МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА» (САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

B.A. KOMAPOB

МНОГОДИСЦИПЛИНАРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В КОНЦЕПТУАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Часть 2

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 24.04.04 Авиастроение

© Самарский университет, 2019 ISBN 978-5-7883-1436-5 ISBN 978-5-7883-1438-9 (ч. 2)

Самара Издательство Самарского университета 2019 УДК 629.7(075) ББК 39.5я7 К63

> Рецензенты: д-р техн. наук, доц. А.А. Черепашков, д-р техн. наук, проф. В.И. Куренков

Комаров, Валерий Андреевич

К63 Многодисциплинарная оптимизация в концептуальном проектировании летательных аппаратов. Ч. 2: учеб. пособие / В.А. Комаров.– Электрон. текст. дан. (3,2 Мб). – Самара: Изд-во Самарского университета, 2019. – 1 опт. компакт-диск (CD-ROM). – Систем. требования: РС, процессор Pentium,160 МГц; оперативная память 32 Мб; на винчестере 16 Мб; Microsoft Windows XP/Vista/7; разрешение экрана 1024х768 с глубиной цвета 16 бит; DVD-ROM2-х и выше, мышь; Adobe Acrobat Reader. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-7883-1436-5 ISBN 978-5-7883-1438-9 (ч. 2)

Во второй части учебного пособия излагаются теоретические основы концептуального проектирования летательных аппаратов использованием с многодисциплинарной оптимизации. Дана критика традиционного порядка проектирования. Обсуждается новая проектная парадигма «точное попадание». Предлагается методика многодисциплинарной геометрических параметров облика самолета с оптимизации использованием математической модели тела переменной плотности, безразмерного критерия силового совершенства конструкции и способа одновременного учета весовой и аэродинамической эффективности самолета.

Пособие ориентировано на студентов, магистрантов, аспирантов и специалистов из промышленности.

Подготовлено на кафедре конструкции и проектирования летательных аппаратов.

УДК 629.7(075) ББК 39.5я7

№ госрегистрации 0321904169

© Самарский университет, 2019

Редактор Т.К. Кретинина Компьютерная верстка Л.Р. Дмитриенко

Подписано для тиражирования 21.10.2019. Объем издания 3,2 Мб. Количество носителей 1 диск. Тираж 10 дисков.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА» (САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ) 443086 Самара, Московское шоссе, 34.

Изд-во Самарского университета. 443086 Самара, Московское шоссе, 34.

оглавление

| 1 Математическое моделирование на ранних стадиях проектирования | 5 |
|---|--------|
| 1.1. Смена проектных парадигм 1.2 Повышение точности аэродинамических расчётов | 5 9 |
| | |
| 1.3.1 Силовой фактор | 22 |
| 1.3.2 Закон «квадратов и кубов» | 25 |
| 1.3.3 Влияние удельной нагрузки на массу конструкций крыльев | 26 |
| 1.3.4 Безразмерный коэффициент силового фактора | 27 |
| 1.4 Модель тела переменной плотности | 29 |
| Список использованных источников | 41 |

1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НА РАННИХ СТАДИЯХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

1.1. Смена проектных парадигм

Проектирование сложных технических устройств неизбежно ведется итерационно, с уточнением ряда взаимосвязанных параметров. Проектная практика в отдельных видах машиностроения выработала определенные алгоритмы раскрытия неопределенностей, связанных с выбором проектных переменных. Укрупненно эти алгоритмы имеют следующую схему. На начальных стадиях проектирования для выбора приемлемых значений проектных переменных используются упрощенные математические модели проектируемого изделия, которые позволяют вычислить предельные значения того или иного параметра (проектной переменной) через выполнение ограничения в виде равенства. Так, например, выбирается удельная нагрузка на крыло самолета по условиям обеспечения взлетнопосадочных характеристик [1]. Чем меньше эта величина, тем меньше взлетно-посадочные скорости, т.е. тем безопаснее самолет. Однако инженер знает из других дисциплин, что чем больше удельная нагрузка на крыло, тем легче будет его конструкция (как ни парадоксально это звучит на первый взгляд!). Поэтому проектант выбирает наибольшую величину удельной нагрузки на крыло, при которой еще выполняются все требования по безопасному взлету и посадке. Подобным образом выбирается множество проектных переменных с постепенным уточнением, и все эти расчеты называются «проектировочными».

В сложившейся системе проектирования, во всяком случае в самолетостроении, на заключительном этапе разработки, когда определены внешний вид самолета, его конструкция, структура и параметры всех отдельных элементов, выполняются так называемые *«поверочные»* расчеты с использованием всех достижений в математическом моделировании в различных дисциплинах: аэродинамике, строительной механике, динамике полета и т.д. Как правило, эти расчеты идут параллельно с натурными испытаниями, при этом выявляются нарушения отдельных ограничений и в конструкцию вносятся изменения. Этот процесс, называемый «доводками», довольно часто многократно повторяется. В итоге целевая функция, т.е. качество проекта в целом, практически всегда «ухудшается». Расходы времени и материальных ресурсов на этот этап разработки довольно часто становятся

большей частью стоимости и времени разработки проекта от замысла до запуска изделия в производство.

