

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С.С. СТАФЕЕВ, В.В. КОТЛЯР

ПОТОКИ ЭНЕРГИИ И ИНТЕНСИВНОСТЬ В ОСТРОСФОКУСИРОВАННЫХ ВЕКТОРНЫХ ПУЧКАХ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

САМАРА
Издательство Самарского университета
2024

УДК 535(075)

ББК В343я7

С784

Рецензенты: канд. физ.-мат. наук, доц. Ю. В. Желнов,
д-р физ.-мат. наук, проф. И. А. Братченко

Стафеев, Сергей Сергеевич

С784 **Потоки энергии и интенсивность в остросфокусированных векторных пучках:** учебное пособие / С.С. Стафеев, В.В. Котляр. – Самара: Издательство Самарского университета, 2024. – 92 с.

ISBN 978-5-7883-2040-3

Учебное пособие организовано в виде набора глав, посвященных исследованию фокусировки света определенной поляризации: однородной или неоднородной. Результаты, изложенные в данном пособии, используются в рамках лабораторных работ по курсу «Инструментальные средства решения научных задач».

Дисциплина входит в раздел технических дисциплин по направлению 01.03.02 Прикладная математика и информатика. Подготовлено на кафедре технической кибернетики.

УДК 535(075)

ББК В343я7

ISBN 978-5-7883-2040-3

© Самарский университет, 2024

Оглавление

Введение.....	4
1. Уравнения Ричардса-Вольфа.....	7
2. Фокусировка линейно-поляризованного света.....	11
3. Фокусировка света с круговой поляризацией.....	15
4. Радиально-поляризованный свет	18
5. Азимутально-поляризованный свет.....	22
6. Векторные пучки, не содержащие продольной компоненты электрического поля.....	23
7. Азимутально-поляризованные вихри – наименьшее фокусное пятно по интенсивности и по потоку энергии	32
8. Цилиндрические векторные пучки высоких порядков. Обратный поток энергии	39
9. Острая фокусировка оптических вихрей.....	47
10. Спиновый и орбитальный потоки энергии. Объяснение эффекта обратного потока энергии	56
11. Острая фокусировка оптических вихрей с цилиндрической векторной поляризацией	63
12. Фокусировка света гибридной циркулярно-азимутальной поляризации	73
Заключение.....	85
Список литературы.....	86

Введение

При решении различных задач в оптике традиционно выделяют три приближения: приближение геометрической оптики, скалярное и векторное. Можно сказать, что эти приближения вытекают из исторического роста знаний о природе света. Первое приближение – приближение геометрической оптики, предполагающее, что размеры взаимодействующих со светом объектов намного превышают длину волны света, было известно еще в античности. Второе приближение – приближение скалярной оптики, развилось из необходимости учитывать волновой характер света. Такая необходимость возникает, например, когда взаимодействующие со светом объекты: экраны, линзы, дифракционные оптические элементы имеют размеры, сопоставимые с длиной волны проходящего через них света, но при этом расстояния, проходимые светом, велики настолько, что можно не учитывать его векторную природу. Наконец, необходимость в третьем приближении – векторном, возникает при рассмотрении поведения света вблизи поверхностей раздела двух сред или же при рассмотрении поведения световой волны, сконцентрированной в субволновой области.

К последнему случаю можно отнести острую фокусировку лазерного излучения – т.е. такую фокусировку света, при которой векторный характер светового поля в области фокуса не может быть игнорирован. Подобные векторные эффекты проявляются исключительно при фокусировке линзами с высокой числовой апертурой (обычно в литературе рассматриваются линзы с числовой апертурой больше или равной 0,95). Фундаментальной работой, учитывающей векторные эффекты в фокусе, является статья Ричардса и Вольфа 1959 года [1], в которой были выведены формулы, описывающие поведение отдельных компонент электрического и магнитного поля для линейной и кру-

говой поляризации. Большая часть статей по острой фокусировке света основана именно на использовании формул Ричардса-Вольфа.

Острая фокусировка лазерного излучения находит свое применение во многих отраслях науки, таких как оптическая литография, микроскопия, оптические системы памяти и т.д.

Перед тем, как перейти к подробному рассмотрению поведения света, локализованного в субволновой области, следует отметить, что взрывной рост интереса исследователей к проблеме острой фокусировки оказался связан с возможностью получения пучков с пространственно неоднородным распределением поляризации [2]. В каждой точке поперечного сечения такого пучка поляризация имеет все тот же известный характер – линейная, эллиптическая или круговая, однако при переходе от точки к точке он будет меняться. Например, может поменяться направление линейной поляризации или направление вращения круговой поляризации. Причина же интереса к неоднородной поляризации в задачах острой фокусировки объясняется большим разнообразием форм фокусных пятен, которые можно с ее помощью получать, в частности, удалось зафиксировать фокусные пятна с размерами меньше скалярного дифракционного предела [3], фокусы с большой глубиной [4, 5], световые туннели [6, 7], цепочки фокусов [8–10], фокусы с плоской вершиной [11, 12] и т.д.

Наиболее изученными из пространственно-неоднородных пучков в настоящий момент являются пучки, в которых поляризация линейна и направлена от центра пучка вдоль его радиуса (рис. 1а). Данные пучки носят название радиально-поляризованных пучков [3]. В случае противоположной ситуации – когда направление линейной поляризации перпендикулярно радиусу, поляризация носит название азимутальной (рис. 1б).

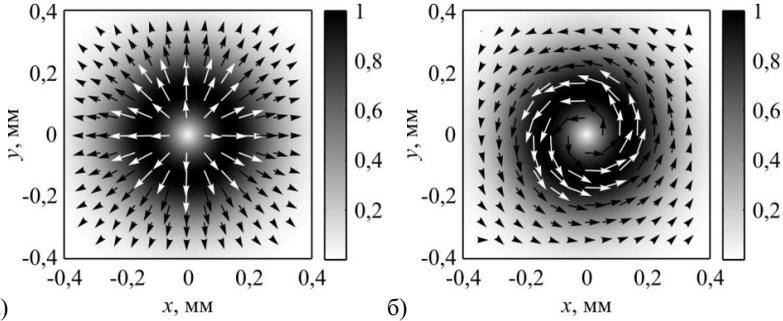


Рис. 1. Распределение интенсивности и мгновенное направление поляризации в (а) радиально-поляризованном и (б) азимутально-поляризованном пучке

Из рис. 1 видно, что у пространственно неоднородных пучков направление поляризации в центре пучка не определено, поэтому другое название таких пучков – пучки с поляризационной сингулярностью [13]. Конкретно данная сингулярность именуется V-точкой сингулярности, т.е. точкой, в которой не определено направление линейной поляризации. Другие возможные неопределенности поляризации – L-точки и C-точки в зависимости от того, какой параметр поляризации не определен. Если возникает неопределенность направления вращения эллиптической поляризации (правая или левая), точка именуется L-точкой. Если возникает неопределенность направления оси эллипса, точка именуется C-точкой.

Поляризация в поперечном сечении радиально (рис. 1а) или азимутально (рис. 1б) поляризованного света совершает один оборот при изменении азимутального угла от 0 до 2π . Однако ранее изучались и такие пучки, в которых направление поляризации совершает несколько оборотов. Эти пучки в литературе получили название цилиндрических векторных пучков высших порядков. Например, в статье [14] рассматривалась фокусировка радиально-поляризованных пучков высоких порядков вида $\mathbf{g}_l(\varphi) = \cos l\varphi \mathbf{i} + \sin l\varphi \mathbf{j}$, где l – порядок пучка, \mathbf{i} , \mathbf{j} – орты в декартовой системе координат, выбранной таким образом, что орт \mathbf{k} совпадает с осью симметрии пучка. Распространение мод высших порядков со смещенным центром рас-

сма тривалось численно с помощью преобразования Френеля в [15]. В [16] также численно с помощью преобразования Френеля исследовалась дифракция мод высших порядков на отверстии в форме щели. Экспериментально такие пучки были получены с помощью пространственных модуляторов света [17, 18] и элементов, рассчитанных на основе фазы Панчаратнама-Берри [19].

Гораздо раньше изучения пучков с поляризационной сингулярностью в оптике изучались пучки с фазовой сингулярностью – оптические вихри [20]. Объединение двух этих типов пучков – с фазовой и поляризационной сингулярностью, порождает новый класс пучков – гибридные векторные пучки. При этом может меняться как фаза волнового фронта пучка – тогда можно получать пучки, обладающие одновременно сингулярностью фазы и поляризации [21, 22], так и разница фаз между компонентами вектора напряженности электрического поля в разложении по базису декартовой или цилиндрической системы координат, ось z которой направлена вдоль оси распространения пучка – тогда в сечении полученных пучков будет происходить изменение поляризации с линейной на круговую и обратно [23–25].

В данном учебном пособии с помощью решения интеграла Ричардса-Вольфа будет рассмотрена острая фокусировка пучков с неоднородным распределением поляризации и фазы: радиально- и азимутально-поляризованных пучков, оптических вихрей, гибридных векторных пучков.

1. Уравнения Ричардса-Вольфа

Прохождение света через линзы с малой числовой апертурой описывается в рамках скалярного приближения в оптике. Однако скалярное приближение не применимо для описания распределения светового поля в фокусе широкоапертурной линзы, когда поляризационные эффекты в сфокусированном пучке слишком велики, чтобы ими можно было пренебречь. Теория, учитывающая поляризационные эффекты в фокальной плоскости, была предложена

Ричардсом и Вольфом для линейно-поляризованного света в 1959 году [1]. Уравнения Ричардса-Вольфа позволяют вычислить распределение отдельных составляющих вектора напряженности электрической компоненты светового поля в координатах выходного зрачка. Данные уравнения применяются для расчета распределения интенсивности света в фокусе широкоапертурных объективов, параболических зеркал и плоских дифракционных линз.

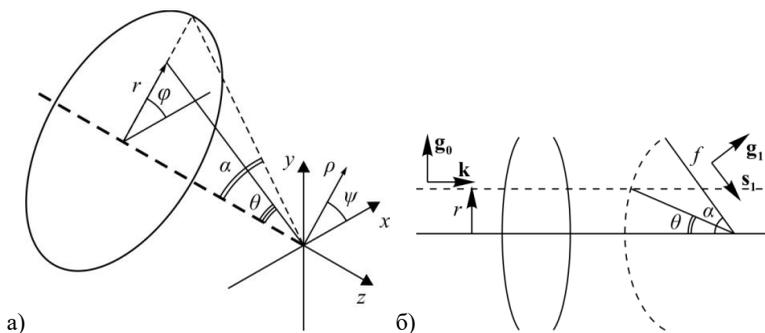


Рис. 2. Геометрия рассматриваемой задачи (а) и схема, поясняющая преобразование координат входного зрачка в координаты выходного зрачка (б)

Согласно векторной теории Дебая поле вблизи фокуса может быть рассчитано с использованием уравнения [1, 26]:

$$\mathbf{E} = -\frac{ikf}{2\pi} \int_{\Omega} \mathbf{E}_1 e^{ik(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{r})} d\Omega, \quad (1)$$

где f – фокусное расстояние линзы, k – волновое число, компоненты вектора \mathbf{s} в координатах выходного зрачка (рис. 2а) имеют вид:

$$\begin{cases} s_x = \sin \theta \cos \varphi, \\ s_y = \sin \theta \sin \varphi, \\ s_z = \cos \theta. \end{cases} \quad (2)$$

\mathbf{E}_1 – фокусируемое поле в координатах выходного зрачка. Для того, чтобы его найти, будем считать, что в плоскости входного зрачка поле может быть записано в виде (рис. 2б):

$$\mathbf{E}_0 = I_0(r) \left(e_r^0 \mathbf{g}_0 + e_\varphi^0 [\mathbf{g}_0 \times \mathbf{k}] \right), \quad (3)$$

где $l_0(r)$ – распределение амплитуды фокусируемого поля в плоскости входного зрачка (будем считать, что оно не зависит от азимутальной координаты). В плоскости выходного зрачка аналогично:

$$\mathbf{E}_1 = l_0(r)(e_r^0 \mathbf{g}_1 + e_\varphi^0 [\mathbf{g}_1 \times \mathbf{s}]). \quad (4)$$

Найдем связь между $l_0(r)$ и $l_0(\theta)$ из соображений сохранения энергии в кольце толщиной dr и радиусом r (рис. 2б):

$$[l_0(r)]^2 \delta S_1 = [l_0(\theta)]^2 \delta S_2, \quad (5)$$

где

$$\delta S_1 = \int_0^{2\pi} (rdr) d\varphi = 2\pi r dr, \quad (6)$$

$$\delta S_2 = \int_0^{2\pi} (f^2 \sin \theta d\theta) d\varphi = 2\pi f^2 \sin \theta d\theta.$$

Тогда

$$l_0(r) = l_0(\theta) \sqrt{\frac{f^2 \sin \theta d\theta}{rdr}} \quad (7)$$

функция $g(\theta) = \frac{r}{f}$ носит название функции проекции луча, с ее помощью уравнение выше переписется в виде:

$$l_0(r) = l_0(\theta) \sqrt{\frac{g(\theta)g'(\theta)}{\sin \theta}} = l_0(\theta)T(\theta), \quad (8)$$

где $T(\theta)$ – функция аподизации линзы.

Функция проекции луча и, как следствие, функция аподизации зависят от используемого при фокусировке объектива. Наиболее распространенным объективом является апланатический объектив. Для него функция проекции луча имеет вид $g(\theta) = \sin \theta$ (условие $r=f \sin \theta$ также называют «условием синуса»), а функция аподизации имеет вид [27]:

$$T(\theta) = \sqrt{\cos \theta}. \quad (9)$$

Отметим, что апланатические объективы с числовой апертурой 0,95 являются коммерчески доступными и часто в статьях проводятся исследования именно для данного значения числовой апертуры.

Помимо апланатического объектива существуют и другие линзы, например плоские дифракционные линзы, для которых функция проекции луча и функция аподизации имеют вид [28]:

$$\begin{aligned} g(\theta) &= \operatorname{tg} \theta \\ T(\theta) &= (\cos \theta)^{-\frac{3}{2}} \end{aligned} \quad (10)$$

Вернемся к решению уравнения (1), которое будем искать в цилиндрической системе координат (рис. 2а):

$$\begin{cases} x = \rho \cos \psi \\ y = \rho \sin \psi \\ z = z \end{cases} \quad (11)$$

Подэкспоненциальное выражение в (1) запишется в таком случае, как $ik(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{r}) = ik[z \cos \theta + \rho \sin \theta \cos(\phi - \psi)]$, а уравнение (1) переписывается в виде [29, 30]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\rho, \psi, z) &= -\frac{if}{\lambda} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} l(\theta) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \phi) \times \\ &\times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\phi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\phi \end{aligned} \quad (12)$$

где $\mathbf{P}(\theta, \phi)$ – матрица поляризации, которая имеет вид [29, 30]:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\theta, \phi) &= \begin{bmatrix} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos \theta & \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) \\ \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) & \cos^2 \phi + \sin^2 \phi \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \phi & -\sin \theta \sin \phi \end{bmatrix} \times \\ &\times \begin{bmatrix} a(\theta, \phi) \\ b(\theta, \phi) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

где $a(\theta, \phi)$ и $b(\theta, \phi)$ – функции поляризации для x - и y -компоненты падающего пучка.

2. Фокусировка линейно-поляризованного света

Изучение поведения света в остром фокусе начнем с хорошо известных состояний поляризации: линейной и круговой [31]. Данные поляризации носят названия однородной поляризации, так как в каждой точке сечения фокусируемого пучка поляризация будет одинаковой. Промежуточное состояние – эллиптическая поляризация рассматриваться не будет. При фокусировке света с линейной поляризацией распределение напряженности электрического поля фокусируемого света не зависит от азимутального угла ϕ ($I(\theta, \phi) = I(\theta)$): $a = 1$, $b = 0$ (будем считать, что свет линейно поляризован вдоль оси x), тогда:

$$\mathbf{P}(\theta, \phi) = \begin{bmatrix} \sin^2 \phi + \cos^2 \phi \cos \theta \\ \sin \phi \cos \phi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \phi \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Теперь можно выполнить интегрирование по азимутальному углу в уравнении (12) с помощью справочного интеграла:

$$\int_0^{2\pi} e^{it \cos(\psi - \phi)} e^{in\psi} d\psi = 2\pi i^n e^{in\phi} J_n(t), \quad (15)$$

где $J_m(x)$ – функция Бесселя первого рода порядка m .

Тогда для линейно-поляризованного вдоль оси x света уравнения Ричардса-Вольфа примут следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} E_x(r, z, \psi) = & -iA \cos 2\psi \int_0^\alpha I(\theta) T(\theta) \sin \theta (1 - \cos \theta) \times \\ & \times \exp\{ikz \cos \theta\} J_2(kr \sin \theta) d\theta - \\ & - iA \int_0^\alpha I(\theta) T(\theta) \sin \theta (1 + \cos \theta) \times \\ & \times \exp\{ikz \cos \theta\} J_0(kr \sin \theta) d\theta, \end{aligned} \quad (16)$$

$$E_y(r, z, \psi) = -iA \sin 2\psi \int_0^\alpha l(\theta) T(\theta) \sin \theta (1 - \cos \theta) \exp\{ikz \cos \theta\} J_2(kr \sin \theta) d\theta, \quad (17)$$

$$E_z(r, z, \psi) = -2A \cos \psi \int_0^\alpha l(\theta) T(\theta) \sin^2 \theta \exp\{ikz \cos \theta\} J_1(kr \sin \theta) d\theta, \quad (18)$$

где A – константа.

На рис. 3 показан пример распределения интенсивности в фокусе апланатического объектива при фокусировке линейно-поляризованной плоской волны ($l(\theta) = 1$), полученный при использовании уравнений (16–18).

Отметим, что под интенсивностью в данной работе будет подразумеваться следующая величина:

$$I = I_x + I_y + I_z = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = E_x E_x^* + E_y E_y^* + E_z E_z^*. \quad (19)$$

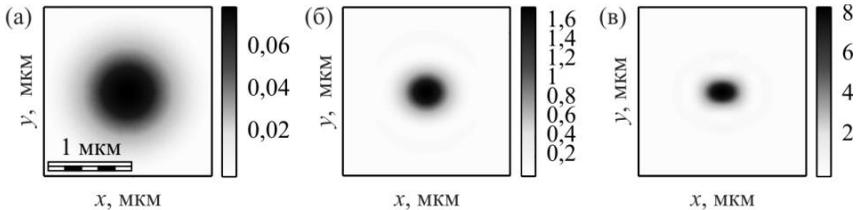


Рис. 3. Распределение интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$ в фокальной плоскости при фокусировке линейно-поляризованной вдоль оси x плоской волны апланатическим объективом с числовой апертурой NA, равной (а) 0,3, (б) 0,65, (в) 0,95

Из рис. 3 видно, что при увеличении числовой апертуры фокусирующей линзы одновременно с уменьшением размеров фокусного пятна происходит рост его эллиптичности.

На рис. 4 показан вклад отдельных составляющих интенсивности в распределение в фокусе при фокусировке апланатическим объективом с числовой апертурой $NA = 0,95$.

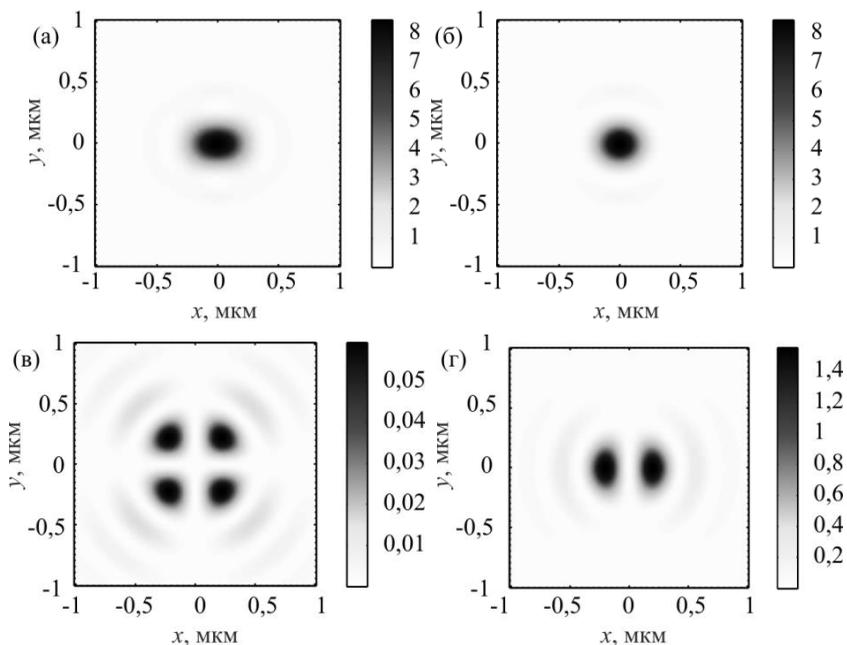


Рис. 4. Распределение (а) интенсивности и отдельных составляющих интенсивности (б) $|E_x|^2$, (в) $|E_y|^2$ и (г) $|E_z|^2$ при фокусировке линейно-поляризованной вдоль оси x плоской волны апланатическим объективом с числовой апертурой $NA = 0,95$

Как видно из рис. 4, наибольший вклад в формирование фокусного пятна вносит составляющая E_x , т.е. та компонента, которая изначально присутствовала в фокусируемом свете. Меньший вклад вносит продольная составляющая E_z . При этом распределение составляющей E_z имеет вид двух пиков, расположенных вдоль направления поляризации фокусируемого света – оси x . Рис. 5 объясняет механизм формирования именно такой картины распределения продольной составляющей интенсивности.

Как видно из рис. 5, в пучке, прошедшем линзу, появляется продольная составляющая напряженности E_z , при этом

на оптической оси линзы (рис. 5а) продольные составляющие, пришедшие в фокус сверху и снизу, компенсируют друг друга, в то время как при удалении от оптической оси (рис. 5б) в фокусе появляется нескомпенсированная продольная составляющая интенсивности (рис. 4г). Стоит отметить также, что в плоскости, перпендикулярной направлению поляризации фокусируемого излучения, продольной составляющей не возникает.

