлять к бесконечно малым элементам очага деформации.

2. При решении использовать полярную систему координат.

8.3 Определить усилие осадки полосы из идеально пластичного материала $2b$, высотой $2h$ и длиной l значительно превышающей ширину между плоскими плитами, в условиях равномерной деформации и постоянства напряжений трения на контактных поверхностях.

Указание. $u = \int \varepsilon_x dx + c$.

8.4 Определить нормальную силу на пресс-шайбе, необходимую для преодоления сил трения на поверхности конической матрицы при прессовании круглого прутка из круглой заготовки, если скорость движения частиц изменяется по закону

$$V_x = V_n \frac{D_n^2}{D_x^2}, \quad \tau_k = \mu \sigma_s.$$

Указание. Использовать равенство мощностей.

8.5. Определить нормальную силу на пресс-шайбе при прессовании круглого прутка из круглой заготовки, необходимую для преодоления сил трения:

- а) на боковой поверхности контейнера,
- б) на поверхности калибрующего пояска.

8.6 Определить усилие прямого прессования сплошного прутка из неупрочняемого металла диаметром d_1 из круглого контейнера диаметром d_0 через матрицу с углом конусности 2α .

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сторожев, М.В.* Теория обработки металлов давлением / М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
2. *Унксов, Е.П.* Инженерные методы расчета усилий при обработке металлов давлением / Е.П. Унксов. – М.: Изд-во Машгиз, 1955. – 271 с.
3. *Покрасс, И.Б.* Теория обработки металлов давлением / И.Б. Покрасс, Н.Н. Князева. – Ижевск: Изд-во ИжГТУ имени М.Т. Калашникова, 2015. – 404 с.
4. *Громов, Н.П.* Теория обработки металлов давлением / Н.П. Громов. – М.: Metallurgy, 1967. – 340 с.
5. *Степанский, Л.Г.* Расчеты процессов обработки металлов давлением / Л.Г. Степанский. – М.: Машиностроение, 1979. – 215 с.
6. *Губкин, С.И.* Теория обработки металлов давлением / С.И. Губкин. – М.: Metallurgizdat, 1947. – 352 с.
7. *Мастеров, В.А.* Теория пластической деформации и обработки металлов давлением / В.А. Мастеров, В.С. Березовский. – М.: Metallurgy, 1976. – 352 с.
8. *Смирнов, В.С.* Теория обработки металлов давлением / В.С. Смирнов. – М.: Metallurgy, 1973. – 496 с.
9. *Смирнов, В.С.* Сборник задач по обработке металлов давлением / В.С. Смирнов. – М.: Metallurgy, 1973. – 191 с.
10. *Томленов, А.Д.* Теория пластического деформирования металлов / А.Д. Томленов. – М.: Metallurgy, 1972. – 408 с.
11. *Гун, Г.Я.* Теоретические основы обработки металлов давлением / Г.Я. Гун. – М.: Metallurgy, 1980. – 456 с.
12. *Смирнов-Аляев, Г.А.* Механические основы пластической обработки металлов / Г.А. Смирнов-Аляев. – М.: Машиностроение, 1968. – 272 с.

13. *Чертавских, А.К.* Трение и технологическая смазка при обработке металлов давлением / А.К. Чертавских, В.К. Белосевич. – М.: Металлургия, 1968. – 364 с.
14. *Смирнов-Аляев, Г.А.* Экспериментальные исследования в обработке металлов давлением / Г.А. Смирнов-Аляев, В.П. Чикидовский. – Л.: Машиностроение, 1972. – 360 с.
15. *Гречников, Ф.В.* Деформирование анизотропных материалов / Ф.В. Гречников. – М.: Машиностроение, 1998. – 448 с.
16. *Чиченев, Н.А.* Методы исследования процессов обработки металлов давлением / Н.А. Чиченев, А.Б. Кудрин, П.И. Полухин. – М.: Металлургия, 1977. – 311 с.
17. *Смирнов-Аляев, Г.А.* Сопротивление материалов пластическому деформированию / Г.А. Смирнов-Аляев. – Л.: Машиностроение, 1978. – 368 с.
18. *Кириллов, П.Г.* Теория обработки металлов давлением / П.Г. Кириллов. – М.: Высшая школа, 1965. – 296 с.
19. *Кучеряев, Б.В.* Механика сплошных сред (Теоретические основы обработки давлением композиционных материалов) / Б.В. Кучеряев. – М.: МИСИС, 2000. – 320 с.
20. *Богатов, А.А.* Механические свойства и моделирование разрушения материала / А.А. Богатов. – Екатеринбург.: ГОУВПО УГТУ-УПИ, 2002. – 329 с.
21. *Томсен, Э.* Механика пластических деформаций при обработке металлов / Э. Томсен, Ч. Янг, Ш. Кобаяши. – М.: Машиностроение, 1968. – 504 с.
22. *Шевченко, К.Н.* Основы математических методов в теории обработки металлов давлением. – М.: Высш.шк., 1970. – 351 с.
23. *Северденко, В.П.* Теория обработки металлов давлением / В.П. Северденко. – Минск: Высш.шк., 1966. – 223 с.
24. *Аркулис, Г.Э.* Теория пластичности / Г.Э. Аркулис, В.Г. Дорогобид. – М.: Металлургия, 1987. – 352 с.