Такой порядок проектирования в авиастроении сложился постепенно. Сначала был метод «проб и ошибок». (Читатель наверняка получит удовольствие, если найдет книгу Карла Вуда [2] и ознакомится хотя бы с предисловием к ней, написанным в форме памфлета). В результате выполнения большого числа проектов накопился большой объем статистических данных. Их обработка позволила получить достаточно простые расчетные соотношения для выбора проектных переменных летательных аппаратов, подобных предшествующим. Этот метод проектирования можно назвать «эволюционным». Он зародился примерно в 30-е годы ХХ века и пришел к своему исчерпанию в 90-е. К этому времени резко увеличилась сложность новых проектов, с одной стороны, а с другой стороны естественно уменьшилось их количество. Кроме того, оказались исчерпанными возможности некоторых технических решений, используемых материалов и т.д. Например, в самолетостроении исчерпаны возможности традиционной аэродинамической схемы для дальнейшего увеличения грузоподъемности летательных аппаратов из-за проявления действия так называемого закона «квадратов и кубов» [3]. Дальнейшее повышение прочности алюминиевых сплавов связано с ухудшением их способности сопротивляться развитию усталостных трещин. Поэтому для дальнейшего прогресса требуется поиск новых схемных решений и переход на принципиально новые материалы. Такими видятся сейчас композиционные материалы. В этих условиях традиционная схема проектирования, которую будем называть «эволюционной», также может считаться исчерпанной. На рис. 1.1.1 показана схема разработки конструкции самолета по эволюционной технологии [4].

Главные недостатки этого порядка проектирования:

- на ранних стадиях проектирования концептуальные решения об облике самолёта, о размещении вырезов и стыков, о выборе силовой схемы планера решаются, как правило, интуитивно, на основе прототипов, в лучшем случае с анализом нескольких вариантов решений. Отыскание оптимального решения не гарантируется, и отклонение от оптимума может быть большим;
- на стадии рабочего (детального) проектирования отдельных агрегатов самолёта назначение размеров силовых элементов конструкции производится по так называемым проектировочным расчётам. Обычно они сильно упрощены и недостаточно точны. В итоге поверочные расчёты и натурные испытания выявляют много ошибок и неточностей, устранение которых приводит к большому, трудно прогнозируемому увеличению общего календарного времени разработки самолёта и стоимости проекта в целом.

Следствием этого является принятие ошибочных проектных решений и длительный

цикл испытания и доводок.



Рис. 1.1.1 Схема традиционного (эволюционного) порядка проектирования

авиационных конструкций

На рис. 1.1.2 показаны характерные для этой технологии общие затраты на проект в отношении к плановым и полнота принимаемых решений по времени разработки летательного аппарата.

Цифровые оценки собраны из различных источников, включая экспертные. Аналогичные графики можно найти в [5].



Рис. 1.1.2 Изменение затрат и распределение принятых решений (в %) на различных этапах разработки ЛА

В ряде источников [6] можно найти оценки стоимости исправления ошибок, которые растут на порядок с каждым этапом жизненного цикла разработки продукции. Если исправление ошибки при выборе облика самолета стоит одну единицу, то исправление ее в эскизном проекте будет стоить 10 единиц, в рабочем проектировании – 100 и т.д.

В настоящее время развитие многих инженерно-технических наук и собственно науки о проектировании приводит к новой проектной парадигме, которая в англоязычной технической литературе получила название *«concurrent design»*, что можно перевести на русский язык как *«проектная технология точного попадания»* [4, 7].

Этот термин родился в дискуссиях профессора В.А. Комарова с профессором университета Purdue (США) Терри Вейсхааром. Слово *concur* имеет значение *сходиться*, *пересекаться в одной точке*. Слово *concurrent – пересекающийся, совпадающий* [8]. В США, по толкованию Терри Вейсхаара, эти слова еще имеют смысл, связанный с оружием и его прицелом и обозначают: *поймать объект в перекрестье и попасть точно в цель*. Эта новая проектная парадигма рождена требованиями времени. В различных формулировках её можно найти во множестве печатных источниках, а также в сети Интернет при поиске по ключевым словам «Concurrent Design».

Новая технология проектирования зародилась вскоре после появления метода конечных элементов как достаточно универсального и высокоточного инструмента для анализа напряженно-деформированного состояния произвольных авиационных конструкций [9]. Отличительные особенности этой технологии состоят в использовании высокоточного математического моделирования и топологической (структурной) оптимизации на ранних стадиях проектирования.

На рис. 1.1.3 технология точного попадания показана применительно к конструкции летательных аппаратов.



Рис. 1.1.3 Схема проектирования по технологии «точное попадание»

Главные особенности этого порядка проектирования и его отличия от традиционного состоят в том, что на этапе выбора силовых схем конструкторы и аналитики работают вместе и применяют научно обоснованные методы структурной оптимизации. Для этих целей используются конечно-элементные модели первого уровня (КЭМ-I), которые служат для генерации силовых схем из некоторого континуума – непрерывной упругой среды. Затем строятся конечно-элементные модели будущей конструкции КЭМ-II. При этом конечные элементы используются как язык для описания принятых структурных решений. Далее на конечно-элементной модели проводится параметрическая оптимизация и только после этого ведется рабочее проектирование и выпускаются чертежи отдельных узлов и деталей конструкции с учетом их рекомендуемых размеров и действующих в них усилий из общего расчёта планера самолёта как единой упругой системы.

Теоретические основы и эволюцию метода конечных элементов (МКЭ) читатель может найти в книгах [10, 11, 12].

Важно заметить, что в традиционном подходе при выполнении поверочного расчёта адекватность математической модели и конструкции обеспечивает аналитик, и иногда это очень трудная задача. В новом подходе эту адекватность обеспечивает в большой мере конструктор.

Новый подход использует математическое моделирование высокого уровня, начиная с ранних стадий проектирования. Определенный опыт, накопленный в этой области, позволяет говорить о существенном сокращении доводочных работ и изменении роли испытаний. Вместо основного средства для выявления ошибок проектирования испытания должны использоваться для подтверждения правильности проектирования. В этом и заключается главный смысл новой проектной парадигмы – попасть точно в цель!

Для успешной реализации новой проектной технологии необходимо обеспечить, в первую очередь, точность расчетов, которые позволяют разработчику выбрать оптимальную структуру и параметры создаваемого объекта. Эти расчеты и соответствующие модели можно назвать *«прогнозными»* или даже, более точно, *«предсказательными»*.