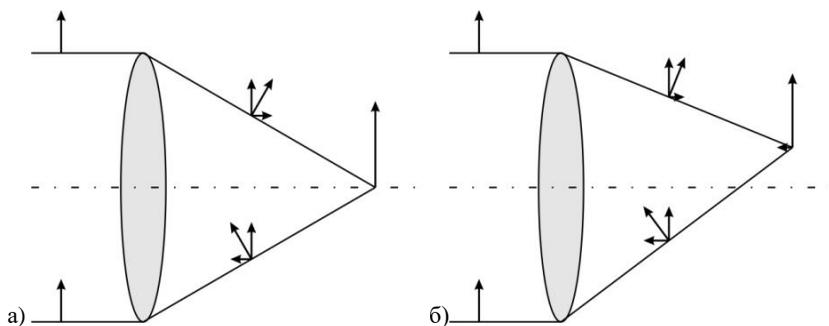


Рис. 5. Схема, объясняющая (а) отсутствие на оптической оси и (б) наличие при удалении от оптической оси продольной составляющей интенсивности в фокусном пятне в плоскости, параллельной направлению поляризации фокусируемого линейно-поляризованного света

Отметим также, что продольная компонента вектора Пойнтинга демонстрирует в фокусе другое поведение – фокусное пятно по потоку энергии получается круглым (рис. 6). Хотя в скалярном приближении эти величины совпадают. Под вектором Пойнтинга в данной работе подразумевается величина:

$$\mathbf{S}=[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*], \quad (20)$$

где \mathbf{H} – напряженность магнитного поля. Напряженность магнитного поля в фокусе может быть вычислена по той же формуле (12).

Отметим здесь, что поперечные компоненты вектора Пойнтинга для линейной поляризации непосредственно в плоскости фокуса равны нулю.

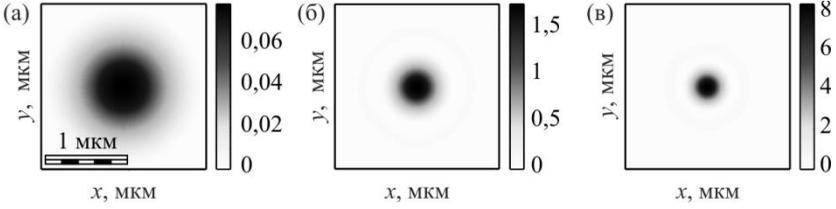


Рис. 6. Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокальной плоскости при фокусировке линейно-поляризованной вдоль оси x плоской волны апланатическим объективом с числовой апертурой NA, равной (а) 0,3, (б) 0,65, (г) 0,95

3. Фокусировка света с круговой поляризацией

Вторым случаем однородной поляризации является круговая поляризация. Для нее вектора Джонса напряженности электрического и магнитного полей имеют вид:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix}, \quad (21)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\sigma i \\ 1 \end{pmatrix},$$

где $\sigma = \pm 1$ показывает направление вращения поляризации: при $\sigma = 1$ – правая поляризация, а при $\sigma = -1$ – левая поляризация, следуя [32]. С учетом (21) уравнение (12) примет вид:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= -i(I_0 + \gamma_+ I_2 e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_y(r, \varphi, z) &= \sigma I_0 - \gamma_+ I_2 e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{-2} e^{-2i\varphi}, \\ E_z(r, \varphi, z) &= -2(\gamma_+ I_1 e^{i\varphi} - \gamma_- I_{-1} e^{-i\varphi}), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} I_0 &= B \int_0^a l(\theta) \sin \theta \cos^{1/2} \theta e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_0(x) d\theta, \\ I_{1,\pm 1} &= B \int_0^a l(\theta) \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta e^{ikz \cos \theta} J_{\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,\pm 2} &= B \int_0^a l(\theta) \sin \theta \cos^{1/2} \theta e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_{\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (23)$$

где $B = kf/2$, $\alpha = \arcsin(NA)$, $x = krsin\theta$, $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$, $J_n(x)$ – функция Бесселя, k – волновое число света, f – фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой NA .

В данном случае при фокусировке распределение интенсивности имеет радиально-симметричный вид (также как и распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга). Для примера на рис. 7 показано распределение и интенсивности и ее отдельных составляющих при фокусировке плоской волны с круговой поляризацией и длиной волны 532 нм апланатическим объективом с числовой апертурой $NA=0,95$. Из рисунка видно, что распределение интенсивности имеет радиально симметричный вид, при этом продольная компонента уширяет фокусное пятно (рис. 7з).

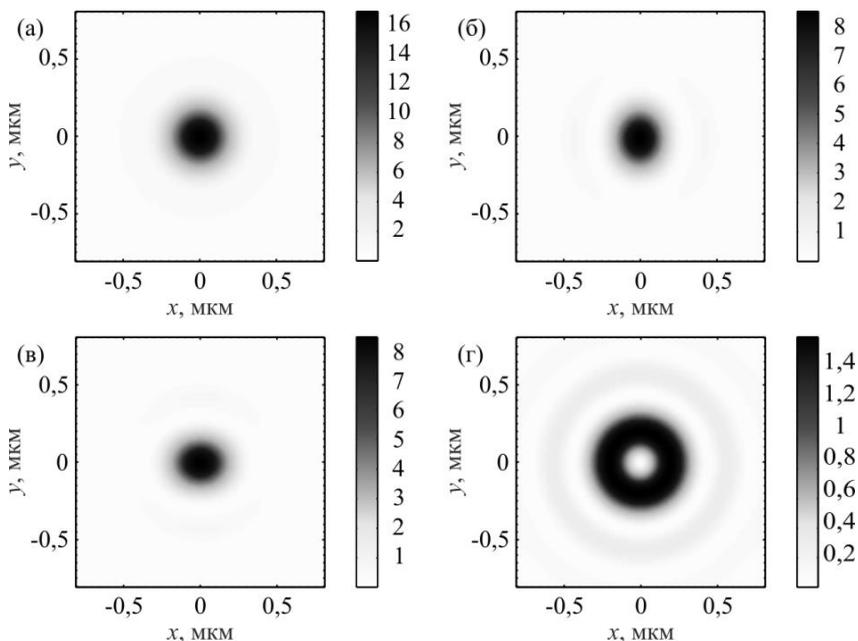


Рис. 7. Распределение интенсивности I (а) и ее отдельных составляющих I_x (б), I_y (в), I_z (г) при фокусировке света с круговой поляризацией

На рис. 8 показано распределение компонент вектора Пойнтинга. В отличие от фокусировки света с линейной поляризацией в плоскости фокуса поперечные компоненты вектора Пойнтинга ненулевые – поток энергии в фокусе вращается (рис. 8г).

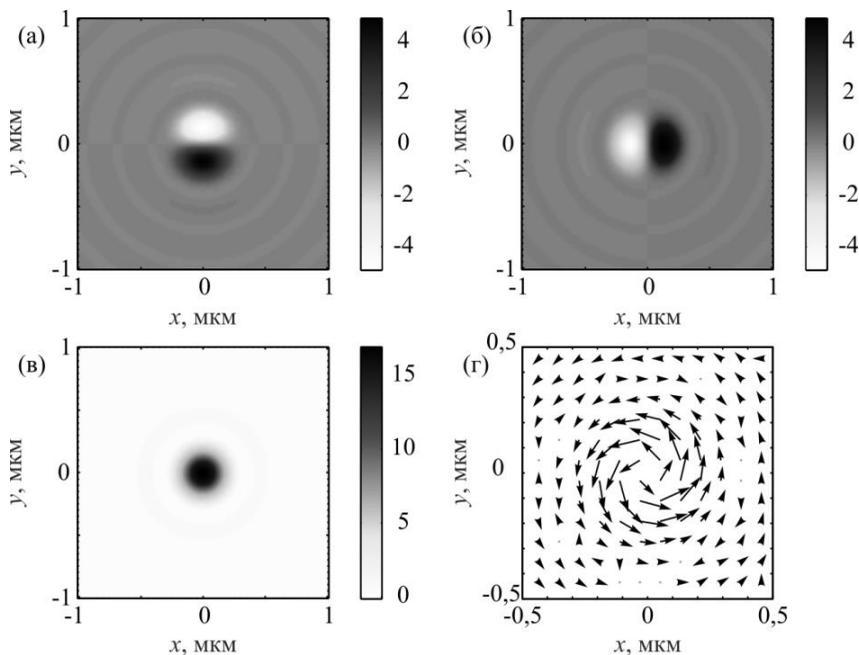


Рис. 8. Распределение компонент вектора Пойнтинга S_x (а), S_y (б), S_z (в) и направление вращения поперечного потока энергии $S_x\mathbf{i}+S_y\mathbf{j}$ в плоскости фокуса $z=0$ для света с круговой поляризацией $\mathbf{E}_{in}=(1, i)^T$

Смена направления вращения поляризации не приводит к изменению распределения интенсивности в фокусе, однако меняет направление вращения поперечного потока энергии (рис. 9).

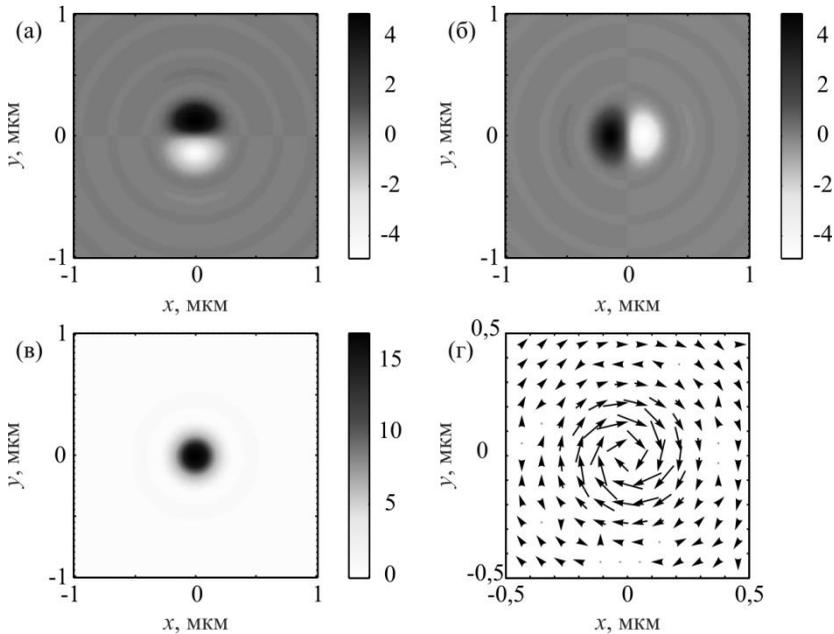


Рис. 9. Распределение компонент вектора Пойнтинга S_x (а), S_y (б), S_z (в) и направление вращения поперечного потока энергии $S_x \hat{i} + S_y \hat{j}$ в плоскости фокуса $z=0$ для света с круговой поляризацией $\mathbf{E}_{in}=(1, -i)^T$

4. Радиально-поляризованный свет

Как уже было отмечено выше, в последние годы возрос интерес к изучению поляризационно неоднородных пучков. Наиболее изученной является радиальная поляризация [2]. При острой фокусировке радиально-поляризованного света, во-первых, наблюдается круглое фокусное пятно, а во-вторых, перераспределение энергии между компонентами напряженности электрического поля происходит таким образом, что наибольший вклад в формирование фокусного пятна вносит продольная компонента. Она же и обеспечивает уменьшение диаметра фокуса. В качестве фокусируемого пучка обычно рассматривается мода R-TEM₀₁, распределение амплитуды которой в области перетяжки имеет вид [33]:

$$E_r = A r \exp\left\{-\frac{r^2}{\omega^2}\right\} \bar{e}_r, \quad (24)$$

где r – радиальная координата, ω – радиус моды, A – константа.

Для радиально поляризованного света уравнения Ричардса-Вольфа имеют вид [27]:

$$E_r(r, z) = A \int_0^\alpha l(\theta) T(\theta) \sin 2\theta \exp\{ikz \cos \theta\} J_1(kr \sin \theta) d\theta, \quad (25)$$

$$E_z(r, z) = 2iA \int_0^\alpha l(\theta) T(\theta) \sin^2 \theta \exp\{ikz \cos \theta\} J_0(kr \sin \theta) d\theta. \quad (26)$$

Уравнение (24) в координатах выходного зрачка для апланатического объектива примет вид:

$$l(\theta) = A' \sin \theta \exp\left\{-\frac{\beta^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}\right\}, \quad (27)$$

где $\beta = R/\omega$ – параметр моды, A' – константа, α – максимальный угол, определяемый числовой апертурой. Для плоской дифракционной линзы уравнение (24) имеет вид:

$$l(\theta) = A' \operatorname{tg} \theta \exp\left\{-\frac{\beta^2 \operatorname{tg}^2 \theta}{\operatorname{tg}^2 \alpha}\right\}. \quad (28)$$

На рис. 10 показан пример расчета интенсивности в фокусе для апланатических объективов с числовыми апертурами 0,65 и 0,95. Из рисунка, в частности, видно, что при числовой апертуре, равной 0,65, распределение интенсивности в фокусе все еще имеет вид кольца.

При больших числовых апертурах продольная составляющая интенсивности начинает вносить больший вклад в формирование фокусного пятна, чем поперечная составляющая интенсивности, и распределение интенсивности в фокусе принимает вид отдельного пика (рис. 11).

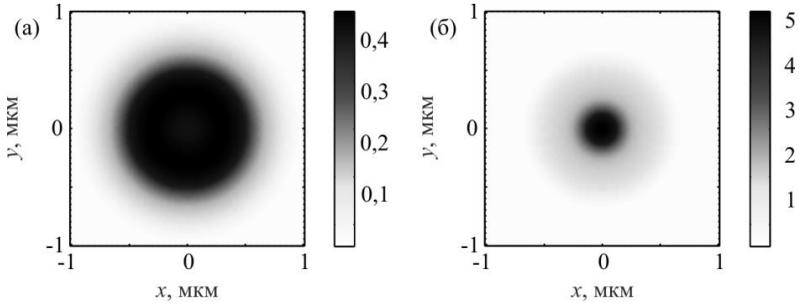


Рис. 10. Распределение интенсивности в фокальной плоскости при фокусировке радиально поляризованной моды R-TEM₀₁ с параметром $\beta = 1$ апланатическим объективом с числовой апертурой, равной (а) 0,65 (б) 0,95

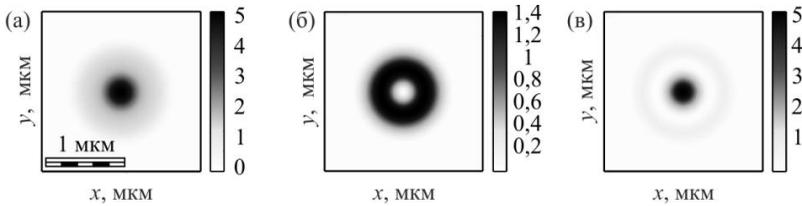


Рис. 11. Распределение (а) интенсивности и отдельных составляющих интенсивности (б) $|E_r|^2$, (в) $|E_z|^2$ при фокусировке моды R-TEM₀₁ апланатическим объективом с числовой апертурой NA = 0,95

Рис. 12 объясняет механизм формирования картины (рис. 11) распределения отдельных составляющих интенсивности в фокусе.

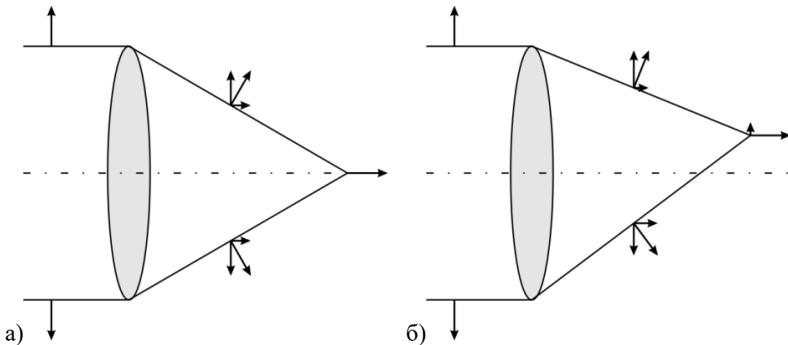


Рис. 12. Схема, объясняющая (а) отсутствие на оптической оси и (б) наличие при удалении от оптической оси поперечной составляющей интенсивности в фокусном пятне при фокусировке радиально-поляризованного света

На рис. 13 показано сравнение зависимостей диаметров фокусных пятен по полуспаду интенсивности при фокусировке линейно-поляризованной плоской волны (синяя и зеленая кривые) и радиально-поляризованной моды R-TEM₀₁ (красная кривая). Черной сплошной кривой на рис. 13 показан дифракционный предел, вычисляемый как $0,51\lambda/NA$.

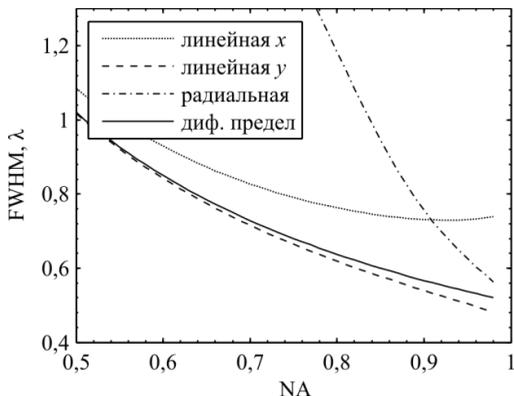


Рис. 13. Зависимость диаметра фокусного пятна по полуспаду интенсивности от числовой апертуры апланатического объектива

Отметим также, что продольная компонента вектора Пойнтинга для радиальной поляризации всегда имеет вид кольца (рис. 14), при этом непосредственно в фокусе ненулевой будет только продольная компонента.

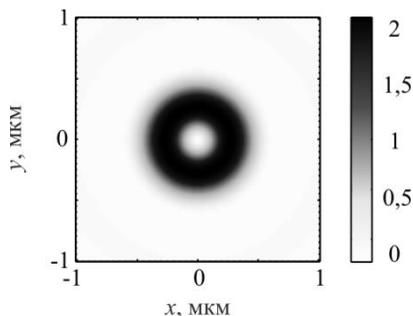


Рис. 14. Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга S_z в остром фокусе

5. Азимутально-поляризованный свет

Азимутально-поляризованный свет содержит как в исходном пучке, так и в фокусе только азимутальную компоненту напряженности электрического поля и формирует в фокусном пятне распределение интенсивности в виде кольца (рис. 15) [27]:

$$E_{\varphi}(r, z) = A \int_0^{\alpha} l(\theta) T(\theta) \sin \theta \exp\{ikz \cos \theta\} J_1(kr \sin \theta) d\theta. \quad (29)$$

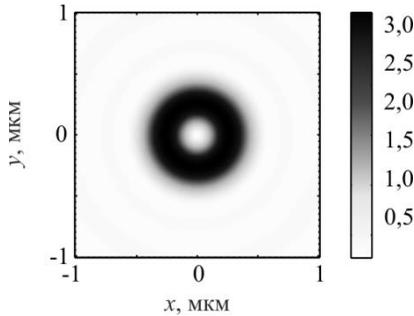


Рис. 15. Распределение интенсивности в фокусе при фокусировке света с азимутальной поляризацией

В случае с фокусировкой света азимутальной поляризации ненулевой будет только продольная компонента вектора Пойнтинга (рис. 16).

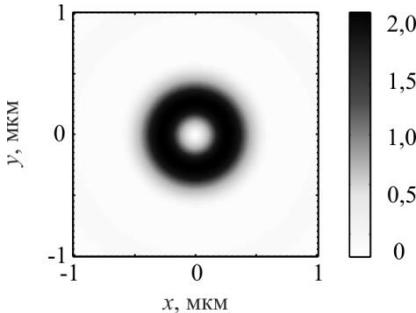


Рис. 16. Продольная компонента вектора Пойнтинга

6. Векторные пучки, не содержащие продольной компоненты электрического поля

Поляризация, при которой напряженность электрического поля направлена строго азимутально, известна уже достаточно хорошо. Отсутствие в данном случае продольной составляющей напряженности электрического поля следует непосредственно из векторных уравнений Максвелла, записанных для цилиндрической системы координат: при обнулении производной по азимутальному углу система из шести уравнений разбивается на две системы, каждая из которых содержит по три уравнения (можно провести аналогию с ТЕ- и ТМ-поляризацией). Одна из систем тогда имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_\rho}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \rho} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_\psi}{\partial t} + \sigma E_\psi, \\ -\frac{\partial E_\psi}{\partial z} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_\rho}{\partial t}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho E_\psi)}{\partial \rho} = -\mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \end{cases} \quad (30)$$

где H – напряженность магнитного поля, ε и μ – диэлектрическая и магнитная проницаемости, ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные. Поле, описываемое (30), содержит только одну компоненту электрической напряженности.

Для классического азимутального пучка напряженность электрической компоненты исходного пучка в (12) имеет вид:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\varphi) \\ b(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (31)$$

Подставив уравнение (31) в (13), можно видеть, что

$$P_z(\theta, \varphi) = \sin \theta \cos \varphi \sin \varphi - \sin \theta \sin \varphi \cos \varphi = 0. \quad (32)$$

Ранее изучался только случай азимутальной поляризации. Азимутальная поляризация – частный случай пучка с V-точкой сингулярности [13], расположенной в центре пучка. На рис. 17 показано направление поляризации в исследуемых пучках: на рис. 17а показано направление для азимутально-поляризованного пучка. Отметим, что направление поляризации в пучке на рис. 17б совпадает с направлением поляризации азимутально поляризованного пучка, прошедшего через бинарную ступеньку [34, 35].

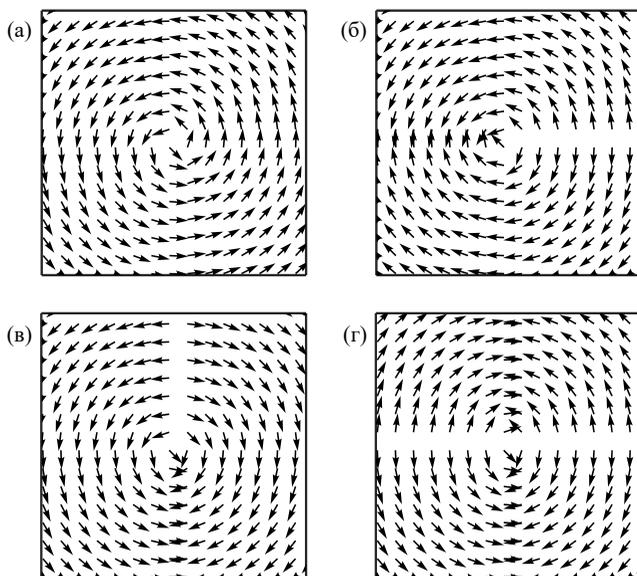


Рис. 17. Направление поляризации в исследуемых пучках: азимутально-поляризованном (а), пучке с V-линией сингулярности (б, в), пучке с двумя V-линиями сингулярности (г)

Результат фокусировки азимутально поляризованного пучка показан на рис. 18. Показано распределение интенсивности (рис. 18а) и ее отдельных составляющих. Из рис. 18г видно, что продольная составляющая равна нулю.