25. *Малинин, Н.Н.* Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

26. Ковка и штамповка. Справочник. / ред. совет: Е.И. Семенов (пред.) [и др.]. – В 4-х т. – Т.1. Металлы и нагрев. Оборудование. Ковка / под ред. Е.И. Семенова. – Москва: Машиностроение, 1985. – 568 с.

27. *Манасевич, А.Д.* Физические основы напряженного состояния и прочность металлов / А.Д. Манасевич. – М.: Машгиз, 1962. – 200 с.

28. *Унксов Е.П.* Инженерные методы расчета усилий при обработке металлов давлением / Е.П. Унксов. – М.: Машгиз, 1955. – 280 с.

29. *Тихонов, А.С.* Элементы физико-химической теории деформируемости сплавов / А.С. Тихонов. – М.: Наука, 1972. – 158 с.

30. Теория пластических деформаций металлов / Е.П. Унксов, У. Джонсон, В.Л. Колмогоров [и др.]; под ред. Е.П. Унксова, А.Г. Овчинникова – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Единицы Международной системы СИ в задачах по обработке металлов давлением

Наиболее часто встречающиеся в обработке металлов давлением единицы Международной системы, установленные Государственным стандартом России, приведены в табл. П1.

Таблица П1

Наименование величины	Единица измерения	Сокращенное обозначение единиц измерения
Длина	метр	м
Масса	килограмм	кг
Время	секунда	с
Скорость	метр на секунду	м/с
Площадь	метр в квадрате	м ²
Объем	метр в кубе	м ³
Плотность	килограмм на метр в кубе	кг/м ³
Сила	ньютон	Н
Напряжение	паскаль	Па
Удельное давление	паскаль	Па
Работа и энергия	джоуль	Дж

Пример перевода единиц в систему «СИ»

$$1 \text{ кг} = 10 \text{ Н}$$

$$1 \text{ т} = 1 \cdot 10^3 \text{ кг} = 10 \text{ кН}$$

$$1 \text{ кН} = 1 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$1 \text{ МН} = 1 \cdot 10^6 \text{ Н}$$

$$1 \frac{\text{кг}}{\text{мм}^2} = 10 \text{ МПа}$$

$$1 \text{ МПа} = 1 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$$

$$1 \text{ мм} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$1 \text{ мм}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$1 \text{ мм}^3 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3$$

В табл. П2 приведены обозначения приставок к единицам измерения.

Таблица П2

Приставки	Сокращенное обозначение	Множитель
Тера	Т	10^{12}
Гига	Г	10^9
Мега	М	10^6
Кило	к	10^3
Гекто	г	10^2
Дека	да	10^1
Деци	д	$10^{(-1)}$
Санتي	с	$10^{(-2)}$
Милли	м	$10^{(-3)}$
Микро	мк	$10^{(-6)}$
Нано	н	$10^{(-9)}$
Пико	п	$10^{(-12)}$

Учебное издание

Каргин Владимир Родионович
Нестеренко Елена Сергеевна

**ТЕОРИЯ ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ
В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**

Учебное пособие

Редактор И.И. Спиридонова
Компьютерная верстка И.И. Спиридоновой

Подписано в печать 10.08.2020. Формат 60×84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 7,0.

Тираж 25 экз. Заказ . Арт. – 11(Р1У)/2020.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Изд-во Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