Современные достижения в области математического моделирования авиационных конструкций, моделирования процессов обтекания отдельных частей и самолёта в целом, а также новые оптимизационные модели механики твёрдого деформируемого тела создают предпосылки для перехода концептуального проектирования на технологию точного попадания «concurrent design».

1.2 Повышение точности аэродинамических расчётов

Внедрение математического моделирования обтекания тел в процесс концептуального проектирования самолётов позволяет заметно повысить точность получаемых результатов, а

также значительно расширить круг решаемых задач. Развитие направления математического моделирования в этой области позволило конструкторам отказаться от проведения ряда необходимых ранее экспериментальных исследований, заменив ИХ численным экспериментом. Для этого на сегодняшний день используются различные математические модели, положенные в основу методов моделирования, а также алгоритмов и программ для их реализации на ЭВМ. Наиболее известными и используемыми на сегодня методами математического моделирования обтекания тел являются метод источников, конечноразностный метод, вихревые методы, метод конечных объёмов [13, 14, 15, 16]. В основе математического аппарата этих методов применяются достаточно общие численные методы, что позволяет рассматривать обтекание тел практически любой конфигурации. В большинстве случаев использование численных методов продиктовано неразрешимостью уравнений в аналитическом виде. Область применения каждого из названных методов определяется совокупностью его сильных сторон и недостатков для решения той или иной задачи. На начальных стадиях проектирования в рамках парадигмы точного попадания к методам расчёта аэродинамических характеристик предъявляются такие требования: приемлемое быстродействие, достаточная точность, простота и быстрота подготовительных операций, сбора и обработки получаемых результатов. При этом должно обеспечиваться получение как интегральных (аэродинамические коэффициенты сил и моментов, аэродинамическое качество и т.д.), так и распределённых аэродинамических характеристик (распределение по размаху крыла и/или хорде профиля циркуляции вектора скорости, распределение коэффициента давления по поверхности крыла и т.д.). Интегральные показатели служат для определения характеристик динамики полёта самолёта, а также характеризуют его аэродинамическое совершенство, которое, в свою очередь, обуславливает, например, величину потребной мощности двигателей силовой установки или массу потребного количества топлива. Распределённые аэродинамические характеристики на стадии предварительного проектирования в рамках парадигмы точного попадания используются в прочностных и весовых расчётах.

В связи со стремительным развитием вычислительной техники в последние десятилетия широкое распространение получили методы, использующие решение основных уравнений аэромеханики – уравнений Навье-Стокса. В общем случае они отражают законы сохранения (количества движения, неразрывности среды, энергии) и представляют собой системы дифференциальных уравнений, замыкаемые моделями турбулентности. Для их решения чаще всего используется численный метод конечных объёмов.

Моделирование течений на основе решения уравнений Навье-Стокса является в настоящее время наиболее популярным, что объясняется большими преимуществами такого подхода перед прочими. К ним относятся высокая точность и достоверность получаемых

результатов, подробный учёт физических свойств газа (сжимаемость газа, вязкое взаимодействие со стенками тел, кинематический нагрев и т.д.), получение полной картины обтекания вблизи и на удалении от рассматриваемого тела (рис. 1.2.1, 1.2.2), возможность моделирования акустических явлений, решение нестационарных течений с обширными зонами отрыва, моделирование многофазных сред, исследование звукового удара при сверхзвуковом полёте (рис. 1.2.3), моделирование ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое и прочее. В работах [17, 18] наглядно представлены примеры решения разнообразных научно-практических задач аэродинамики на основе этого метода. На сегодняшний день разработано большое количество программных комплексов, где реализуются эти методы, к таким продуктам относятся Логос CFD [19], Ansys CFX, Ansys Fluent, FlowVision [20], Star CD, Star CCM+ [21], Numeca [22] и много других.



Рис. 1.2.1 Распределение давления по поверхности компоновки крыло-фюзеляж транспортного самолёта, полученное численным решением уравнений Навье-Стокса



Рис. 1.2.2 Поле распределения скоростей вокруг профиля крыла



Рис. 1.2.3 Поле давлений около ЛА при сверхзвуковом обтекании [17]

Моделирование течения газа с помощью уравнений Навье-Стокса способно наиболее подробно описывать физику процесса в рамках действия гипотезы сплошности среды, что даёт возможность точно повторять физические эксперименты. На рис. 1.2.4 показан пример численного моделирования физического эксперимента продувки модели DLR – F4 в аэродинамических трубах NLR-HST, ONERAS2MA и DRA (NASA). Данные эксперимента взяты из [23].



Рис. 1.2.4 Продувочная модель DLR -F4 [23]

На рис. 1.2.5 производится распределение коэффициента давления по хорде крыла в одном из его сечений, полученное экспериментально и с помощью математического

моделирования в программном комплексе ANSYS CFX на основе решения уравнений Навье-Стокса.



Рис. 1.2.5 Графики распределения коэффициента давления по хорде крыла, полученные экспериментально и с помощью математического моделирования ($\overline{z} = 0,331$; c_{ya} = 0,6; M = 0,75; Re = $3 \cdot 10^6$) [24]

Такое же сопоставление приводится и по коэффициенту подъёмной силы на рис. 1.2.6.



Рис. 1.2.6 Зависимости коэффициента подъёмной силы от угла атаки DLR –F4, полученные экспериментально и с помощью математического моделирования (M = 0,75; Re = 3.10⁶) [24]

Большие возможности открываются и для визуализации течений при обтекании тел. На рис. 1.2.7 показано наложение линий тока, полученных экспериментально в аэродинамической трубе T-1 СГАУ (белый дым с подсветкой лазером) и расчётом в ANSYS CFX (зелёные линии) при обтекании модели фюзеляжа некруглой формы миделя.