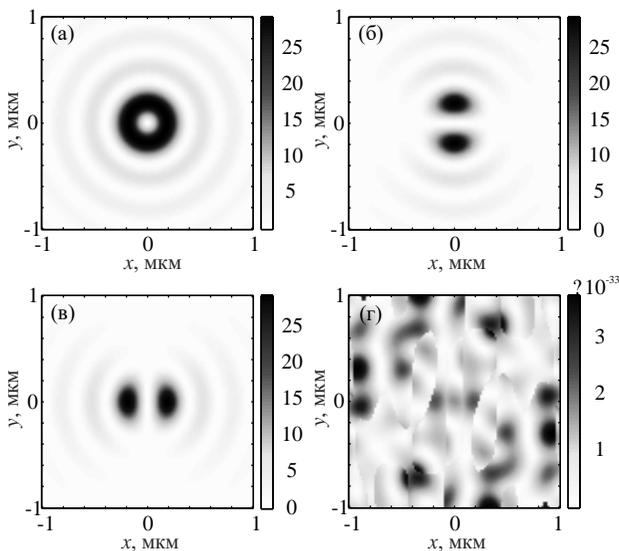


Рис. 18. Двумерные распределения интенсивности и ее отдельных составляющих в фокусе пучка с азимутальной поляризацией первого порядка:

$$I \text{ (a)}, I_x \text{ (б)}, I_y \text{ (в)}, I_z \text{ (г)}$$

Отметим, что отсутствие продольной составляющей напряженности электрического поля приводит к тому, что вектор спинового углового момента будет содержать только продольную компоненту:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{8\pi\omega} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (33)$$

где ω – угловая частота света. Постоянную $1/(8\pi\omega)$ будем опускать. Интересно, что спиновый угловой момент противоположен, а по абсолютному значению отличается лишь множителем от вектора намагниченности:

$$\mathbf{M} = i\gamma[\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*], \quad (34)$$

где γ – магнитооптическая восприимчивость.

Ранее [36] было показано, что компоненты напряженности электрического поля для азимутально поляризованного света имеют вид:

$$\begin{aligned}
E_x &= -\sin \varphi [I_1 - I_2], \\
E_y &= \cos \varphi [I_1 - I_2], \\
E_z &= 0,
\end{aligned} \tag{35}$$

где

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_1(x) d\theta, \\
I_2 &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{-1}(x) d\theta.
\end{aligned} \tag{36}$$

В (9) $x = krs \sin \theta$, $J_m(x)$ – функция Бесселя m -го порядка, $A(\theta)$ – действительная функция, описывающая амплитуду входного поля в плоскости входного зрачка апланатической системы, зависящая только от угла θ . Подставив (35) в (33), можно показать, что продольная компонента СУМ всегда будет нулевой.

Можно получать и другие пучки, не обладающие z -компонентой электрического поля. Такое возможно, если в пучке помимо V -точки сингулярности в центре будут также V -линии сингулярностей [13]. Для такого начального поля функции поляризации будут иметь вид [37]:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\varphi) \\ b(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(2\varphi) - 1 \\ \sin(2\varphi) \end{pmatrix}. \tag{37}$$

Подставив (37) в (32), можно показать, что:

$$\begin{aligned}
P_z(\theta, \varphi) &= \\
&= -\sin \theta \cos \varphi (\cos(2\varphi) - 1) - \sin \theta \sin \varphi \sin(2\varphi) = \\
&= -\sin \theta \left\{ -\cos \varphi + \underbrace{\cos \varphi \cos(2\varphi) + \sin \varphi \sin(2\varphi)}_{\cos \varphi} \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{38}$$

На рис. 19 показано распределение интенсивности и ее отдельных составляющих в плоскости фокуса для пучка (37).

А на рис. 20 – распределение продольной составляющей СУМ на расстоянии λ от фокуса: непосредственно в фокусе для этого пучка все компоненты СУМ равны нулю [37].

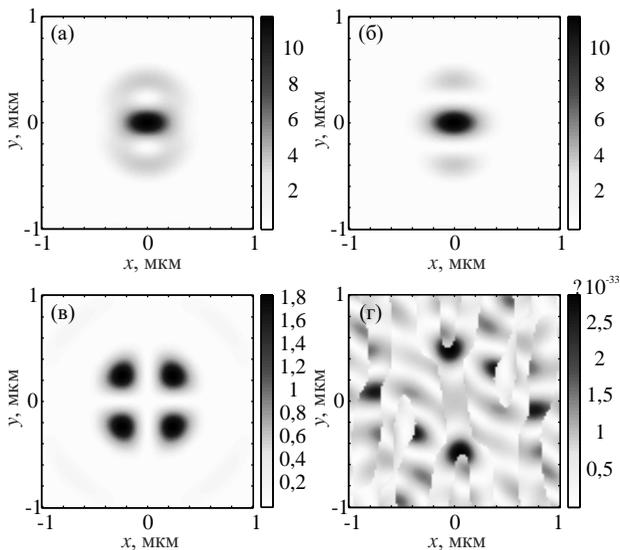


Рис. 19. Двумерные распределения интенсивности и ее отдельных составляющих в фокусе пучка с V-линией неопределенности поляризации:

$$I = I_x + I_y + I_z \text{ (a)}, I_x \text{ (б)}, I_y \text{ (в)}, I_z \text{ (г)}$$

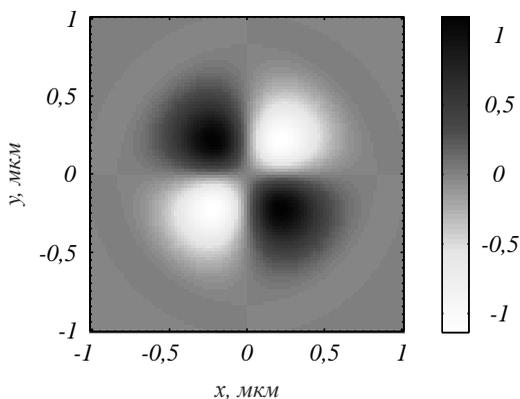


Рис. 20. Распределение продольной компоненты спинового углового момента на расстоянии λ от фокуса

Аналогичный пучок с V-линией неопределенности сингулярности, но повернутый относительно пучка (37) имеет вид (рис. 17в):

$$\begin{aligned} a(\varphi) &= \sin(2\varphi), \\ b(\varphi) &= -\cos(2\varphi) - 1. \end{aligned} \quad (39)$$

Можно также посекторно задавать направление поляризации. Например, 1-й и 3-й секторы – $(a(\varphi) = -\sin(\varphi), b(\varphi) = \cos(\varphi))$, а 2-й и 4-й – $(a(\varphi) = \sin(\varphi), b(\varphi) = -\cos(\varphi))$. Такое векторное поле будет обладать двумя V-линиями неопределенности поляризации (рис. 17г). Для данного случая результат фокусировки приведен на рис. 21–22. На рис. 21 показана интенсивность и ее составляющие, а на рис. 22 – продольная компонента СУМ в фокусе.

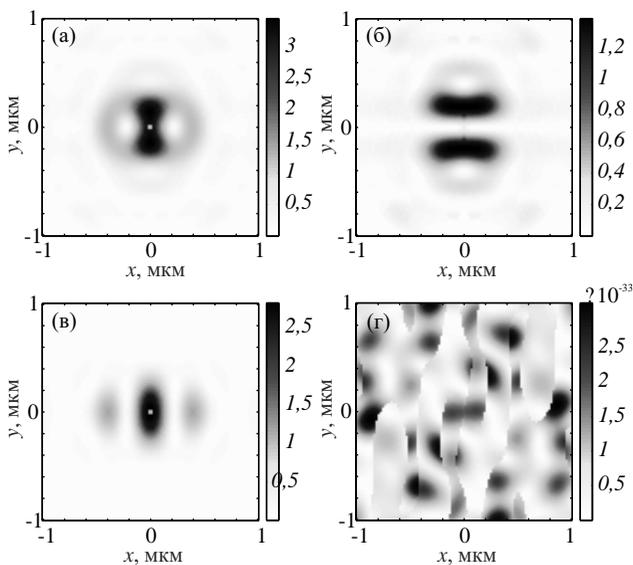


Рис. 21. Двумерные распределения интенсивности и ее отдельных составляющих в фокусе пучка с двумя V-линиями неопределенности поляризации:

I (а), I_x (б), I_y (в), I_z (г)

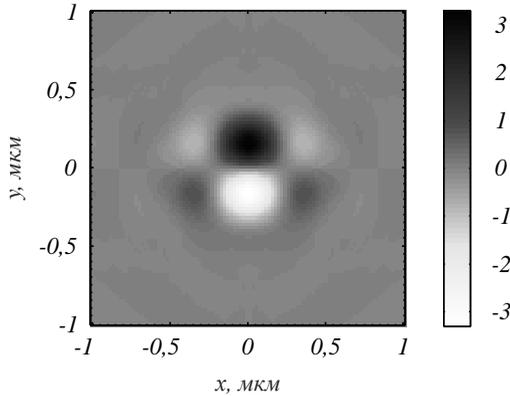


Рис. 22. Распределение продольной компоненты спинового углового момента в фокусе

Для получения азимутально-поляризованного света в настоящее время есть коммерчески доступные q-пластинки (нами использовался LBTEK VR1). Падающий на такой элемент линейно-поляризованный свет вдоль оси x преобразуется в азимутально-поляризованный пучок, а линейно-поляризованный вдоль оси y – в радиально-поляризованный пучок, реализуя таким образом матрицу Джонса:

$$J_{CVB-1} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (40)$$

На рис. 23 показано изображение пучка, полученного при прохождении линейно-поляризованного света через q-пластинку при разных положениях поляризатора-анализатора перед регистрирующей камерой. Отметим здесь, что регистрация поперечных компонент не представляет труда, в то время как регистрация продольной компоненты невозможна прямыми измерениями. Однако продольная компонента может быть вычислена через измеренные поперечные компоненты. Например, в [38] продольная компонента вычислялась с помощью Стокс-поляриметрии и итерационного алгоритма восстановления фазы.

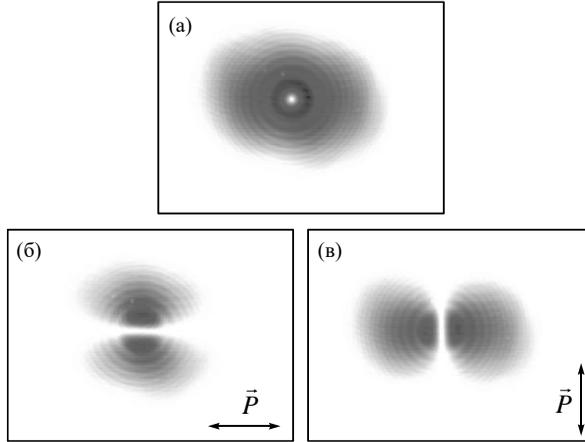


Рис. 23. Изображение азимутально-поляризованного пучка на камере без анализатора (а) и с анализатором, повернутым на угол 0 (б) и 90 градусов (в)

Из рис. 23 видно, что поляризация пучка соответствует азимутальной.

Получить пучки (37) можно также с помощью q-пластинки. Для этого можно пропустить через элемент (40) линейно-поляризованный вдоль оси x пучок, но такой, в котором поляризация нижнего сегмента отличается знаком от верхнего сегмента. Тогда поляризация для верхнего сегмента пучка будет описываться вектором Джонса:

$$E = \begin{pmatrix} -\sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (41)$$

а для нижнего:

$$E = \begin{pmatrix} -\sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \varphi & \sin \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \varphi \\ -\cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (42)$$

В качестве пучка, в котором поляризация отдельных сегментов отличается знаком, можно взять пучок Гаусса-Эрмита (0,1). Нами для получения пучка Гаусса-Эрмита использовался пропускающий модулятор Holoeye LC2012 (рис. 24). Затем пучок совме-

щался с центром q-пластинки. Получившийся пучок фокусировался линзой L_4 с малой числовой апертурой на камеру, перед которой помещался поляризатор-анализатор P_3 . Результат фокусировки показан на рис. 25 и 26.

Из рис. 25 и 26 видно, что, несмотря на малую числовую апертуру фокусирующей линзы, картина распределения интенсивности в фокусе согласуется с моделированием (рис. 19).

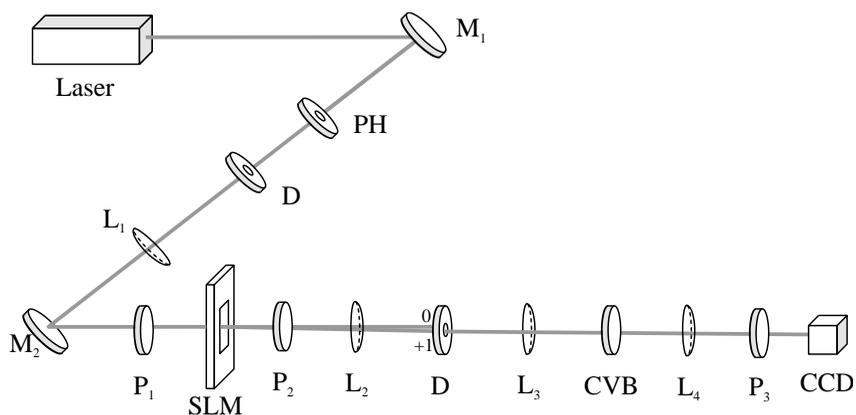


Рис. 24. Laser – лазер MGL-F-532-700 ($\lambda = 532$ нм),
 M_1, M_2 , – зеркала, PH – пинхол (диаметр отверстия 50 мкм), L_1 - L_4 – линзы
($f_1 = 400$ мм, $f_2 = 150$ мм, $f_3 = 125$ мм, $f_4 = 100$ мм), D – ирисовая диафрагма,
SLM – пространственный модулятор света (Holoeye LC 2012),
 P_1 - P_3 – поляризаторы, CVB – векторная волновая пластинка (LBTEK VR1),
CCD – CCD камера (UCMOS10000KPA)

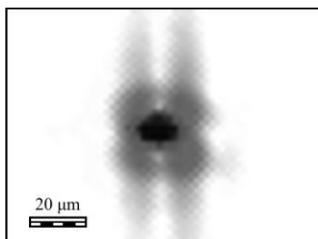


Рис. 25. Изображение сфокусированного пучка с V-линией неопределенности поляризации (37) на регистрирующей камере

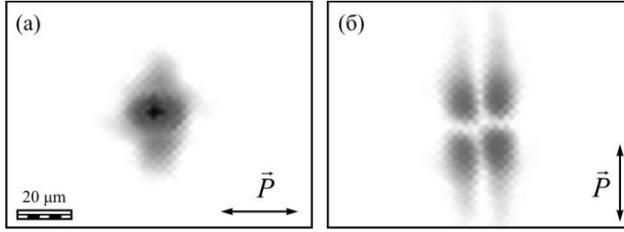


Рис. 26. Изображение сфокусированного пучка с V-линией неопределенности поляризации (37) с расположенным перед камерой поляризатором-анализатором, повернутым на угол 0 (а) и 90 градусов (б)

7. Азимутально-поляризованные вихри – наименьшее фокусное пятно по интенсивности и по потоку энергии

Для получения круглого фокусного пятна рассмотрим в начальной плоскости оптический вихрь с единичным топологическим зарядом и радиальной поляризацией, имеющий матрицу Джонса в виде:

$$\mathbf{E}_{ra+v} = A(\theta) \exp(i\varphi) \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}. \quad (43)$$

Проекции векторов напряженности электрического и магнитного полей в фокусе апланатической системы можно найти аналогично предыдущему с помощью формализма Ричардса-Вольфа [1]. Получим следующие выражения для электрического поля:

$$\begin{aligned} E_{x,ra+v} &= -\frac{i}{2} \left[(I_{0,0} - I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{2,2} - I_{0,2}) \right], \\ E_{y,ra+v} &= \frac{1}{2} \left[(I_{0,0} - I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{2,2} - I_{0,2}) \right], \\ E_{z,ra+v} &= -e^{i\varphi} I_{1,1} \end{aligned} \quad (44)$$

и для магнитного поля

$$\begin{aligned} H_{x,ra+v} &= -\frac{1}{2} \left[(I_{0,0} + I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{2,2} + I_{0,2}) \right], \\ H_{y,ra+v} &= -\frac{i}{2} \left[(I_{0,0} + I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{2,2} + I_{0,2}) \right], \\ H_{z,ra+v} &= 0. \end{aligned} \quad (45)$$

Из (44) следует выражение для интенсивности в фокусе:

$$I_{ra+v} = \frac{1}{2}(I_{0,0} - I_{2,0})^2 + \frac{1}{2}(I_{2,2} - I_{0,2})^2 + I_{1,1}^2. \quad (46)$$

А из (44) и (45) можно получить осевую проекцию потока энергии $\mathbf{P} = \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$ в фокусе оптического вихря с радиальной поляризацией:

$$P_{z,ra+v}(r, z=0) = I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2. \quad (47)$$

Из (46) и (47) следует, что на оптической оси в фокусе в данном случае интенсивность и поток энергии будут меньше, чем интенсивность и поток энергии для круговой поляризации $I_R(r \rightarrow 0, z=0) = I_{0,0}^2$, и будут иметь вид:

$$I_{ra+v}(r \rightarrow 0) = \frac{1}{2}(I_{0,0} - I_{2,0})^2, \quad (48)$$

$$P_{z,ra+v}(r \rightarrow 0, z=0) = I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2.$$

Уменьшенная интенсивность на оси, при одинаковой энергии в фокусе у всех рассматриваемых здесь оптических полей, означает, что диаметр фокусного пятна для оптического вихря с круговой поляризацией меньше, чем диаметр фокусного пятна для оптического вихря с радиальной поляризацией.

Известно, что для азимутальной поляризации интенсивность и осевой поток энергии в фокусе имеют вид светового кольца. То есть азимутальная поляризация не формирует фокусное пятно. Действительно, для начального поля с азимутальной поляризацией

$$\mathbf{E}_{az} = A(\theta) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix} \quad (49)$$

можно получить выражения для поперечных проекций электрического поля в фокусе:

$$\begin{aligned} E_{x,az} &= -\sin \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_{y,az} &= \cos \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_{z,az} &= 0. \end{aligned} \quad (50)$$

Из (50) получим выражение для интенсивности в фокусе

$$I_{az}(r, z=0) = (I_{0,1} - I_{2,1})^2. \quad (51)$$

А осевой поток энергии в фокусе для начального поля с азимутальной поляризацией (49) можно найти в [39]:

$$P_{z,az}(r, z=0) = I_{0,1}^2 - I_{2,1}^2. \quad (52)$$

Из (51) и (52) видно, что интенсивность и осевой поток энергии в фокусе для начального поля с азимутальной поляризацией имеют вид кольца и равны нулю на оптической оси. Поэтому для получения круглого фокусного пятна рассмотрим фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом 1 и с азимутальной поляризацией. То есть начальное поле имеет вид:

$$\mathbf{E}_{az+v} = A(\theta) \exp(i\varphi) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (53)$$

Для начального поля (53) проекции электрического вектора в фокусе можно найти в [39]:

$$\begin{aligned} E_{x,az+v} &= -\frac{1}{2} \left[(I_{0,0} + I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{0,2} + I_{2,2}) \right], \\ E_{y,az+v} &= -\frac{i}{2} \left[(I_{0,0} + I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{0,2} + I_{2,2}) \right], \\ E_{z,az+v} &= 0. \end{aligned} \quad (54)$$

Из (54) следует выражение для интенсивности в фокусе:

$$I_{az+v} = \frac{1}{2} (I_{0,0} + I_{2,0})^2 + \frac{1}{2} (I_{0,2} + I_{2,2})^2. \quad (55)$$

Выражение для осевого потока энергии в фокусе для начального поля (53) можно найти в [39]:

$$P_{z,az+v}(r, z=0) = I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2. \quad (56)$$

Из выражений (55) и (56) видно, что в фокусе на оптической оси и интенсивность, и осевой поток энергии будут иметь максимальное значение и будут равны:

$$I_{az+v}(r \rightarrow 0, z = 0) \square \frac{1}{2}(I_{0,0} + I_{2,0})^2, \quad (57)$$

$$P_{z,az+v}(r \rightarrow 0, z = 0) \square I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2.$$

Для более удобного сравнения все полученные выражения для интенсивности и осевого потока в фокусе сведены в табл. 1.

Таблица 1. Формулы, описывающие распределение интенсивности и осевого потока энергии в остром фокусе света с разной начальной поляризацией

	Интенсивность в фокусе	Осевого поток энергии в фокусе
Линейная поляризация	$I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{0,0}I_{2,2} \cos 2\varphi + 4I_{1,1}^2 \sin^2 \varphi$	$I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2$
Круговая поляризация	$I_{0,0}^2 + I_{2,2}^2 + 2I_{1,1}^2$	$I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2$
Радиальная поляризация	$(I_{0,1} - I_{2,1})^2 + 4I_{1,0}^2$	$(I_{0,1} - I_{2,1})^2$
Радиальная поляризация и оптический вихрь	$\frac{1}{2}(I_{0,0} - I_{2,0})^2 + \frac{1}{2}(I_{2,2} - I_{0,2})^2 + 2I_{1,1}^2$	$I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2$
Азимутальная поляризация и оптический вихрь	$\frac{1}{2}(I_{0,0} + I_{2,0})^2 + \frac{1}{2}(I_{0,2} + I_{2,2})^2$	$I_{0,2}^2 + I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 - I_{2,2}^2$

Из табл. 1 видны два основных результата этой работы, что распределение осевого потока энергии в фокусе для света с линейной и круговой поляризацией одинаковые. Это значит, что фокусное пятно, измеренное по потоку энергии для света с линейной и круговой поляризацией (при прочих равных условиях) будет круглым и одинаковым по диаметру. Также из табл. 1 видно, что у оптического вихря с единичным топологическим зарядом с радиальной и азимутальной поляризацией осевые потоки

энергии в фокусе тоже одинаковые, а значит и фокусные пятна у них будут одинаковые.

Из табл. 1 видно также, что большинство распределений интенсивности и потока энергии вблизи оптической оси пропорциональны квадрату функции Бесселя нулевого порядка, которая входит в интеграл $I_{0,0}^2$. Так как световая энергия у всех полей из табл. 1 одинаковая, то по величине интенсивности или потока на оптической оси можно судить о величине диаметра фокусного пятна: чем больше интенсивность или поток энергии на оптической оси, тем меньше диаметр фокусного пятна. Из табл. 1 видно, что больше всех интенсивность на оптической оси у оптического вихря с азимутальной поляризацией: $(I_{0,0} + I_{2,0})^2 / 2$. Так как в интеграл $I_{0,0}$ входит множитель $1 + \cos\theta$, а в интеграл $I_{2,0}$ входит множитель $1 - \cos\theta$, то при сложении $I_{0,0} + I_{2,0}$ косинус пропадет и получается, что $(I_{0,0} + I_{2,0})^2 / 2 > I_{0,0}^2$. Поэтому диаметр фокуса у начального оптического вихря с азимутальной поляризацией, измеренного по интенсивности, будет меньше, чем диаметр фокуса у поля с круговой поляризацией, измеренного по потоку энергии. Поток энергии на оптической оси у оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией меньше, чем поток энергии у света с круговой поляризацией: $I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2 < I_{0,0}^2$. Поэтому диаметр фокуса оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией, измеренный по потоку энергии, будет больше, чем диаметр фокуса по потоку энергии у поля с круговой поляризацией. Интересно, что фокусное пятно для линейной поляризации по интенсивности имеет вид эллипса, размер меньшего диаметра у которого будет меньше всех диаметров круглых пятен и по интенсивности, и по потоку энергии. Эти теоретические предсказания будут подтверждены с помощью моделирования ниже.

С помощью расчета интеграла Ричардса-Вольфа в общем виде [1] моделировалась фокусировка света различной поляризации апланатическим объективом с числовой апертурой $NA=0,95$. Волновой фронт во всех случаях считался плоским или вихревым. В табл. 2 показаны размеры фокусных пятен по обеим декартовым координатам, рассчитанным по полуспаду распределения интенсивности и потока энергии в длинах волн ($\lambda=532$ нм), полученные распределения интенсивности и продольной составляющей вектора Пойнтинга показаны на рис. 27 и 28 соответственно.

Таблица 2. Величины диаметров фокусных пятен ($NA=0,95$) в длинах волн, рассчитанные по полуспаду интенсивности и осевой проекции потока энергии для начальной плоской волны с линейной, круговой, радиальной поляризацией, и для начального оптического вихря первого порядка с радиальной и азимутальной поляризацией

Тип поляризации	Интенсивность I , отн. ед.		Продольный поток энергии S_z , отн. ед.	
	FWHM _x , λ	FWHM _y , λ	FWHM _x , λ	FWHM _y , λ
Круговая	0,5997	0,5997	0,5357	0,5357
Линейная	0,7305	0,5028	0,5357	0,5357
Радиальная	0,6327	0,6327	–	–
Радиальная + вихрь	1,0747	1,0747	0,5573	0,5573
Азимутальная + вихрь	0,5346	0,5346	0,5566	0,5566

Из табл. 2 видно, что для круглых фокусных пятен наименьший диаметр, как и предсказывает теория, у оптического вихря с азимутальной поляризацией, измеренного по интенсивности ($FWHM=0,5346\lambda$). Почти такой же по величине (всего на 0,14% больше) диаметр фокусных пятен для света с линейной и круговой поляризацией, измеренный по потоку энергии ($FWHM=0,5357\lambda$). Немного больше (на 4%) диаметр

фокусного пятна для вихря с азимутальной поляризацией, но измеренного по потоку энергии ($\text{FWHM}=0,5566\lambda$). Еще на 7% больше диаметр фокусного пятна для круговой поляризации, измеренный по интенсивности ($\text{FWHM}=0,5997\lambda$). И еще больше на 5% диаметр фокусного пятна для радиальной поляризации, измеренный по интенсивности ($\text{FWHM}=0,6327\lambda$). Таким образом, меньшее фокусное пятно меньше большего из фокусных пятен на 15%. Заметим, что эллиптическое фокусное пятно имеет размер меньшего диаметра по интенсивности на 6% меньше минимального круглого фокусного пятна ($\text{FWHM}=0,5029\lambda$). С увеличением числовой апертуры размеры фокусных пятен уменьшаются, но соотношение между ними остается почти таким же.

На рис. 27 показаны сечения интенсивности фокусного пятна, рассчитанного по формулам Ричардса-Вольфа для длины волны 532 нм и числовой апертуры 0,95. Освещающий пучок имел плоский фронт (или оптический вихрь с зарядом 1) и разное состояние поляризации. Соотношение размеров фокусных пятен по полуспаду интенсивности, которое следует из рис. 27, подтверждает сказанное ранее. Из рис. 27 видно, что в случае оптического вихря с азимутальной поляризацией фокусное пятно немного меньше, чем фокусное пятно для круговой поляризации, но боковой лепесток для круговой поляризации (около 4%) в 5 раз меньше, чем у азимутальной поляризации (около 20%).

На рис. 28 показаны сечения фокусного пятна, рассчитанного по потоку энергии. Видно, что в этом случае фокусное пятно оптического вихря с азимутальной (радиальной) поляризацией немного больше, чем фокусное пятно пучка с круговой (линейной) поляризацией. И боковой лепесток у фокуса на рис. 28 для азимутальной поляризации также в 5 раз больше, чем у фокуса для круговой поляризации.

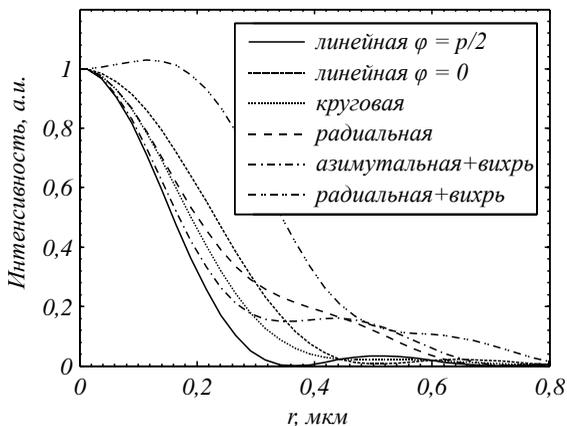


Рис. 27. Сечение интенсивности в фокусе при фокусировке света различной поляризации

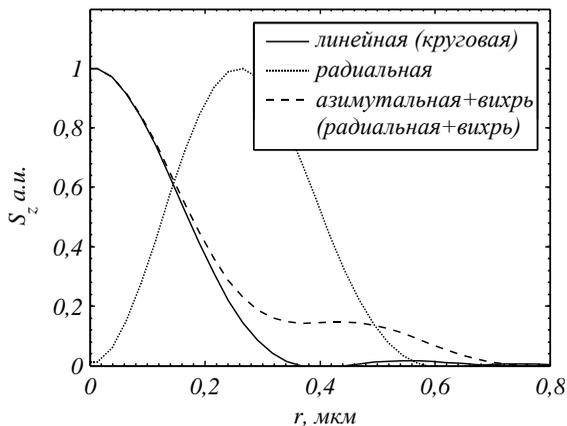


Рис. 28. Сечения продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокусе

8. Цилиндрические векторные пучки высоких порядков. Обратный поток энергии

В рассмотренных выше случаях радиальной и азимутальной поляризации направление поляризации совершает один оборот при изменении азимутального угла от 0 до 2π . Рассмотрим теперь

пучки, в которых поляризация совершает несколько оборотов – цилиндрические векторные пучки высоких порядков [14].

Для азимутальных пучков высоких порядков функции поляризации будут иметь вид:

$$E(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \phi) \\ b(\theta, \phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\phi) \\ \cos(m\phi) \end{pmatrix} \quad (58)$$

для напряженности электрического поля и

$$H(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \phi) \\ b(\theta, \phi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\phi) \\ -\sin(m\phi) \end{pmatrix} \quad (59)$$

для напряженности магнитного поля, где m – положительное целое число. При $m = 1$ формулы (58), (59) будут описывать обычный азимутально-поляризованный свет. На рис. 29 показано направление поляризации в исследуемых пучках порядка $m = 2$ и $m = 3$.

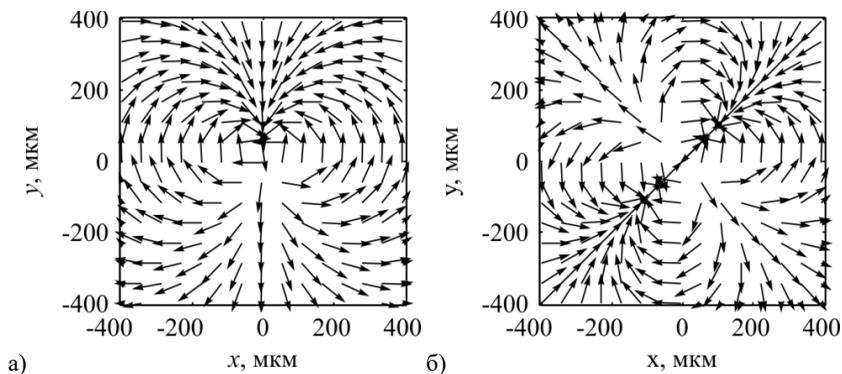


Рис. 29. Направление поляризации в азимутально-поляризованном пучке второго (а) и третьего (б) порядка

Подставив формулы (58) и (59) в (12), можно получить все шесть проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей в области фокуса апланатической системы (функцию аподизации зрачка выберем в виде $T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$):

$$\begin{aligned}
E_x &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
E_y &= i^{m+1} [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
E_z &= -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\
H_x &= i^{m+1} [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
H_y &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
H_z &= -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1},
\end{aligned} \tag{60}$$

где

$$\begin{aligned}
I_{0,m} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha A_m(\theta) \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\
I_{2,m-2} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha A_m(\theta) \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m-2}(x) d\theta, \\
I_{1,m-1} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha A_m(\theta) \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta.
\end{aligned} \tag{61}$$

В (61) $x = krsin\theta$, $J_m(x)$ – функция Бесселя m -го порядка, $A_m(\theta) = B(\theta, \varphi)$ – действительная функция, описывающая амплитуду входного поля в плоскости входного зрачка апланатической системы, зависящая только от угла θ и от порядка m поляризационной сингулярности. Из (60) можно получить выражения для компонент векторов электрического и магнитного поля в цилиндрической системе координат:

$$\begin{aligned}
E_r &= i^{m+1} \sin(m-1)\varphi [I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
E_\varphi &= i^{m+1} \cos(m-1)\varphi [-I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
E_z &= -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\
H_r &= i^{m+1} \cos(m-1)\varphi [I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
H_\varphi &= i^{m+1} \sin(m-1)\varphi [I_{0,m} - I_{2,m-2}], \\
H_z &= -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1}.
\end{aligned} \tag{62}$$

Из (62) при $m = 1$ следуют хорошо известные выражения для компонент поля с азимутальной поляризацией [2].

$$\begin{aligned}
 E_\varphi &= I_{0,1} - I_{2,-1} = \frac{2\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) J_1(x) d\theta, \\
 H_r &= -[I_{0,1} + I_{2,-1}] = -\frac{2\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{3/2} \theta A(\theta) J_1(x) d\theta, \quad (63) \\
 H_z &= -2iI_{1,0} = -\frac{2i\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) J_0(x) d\theta.
 \end{aligned}$$

В частности, из первого уравнения (63) следует, что в фокусе пучка с азимутальной поляризацией на оптической оси интенсивность равна нулю, так как $J_1(x) = 0$ при $x = 0$.

Из (60) получим выражение для интенсивности электрического поля в плоскости фокуса $z = 0$:

$$\begin{aligned}
 I_m &= |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = \\
 &= I_{0,m}^2 + I_{2,m-2}^2 - 2I_{0,m}I_{2,m-2} \cos[2(m-1)\varphi] + 4\sin^2(m-1)\varphi I_{1,m-1}^2
 \end{aligned} \quad (64)$$

Из (64) видно, что при $m > 1$ распределение интенсивности в фокусе не является радиально-симметричным. Только для азимутальной поляризации при $m = 1$ из (64) следует, что интенсивность в фокусе имеет вид кольца:

$$I_1 = (I_{0,1} - I_{2,-1})^2. \quad (65)$$

Из (60) можно получить простое выражение для продольной проекции вектора Умова-Пойнтинга [1]. В плоскости фокуса ($z = 0$) она будет иметь вид:

$$S_m = I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2. \quad (66)$$

Из (66) следует, что при любом m продольная компонента вектора Пойнтинга в плоскости фокуса обладает круговой симметрией относительно оптической оси. Это странный результат, учитывая, что распределение интенсивности в плоскости фокуса (64) не обладает круговой симметрией при $m > 1$. Из (66) при $m = 2$

в плоскости фокуса на оптической оси имеет место обратный поток световой энергии (при любой действительной амплитуде в плоскости входного зрачка $A(\theta)$):

$$S_2(r=0, z) = - \left(\frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \quad (67)$$

Также из (66) следует, что при $m=3$ на оптической оси в плоскости фокуса поток энергии нулевой ($S_z=0$), а вблизи оптической оси он по модулю растет квадратично с расстоянием от оси:

$$S_3(r=0, z) = - \frac{(kr)^2}{4} \times \left(\frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \quad (68)$$

Заметим, что если в предыдущих формулах функцию аподизации зрачка $T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ заменить на любую другую действительную функцию, например, на функцию аподизации дифракционной линзы $T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$ [28], уравнения (67) и (68), доказывающие наличие обратного потока в фокусе поляризационного вихря, по форме не изменятся. Изменится только конкретная величина интегралов в (67) и (68). Можно также сказать, что утверждения о наличии обратного потока энергии в фокусе апланатической системы при $m=2, 3$ верны при любой действительной функции $T(\theta)$.

Результаты фокусировки азимутально-поляризованного пучка второго порядка $m=2$ приведены на рис. 30–33. На рис. 30 показано распределение интенсивности света в фокусе (плоскость xu).

Из рис. 30 видно, что распределение интенсивности в фокусе имеет вид асимметричного кольца. Наличие асимметрии объясняется перераспределением энергии между отдельными компонентами электрического поля вследствие острой фокусировки (рис. 31).

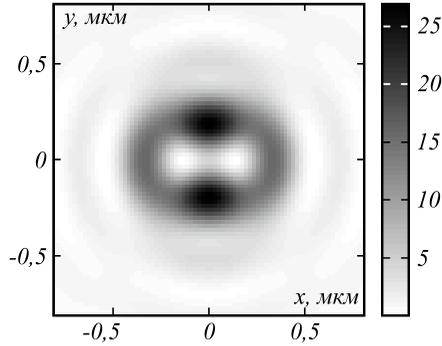


Рис. 30. Распределение интенсивности в фокусе ($m=2$): $I=I_x+I_y+I_z$

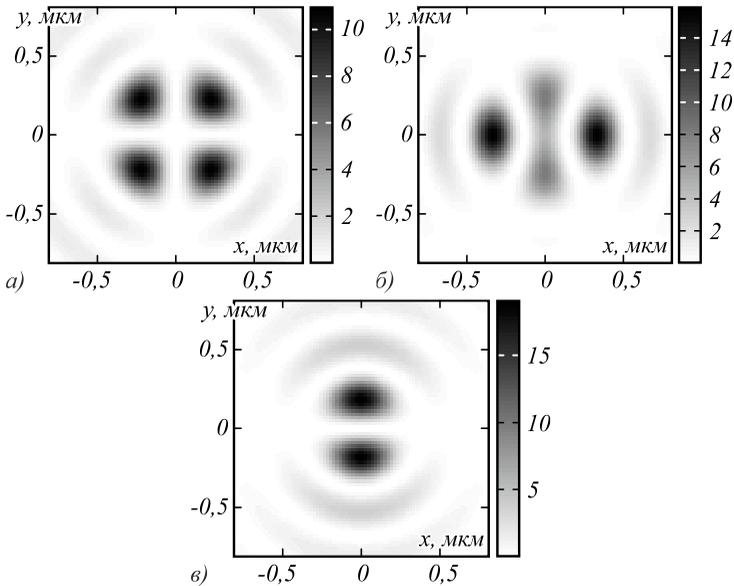


Рис. 31. Распределение отдельных составляющих интенсивности в фокусе: I_x (а), I_y (б) и I_z (в). Суммарная интенсивность I показана на рис. 30

На рис. 32 показано распределение в плоскости фокуса продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z : на рис. 32а показано распределение S_z в поперечной плоскости (xy), а на рис. 32б – в продольной плоскости вдоль оси распространения пучка (zy).

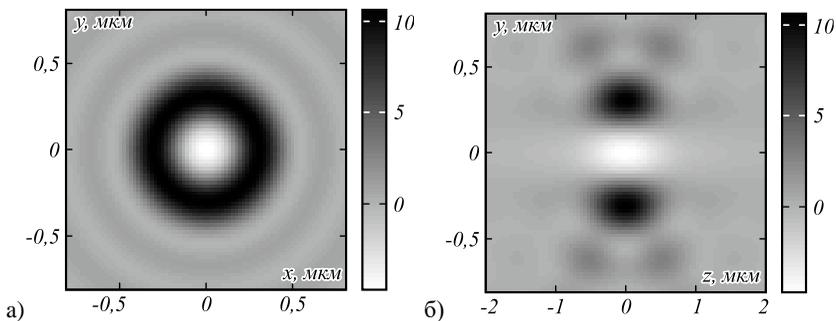


Рис. 32. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе ($m = 2$) (а) и в плоскости YZ (б)

Интересно, что в отличие от фокусировки вихря с круговой поляризацией в [15] в данном случае в плоскости фокуса отсутствуют поперечные составляющие вектора Пойнтинга S_x и S_y .

На рис. 33 показано сечение проекции вектора Пойнтинга S_z при фокусировке азимутально-поляризованных пучков с порядками m , равными 1,2,3 и 4.

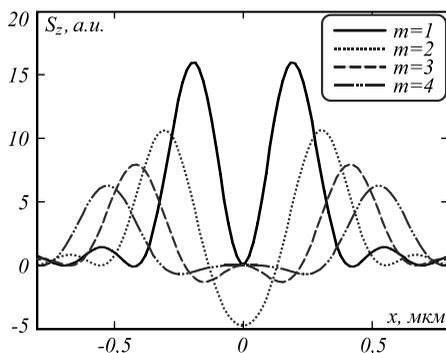


Рис. 33. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе зонной пластинки при фокусировке азимутально-поляризованных пучков порядка $m = 1, 2, 3$ и 4

Из рис. 33 видно, что при фокусировке азимутально-поляризованного пучка ($m = 1$) отрицательных значений вектора Пойнтинга в центре фокусного пятна не наблюдается

($S_z(x=y=0)=0$). Если же порядок больше двух, то область минимума отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга имеет вид колец. При этом в центре фокусного пятна в этом случае проекция вектора Пойнтинга также равна нулю. Только в случае $m=2$ минимум отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга на оптическую ось наблюдаются в центре фокусного пятна ($S_z(x=y=0) < 0$).

На рис. 34 показана зависимость минимального значения S_z в центре фокусного пятна от числовой апертуры NA для азимутально-поляризованного пучка порядка $m=2$. Из рис. 34 видно, что отрицательные значения S_z проявляются только при больших значениях числовых апертур ($NA > 0,8$).

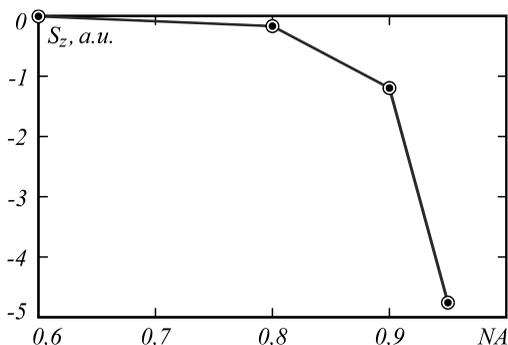


Рис. 34. Зависимость минимального значения S_z в центре фокусного пятна от числовой апертуры NA для азимутально-поляризованного пучка порядка $m=2$

В соответствии с [40] сила, действующая на частицу, пропорциональна по абсолютному значению и совпадает по направлению с вектором Пойнтинга. Если некоторый пучок в своем поперечном распределении будет содержать отрицательную составляющую, то частица, подсвеченная таким пучком, должна двигаться в сторону источника света. Наличие в фокусных пятнах областей с отрицательными значениями продольной проекции вектора Пойнтинга было обнаружено достаточно давно [1]. Однако лишь в 2017 году удалось обнаружить такие фокусные пятна, в которых отрицательные значе-

ния сопоставимы по абсолютной величине с положительными значениями. В работе [41] моделировалось прохождение света через металинзу, осуществляющую поворот направления поляризации и фокусировку. Численно с помощью FDTD метода было показано, что такая линза, освещаемая светом с круговой поляризацией, может формировать фокусное пятно, в котором поток энергии вдоль оси распространения пучка S_z имеет отрицательное значение. В работах [42, 43] было сделано обобщение работы [41] на случай фокусировки вихрей с круговой поляризацией и топологическими зарядами, равными ± 1 [42], ± 2 [42, 43] и ± 3 [43]. Отрицательные значения продольной компоненты S_z также наблюдались в статье [44], где рассматривались пучки Гаусса-Лагерра с круговой поляризацией, и статье [45], где рассматривались пучки Вебера.

9. Острая фокусировка оптических вихрей

Еще ранее изучения пучков с сингулярностью поляризации внимание ученых было приковано к изучению пучков с сингулярностью фазы. Волновой фронт (поверхность одинаковой фазы) таких пучков имеет вид спирали, закрученной вокруг оси распространения пучка – из-за чего такие пучки получили название оптических вихрей [46].

Рассмотрим в формализме Ричардса-Вольфа [1] фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом $m = 2$ и левой круговой поляризацией с помощью апланатической системы [47]. Для электрического поля с круговой поляризацией $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + i\sigma E_y \mathbf{e}_y$, где \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y – единичные вектора вдоль декартовых координат, будем считать, что при $\sigma = 1$ – правая поляризация, а при $\sigma = -1$ – левая поляризация, следуя [32]. Хотя, например, в [44] наоборот: при $\sigma = 1$ – левая поляризация, а при $\sigma = -1$ – правая поляризация. Для оптического вихря с топологическим зарядом m и произвольной функцией аподизации зрачка (действительная функция $A_m(\theta)$)

$$A_m(\theta, \varphi) = A_m(\theta) \exp(im\varphi), \quad (69)$$

где (θ, φ) – углы, задающие точку на сфере, запишем проекции электрического вектора \mathbf{E} вблизи фокуса в апланатической системе в цилиндрических координатах (r, φ, z) , следуя [32]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} \left(I_{0,m} e^{im\varphi} + \gamma_+ I_{2,m+2} e^{i(m+2)\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{i(m-2)\varphi} \right), \\ E_y(r, \varphi, z) &= i^m \left(\sigma I_{0,m} e^{im\varphi} - \gamma_+ I_{2,m+2} e^{i(m+2)\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{i(m-2)\varphi} \right), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -2i^m \left(\gamma_+ I_{1,m+1} e^{i(m+1)\varphi} - \gamma_- I_{1,m-1} e^{i(m-1)\varphi} \right), \end{aligned} \quad (70)$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= B \int_0^{\alpha} \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= B \int_0^{\alpha} \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= B \int_0^{\alpha} \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (71)$$

где $B = kf/2$, $\alpha = \arcsin(NA)$, $x = kr \sin \theta$, $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$, $J_\nu(x)$ – функция Бесселя, k – волновое число света, f – фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой NA . Для оптического вихря с топологическим зарядом $m=2$ вместо (70) получим:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= i \left(I_{0,2} e^{i2\varphi} + \gamma_+ I_{2,4} e^{i4\varphi} + \gamma_- I_{2,0} \right), \\ E_y(r, \varphi, z) &= - \left(\sigma I_{0,2} e^{i2\varphi} - \gamma_+ I_{2,4} e^{i4\varphi} + \gamma_- I_{2,0} \right), \\ E_z(r, \varphi, z) &= 2 \left(\gamma_+ I_{1,3} e^{i3\varphi} - \gamma_- I_{1,1} e^{i\varphi} \right). \end{aligned} \quad (72)$$

Из (72) при $m=0$ (нет вихря) и $\sigma=0$ (линейная поляризация) следуют выражения для компонент электрического вектора в области фокуса, полученных в [1]. Из (72) получим выражение для интенсивности электрического поля (плотность мощности) в плоскости фокуса ($z=0$):

$$I = 2 \left(I_{0,2}^2 + \gamma_+ I_{2,4}^2 + \gamma_- I_{2,0}^2 + 2\gamma_+ I_{1,3}^2 + 2\gamma_- I_{1,1}^2 \right). \quad (73)$$

Заметим, что все интегралы в (71) при $z = 0$ являются действительными функциями. Из (73) следует, что распределение интенсивности в фокусе не зависит от полярного угла φ , то есть является центрально симметричным (в виде кольца). В центре фокусного пятна ($r = 0$) на оптической оси интенсивность вихревого пучка с правой поляризацией будет равна нулю $I_+ = 2(I_{0,2}^2 + I_{2,4}^2 + 2I_{1,3}^2) = 0$, а интенсивность на оси для пучка с левой поляризацией будет отлична от нуля $I_- = 2(I_{0,2}^2 + I_{2,0}^2 + 2I_{1,1}^2) \neq 0$ (локальный минимум). Это следует из того, что только у интенсивности I есть слагаемое $I_{2,0}$, у которого под интегралом в (71) стоит функция Бесселя нулевого порядка, которая отлична от нуля на оптической оси: $J_0(x=0) = 1$. Все другие слагаемые в (73) на оптической оси равны нулю.