Рис. 1.2.7 Линии тока, полученные экспериментально и в программном комплексе Ansys CFX $\alpha = 20^\circ, V = 1,5 \text{ м/c}, \text{Re} = 4 \ 10^4 [24]$

Однако моделирование обтекания ЛА путём решения уравнений Навье-Стокса имеет и ряд недостатков, наиболее критичных для начальных стадий проектирования – большие временные затраты на расчёт и подготовительные операции. Метод конечных объёмов, используемый для решения уравнений, предполагает построение громоздких расчётных сеток по всему объёму рабочей области, количество ячеек которых в задачах внешней аэродинамики может доходить до 40..50 млн и более (рис. 1.2.8). Дополнительно возникает вопрос параметризации сетки, а также её автоматического перестроения при проведении параметрических исследований, что зачастую исключает возможность применения регулярных сеточных структур для лучшей сходимости решения.



Рис. 1.2.8 Расчётная сетка метода конечных объёмов (в сечении) для моделирования трёхмерного обтекания крыла



Рис. 1.2.9 Расчётная сетка на поверхности хвостового оперения модели лёгкого самолёта при моделировании трёхмерного обтекания с помощью уравнений Навье-Стокса

В то же время применение данного метода на этапе концептуального проектирования может найти место в проверочных расчётах, использоваться для верификации более простых моделей, замещать собой трудоёмкие экспериментальные исследования при введении принципиально новых конструкторских решений. Примеры использования методов математического моделирования на базе решения уравнений Навье-Стокса при проектировании и оптимизации облика самолётов можно найти в работах [25, 26, 27, 28, 29].

Исследование аэродинамических характеристик на этапе концептуального проектирования может допускать введение определённых упрощений и допущений, практически не влияющих на конечный результат, но существенно облегчающих расчёт. Например, при вычислении воздушных нагрузок целесообразно рассматривать невязкие и несжимаемые течения, для описания которых в рамках метода конечных объёмов достаточно лишь решения уравнений движения (уравнения Эйлера) [14]. Часто в подобных задачах течение газа можно также считать невязким, несжимаемым и безвихревым. Уравнения, описывающие такие течения, могут быть сведены к уравнению Лапласа для потенциала скоростей с граничными условиями. Большим преимуществом данного метода является структура рабочей области, которой выступает лишь поверхность тела, а не объём вокруг тела, находящийся вне поверхности. Это делает возможным создавать экономные по вычислительным ресурсам и машинному времени алгоритмы, позволяющие сравнительно просто рассматривать обтекание тел сложной формы. На основе этого подхода, например, функционирует программный продукт АРАМЕ [30].

Отдельное внимание заслуживают методы, основанные на вихревой теории. В соответствии с ней возмущённое движение около несущей поверхности можно изучать с помощью вихревой схемы, включающей присоединённые и свободные вихри (рис. 1.2.10), образующие вихревую пелену, которые создают такое же распределение скоростей и давлений, как и заданная несущая поверхность (рис. 1.2.11). Вихревая система представляет собой совокупность подковообразных вихрей, каждый из которых обуславливает местную циркуляцию [13].

Наиболее известным вихревым методом является метод дискретных вихрей (МДВ).



Рис. 1.2.10 Схема замены серединной поверхности крыла системой дискретных вихрей [31]



Рис. 1.2.11 Вихревая система тонкой несущей поверхности крыла [31]

В практике аэродинамических расчётов он получил широкое распространение за счёт своих главных преимуществ: малое затрачиваемое время на расчёт, а также высокая точность расчёта индуктивных аэродинамических характеристик (интегральных и распределённых), возможность моделирования нестационарного течения, расчёт нелинейных аэродинамических характеристик характеристик летательных аппаратов любых форм и т.д. Сильные стороны этого метода позволяют применять его эффективно на стадиях концептуального проектирования самолётов, удовлетворяя требованиям парадигмы точного попадания. Учёт сил вязкого трения при расчёте интегральных аэродинамических характеристик самолёта с использованием МДВ можно производить, например, в комбинации с решением уравнения пограничного слоя [32]. На рис.1.2.12 представлено распределение давления по поверхности крыла, полученное с помощью МДВ.



Рис.1.2.12 Распределение давления по поверхности крыла, полученное методом МДВ [31]

Основополагающими работами в этой области являются [15]. В работах [33, 34, 35] рассмотрены возможности применения вихревых методов для оптимизации сильно деформированных несущих поверхностей. В работе [36] можно ознакомиться с возможностями данного метода при исследовании статической аэроупругости крыла. Метод МДВ реализован в программных комплексах Tornado [37], XFLR [38], DMVWing [39].

В подтверждение применимости МДВ для расчётов аэродинамических характеристик на стадии концептуального проектирования в рамках проектной парадигмы точного попадания приведём несколько результатов сопоставлений интегральных аэродинамических характеристик крыльев, рассчитанных по МДВ в программе Самарского университета DMVWing [39] и полученных экспериментально в ЦАГИ [40] (рис. 1.2.13, 1.2.14).



Рис. 1.2.13 Зависимость $c_{ya}(\alpha)$, полученная в программе «DMVWing», и экспериментальная зависимость $c_{ya}(\alpha)$ ($\lambda = 5$, $\eta = 1$, $\overline{c} = 12\%$, $\chi_{n.\kappa} = 0^{\circ}$, $S = 0.45 \text{ m}^2$, $V_{\infty} = 50 \text{ m/c}$, $Re = 10^{6}$) [31]



Рис. 1.2.14 Зависимость $c_{xa}(\alpha)$, рассчитанная в программе «DMVWing», и экспериментальная зависимость ($\lambda = 5$, $\eta = 1$, $\bar{c} = 12$ %, $\chi_{n.\kappa} = 0^{\circ}$, $S = 0.45 \text{ m}^2$, $V_{\infty} = 50 \text{ м/c}$, $Re = 10^6$) [31]

Сопоставление по распределённым характеристикам произведено с экспериментальными данными, взятыми из источника [41] при других геометрических характеристиках крыла. На рис. 1.2.15-1.2.16 представлено распределение относительной

циркуляции по размаху крыльев разной геометрии, полученное по МДВ в программе DMVWing и экспериментально [41].