Далее с помощью уравнения Максвелла для монохроматического поля с циклической частотой ω : $i\omega\mathbf{H} = \text{rot}\mathbf{E}$ и с помощью формул (70), (71) можно найти поперечные компоненты вектора магнитного поля (продольная компонента пока не нужна для дальнейшего):

$$\begin{aligned}
 H_x &= \gamma_+ e^{i4\varphi} \left(\frac{6}{kr} I_{1,3} - \bar{I}_{2,4} \right) + \\
 &+ e^{i2\varphi} \left[\sigma \bar{I}_{0,2} - 2i \sin \varphi (\cos \varphi + i\sigma \sin \varphi) \bar{I}_{1,2} \right] + \\
 &+ \gamma_- \left(\bar{I}_{2,0} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right), \\
 H_y &= i\gamma_+ e^{i4\varphi} \left(-\frac{6}{kr} I_{1,3} + \bar{I}_{2,4} \right) + \\
 &+ ie^{i2\varphi} \left[\bar{I}_{0,2} + 2 \cos \varphi (\cos \varphi + i\sigma \sin \varphi) \bar{I}_{1,2} \right] + \\
 &+ i\gamma_- \left(\bar{I}_{2,0} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right),
 \end{aligned} \tag{74}$$

где

$$\begin{aligned}\bar{I}_{0,2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_2(x) d\theta, \\ \bar{I}_{1,2} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_2(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,4} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_4(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,0} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{3/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_0(x) d\theta.\end{aligned}\tag{75}$$

С помощью (70), (71), (74) и (75) найдем осевую проекцию вектора Пойнтинга [1] $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}([\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]) / 8\pi$:

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*)\tag{76}$$

с точностью до константы $c/8\pi$, где c – скорость света в вакууме, $\operatorname{Re}(\dots)$ – действительная часть числа, и в плоскости фокуса ($z=0$):

$$\begin{aligned}S_z &= 2I_{0,2}(\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + \\ &2\gamma_+ I_{2,4} \left(\bar{I}_{2,4} + \bar{I}_{1,2} - \frac{6}{kr} I_{1,3} \right) + \\ &2\gamma_- I_{2,0} \left(\bar{I}_{2,0} + \bar{I}_{1,2} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right).\end{aligned}\tag{77}$$

Из (77) следует выражение для левой поляризации при $\sigma = -1$:

$$S_z^- = 2I_{0,2}(\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + 2I_{2,0}\bar{I}_{1,2} + 2I_{2,0} \left(\bar{I}_{2,0} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right).\tag{78}$$

Из (77) и (78) следует, что поток энергии $S_z(r, z=0)$ в плоскости фокуса обладает центральной симметрией (так как не зависит от полярного угла φ). Из (78) можно найти поток энергии в плоскости фокуса только вдоль оптической оси ($r=0$). При этом в (78) отличным от нуля будет только третье слагаемое $2I_{2,0}(\bar{I}_{2,0} - 2I_{1,1}/kr) \neq 0$. Тогда, получим:

$$S_z^-(r=0, z=0) = -2B^2 \left(\int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 \leq 0. \quad (79)$$

Уравнение (79) является основным результатом этого раздела и показывает, что при любой действительной функции аподизации зрачка $A_2(\theta)$ и при любой числовой апертуре ($a = \arcsin(NA)$) при идеальной фокусировке сферической линзой оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией в плоскости фокуса в центре светового кольца на оптической оси поток энергии будет распространяться в обратном направлении по отношению к направлению распространения освещающего пучка. Для простого случая, $A_2(\theta) = 1$ – постоянная засветка зрачка, и при максимальной апертуре $a = \pi/2$ ($NA = 1$), интеграл в (79) можно вычислить. Тогда вместо (79) получим:

$$S_z^-(r=0, z=0) = -2B^2 \left(\frac{4}{15} \right)^2 = -1,4 \left(\frac{f}{\lambda} \right)^2. \quad (80)$$

Можно показать, что при любом другом положительном топологическом заряде $m \neq 2$ и при любой однородной поляризации $\sigma = 0, \pm 1$ на оптической оси в плоскости фокуса не возникает обратного потока энергии. Он локально возникает в других местах фокальной плоскости, и его величина по модулю меньше, чем прямой поток энергии. Например, в [1] показано, что обратный поток энергии возникает при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией в плоскости фокуса вблизи первого темного кольца и составляет по модулю всего 1% от максимальной величины прямого потока энергии. Можно показать, что результат, аналогичный (78), получится при $m = -2$ и $\sigma = 1$.

Покажем далее, что обратный поток энергии (как и прямой) в плоскости фокуса вращается вокруг оптической оси. Для этого запишем продольную проекцию вектора напряженности магнитного поля ($m = 2, \sigma = \pm 1$):

$$H_z = -i \left[\gamma_+ \left(\bar{I}_{2,3} + \frac{4}{kr} I_{0,2} \right) e^{i3\varphi} - \right. \quad (81)$$

$$\left. \bar{I}_{0,1} (\sigma \cos \varphi + i \sin \varphi) e^{i2\varphi} + \gamma_- \bar{I}_{2,1} e^{i\varphi} \right].$$

В (81) обозначены следующие интегралы:

$$\begin{aligned} \bar{I}_{0,1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_1(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,3} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_3(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_1(x) d\theta. \end{aligned} \quad (82)$$

Из (81) следует выражение для продольной проекции магнитного поля с левой круговой поляризацией:

$$H_{z-} = -i (\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{0,1}) e^{i\varphi}. \quad (83)$$

С помощью (83), а также (72) и (74), можно найти поперечные составляющие вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] / 8\pi$ в плоскости фокуса (с точностью до $c/8\pi$):

$$\begin{aligned} S_x &= -Q(r) \sin \varphi, \quad S_y = Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= (I_{0,2} + I_{2,0}) (\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{0,1}) + 2I_{1,1} \left(\bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} + \frac{2}{kr} I_{1,1} \right). \end{aligned} \quad (84)$$

Из (84) следует, что поток энергии в плоскости фокуса вращается либо против, либо по часовой стрелке, в зависимости от знака функции $Q(r)$. Это не противоречит тому, что на самой оптической оси ($r=0$) обратный поток отличен от нуля (79), так как поперечные составляющие обратного потока (84) на оптической оси равны нулю.

Ниже на конкретных численных примерах показано наличие обратного потока в фокусе дифракционной линзы не только на оптической оси, но и вблизи нее. А также показано, что величина обратного потока сравнима с величиной прямого потока энергии. В отличие от теоретического рассмотрения ($m = 2$, $\sigma = -1$), здесь выбраны $m = -2$ и $\sigma = 1$.

На рис. 35 показаны распределение интенсивности (а) и осевая проекция вектора Пойнтинга (б) в плоскости фокуса дифракционной линзы ($NA=0,95$) при фокусировке оптического вихря с $m=-2$ и $\sigma=1$. Функция аподизации дифракционной линзы имеет вид $A_m(\theta) = \cos^{-3/2}(\theta)$ [28]. Расчет производился с помощью формул Ричардса-Вольфа [1].

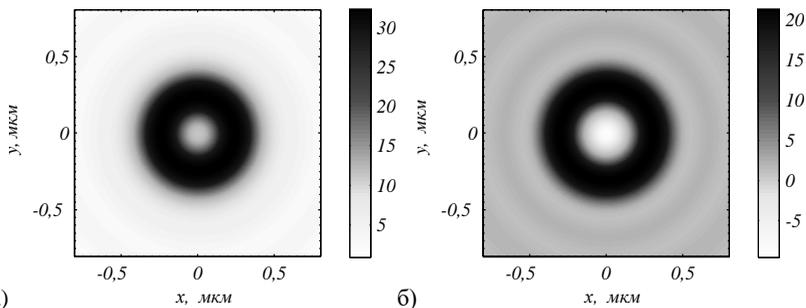


Рис. 35. Интенсивность (негатив) в фокальной плоскости (а) и проекция вектора Пойнтинга (негатив) на ось z в фокальной плоскости (б), $m=-2$, $\sigma=1$, $NA=0,95$

На рис. 35 видно, что обратный поток в плоскости фокуса возникает не только на оптической оси (в центре картины), но в некотором круге, радиус которого можно оценить из рис. 36.

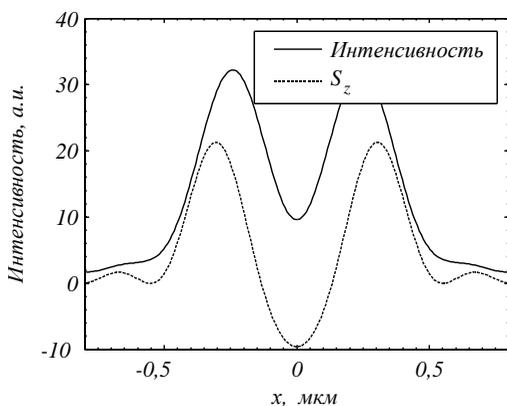


Рис. 36. Сечения вдоль оси x распределений интенсивности (сплошная кривая) и осевой проекции вектора Пойнтинга (пунктирная кривая) в плоскости фокуса

На рис. 36 показаны радиальные сечения двумерных распределений интенсивности (а) и осевой проекции вектора Пойнтинга (б), показанных на рис. 35. Из рис. 36 видно, что обратный поток имеет место в центральном «светлом» круге распределения интенсивности на рис. 35, и радиус круга обратного потока примерно равен расстоянию от центра до первого радиуса, на котором интенсивность спадает в 2 раза. Этот кружок, в котором поток энергии обратный, примерно равен диску Эйри. Из рис. 36 также видно, что максимальное значение обратного потока всего в 2 раза меньше, чем максимальное значение прямого потока (в относительных единицах). На рис. 37 показано распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелками) в области фокуса (в плоскости yz) при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$ (длина волны $\lambda = 532$ нм).

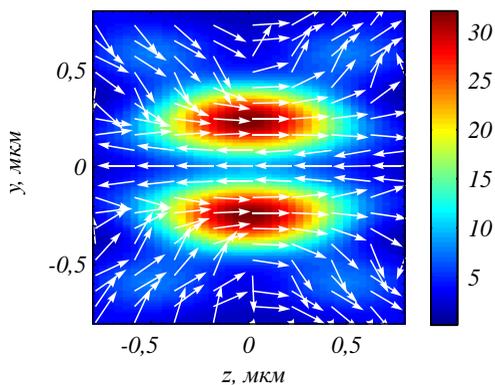


Рис. 37. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости yz при фокусировке оптического вихря с $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$

Из рис. 37 видно, что вдоль оси z вектор Пойнтинга направлен в сторону, противоположную направлению распространения пуч-

ка. На рис. 38 показано поведение проекции S_z при варьировании параметров: топологического заряда (рис. 38а) и числовой апертуры апланатической линзы (рис. 38б).

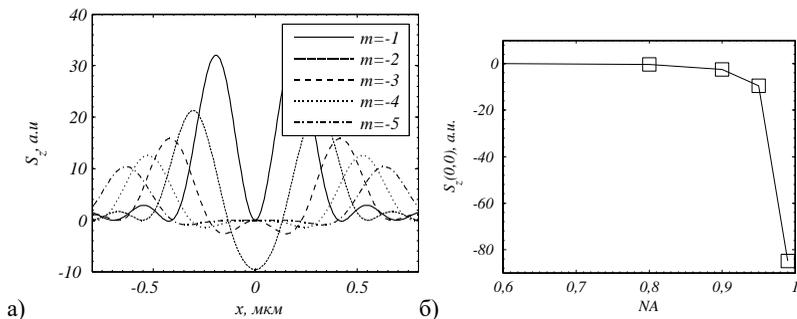


Рис. 38. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга S_z в фокусе апланатической системы при фокусировке оптических вихрей с разными топологическими зарядами $m = -1, -2, \dots, -5$ и круговой правой поляризацией $\sigma = 1$ ($NA = 0,95$) (а) и зависимость S_z только на оптической оси от величины числовой апертуры NA при $m = -2$ и $\sigma = 1$

Из рис. 38а видно, что обратный поток на оптической оси возникает только при $m = -2$ ($\sigma = 1$). А из рис. 38б видно, что значение обратного потока на оптической оси становится сравнимо с прямым потоком (то есть становится заметным) при $NA > 0,9$.

В дополнение к продольному распределению вектора Пойнтинга (рис. 37) на рис. 39 показано распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелками) в области фокуса (в плоскости xu) при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$, длина волны $\lambda = 532$ нм.

Из рис. 39 видно, что вращение вектора Пойнтинга в плоскости фокуса меняет свое направление – в центре кольца интенсивности вращение происходит по часовой стрелке, а на периферии – против часовой стрелки [48].

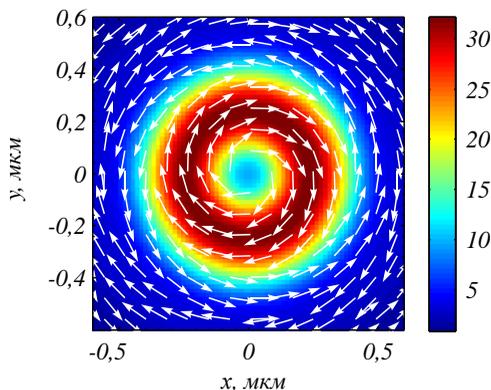


Рис. 39. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости xy ($z = 0$) при фокусировке оптического вихря с $m = -2$ и правой круговой поляризацией $\sigma = 1$ дифракционной линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$

10. Спиновый и орбитальный потоки энергии. Объяснение эффекта обратного потока энергии

Рассмотрим подробнее феномен обратного потока и попробуем разобраться в причинах его возникновения. Ранее в работах [49, 50] было показано, что поток энергии может быть представлен в виде суммы двух потоков: орбитального потока энергии и спинового потока энергии (в этом разделе, так как кроме потока энергии есть спин, то мы будем обозначать СУМ как \mathbf{S} , а вектор Пойнтинга как \mathbf{P}):

$$\mathbf{P}_o = \mathbf{P}_o^e + \mathbf{P}_s^e. \quad (85)$$

При этом последний не отвечает за фактический перенос энергии. В работе [50] приводится интерпретация данного потока в виде локальных циркуляций энергии в отдельных точках области. Каждый из этих потоков (орбитальный и спиновый) представляет собой сумму двух потоков – магнитной и электрической составляющих:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_o &= \mathbf{P}_o^e + \mathbf{P}_o^m \\ \mathbf{P}_s &= \mathbf{P}_s^e + \mathbf{P}_s^m \end{aligned} \quad (86)$$

Орбитальный и спиновый потоки энергии для электрической составляющей в свободном пространстве имеют вид

$$\mathbf{P}_o^e = \frac{\text{Im}}{2k} (\mathbf{E}^* \cdot (\nabla) \mathbf{E}), \quad (87)$$

$$\mathbf{P}_s^e = \frac{1}{4k} (\nabla \times \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E})), \quad (88)$$

где \mathbf{E} – вектор напряженности электрического поля, $\text{Re}()$ и $\text{Im}()$ – реальные и мнимые части числа, \times – знак векторного умножения, k – волновое число, произведение $\mathbf{C}^* \cdot (\nabla) \mathbf{C}$ имеет вид:

$$\mathbf{C}^* \cdot (\nabla) \mathbf{C} = C_x^* \nabla C_x + C_y^* \nabla C_y + C_z^* \nabla C_z. \quad (89)$$

Аналогично для магнитных составляющих:

$$\mathbf{P}_o^m = \frac{\text{Im}}{2k} (\mathbf{H}^* \cdot (\nabla) \mathbf{H}), \quad (90)$$

$$\mathbf{P}_s^m = \frac{1}{4k} (\nabla \times \text{Im}(\mathbf{H}^* \times \mathbf{H})). \quad (91)$$

Это представление потока энергии как суммы двух потоков (спина и орбитальной энергии [49–51]) позволяет дать интерпретацию эффекту обратного потока в оптике. Обратный поток возникает в той области светового поля, где поток спина отрицательный и больше по величине, чем всегда положительный поток орбитальной энергии. Причем орбитальный поток энергии не обязательно связан с оптическим вихрем, он есть и у безвихревых пучков.

Из (88) следует, что поток спина \mathbf{P}_s – это ротор от вектора спинового углового момента \mathbf{S} [52]:

$$\mathbf{S} = \frac{\text{Im}}{2} (\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \quad (92)$$

В декартовой системе координат проекции вектора орбитального потока энергии имеют вид:

$$\begin{aligned}
P_{o,x} &= \frac{\text{Im}}{2k} \left(E_x^* \frac{\partial}{\partial x} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial x} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial x} E_z \right), \\
P_{o,y} &= \frac{\text{Im}}{2k} \left(E_x^* \frac{\partial}{\partial y} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial y} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial y} E_z \right), \\
P_{o,z} &= \frac{\text{Im}}{2k} \left(E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z \right).
\end{aligned} \tag{93}$$

Аналогично проекции вектора потока спина можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
P_{s,x} &= \frac{1}{2k} \left(\frac{\partial}{\partial y} \text{Im}(E_x^* E_y) + \frac{\partial}{\partial z} \text{Im}(E_x^* E_z) \right), \\
P_{s,y} &= \frac{1}{2k} \left(\frac{\partial}{\partial z} \text{Im}(E_y^* E_z) + \frac{\partial}{\partial x} \text{Im}(E_y^* E_x) \right), \\
P_{s,z} &= \frac{1}{2k} \left(\frac{\partial}{\partial x} \text{Im}(E_z^* E_x) + \frac{\partial}{\partial y} \text{Im}(E_z^* E_y) \right).
\end{aligned} \tag{94}$$

В этом разделе на примере фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией будет показано, что обратный поток имеет место тогда, когда поток спина отрицательный и больше по модулю, чем положительный орбитальный поток энергии (88). Действительно, подставляя проекции электрического вектора в выражения (93) и (94), получим для продольных компонент потока спина и орбитального потока энергии выражения:

$$\begin{aligned}
P_{o,z} &= \frac{1}{2} (I_{0,2} \tilde{I}_{0,2} + I_{2,0} \tilde{I}_{2,0} + 2I_{1,1} \tilde{I}_{1,1}), \\
P_{s,z} &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2) - \frac{1}{2} (I_{0,2} \tilde{I}_{0,2} + I_{2,0} \tilde{I}_{2,0} + 2I_{1,1} \tilde{I}_{1,1}), \\
P_z &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2), \quad P_z = P_{o,z} + P_{s,z}.
\end{aligned} \tag{95}$$

В (95) использованы обозначения интегралов:

$$\tilde{I}_{\nu,\mu} = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3/2}(\theta) \times \quad (96)$$

$$A(\theta) e^{ik_z \cos z} J_\mu(x) d\theta.$$

Из (95) следует, что на оптической оси ($r=0$), $P_{o,z}(r=0) = 0,5I_{2,0}\tilde{I}_{2,0} > 0$, $P_{s,z}(r=0) = -0,5(I_{2,0}^2 + I_{2,0}\tilde{I}_{2,0}) < 0$, $|P_{s,z}| > P_{o,z}$, $P_z(r=0) = -0,5I_{2,0}^2 < 0$.

Таким образом, физический смысл обратного потока энергии на оптической оси в остром фокусе заключается в том, что на оптической оси вблизи фокуса возникает конкуренция двух осевых потоков: поток спина направлен в отрицательном направлении вдоль оптической оси, а орбитальный поток энергии (канонический поток энергии) направлен в положительном направлении вдоль оптической оси, и поток спина по модулю больше, чем орбитальный поток энергии.

В данном разделе с помощью формул Ричардса-Вольфа моделировалась острая фокусировка оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией апланатическим объективом с числовой апертурой 0,95 [53]. Длина волны равна 0,532 мкм, волновой фронт фокусируемого света плоский. При моделировании света левой круговой поляризации компоненты векторов электрической и магнитной напряженностей считались по формуле (12).

Распределение интенсивности (рис. 40) имеет вид кольца, при этом его диаметр меньше, чем при фокусировке света с правой круговой поляризацией. Отдельные поперечные составляющие I_x и I_y имеют вид асимметричных колец с ненулевыми значениями в центре (похожи по форме на греческую букву θ). Продольная составляющая интенсивности I_z в отличие от света правой поляризации уменьшает кольцо суммарной интенсивности I – диаметр

кольца продольной составляющей меньше диаметров колец поперечных составляющих (в случае с правой поляризацией – наоборот).

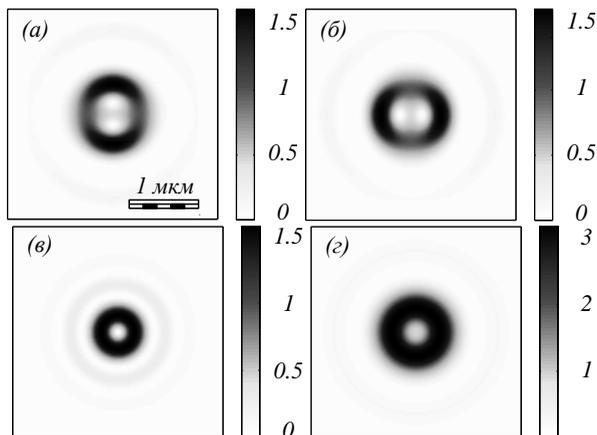


Рис. 40. Распределение отдельных составляющих интенсивности I_x (а), I_y (б) и I_z (в) и суммарной интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$ (г) в фокальной плоскости

Распределение компонент вектора Пойнтинга (20) и вектора СУМ (92) приведено на рис. 41–42.

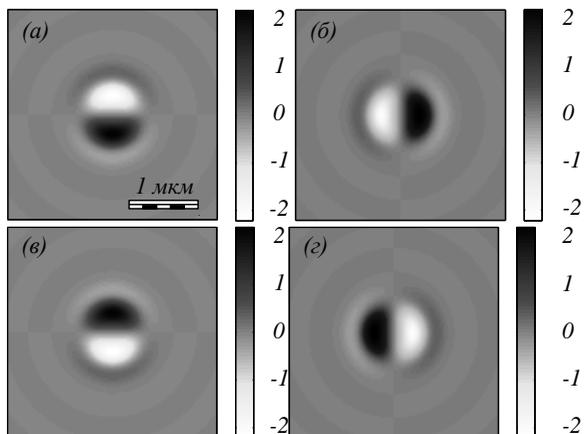


Рис. 41. Распределение поперечных компонент вектора Пойнтинга (верхний ряд) и вектора СУМ (нижний ряд) в фокусе: P_x (а), P_y (б), S_x (в), S_y (г)

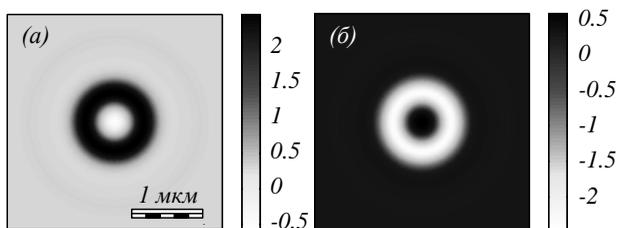


Рис. 42. Распределение продольных компонент вектора Пойнтинга и вектора СУМ: P_z (а) и S_z (б)

В случае с левой круговой поляризацией компоненты вектора Пойнтинга оказались противоположны компонентам спинового углового момента: поперечный вектор Пойнтинга $P_x\mathbf{i}+P_y\mathbf{j}$ закручен против часовой стрелки (как и поперечная компонента орбитального потока энергии), в то время как поперечный вектор спинового углового момента $S_x\mathbf{i}+S_y\mathbf{j}$ закручен по часовой стрелке. Спиновый угловой момент имеет вид отрицательного кольца с положительными значениями на оси. Продольная компонента вектора Пойнтинга P_z , напротив, имеет вид кольца, в котором она положительна, а внутри кольца (на оси) она приобретает отрицательное значение. Рис. 41–42 находятся в согласии с теоретическими выводами.

На рис. 43 и 44 показано распределение компонент потока спина и орбитального потока энергии, вычисленных в соответствии с (93–94).

Из рис. 43в видно, что продольный спиновый поток имеет такой же характер распределения, как и продольная составляющая вектора Пойнтинга (рис. 42а). А вид продольной компоненты орбитального потока энергии (рис. 44в) похож на вид суммарной интенсивности (рис. 40з).

Поперечные составляющие спинового потока (рис. 43а,б) имеют вид двух колец, внешнее закручено по часовой стрелке, а внутреннее – против.

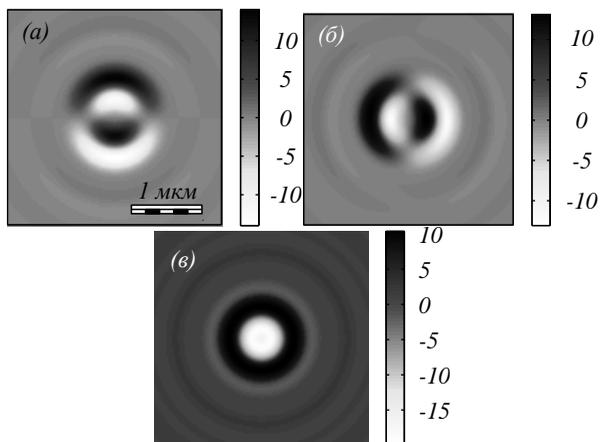


Рис. 43. Распределение компонент спинового потока энергии $P_{s,x}$ (а), $P_{s,y}$ (б) и $P_{s,z}$ (в) в фокальной плоскости

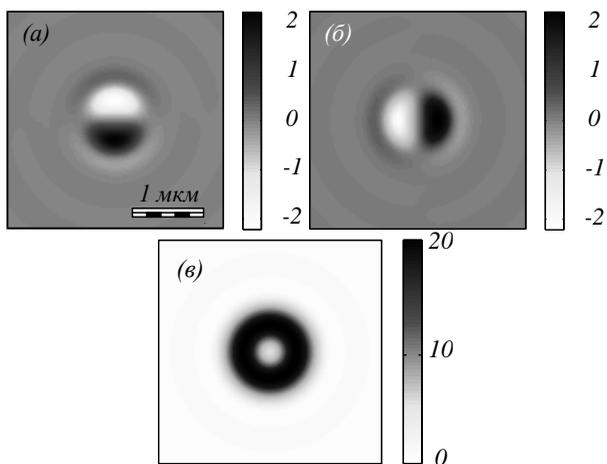


Рис. 44. Распределение компонент орбитального потока энергии $P_{o,x}$ (а), $P_{o,y}$ (б) и $P_{o,z}$ в фокальной плоскости (в)

Суммарный поток энергии складывается из потока спина \mathbf{P}_s (рис. 43) и орбитального потока энергии \mathbf{P}_o (рис. 44). Распределение суммы потоков, приведенное на рис. 45, качественно совпадает с распределением вектора Пойнтинга (рис. 41–42).

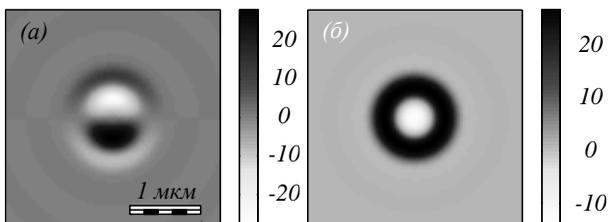


Рис. 45. Распределение суммарных потоков энергии $P_{o,x} + P_{s,x}$ (а) и $P_{o,z} + P_{s,z}$ (б)

11. Острая фокусировка оптических вихрей с цилиндрической векторной поляризацией

Цилиндрические векторные пучки и оптические вихри могут быть объединены в более общий класс пучков – гибридные пучки. Частные случаи таких пучков – азимутально-поляризованные оптические вихри, ранее была отмечена возможность получения с их помощью фокуса с размерами меньшими, чем при фокусировке радиально-поляризованного света [54].

Пусть поперечные проекции начального E -поля (в выходном зрачке апланатической оптической системы [27]) описываются вектором Джонса вида:

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (97)$$

где (θ, φ) – углы, задающие единичный вектор или точку на сфере единичного радиуса, m, n – целые положительные числа, $A(\theta)$ – амплитуда спектра плоских волн, формирующих оптический вихрь с комплексной амплитудой

$$E_0 = A(\theta)e^{im\varphi}. \quad (98)$$

Векторное цилиндрическое поле с поляризацией (97) будем называть вихревым полем с радиальной поляризацией n -го порядка, так как при $n=1$ поле (97) описывает оптический вихрь с радиальной поляризацией. Заметим, что при $n=0$ поле (97) опи-

сывает оптический вихрь с линейной поляризацией. Поле (97) можно представить в виде суммы двух оптических вихрей с круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2}A(\theta)e^{i(m+n)\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \frac{1}{2}A(\theta)e^{i(m-n)\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (99)$$

Вектора Джонса $(1, -i)^T$ и $(1, i)^T$ описывают левую и правую круговые поляризации. Напомним выражения для проекций E -поля

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ \sigma i \end{pmatrix}, \quad (100)$$

где $\sigma = 1$ – правая круговая, $\sigma = -1$ – левая круговая и $\sigma = 0$ – линейная поляризации, вблизи фокуса апланатической системы из [43]:

$$\begin{aligned} E_x &= -i^{m+1}e^{im\varphi} \left(I_{0,m} + \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2} \right), \\ E_y &= i^m e^{im\varphi} \left(\sigma I_{0,m} - \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2} \right), \\ E_z &= -2i^m e^{im\varphi} \left(\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,m+1} - \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,m-1} \right), \end{aligned} \quad (101)$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) \times \\ &\quad \times A(\theta) e^{ik_z \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta \times \\ &\quad \times A(\theta) e^{ik_z \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) d\theta \times \\ &\quad \times A(\theta) e^{ik_z \cos \theta} J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (102)$$

где f – фокусное расстояние апланатической системы, λ – длина волны, $NA = \sin \alpha$ – числовая апертура, $J_\nu(x)$ – функция Бесселя первого рода ν -го порядка, $x = kr \sin \theta$, (x, y, z) и (r, φ, z) – декартовы и цилиндрические координаты, $\gamma_\pm = (1 \pm \sigma) / 2$. В качестве функции $A(\theta)$ можно использовать функции Бесселя-Гаусса [27]:

$$A(\theta) = J_1 \left(2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right) \exp \left[-\beta^2 \left(\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right)^2 \right], \quad (103)$$

где β – отношение радиуса зрачка апланатической системы к радиусу перетяжки гауссова пучка.

Приведем сначала общее выражение для распределения интенсивности в плоскости фокуса ($z=0$) оптического вихря с любой однородной поляризацией (линейной, правой и левой круговой и эллиптической, если $\sigma \neq 0, \pm 1$), которого нет в [43]:

$$\begin{aligned} I(r, \varphi, z=0) = & (1 + \sigma^2) I_{0,m}^2 + \\ & + 2\gamma_+^2 (I_{2,m+2}^2 + 2I_{1,m+1}^2) + 2\gamma_-^2 (I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2) + \\ & + 4\gamma_+\gamma_- \cos 2\varphi [I_{0,m} (I_{2,m+2} + I_{2,m-2}) - 2I_{1,m+1}I_{1,m-1}]. \end{aligned} \quad (104)$$

Из (104) видно, что для линейной и эллиптической поляризаций распределение интенсивности в фокусе не будет иметь круговой симметрии, а будет зависеть от косинуса двойного азимутального угла (при любом m). И только для оптического вихря с левой ($\gamma_+=0, \gamma_-=1$) или правой ($\gamma_+=1, \gamma_-=0$) круговой поляризациями распределение интенсивности в плоскости фокуса имеет радиальную (осевую) симметрию. Из (104) видно, что в центре фокусного пятна интенсивность будет отлична от нуля только при $m=0$ (для любой однородной поляризации) и $m=1, 2$ (для левой круговой и линейной поляризаций).

Вернемся к основной цели данной работы и получим выражения для проекций E -вектора вблизи фокуса для начального поля (100), складывая выражения из (102) для левой и правой поляризаций. Получим:

$$\begin{aligned}
E_x &= -\frac{1}{2}i^{m+n+1}e^{i(m+n)\varphi} \left(I_{0,m+n} + e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2} \right) - \\
&\quad - \frac{1}{2}i^{m-n+1}e^{i(m-n)\varphi} \left(I_{0,m-n} + e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2} \right), \\
E_y &= -\frac{1}{2}i^{m+n}e^{i(m+n)\varphi} \left(I_{0,m+n} - e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2} \right) + \\
&\quad + \frac{1}{2}i^{m-n}e^{i(m-n)\varphi} \left(I_{0,m-n} - e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2} \right), \\
E_z &= i^{m+n}e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} - i^{m-n}e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}.
\end{aligned} \tag{105}$$

В (105) величины $I_{0,m\pm n}$, $I_{1,m\pm n\mp 1}$, $I_{2,m\pm n\mp 2}$, как и в (102), обозначают интегралы. Первый индекс обозначает тип интеграла, а второй – номер функции Бесселя, стоящей под интегралом.

Аналогично, можно получить выражения для проекций E -вектора вблизи фокуса в апланатической системе для исходного оптического вихря с топологическим зарядом m и азимутальной поляризацией n -го порядка:

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} -\sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix}. \tag{106}$$

Для начального поля (106) получим вместо (105) выражения:

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{1}{2}i^{m+n}e^{i(m+n)\varphi} \left(I_{0,m+n} + e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2} \right) - \\
&\quad - \frac{1}{2}i^{m-n}e^{i(m-n)\varphi} \left(I_{0,m-n} + e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2} \right), \\
E_y &= -\frac{1}{2}i^{m+n+1}e^{i(m+n)\varphi} \left(I_{0,m+n} - e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2} \right) - \\
&\quad - \frac{1}{2}i^{m-n+1}e^{i(m-n)\varphi} \left(I_{0,m-n} - e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2} \right), \\
E_z &= -i^{m+n-1}e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} + i^{m-n+1}e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}.
\end{aligned} \tag{107}$$

В (105) и (107) числа m и n входят только в виде суммы и разности. Поэтому при условии $m=n>1$ на оптической оси интенсивность всегда будет одна и та же и отлична от нуля, а само поле будет иметь вид: $E_y = \pm iE_x = \mp 0,5I_{0,0}(r=0)$, $E_z = 0$. Верхний

знак выбирается для (107), а нижний знак для (105). Это означает, что на оптической оси вблизи фокуса обе сингулярности компенсируют друг друга. При этом на оптической оси, как следует из (102) при $m=0$, будет такая интенсивность, как будто сфокусировался свет с круговой поляризацией и без вихря.

Аналогично (107), приведем выражения для проекций вектора напряженности магнитного поля (H-поля) вблизи фокуса апланатической системы для исходного светового поля в виде (106):

$$\begin{aligned}
 H_x &= \frac{1}{2} i^{m+n+1} e^{i(m+n)\varphi} \left(I_{0,m+n} + e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2} \right) + \\
 &+ \frac{1}{2} i^{m-n+1} e^{i(m-n)\varphi} \left(I_{0,m-n} + e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2} \right), \\
 H_y &= \frac{1}{2} i^{m+n} e^{i(m+n)\varphi} \left(I_{0,m+n} - e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2} \right) - \\
 &- \frac{1}{2} i^{m-n} e^{i(m-n)\varphi} \left(I_{0,m-n} - e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2} \right), \\
 H_z &= -i^{m+n} e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} - i^{m-n} e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}.
 \end{aligned} \tag{108}$$

На основе (107) и (108) получим выражение в плоскости фокуса ($z=0$) для продольной проекции вектора Пойнтинга $\mathbf{S} = [c/(8\pi)] \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$, где c – скорость света в вакууме, Re – вещественная часть числа, $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$ – векторное произведение, $*$ – комплексное сопряжение (далее опустим постоянную $c/(8\pi)$):

$$S_z = \frac{1}{2} \left(I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 - I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n+2}^2 \right). \tag{109}$$

В частном случае при $m=0$ выражение (109) совпадает с аналогичным выражением, полученным в [18]. Из (109) следует, что при условии $n=m+2$ на оптической оси в плоскости фокуса всегда будет отрицательный (обратный) поток энергии:

$$\begin{aligned}
 S_{z,m=n+2}(z=r=0) &= -\frac{1}{2} I_{2,0}^2 = \\
 &= -\left(\frac{\pi f}{\sqrt{2}\lambda} \int_0^\alpha \sin\theta \cos^{1/2}\theta (1-\cos\theta) A(\theta) d\theta \right)^2.
 \end{aligned} \tag{110}$$

Из (109), (110) следует, что если у оптического вихря с азимутальной поляризацией высшего порядка (97) номера связаны соотношением $n = m + 2$, то вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии, по величине сравнимый с прямым потоком. В этом разделе на конкретных примерах будет это продемонстрировано. Моделирование острой фокусировки лазерного света с разными порядками фазовой и поляризационной сингулярности производилось с помощью формул Ричардса-Вольфа [1]. Длина волны выбиралась равной $\lambda = 532$ нм, а числовая апертура апланатического объектива выбиралось равной $NA = 0,95$.

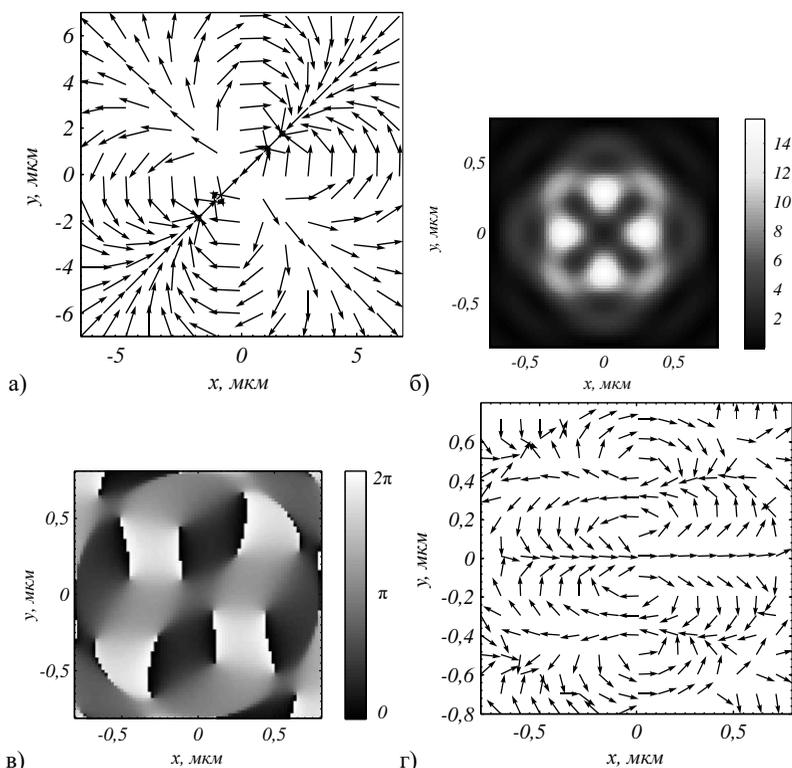


Рис. 46. Направление поляризации в фокусируемом пучке с $m = 1, n = 3$ (а).
 Распределение интенсивности $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ (б), фазы (в)
 и направление поляризации (г) в фокусе

На рис. 46 и 47 показаны результаты фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом $m = 1$ и с азимутальной поляризацией порядка $n = 3$.

На рис. 46 показано распределение интенсивности в плоскости фокуса ($z = 0$), а на рис. 47 – распределения трех проекций (продольной и двух поперечных) вектора Пойнтинга в той же плоскости.

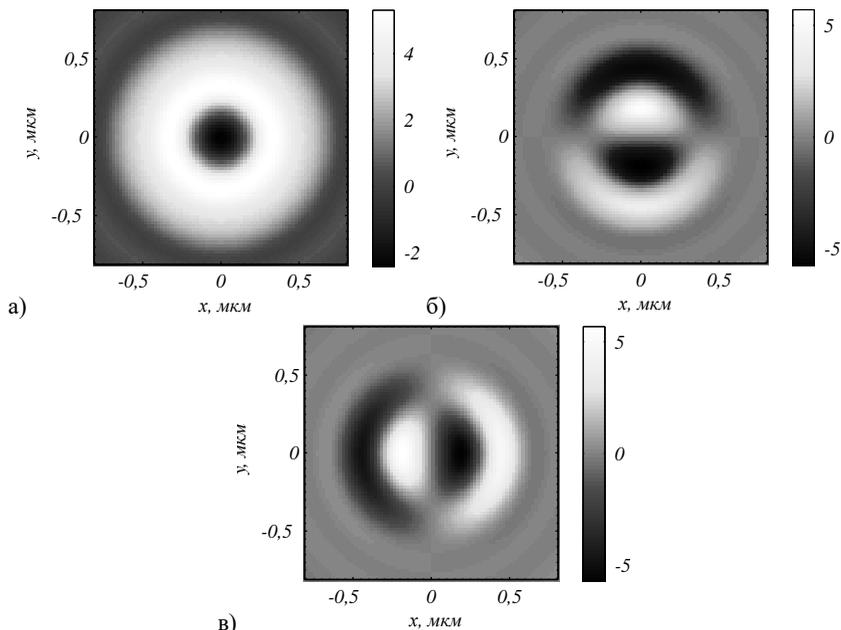


Рис. 47. Распределения компонент вектора Пойнтинга S_z (а), S_x (б), S_y (в) в фокусе ($m = 1$, $n = 3$)

Видно, что продольная проекция вектора Пойнтинга (рис. 47а) имеет круговую симметрию в согласии с (109) и вблизи оптической оси ее значения отрицательные (обратный поток). Величина обратного потока энергии примерно в 2 раза меньше максимального значения прямого потока. Заметим, что из вида распределения интенсивности (рис. 46) трудно предположить, что продольное распределение потока энергии (рис. 47а) имеет осевую симметрию

рию. Заметим, что хотя распределение интенсивности (рис. 46) не имеет радиальной симметрии, но оно имеет симметрию 4-го порядка относительно декартовых осей. Из дальнейшего будет ясно, что порядок симметрии распределения интенсивности равен $m + n = 2(n - 1)$.

На рис. 48 и 49 показаны аналогичные картины, но при других параметрах лазерного пучка: $m = 2, n = 4$. Из рис. 48 видно, что распределение интенсивности имеет симметрию 6-го порядка, так как $m + n = 2(n - 1) = 6$.