Рис. 1.2.15 Распределение относительной циркуляции по размаху крыла ($\lambda = 10; \eta = 2; \chi = 0^{\circ}$) [31]



Рис. 1.2.16 Распределение относительной циркуляции по размаху крыла ($\lambda = 10; \eta = 1; \chi = 0^{\circ}$) [31]

Таким образом, в настоящее время успехи в численных методах аэродинамики и их реализациях в программных комплексах на ЭВМ позволяют получать оперативные ответы на все основные вопросы, возникающие на стадиях концептуального проектирования.

1.3 Теоретические основы весовых расчётов

Приведённые в первой части данного пособия расчётные формулы для определения абсолютных и относительных масс самолёта в целом и его отдельных частей построены на основе анализа статистических данных для самолётов традиционных форм. Однако требования новых задач и фантазия конструкторов при проектировании летательных аппаратов могут порождать совершенно необычные формы летательных аппаратов [42]. Некоторые примеры самолётов подобных схем изображены на рис. 1.3.1, а, б, в, г.

В авиации масса конструкции m_{κ} и, особенно, относительная масса конструкции \overline{m}_{κ} , определяют его транспортную эффективность и даже саму возможность создания самолета с желаемыми характеристиками. Это хорошо видно из уравнения существования, которое используется для определения взлетной массы самолета на начальных стадиях проектирования:

$$m_0 = \frac{m_{u,n}}{1 - (\bar{m}_{\kappa} + \bar{m}_{cv} + \bar{m}_T + \bar{m}_{o\tilde{o}})},$$
(1.3.1)

где $m_{q,n}$ – масса целевой нагрузки; \bar{m}_{κ} и $\bar{m}_{o\delta}$ – относительные массы конструкции и оборудования; \bar{m}_{T} и \bar{m}_{cy} – относительные массы топлива и силовой установки, зависящие в основном от дальности и скорости полёта.



Рис. 1.3.1 Самолёты необычных схем: a) BBA-14 (вертикально-взлетающая амфибия); б) T-117 с некруглым фюзеляжем; в) с коробчатым крылом (крыло Прандтля); г) проект Blended Wing

Если сумма всех относительных масс в уравнении больше единицы, то такой летательный аппарат не может существовать. У некоторых типов самолетов баланс масс таков, что на долю целевой нагрузки приходится 0,1 m_0 , а на долю конструкции – (0,25...0,30) m_0 . Следовательно, с одной стороны, каждый процент снижения \overline{m}_{κ} может позволить существенно – на несколько процентов – увеличить целевую нагрузку и, с другой стороны, ошибка в оценке \overline{m}_{κ} может привести к грубой ошибке в определении одного из основных параметров проектирования – m_0 .

Нужно отметить, что в теории проектирования самолетов проблеме определения \overline{m}_{κ} на ранних стадиях разработки уделяется большое внимание. Основы систематизированного изучения проблемы прочности и весовой эффективности авиационных конструкций были начаты в книге Ф.Р. Шенли [43].

Относительная масса конструкции зависит от многих факторов: геометрической формы, перегрузки, распределения нагрузки, размеров и размещения вырезов, прочностных и жесткостных характеристик материалов и ряда других.

Как правило, в весовых формулах в основе учета связи между геометрическими характеристиками и внешними нагрузками конструкций, с одной стороны, и внутренними усилиями в них, с другой, используется балочная теория, а такие факторы, как расположение двигателей на крыле или на фюзеляже, наличие наплывов в корневой части и т.п. учитываются многочисленными поправочными коэффициентами, получаемыми обычно из статистики уже построенных самолетов. Такой подход не позволяет гарантировать высокую точность весовых расчетов в случаях использования необычных внешних форм, новых технических решений по типу конструкции или при резком увеличении абсолютных размеров самолета, если весовые формулы не учитывают должным образом закон «квадратов и кубов» [44].

В начале данного раздела мы уже упоминали об их недостатках в рамках традиционных методик проектирования. Современное состояние теории и практики самолетостроения побудило к поиску новых подходов к весовому проектированию, актуальность разработки которых определяют два главных обстоятельства:

- потребность в повышении точности прогнозирования минимально достижимых масс конструкции, которая связана с внедрением концепции точного проектирования «Concurrent Design»;

- продвинутость метода конечных элементов (МКЭ) как в теории, так и в повседневном использовании [12]. Сейчас можно уверенно говорить об МКЭ как о стандартном методе высокоточного математического моделирования авиационных

конструкций, который позволяет анализировать планер как единую пространственную систему без использования грубых упрощающих гипотез.

1.3.1 Силовой фактор

Связь между результатами расчетов конструкции по МКЭ и ее потребной массой удобно строить через специфический критерий – «Силовой фактор» *G*, который отражает одновременно величину и протяженность действия внутренних усилий в конструкции [45].

Для стержневых систем:

$$G = \sum_{i=1}^{n} |N_i| l_i , \qquad (1.3.2)$$

где *i* – номер стержня, *N* – усилие, *l* – длина.

Для мембранных конструкций:

$$G = \sum_{i=1}^{n} R_i S_i , \qquad (1.3.3)$$

где *i* – номер элемента, *R* – эквивалентный поток усилий, *S* – площадь элемента. Для трёхмерных конструкций

$$G = \int_{V} \sigma^{\text{\tiny 3K6}} dV \,, \tag{1.3.4}$$

 σ^{366} – эквивалентное напряжение, V – объём материала конструкции.

Для весовых расчётов могут быть полезны следующие свойства силового фактора G [46, 47]:

1) *G* определяется силовой схемой конструкции, т.е. типом элементов, их количеством, способами соединения между собой и расположением в пространстве. Для статически определимых конструкций величина *G* не зависит от соотношения жесткостей силовых элементов, а для статически неопределимых, как показывают вычислительные эксперименты, зависит значительно слабее, чем потенциальная энергия конструкции и уровня максимальных напряжений. Например, площади попереч пений некоторых элементов и внутренние усилия в них могут меняться в процессе оп и конструкции в несколько раз, в то время как *G* конструкции в целом изменяется только на несколько процентов.