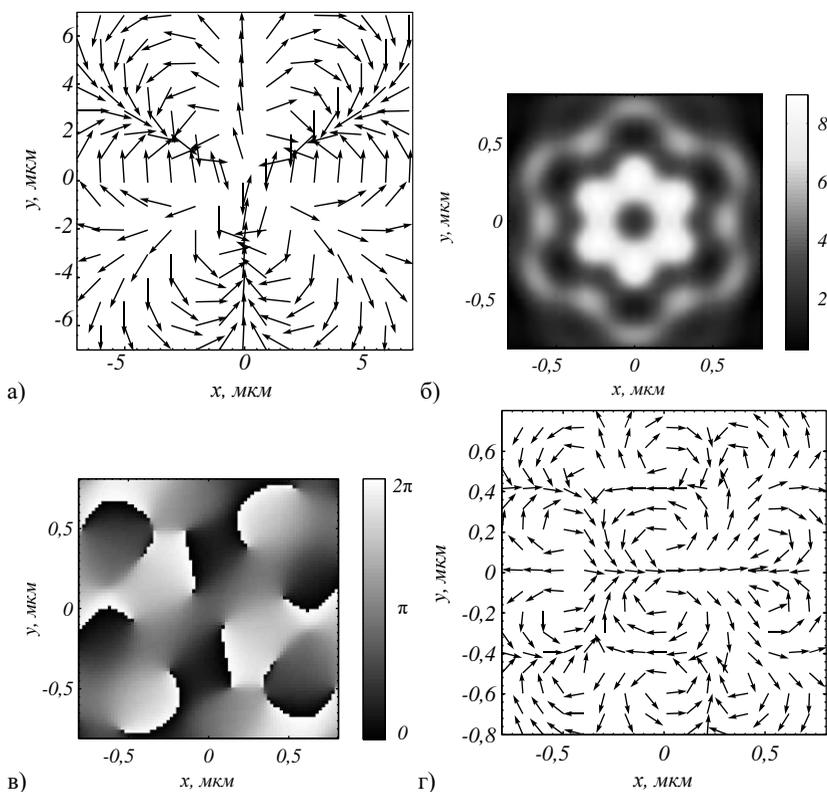


Рис. 48. Направление поляризации в фокусируемом пучке с $m = 2, n = 4$ (а).
 Распределение интенсивности $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ (б), фазы (в)
 и направление поляризации (г) в фокусе

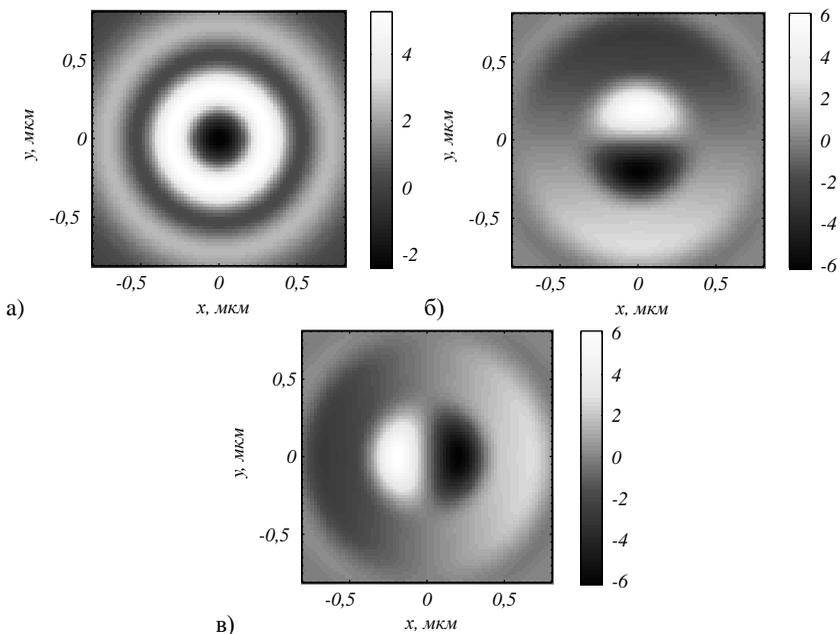


Рис. 49. Распределения компонент вектора Пойнтинга S_z (а), S_x (б), S_y (в) в фокусе ($m = 2, n = 4$)

На рис. 49а видно, что вблизи оптической оси поток энергии имеет обратное направление распространения, и распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга имеет осевую симметрию. Это трудно предсказать из вида распределения интенсивности на рис. 48. Поперечные проекции вектора Пойнтинга (рис. 49б,в) имеют вид, аналогичный поперечным проекциям на рис. 46б,в.

На рис. 50 показано распределение интенсивности в плоскости фокуса для пучка с порядками фазовой и поляризационной сингулярности, равными $m = 3, n = 5$. Видно, что картина интенсивности имеет 8-й порядок симметрии относительно оптической оси, так как $m + n = 2(n - 1) = 8$. Можно предположить, что с ростом номера n ($n = m + 2$) распределение интенсивности в плоскости фокуса все больше будет приобретать осевую симметрию.

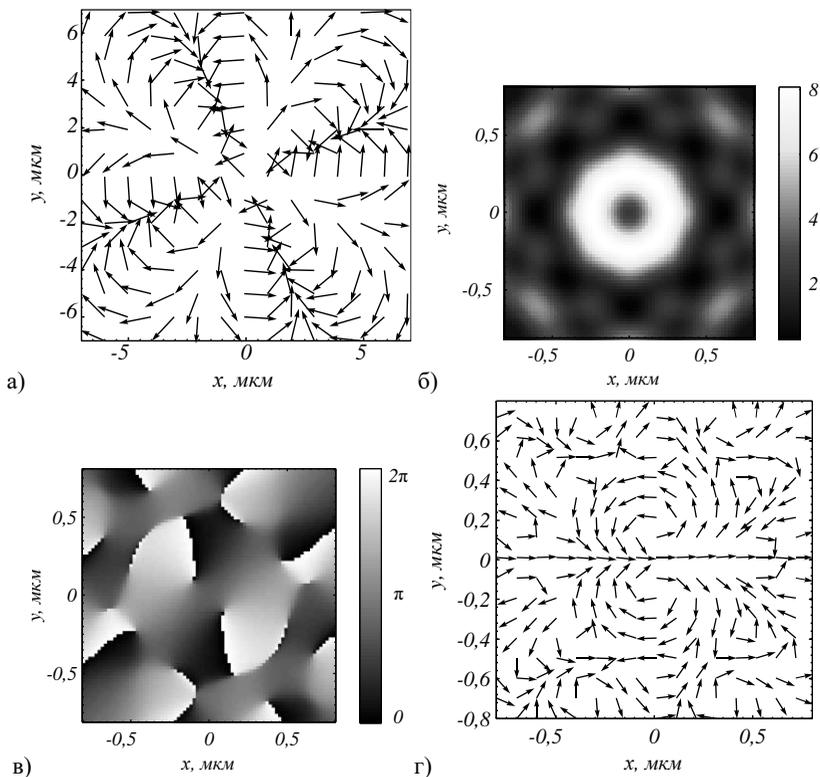


Рис. 50. Направление поляризации в фокусируемом пучке с $m = 3$, $n = 5$ (а).
 Распределение интенсивности $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ (б), фазы (в)
 и направление поляризации (г) в фокусе

На рис. 51а видно, что вблизи оптической оси поток энергии имеет обратное направление распространения (продольная компонента вектора Пойнтинга вблизи оптической оси отрицательная) и распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга имеет осевую симметрию. Поперечные проекции вектора Пойнтинга (рис. 49б,в) имеют вид, аналогичный поперечным проекциям на рис. 47б,в и 49б,в.

Заметим также, что хотя общий вид продольной компоненты вектора Пойнтинга на рис. 46а, 49а и 51а меняется (оставаясь радиально симметричным), область вблизи оси, в которой поток энергии обратный, сохраняет свою площадь.

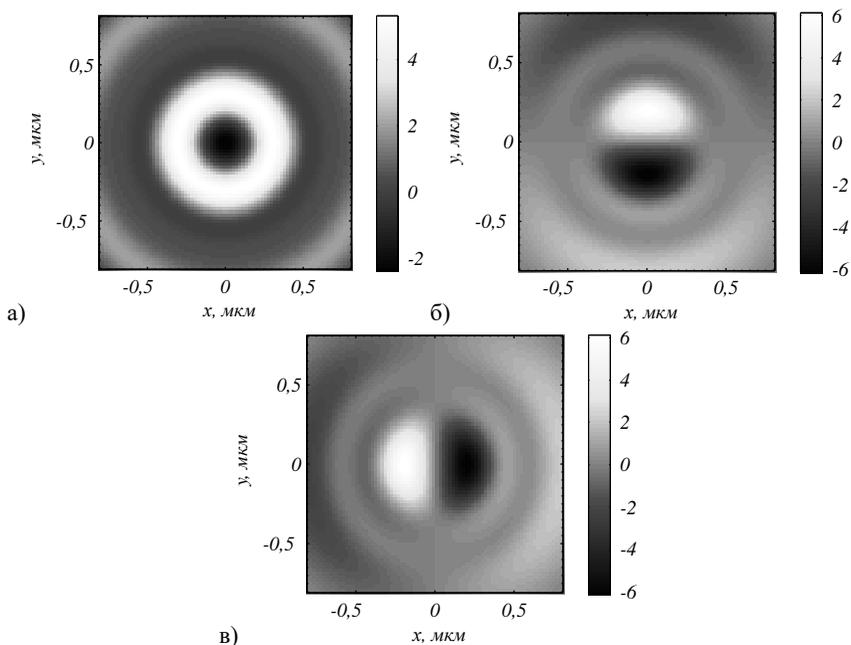


Рис. 51. Распределения компонент вектора Пойнтинга S_z (а), S_x (б), S_y (в) в фокусе ($m = 3$, $n = 5$)

12. Фокусировка света гибридной циркулярно-азимутальной поляризации

Рассмотрим амплитуды начальных векторов напряженности электрического и магнитного полей с гибридной поляризацией m -го порядка в следующем виде:

$$\mathbf{E} = A(\theta) \begin{pmatrix} -i \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = A(\theta) \begin{pmatrix} -\cos m\varphi \\ -i \sin m\varphi \end{pmatrix}, \quad (111)$$

где \mathbf{E} и \mathbf{H} – вектора напряженности электрического и магнитного полей, m – целое положительное число, определяющее порядок цилиндрической поляризации, $A(\theta)$ – амплитуда начального светового поля, в зависимости от угла наклона к оптической оси. Поляризация поля (111) называется гибридной, так как она объединяет

свойства цилиндрической поляризации m -го порядка и круговой поляризации. На разных азимутальный углах φ поляризация в (111) будет либо круговой (при $\varphi = \pi n / (4m)$, $n = 1, 3, 5, \dots$, либо эллиптической, либо линейной (при $\varphi = \pi n / (2m)$, $n = 0, 1, 2, \dots$). Из (111) также следует, что при $m=0$ у поля будет однородная линейная поляризация. С помощью формализма Ричардса-Вольфа [1] можно найти проекции вектора напряженности электрического поля в остром фокусе апланатической системы для начального поля вида (111):

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{-i^m}{2} \left[I_{0,m} \sin(m\varphi) + \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \sin((m+2)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \sin((m-2)\varphi) \right], \\
 E_y &= \frac{-i^m}{2} \left[i I_{0,m} \cos(m\varphi) - \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \cos((m+2)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \cos((m-2)\varphi) \right],
 \end{aligned} \tag{112}$$

$$\begin{aligned}
 E_z &= \frac{i^m}{2} \left[(1+i) I_{1,m+1} \sin((m+1)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + (1-i) I_{1,m-1} \sin((m-1)\varphi) \right]
 \end{aligned}$$

и магнитного поля:

$$\begin{aligned}
 H_x &= \frac{i^m}{2} \left[i I_{0,m} \cos(m\varphi) + \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \cos((m+2)\varphi) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \cos((m-2)\varphi) \right], \\
 H_y &= \frac{i^m}{2} \left[-I_{0,m} \sin(m\varphi) + \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \sin((m+2)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \sin((m-2)\varphi) \right],
 \end{aligned} \tag{113}$$

$$H_z = \frac{i^m}{2} \left[(1-i)I_{1,m+1} \cos((m+1)\varphi) - (1+i)I_{1,m-1} \cos((m-1)\varphi) \right],$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left(\frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left(\frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos z} J_\mu(x) d\theta, \quad (114)$$

где λ – длина волны света, f – фокусное расстояние апланатической системы, $x = krs \sin \theta$, $J_\mu(x)$ – функция Бесселя первого рода и $NA = \sin \theta_0$ – числовая апертура. Начальная функция амплитуды $A(\theta)$ (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp \left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0} \right), \quad (115)$$

где γ – постоянная. Для проверки уравнений (112) получим из них известные выражения [1] для светового поля с линейной поляризацией:

$$\begin{aligned} E_{x0} &= \frac{-i}{2} I_{2,2} \sin(2\varphi), \\ E_y &= \frac{-i}{2} \left[I_{0,0} - I_{2,2} \cos(2\varphi) \right], \\ E_z &= I_{1,1} \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (116)$$

Отличие в том, что вектор линейной поляризации в (116) направлен вдоль y , а в [1] вдоль x . Из (112) можно найти распределение интенсивности электрического поля в плоскости фокуса ($z=0$):

$$\begin{aligned} I_m &= \frac{1}{4} \left[I_{0,m}^2 + I_{2,m+2}^2 + I_{2,m-2}^2 - I_{0,m} \left(I_{2,m+2} + I_{2,m-2} \right) \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left(I_{1,m+1}^2 + I_{0,m} I_{2,m+2} \right) \sin^2((m+1)\varphi) + \\ &+ \frac{1}{2} \left(I_{1,m-1}^2 + I_{0,m} I_{2,m-2} \right) \sin^2((m-1)\varphi). \end{aligned} \quad (117)$$

Из (117) при $m=0$ следует известное выражение для распределения интенсивности в остром фокусе для начального светового поля с линейной поляризацией [1]:

$$I_0 = \frac{1}{4}(I_{0,0}^2 + 2I_{1,1}^2 + 2I_{2,2}^2) - \frac{1}{4}(I_{1,1}^2 + I_{0,0}I_{2,2})\cos(2\varphi). \quad (118)$$

Из (118) видно, что интенсивность имеет два локальных максимума, лежащих на вертикальной оси (при $\varphi=\pm\pi/2$), так как начальная поляризация линейная и направлена вдоль оси y . При $m=1$ из (117) следует, что интенсивность в фокусе для гибридного поля (111) первого порядка имеет вид:

$$I_1 = \frac{1}{4}(I_{0,1}^2 + I_{1,2}^2 + I_{2,1}^2 + I_{2,3}^2 + I_{0,1}I_{2,1}) - \frac{1}{4}(I_{1,2}^2 + I_{0,1}I_{2,3})\cos(4\varphi). \quad (119)$$

Из (119) следует, что распределение интенсивности в фокусе для гибридного поля (111) первого порядка (азимутальная круговая поляризация) имеет 4 локальных максимума (при $\varphi = \pm\pi/4, \pm 3\pi/4$). И в общем случае при произвольном m распределение интенсивности (117) будет иметь $2(m+1)$ максимумов, лежащих на лучах, образованных углами $\varphi = (\pi + 2\pi n) / 2(m+1)$, $n = 0, 1, 2, \dots, 2m+1$. Моделирование подтверждает эти выводы.

В начальном поле (111) имеется только продольная проекция потока энергии, так как нет продольной составляющей электрического и магнитного полей, и нет поперечных компонент вектора Пойнтинга. Но зато есть продольная составляющая спинового углового момента (СУМ). Поэтому из-за эффекта спин-орбитальной конверсии следует ожидать, что в фокусе сформируется поперечный поток энергии. Покажем, что это действительно так. Найдем проекции вектора Пойнтинга (потока энергии)

$$\mathbf{P} = \text{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \quad (120)$$

где Re – реальная часть числа, \times – знак векторного произведения двух векторов, \mathbf{E}^* – комплексное сопряжение, в плоскости фокуса ($z=0$) для начального поля с гибридной поляризацией (111). Для этого подставим проекции электрического (112) и магнитного (113) поля в (120), получим:

$$\begin{aligned}
 P_x &= \frac{1}{4} \left[I_{0,m} (I_{1,m+1} + I_{1,m-1}) \cos \varphi + \right. \\
 &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m-2} \cos((m+1)\varphi) \cos((m-2)\varphi) + \\
 &\quad + I_{1,m-1} I_{2,m+2} \cos((m-1)\varphi) \cos((m+2)\varphi) + \\
 &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m+2} \sin((m+1)\varphi) \sin((m+2)\varphi) + \\
 &\quad \left. I_{1,m-1} I_{2,m-2} \sin((m-1)\varphi) \sin((m-2)\varphi) \right], \\
 P_y &= \frac{1}{4} \left[I_{0,m} I_{1,m+1} \sin((2m+1)\varphi) + \right. \\
 &\quad + I_{0,m} I_{1,m-1} \sin((2m-1)\varphi) + \\
 &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m-2} \cos((m+1)\varphi) \sin((m-2)\varphi) - \\
 &\quad - I_{1,m-1} I_{2,m+2} \cos((m-1)\varphi) \sin((m+2)\varphi) + \\
 &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m+2} \sin((m+1)\varphi) \cos((m+2)\varphi) - \\
 &\quad \left. - I_{1,m-1} I_{2,m-2} \sin((m-1)\varphi) \cos((m-2)\varphi) \right], \\
 P_z &= \frac{1}{4} \left(I_{0,m}^2 - \frac{1}{2} I_{2,m+2}^2 - \frac{1}{2} I_{2,m-2}^2 \right).
 \end{aligned} \tag{121}$$

Хотя выражения для проекций вектора Пойнтинга (121) громоздкие, некоторые общие выводы можно сделать. Из (121) следует, что продольный поток энергии при любом m имеет радиальную симметрию (не зависит от угла φ). На оптической оси продольный поток энергии будет положительный и отличен от нуля только при $m=0$ (линейная поляризация): $P_z(r=z=0) = I_{0,0}^2 / 4$. Также на оптической оси в фокусе продольная проекция вектора Пойнтинга из (121) будет отличной от нуля и отрицательной только при $m=-2$ или $m=2$: $P_z(r=z=0) = -I_{2,0}^2 / 4$. То есть на оптической оси в фокусе

для гибридной поляризации также имеет место обратный поток энергии при $m = \pm 2$, как и для обычной азимутальной поляризации второго порядка [18, 19]. Из (121) при $\varphi=0$ можно получить выражение:

$$P_x(\varphi=0) = \frac{1}{4} \left[I_{0,m} (I_{1,m+1} + I_{1,m-1}) + I_{1,m+1} I_{2,m-2} + I_{1,m-1} I_{2,m+2} \right] > 0 \quad (122)$$

Из (121) также можно получить, что $P_y(y=0) = 0$, $P_x(\varphi=0) = -P_x(\varphi=\pi) > 0$. То есть при любом m на горизонтальной оси поперечный поток энергии всегда направлен вдоль этой оси, и в разные стороны от центра. Также из (121) следует, что поперечный поток энергии на вертикальной оси y направлен вдоль этой оси, так как $P_x(\varphi = \pi/2) = P_x(\varphi = 3\pi/4) = 0$. Из (121) также следует, что поток вдоль оси y меняет знак при переходе, через центр: $P_y(\varphi = \pi/2) = -P_y(\varphi = 3\pi/4) \neq 0$. Знак поперечного потока вдоль оси y будет чередоваться. Если, например, при $m=1$ поток энергии вдоль оси y направлен к центру, то при $m=2$ он будет направлен от центра. Итак, при $m=1$ поперечный поток энергии на горизонтальной оси направлен от центра, а на вертикальной оси к центру. Это возможно, если в первом и третьем квадрантах поперечный поток энергии вращается против часовой стрелки, а во втором и четвертом квадрантах – по часовой. Далее, при $m=2$ поперечный поток энергии на вертикальной оси y сменит направление и будет направлен от центра, и поток по горизонтальной оси x будет по-прежнему направлен от центра. Это возможно, если в четырех квадрантах будут четыре линии (под углом 45 градусов), на которых поток энергии будет направлен к центру. То есть при $m=2$ сформируются 8 вихревых поперечных потоков энергии (по 2 в каждом квадранте), в которых направление вращения энергии будет чередоваться (по часовой и против часовой стрелки). Эти рассуждения можно продолжить и можно показать, что при произвольном m в фокусе сформируют-

ся $4m$ вихревых потоков энергии. Причем направление вращения меняется на противоположенное при переходе от вихря к вихрю.

Рассмотрим для простоты частные случаи выражения (121). Из (121) также следует, что при $m=0$ (линейная поляризация) в фокусе поперечные составляющие потока энергии равны нулю: $P_x=P_y=0$. Это можно проверить непосредственной подстановкой $m=0$ в (121), и с учетом свойств интегралов (114): $I_{p,-q}=(-1)^q I_{p,q}$. При $m>0$ поперечный поток энергии (121) отличен от нуля. Напомним, что для цилиндрической поляризации m -го порядка поперечный поток энергии в фокусе всегда равен нулю [18]. При $m=1$ (круговая азимутальная поляризация) из (121) следуют выражения для проекций потока энергии:

$$\begin{aligned}
 P_x &= \frac{1}{4} \left[I_{0,1} (I_{1,2} + I_{1,0}) \cos \varphi + I_{1,2} I_{2,3} \sin 2\varphi \sin 3\varphi + \right. \\
 &\quad \left. + I_{1,0} I_{2,3} \cos 3\varphi - I_{1,2} I_{2,1} \cos 2\varphi \cos \varphi \right], \\
 P_y &= \frac{1}{4} \left[I_{0,1} (I_{1,2} \sin 3\varphi - I_{1,0} \sin \varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + I_{1,2} I_{2,3} \cos 2\varphi \cos 3\varphi - I_{1,0} I_{2,3} \sin 3\varphi + \right. \\
 &\quad \left. + I_{1,2} I_{2,1} \cos 2\varphi \sin \varphi \right], \\
 P_z &= \frac{1}{4} \left(I_{0,1}^2 - \frac{1}{2} I_{2,3}^2 - \frac{1}{2} I_{2,1}^2 \right).
 \end{aligned} \tag{123}$$

Из (123) видно, что продольная составляющая потока энергии имеет вид кольца с нулем на оптической оси. И поперечные составляющие потока энергии отличны от нуля и не имеют радиальной симметрии. Поперечные составляющие вектора Пойнтинга в фокусе, как видно из (123), имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned}
 \varphi = 0: \quad P_x &= A + B > 0, P_y = 0, \\
 \varphi = \pi / 2: P_x &= 0, P_y = -A + B < 0, \\
 \varphi = \pi: \quad P_x &= -(A + B) < 0, P_y = 0, \\
 \varphi = 3\pi / 2: P_x &= 0, P_y = A - B > 0,
 \end{aligned} \tag{124}$$

$$A = I_{0,1} (I_{1,2} + I_{1,0}) / 4, B = I_{1,0} I_{2,3} - I_{1,2} I_{2,1}.$$

Из (124) видно, что на горизонтальной оси в плоскости фокуса поперечный поток энергии направлен вдоль горизонтальной оси от центра, а на вертикальной оси поперечный поток энергии направлен вдоль вертикальной оси к центру. Это может быть, если поперечный поток энергии вращается в первом и третьем квадрантах против часовой стрелки, а во втором и четвертом квадрантах – по часовой стрелке.

Из (121) можно сделать еще один общий вывод, не прибегая к моделированию. В выражении для проекции вектора Пойнтинга в (121) P_y функция синуса с максимальной пространственной частотой колебаний есть $\sin(2m+1)\varphi$. Это означает, что при заданном r интегралы, входящие в (121), будут постоянными величинами, а все выражение P_y будет зависеть только от угла φ , и при обходе вокруг центра в плоскости фокуса по окружности радиуса r величина P_y сменит знак $2(2m+1)$ раз.

Расчеты производились с помощью формализма Ричардса-Вольфа [1]. Моделировалась фокусировка плоской волны с гибридной поляризацией (111) в воздухе $n=1$. Длина волны 532 нм. Апланатический объектив с числовой апертурой $NA=0,95$. Множители перед интегралами (114) в формулах Ричардса-Вольфа считались единичными. На рис. 52 показаны распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга P_x (б) P_y (в) и P_z (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (111) при $m=1$. Из рис. 52 видно, что интенсивность имеет $2(m+1)=2(1+1)=4$ локальных максимума, расположенных в углах контура квадрата. В центре фокуса имеет место ноль интенсивности. На рис. 52б,в показаны распределения поперечного потока энергии или поперечные проекции вектора Пойнтинга P_x (б) P_y (в). Из рис. 52б,в видно, что поток энергии меняет знак при обходе по замкнутому контуру вокруг центра $2(2m+1)=6$ раз. На рис. 52г показана продольная проекция вектора Пойнтинга P_z , ко-

торая имеет вид кольца с нулевым значением в центре. Распределения на рис. 52 подтверждают выводы, сделанные из полученных выражений для интенсивности (119) и потока энергии (121).