2) Теоретически необходимый объем материала полнонапряженной конструкции с определенной силовой схемой V_T может быть оценен через G и величину допускаемого напряжения [σ] с использованием однократного расчета внутренних усилий для некоторого

рационального начального распределения жесткостей элементов по простейшему соотношению $V_T = \frac{G}{[\sigma]}$.

Например, для полнонапряженной фермы

$$V_{V} = \sum_{i=1}^{n} \frac{|N_{i}|}{[\sigma]} l_{i} = \sum_{i=1}^{n} F_{i} l_{i}, \qquad (1.3.5)$$

где F_i – площадь поперечного сечения стержня. Аналогичный результат можно получить для конструкций из мембранных элементов, если использовать в качестве меры внутренних усилий эквивалентные потоки усилий.

3) Величина G может быть вычислена с довольно высокой точностью на относительно грубых конечно-элементных моделях. Вычислительные эксперименты для различных крыльев [48] показывают, что приемлемая точность может быть получена на сетках с числом элементов порядка $n \approx 10^3$, в то время как для анализа прочности и ресурса крыльев требуется $n \approx 10^5$.

Через $V_{T_{c}}$ плотность материала ρ и коэффициент полной массы φ , который учитывает прирост массы за счет стыковочных и несиловых элементов в конструкции, а также за счет отклонений от оптимального распределения материала в пользу простоты и технологичности конструкций и т.п., можно вычислить реальную (практическую) массу конструкции

$$m_{\kappa} = \varphi \rho V_T = \varphi \rho \frac{G}{[\sigma]}, \qquad (1.3.6)$$

ИЛИ

$$m_{\kappa} = \varphi \frac{G}{\bar{\sigma}}, \qquad (1.3.7)$$

где $\bar{\sigma}$ – удельная прочность материала

Данное соотношение может быть использовано для построения новых весовых формул конструкции в целом и отдельных ее частей. При этом $\overline{\sigma}$ будет отражать выбор материала, G учтет все особенности выбора силовой схемы будущей конструкции, а коэффициент φ может быть определен из анализа уже построенного самолета, который целесообразно взять в качестве прототипа,

$$\varphi = \tilde{m}_{\kappa} \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{G}}, \qquad (1.3.8)$$

где знак ~ используется для обозначения величин, относящихся к прототипу.

Если прототип обладает высоким весовым совершенством и в процессе разработки конструкции не ожидается больших изменений в технических решениях (ϕ) и в выборе

материала ($\overline{\sigma}$), например при модификациях, то для оценки массы новой конструкции данная формула может быть переписана особенно просто:

$$m_{\kappa} = \frac{G}{\tilde{G}} \tilde{m}_{\kappa} , \qquad (1.3.9)$$

В современных условиях практически всегда имеются конечно-элементные модели и прототипа, и новой конструкции, и вычисление *G* не вызывает больших затруднений.

Замечания о терминах.

1. Использовать величину G в качестве характеристики совершенства способа передачи усилий внутри конструкции впервые предложено в [49]. В этой работе критерий G назван «силовым весом» по той причине, что он определяет вес конструкции. Однако сейчас в мировой технической литературе для обозначения количества вещества (материала) наиболее употребителен термин масса. В американской авиационной технической литературе фактически для этих же целей по-прежнему используются термины вес конструкции, взлетный вес и стандартное обозначение W (Weight). В европейской литературе используется термин масса, но, как и в американской, соответствующие расчетные формулы и методики называются весовыми. В русскоязычной авиационной литературе термины весовые расчеты, весовые формулы используются давно и устойчиво и предложить для них альтернативу едва ли возможно и нужно: массовые формулы? массовые расчеты? В этой ситуации возникает проблема адекватного перевода термина «силовой вес» на английский язык. В.В. Васильев при подготовке к изданию на английском языке книги «Optimal Design» [45] предложил использовать для этого понятия термин «load-carrying factor» (LCF). Термин load-carrying factor представляется достаточно удачным для отражения смысла величины G. Автор этого раздела, являясь учеником и продолжателем работ А.А. Комарова, считает возможным и целесообразным в современных условиях перейти к использованию термина «силовой фактор» для величины G.

2. Работа [48] является, вероятно, одной из первых, в которых обсуждается отношение полного (реального) веса конструкции к теоретически необходимому:

$$\varphi = \frac{W}{W_T} \,. \tag{1.3.10}$$

В [48] это отношение названо строительным коэффициентом. Термин «коэффициент полной массы» (full weight factor), на наш взгляд, более точно отражает его смысл, но и использование термина строительный коэффициент (construction factor) как синонима вполне возможно и удобно.

1.3.2 Закон «квадратов и кубов»

При рассмотрении вопросов весового проектирования необходимо упомянуть закон «квадратов и кубов». В словесной форме он выглядит следующим образом: при увеличении геометрических размеров в k раз взлётная масса самолёта растёт пропорционально квадрату этого коэффициента k^2 , а масса конструкции – пропорционально кубу k^3 . На фоне действия самых различных факторов на величину массы конструкции закон «квадратов и кубов» проявляется нечётко [43]. Тем не менее с ростом абсолютных размеров самолёта относительная масса конструкции имеет тенденцию к росту, и сдерживание этой величины представляет серьёзную инженерную проблему. В связи с тем, что этот закон нигде математически строго не доказан и рассматривается обычно конкретно на примере крыла, и некоторым конструкторам кажется, что на фюзеляжные конструкции его действие не распространяется, то далее будут приведены доказательства этого закона, носящего всеобщий характер для силовых конструкций [3].

Введем коэффициент геометрического подобия k_r . При сохранении закона распределения и интенсивности поверхностных сил, действующих на конструкцию, и ее геометрически подобном преобразовании в k_r раз узловые силы P_i увеличиваются в k_r^2 раз:

$$P_i^* = k_r^2 P_i. (1.3.11)$$

Здесь и далее в этом разделе предполагается математическое описание конструкции в терминах метода конечных элементов.

Так как при неизменных узловых силах

$$G^* = k_r G_i, \tag{1.3.12}$$

то увеличение узловых сил в k_r^2 раз приведет к соответствующему увеличению силового фактора:

$$G^{**} = k_r^3 G. \tag{1.3.13}$$

Здесь первый знак * указывает на изменение размеров конструкции, а второй знак * указывает на учет изменения абсолютной величины поверхностных сил.

При геометрически подобном преобразовании летательных аппаратов с аэродинамическим способом создания подъемной силы и сохранении неизменными летных характеристик взлетная масса *m*⁰ пропорциональна квадрату коэффициента геометрического подобия:

$$m_0^* = k_r^2 m_0. (1.3.14)$$

Тогда минимальная (полная) масса геометрически подобной конструкции будет

$$m_{\kappa}^{**} = \varphi \frac{G^{**}}{\bar{\sigma}},$$
 (1.3.15)

ИЛИ

$$m_{\kappa}^{**} = \varphi k_{r}^{3} \frac{G}{\bar{\sigma}} = k_{r}^{3} m_{\kappa}, \qquad (1.3.16)$$

где *m_к* – масса исходной конструкции.

Таким образом, взлетная масса самолета изменяется пропорционально квадрату коэффициента геометрического подобия, а масса конструкции — пропорционально его кубу:

$$\overline{m}_{k}^{**} = \frac{m_{k}^{**}}{m_{0}^{*}} = \frac{k_{r}^{3}m_{k}}{k_{r}^{2}m_{0}} = k_{r}\overline{m}_{k}.$$
(1.3.17)

Аналогичный вывод получается и для гермокабин, для которых избыточное давление является основным случаем нагружения.

Итак, с ростом абсолютных размеров авиационных конструкций их относительная масса при прочих неизменных технических решениях растет линейно.

При выводе этих соотношений не учтена разгрузка конструкции за счет изменения ее массы. Для такого учета в практических расчетах крыльев достаточно двух-трех итераций. Учет этого обстоятельства, конечно, несколько смягчает проявление закона «квадратов и кубов», но гораздо больший эффект в сдерживании роста относительной массы крыльев при увеличении размеров самолета дают такие меры, как оптимизация размещения топлива и двигателей, использование увеличенной относительной площади профиля крыла в корневой зоне и т.п.

1.3.3 Влияние удельной нагрузки на массу конструкций крыльев

Пусть исходное крыло имеет площадь S. При подобном преобразовании

$$S^* = k_r^2 S. (1.3.18)$$

Если взлетная масса при этом не меняется, то удельные нагрузки *p*₀ будут связаны соотношением

$$p_0^* = (1/k_r^2)p_0. \tag{1.3.19}$$

Узловые силы при этом не изменяются, поэтому

$$G^* = k_r G. \tag{1.3.20}$$

Относительная масса преобразованной конструкции

$$\overline{m}_k^* = m_k^* / m_0 = \varphi k_r G / (m_0 \overline{\sigma}).$$

Тогда с учётом (1.3.19) получим

$$\bar{m}_{k}^{*} = \bar{m}_{k} \sqrt{p_{0} / p_{0}^{*}}.$$
(1.3.21)

Уменьшение удельной нагрузки на крыло в k_p раз, где $k_p = \frac{p_0}{p_0^*}$ и $k_p \ge 1$, ведет к увеличению относительной массы конструкции пропорционально $\sqrt{k_p}$. Соответственно увеличение удельной нагрузки $k_p \le 1$ ведёт к уменьшению относительной массы конструкции крыла. Полученный результат, на первый взгляд, представляется парадоксальным. Однако он хорошо известен конструкторам и используется на практике.

1.3.4 Безразмерный коэффициент силового фактора

Силовой фактор *G* имеет размерность «ньютонометр» (Н м). В данном контексте – это сумма произведений величин внутренних усилий в элементах конструкции на протяжённость их действия. Эта величина зависит от силовой схемы конструкции. Она пропорциональна величине внешней нагрузки и линейным размерам конструкции. С помощью неё можно оценивать минимальную теоретически необходимую массу конструкции и прогнозировать реальную массу (1.3.7). Однако на ранних этапах проектирования нагрузки, а также линейные размеры самолёта меняются и особый интерес представляет прогнозирование относительной массы конструкции и возможность сравнения различных силовых схем.

С этой целью целесообразно использовать безразмерный коэффициент силового фактора C_k . В общем виде определим его как отношение силового фактора к характерной нагрузке P и характерному размеру L.

В весовом анализе конструкций крыльев удобно использовать в качестве характерной нагрузки подъёмную силу Y_a , в определённом случае нагружения $Y_a = nm_0g$, где n - перегрузка, а в качестве характерного размера выступает $L=\sqrt{S}$. Тогда

$$C_k = \frac{\tilde{G}}{\tilde{n}\tilde{m}_0 g\sqrt{\tilde{S}}},\tag{1.3.22}$$

где знаком ~ отмечены величины, относящиеся к некоторому геометрически подобному крылу рассматриваемого типа.

Безразмерная величина C_k учитывает геометрические особенности крыла и его конструкции, включая распределение нагрузки.