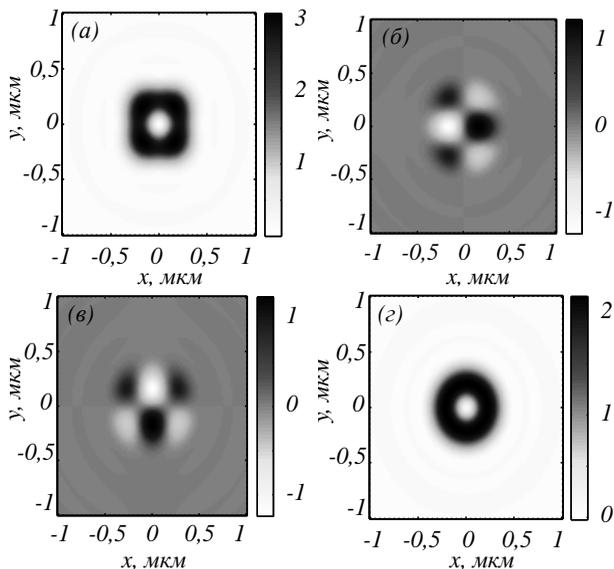


Рис. 52. Распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга P_x (б) P_y (в) и P_z (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (111) при $m=1$

На рис. 53 показаны распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга P_x (б) P_y (в) и P_z (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (1) при $m=2$. Вид картин на рис. 53 также подтверждает выводы теории, следующие из выражений (119) и (121). Действительно, на рис. 53а у распределения интенсивности видны $2(m+1)=6$ локальных максимумов, лежащих на замкнутой кривой вокруг центра. На рис. 53б,в показаны распределения поперечного потока энергии или поперечные проекции вектора Пойнтинга P_x (б) P_y (в). Из рис. 53б,в видно, что поток энергии меняет знак, при обходе по замкнутому контуру вокруг центра $2(2m+1)=10$ раз. На рис. 53г

показана продольная проекция вектора Пойнтинга P_z , которая имеет вид кольца. Величина потока энергии в центре отрицательная и равна $P_z(r=z=0) = -I_{2,0}^2/4$, как следует из (121). Из рис. 52 и 53 видно, что максимум продольного потока энергии примерно в два раза превышает максимум поперечных потоков энергии.

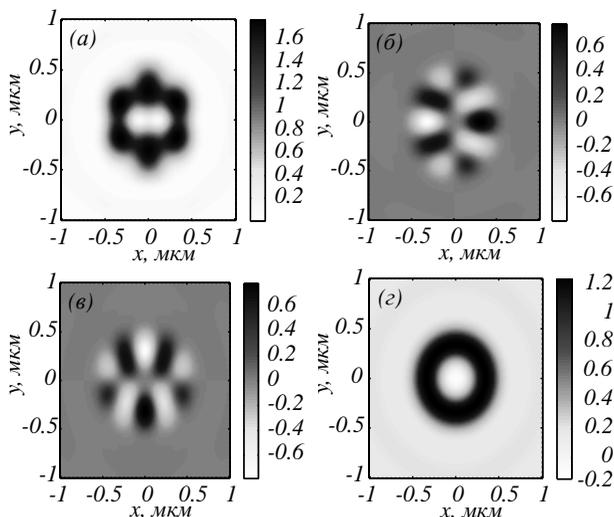


Рис. 53. Распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга P_x (б) P_y (в) и P_z (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (111) при $m=2$

На рис. 54 показаны распределения интенсивности и стрелками показано направление поперечного вектора Пойнтинга в фокальной плоскости при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (111) с $m=2$ (а) и $m=3$ (б). Из рис. 54 видно, что число вихрей поперечного потока равно $4m=8$ (а) и $4m=12$ (б). Это следует из выражений для поперечных проекций вектора Пойнтинга (121). Из рис. 54 также можно видеть, что центры вихрей поперечного потока энергии в фокусе не совпадают с локальными максимумами интенсивности. Центры вихрей находятся в точках, в которых поперечный поток энергии равен нулю.

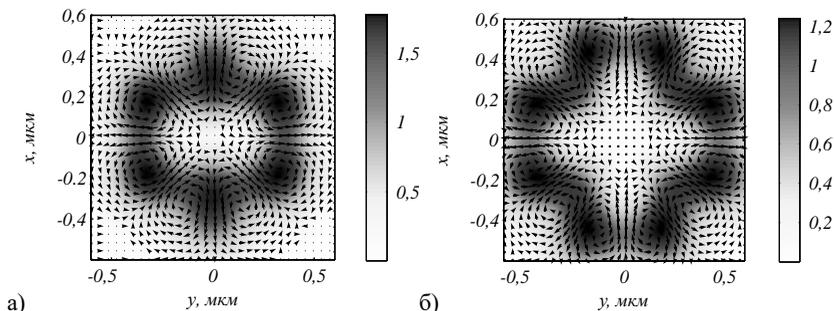


Рис. 54. Распределение интенсивности (полутона) и величина и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в фокальной плоскости при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (111) с $m=2$ (а) и $m=3$ (б)

На рис. 55а показана схема для получения пучка (5.25) порядка $m = 2$. На рис. 55б – 55д показаны изображения получившегося пучка. В эксперименте свет от лазера Cobolt 06-MLD ($\lambda = 633$ нм, 200 мВт) проходил через ND-фильтр и призму Глана-Тейлора GT. Получившийся линейно-поляризованный свет проходил через преобразователь поляризации (Thorlabs, WPV10-633), который преобразовывал линейно-поляризованный свет в цилиндрический векторный пучок второго порядка. Наконец пучок проходил через четвертьволновую пластинку. Изображения пучка фиксировалось на CCD камере (Ustos 10000KPA).

Чтобы убедиться, что полученный пучок обладает нужной гибридной поляризацией, было промоделировано с помощью матриц Джонса, как внедрение линейного поляризатора отразится на изменении пучка. После линейного поляризатора поляризация пучка меняется в соответствии со следующим уравнением:

$$\begin{pmatrix} E_{x,out} \\ E_{y,out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & -\sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{x,in} \\ E_{y,in} \end{pmatrix},$$

где $E_{x,in}$ и $E_{y,in}$ – электрические компоненты перед поляризатором (рассчитанные с помощью формул Ричардса-Вольфа), $E_{x,out}$ и $E_{y,out}$ – электрические компоненты после поляризатора, θ – угол между осью x и осью поляризатора.

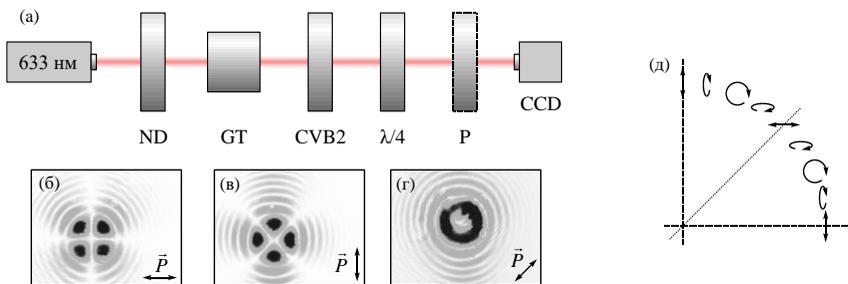


Рис. 55. Оптическая схема для получения и регистрации гибридного пучка (111) второго порядка $m=2$. ND – фильтр, GT – поляризационная призма Глана-Тейлора, CVB2 – преобразователь поляризации (Thorlabs, WPV10-633), $\lambda/4$ – четвертьволновая пластинка, CCD – камера (Ucmos 10000KPA) (a). Изображение исследуемого пучка, прошедшего через поляризатор-анализатор, развернутый на угол (б) 0 (в) 90 и (г) 45 (д). Восстановленное направление поляризации в первом квадранте

На рис. 56 показано распределение интенсивности гибридного пучка (111) $m=2$, прошедшего через поляризатор, повернутый на угол 0 (рис. 56а), $\pi/2$ (рис. 56б), $\pi/4$ (рис. 56в). Из (121) следует, что для углов $\varphi = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}$ (вдоль диагональных линий) есть только компонента E_x : $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} -i \\ 0 \end{pmatrix}$, а для углов $\varphi = \frac{\pi n}{2}$ (вдоль декартовых осей) есть только компонента E_y : $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

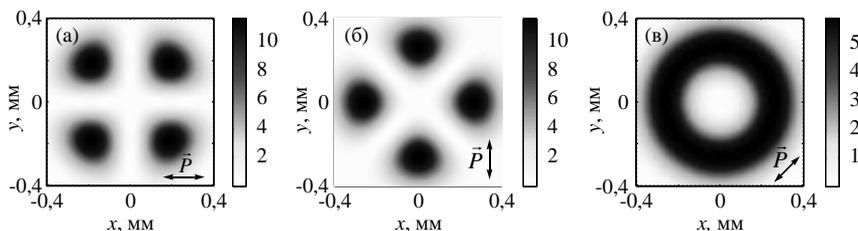


Рис. 56. Распределение интенсивности (моделирование) гибридно-поляризованного пучка (111) с $m = 2$, прошедшего через линейный поляризатор, повернутый на угол 0 (а), $\pi/2$ (б), $\pi/4$ (в)

Из сравнения рис. 55 и 56 видно, что состояние поляризации совпадает в моделировании и эксперименте. На рис. 57 показано, как изменяется интенсивность пучка (111) при изменении числовой апертуры.

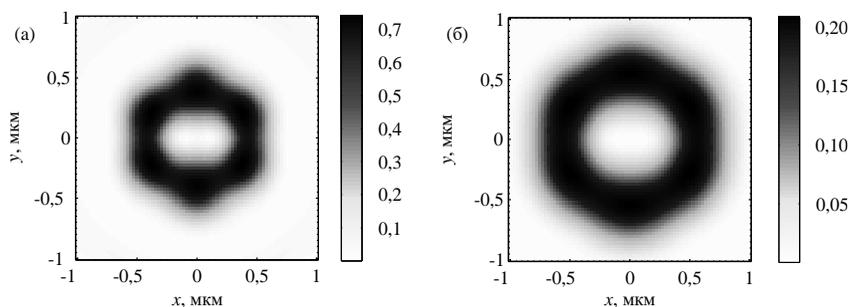


Рис. 57. Изменение интенсивности фокусного пятна при $m = 2$ при уменьшении числовой апертуры линзы до (а) $NA = 0,8$ и (б) $NA = 0,6$

Заключение

В данном учебном пособии численно рассмотрена острая фокусировка пучков с однородной (линейной и круговой) и неоднородной поляризацией: радиальной и азимутальной поляризациями, цилиндрическими векторными пучками высоких порядков, оптических вихрей, гибридных векторных пучков. На основе интеграла Ричардса-Вольфа получены аналитические выражения для нахождения компонент напряженностей электрического и магнитного полей в фокусе широкоапертурного объектива. С их помощью выведены уравнения для расчета интенсивности и компонент вектора Пойнтинга в фокусе. Численно и аналитически показано, что при фокусировке оптических вихрей и цилиндрических векторных пучков высоких порядков в фокусе наблюдаются области, в которых направление потока энергии (вектора Пойнтинга) противоположно направлению распространения пучка – области обратного потока энергии.

Список литературы

1. Richards B. Electromagnetic Diffraction in Optical Systems. II. Structure of the Image Field in an Aplanatic System / B. Richards, E. Wolf // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. – 1959. – Т. 253. – № 1274. – С. 358–379.
2. Zhan Q. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications / Q. Zhan // Adv. Opt. Photonics. – 2009. – Т. 1. – № 1. – С. 1–57.
3. Dorn R. Sharper Focus for a Radially Polarized Light Beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Т. 91. – № 23. – С. 233901.
4. Grosjean T. Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths / T. Grosjean, I. Gauthier // Opt. Commun. – 2013. – Т. 294. – С. 333–337.
5. Guan J. Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus / J. Guan, J. Lin, C. Chen, Y. Ma, J. Tan, P. Jin // Opt. Commun. – 2017. – Т. 404. – С. 118–123.
6. Yu Y. Engineering of multi-segmented light tunnel and flattop focus with designed axial lengths and gaps / Y. Yu, H. Huang, M. Zhou, Q. Zhan // Opt. Commun. – 2018. – Т. 407. – С. 398–401.
7. Zheng C. Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates / C. Zheng, S. Su, H. Zang, Z. Ji, Y. Tian, S. Chen, K. Mu, L. Wei, Q. Fan, C. Wang, X. Zhu, C. Xie, L. Cao, E. Liang // Appl. Opt. – 2018. – Т. 57. – № 14. – С. 3802–3807.
8. Lin J. Generation of longitudinally polarized optical chain by 4π focusing system / J. Lin, R. Chen, P. Jin, M. Cada, Y. Ma // Opt. Commun. – 2015. – Т. 340. – С. 69–73.
9. Yu Y. Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics / Y. Yu, Q. Zhan // J. Opt. – 2015. – Т. 17. – № 10 – С. 105606.

10. Xiaoqiang Z. Focusing properties of cylindrical vector vortex beams / Z. Xiaoqiang, C. Ruishan, W. Anting // *Opt. Commun.* – 2018. – T. 414. – C. 10–15.

11. Chen H. Demonstration of flat-top focusing under radial polarization illumination / H. Chen, S. Tripathi, K. C. Toussaint // *Opt. Lett.* – 2014. – T. 39. – № 4. – C. 834–837.

12. Wang X. Generation of equilateral-polygon-like flat-top focus by tightly focusing radially polarized beams superposed with off-axis vortex arrays / X. Wang, B. Zhu, Y. Dong, S. Wang, Z. Zhu, F. Bo, X. Li // *Opt. Express.* – 2017. – T. 25. – № 22. – C. 26844–26852.

13. Freund I. Polarization singularity indices in Gaussian laser beams / I. Freund // *Opt. Commun.* – 2002. – T. 201. – № 4–6. – C. 251–270.

14. Rashid M. Focusing of high order cylindrical vector beams / M. Rashid, O. M. Maragò, P. H. Jones // *J. Opt. A Pure Appl. Opt.* – 2009. – T. 11. – № 6. – C. 065204.

15. Li Y. Propagation evolution of an off-axis high-order cylindrical vector beam / Y. Li, Z. Zhu, X. Wang, L. Gong, M. Wang, S. Nie // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2014. – T. 31. – № 11. – C. 2356–2361.

16. Qi J. Multiple-slit diffraction of high-polarization-order cylindrical vector beams / J. Qi // *Proc. SPIE.* – 2017. – T. 10339. – C. 1033927.

17. Wang X.-L. Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement / X.-L. Wang, J. Ding, W.-J. Ni, C.-S. Guo, H.-T. Wang // *Opt. Lett.* – 2007. – T. 32. – № 24. – C. 3549–3551.

18. Chen H. Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase / H. Chen, J. Hao, B.-F. Zhang, J. Xu, J. Ding, H.-T. Wang // *Opt. Lett.* – 2011. – T. 36. – № 16. – C. 3179–3181.

19. Liu Y. Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements / Y. Liu, Y. Ke, J. Zhou, Y. Liu, H. Luo, S. Wen, D. Fan // *Sci. Rep.* – 2017. – T. 7. – № 1. – C. 44096.
20. Kotlyar V.V. Vortex laser beams / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A. P. Porfirev. – Boca Raton: CRC Press, 2018.– 418 c.
21. Khonina S.N. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions / S.N. Khonina // *Appl. Phys. B.* – 2019. – T. 125. – № 6. – C. 100.
22. Khonina S.N. Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multi-sector phase plates / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, S.A. Fomchenkov, A.P. Porfirev // *Sci. Rep.* – 2018. – T. 8. – № 1. – C. 14320.
23. D’Errico A. Topological features of vector vortex beams perturbed with uniformly polarized light / A. D’Errico, M. Maffei, B. Piccirillo, C. de Lisio, F. Cardano, L. Marrucci // *Sci. Rep.* – 2017. – T. 7. – № 1. – C. 40195.
24. Gao X.-Z. Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields / X.-Z. Gao, Y. Pan, G.-L. Zhang, M.-D. Zhao, Z.-C. Ren, C.-G. Tu, Y.-N. Li, H.-T. Wang // *Photonics Res.* – 2017. – T. 5. – № 6. – C. 640.
25. Khonina S.N. Vector Lissajous laser beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // *Opt. Lett.* – 2020. – T. 45. – № 15. – C. 4112.
26. Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. I. An integral representation of the image field / E. Wolf // *Proc. R. Soc. London. Ser. A. Math. Phys. Sci.* – 1959. – T. 253. – № 1274. – C. 349–357.
27. Youngworth K.S. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams / K.S. Youngworth, T.G. Brown // *Opt. Express* – 2000. – T. 7. – № 2. – C. 77–87.
28. Davidson N. High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive

lens / N. Davidson, N. Bokor // *Opt. Lett.* – 2004. – Т. 29. – № 12. – С. 1318–1320.

29. Pereira S.F. Superresolution by means of polarisation, phase and amplitude pupil masks / S.F. Pereira, A.S. van de Nes // *Opt. Commun.* – 2004. – Т. 234. – № 1–6. – С. 119–124.

30. Хонина С.Н. Управление вкладом компонент векторного электрического поля в фокусе высокоапертурной линзы с помощью бинарных фазовых структур / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика* – 2010. – Т. 34. – № 1. – С. 58–68.

31. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф – М.: Наука, 1973. – 720 с.

32. Chen B. Tight focusing of elliptically polarized vortex beams / B. Chen, J. Pu // *Appl. Opt.* – 2009. – Т. 48. – № 7. – С. 1288–1294.

33. Kozawa Y. Sharper focal spot formed by higher-order radially polarized laser beams / Y. Kozawa, S. Sato // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2007. – Т. 24. – № 6. – С. 1793.

34. Khonina S.N. Controlling the contribution of the electric field components to the focus of a high-aperture lens using binary phase structures / S.N. Khonina, S.G. Volotovskiy // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2010. – Т. 27 – № 10. – С. 2188–2197.

35. Khonina S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions / S.N. Khonina // *Opt. Eng.* – 2013. – Т. 52. – № 9. – С. 091711.

36. Stafeev S.S. The Non-Vortex Inverse Propagation of Energy in a Tightly Focused High-Order Cylindrical Vector Beam / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, E.S. Kozlova // *IEEE Photonics J.* – 2019. – Т. 11. – № 4. – С. 4500810.

37. Kotlyar V. Spin-Orbital Conversion with the Tight Focus of an Axial Superposition of a High-Order Cylindrical Vector Beam and a Beam with Linear Polarization / V. Kotlyar, S. Stafeev, V. Zaitsev, E. Kozlova // *Micromachines.* – 2022. – Т. 13. – № 7. – С. 1112.

38. Maluenda D. Experimental estimation of the longitudinal component of a highly focused electromagnetic field / D. Maluenda, M. Aviñoá, K. Ahmadi, R. Martínez-Herrero, A. Carnicer // *Sci. Rep.* – 2021. – T. 11. – № 1. – C. 17992.

39. Kotlyar V.V. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.A. Kovalev // *Opt. Express.* – 2019. – T. 27. – № 12. – C. 16689–16702.

40. Sukhov S. On the concept of “tractor beams” / S. Sukhov, A. Dogariu // *Opt. Lett.* – 2010. – T. 35. – № 22. – C. 3847–3849.

41. Kotlyar V.V. A vector optical vortex generated and focused using a metalens / V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov // *Comput. Opt.* – 2017. – T. 41. – № 5. – C. 645–654.

42. Stafeev S.S. Longitudinal component of the Poynting vector of a tightly focused optical vortex with circular polarization / S.S. Stafeev, A.G. Nalimov // *Comput. Opt.* – 2018. – T. 42. – № 2. – C. 190–196.

43. Kotlyar V. V. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // *Opt. Lett.* – 2018. – T. 43 – № 12. – C. 2921–2924.

44. Monteiro P.B. Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation / P.B. Monteiro, P.A.M. Neto, H.M. Nussenzveig // *Phys. Rev. A.* – 2009. – T. 79. – № 3. – C. 033830.

45. Rondón-Ojeda I. Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams / I. Rondón-Ojeda, F. Soto-Eguibar // *Wave Motion.* – 2018. – T. 78. – C. 176–184.

46. Nye J.F. Dislocations in Wave Trains / J. F. Nye, M. V. Berry // *Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.* – 1974. – T. 336. – № 1605. – C. 165–190.

47. Котляр В.В. Обратный поток энергии вблизи оптической оси в области острого фокуса оптического вихря с круговой

поляризацияй / В.В. Котляр, А.Г. Налимов, С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2018. – Т. 42. – № 3. – С. 392–400.

48. Котляр В.В. Сравнение величин обратного потока энергии в остром фокусе светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностями / В.В. Котляр, А.Г. Налимов, С.С. Стафеев // Компьютерная оптика. – 2019. – Т. 43. – № 2. – С. 174–183.

49. Berry M.V. Optical currents / M.V. Berry // J. Opt. A Pure Appl. Opt. – 2009. – Т. 11. – № 9. – 094001.

50. Bekshaev A.Y. Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows / A. Y. Bekshaev // J. Opt. – 2013. – Т. 15. – № 4. – С. 044004.

51. Bliokh K.Y. Angular momenta and spin-orbit interaction of nonparaxial light in free space / K.Y. Bliokh, M.A. Alonso, E.A. Ostrovskaya, A. Aiello // Phys. Rev. A. – 2010. – Т. 82. – № 6. – С. 063825.

52. Bliokh K.Y. Extraordinary momentum and spin in evanescent waves / K. Y. Bliokh, A. Y. Bekshaev, F. Nori // Nat. Commun. – 2014. – Т. 5. – № 1. – С. 3300.

53. Стафеев С.С. Орбитальный поток энергии и поток спина в остром фокусе / С. С. Стафеев // Компьютерная оптика – 2021. – Т. 45. – № 4. – С. 520–524.

54. Hao X. Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam. / X. Hao, C. Kuang, T. Wang, X. Liu // Opt. Lett. – 2010. – Т. 35. – № 23. – С. 3928–3930.

Учебное издание

*Стафеев Сергей Сергеевич,
Котляр Виктор Викторович*

**ПОТОКИ ЭНЕРГИИ И ИНТЕНСИВНОСТЬ
В ОСТРОСФОКУСИРОВАННЫХ ВЕКТОРНЫХ ПУЧКАХ**

Учебное пособие

Редакционно-издательская обработка А.С. Никитиной

Подписано в печать 15.05.2024. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печ. л. 5,75.

Тираж 120 экз. (1-й з-д 1–27). Заказ .

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, САМАРА, МОСКОВСКОЕ ШОССЕ, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.