Через коэффициент силового фактора может быть вычислена относительная масса конструкции крыла:

$$\overline{m}_{\kappa} = \frac{\varphi}{\overline{\sigma}} C_{\kappa} ng \sqrt{m_0 / p_0}$$
(1.3.23)

или

$$\overline{m}_{\kappa} = \frac{\varphi}{\overline{\sigma}} C_{k} ng \sqrt{S} . \qquad (1.3.24)$$

Данные соотношения могут использоваться не только для весового анализа, связанного с оценкой взлетной массы самолета, но также и для решения некоторых других задач по оптимизации конструкций и по контролю качества детального проектирования. К ним можно отнести:

1) Безразмерный коэффициент силового фактора *C_k* позволяет объективно и комплексно сравнивать потенциальное весовое совершенство существующих и проектируемых крыльев с различными размерами и формой в плане, с различными законами изменения строительных высот и с различными силовыми схемами.

2) Прогнозирование массы отдельных частей конструкции по соотношению (1.3.7) позволяет выдавать в начале проектирования их научно обоснованные весовые лимиты.

3) Коэффициент полной массы φ может использоваться на завершающей стадии разработки конструкции как критерий качества детального проектирования. Когда имеются сборочные чертежи и результаты весовых расчетов уже спроектированной конструкции, то φ вычисляется по (1.3.8), как для прототипа. Здесь нужно отметить, исходя из опыта автора и известных ему результатов других исследователей, что вычисление φ как для всей конструкции в целом, так и для отдельных ее частей дает очень интересную информацию для конструкторов. В частности, величина φ оказывается довольно стабильной и неожиданно высокой для крыльев. В ракетных конструкциях наблюдается очень высокое весовое совершенство баковых конструкций ($\phi = 1, 2...1, 3$). В то же время величина ϕ достигает нескольких единиц для межбаковых отсеков, конструкций крепления двигателей, узлов стыковки ступеней. Большая величина φ может выявлять неудачные конструктивнонеобоснованный технологические решения, выбор дорогостоящих высокопрочных материалов и т.п.

Таким образом, в этой главе рассмотрены три новых понятия: критерий «силовой фактор» – G, безразмерный коэффициент силового фактора – C_k и коэффициент полной массы – φ . В сочетании с возможностями метода конечных элементов эти новые понятия дают возможность использовать высокоточное математическое моделирование для решения широкого круга задач весового проектирования различных типов летательных аппаратов, как имеющих прототипы, так и с принципиально новыми внешними формами.

1.4 Модель тела переменной плотности

In many design problems, occurring at different stages of aircraft design, a mathematical model of elastic body with variable density can be used. Such body contains all the admissible designs of a structure, including the optimal ones. These optimal layouts can be formed by proper distribution of material inside the body.

The idea of using the artificial material with variable over the volume elastic modulus for design purposes was originally proposed in the paper [49], where it was applied to the optimal design of two-dimensional structures in order to overcome the computational difficulties associated with stress analysis of variable thickness plates. Here, the minimum compliance design problem was solved for a given amount of Young's modulus, which is the integral of Young's modulus over the volume. The three-dimensional (3D) topology optimization technique under strength and stiffness constraints and using material density as a design variable was later presented in papers [50, 51, 52]. This method was further developed in [53, 54, 55].

Another approach to represent the variable density using materials with microstructure and its application to topology optimization problems can be found in [56] and in a large number of subsequent publications [57, 58, 59].

The objective of this paper is to demonstrate the application of variable density model in its form given in [50, 51] to a number of aircraft design problems.

THEORETICAL BASIS

Following [51] we will consider an artificial material with variable density. Let the Young's modulus and tensile strength be linearly depended on density:

$$E = \overline{E} \cdot \rho \,, \tag{1.4.1}$$

$$\sigma_a = \overline{\sigma}_a \cdot \rho \,, \tag{1.4.2}$$

where \overline{E} and $\overline{\sigma}_a$ is the specific material properties, e.g. Young's modulus and allowable stress for a unit material density.

We assume that the admissible design domain, defined by external and internal boundaries of a structure, is specified. For a wing, for example, this domain is defined by external surface and predefined internal compartments for control surfaces, undercarriage, etc. We fill the admissible domain with variable density material and utilize the finite element method as a tool for stress calculation. The optimization problem is stated as minimization of structural weight subject to a wide range of design constraints such as strength, stiffness, stability requirements as well as manufacturing considerations expressed as minimum and maximum density values. Density of each finite element is treated as design variable. The material distribution algorithm for the variable density body is described in [51, 53]. With simplification for a single load case, it takes on the following form:

1. The initial distribution of material density and corresponding elastic modules is defined according to (1.4.1).

2. The stress distribution in the 3D body is analyzed.

3. The equivalent stress for each element is calculated according to the selected failure theory, for example, von Misses yield criterion

$$\sigma_{eqv} = \left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \sigma_2 \cdot \sigma_3 - \sigma_3 \cdot \sigma_1\right)^{1/2}, \qquad (1.4.3)$$

where σ_1 , σ_2 , σ_3 are principal stresses.

4. New values of material densities are calculated as

$$\rho_i^{j+1} = \frac{\sigma_{eqv\,i}^j}{\overline{\sigma}_a} \tag{1.4.4}$$

where i denotes the element number and j denotes the iteration number.

5. These values are assigned to finite elements and the process is repeated until convergence.

The stresses in the 3D body can be treated as internal forces and thus can be used to calculate the required material stress and stiffness. The physical reasoning behind the density calculation using (1.4.4) is that if the stress distribution were independent of stiffness distribution, allowable stress would be the same in each element:

$$\frac{\sigma_{eqvi}^{j}}{\rho_{i}^{j+1}} = \overline{\sigma}_{a} = const$$
(1.4.5)

which can be considered as fully stressed design.

However, nonuniform stiffness distribution calculated using (1.4.4) leads to stress redistribution. That is why the algorithm above is looped until the specific fully stressed design is obtained.

In [60] convergence of the algorithm has been proven in case of calculating the equivalent stresses through unit strain energy.

It was also shown that in this case a minimum value of so-called load-carrying factor G is achieved. For a 3D body the load-carrying factor can be calculated as

$$G = \int_{V} \sigma_{eqv} \cdot dV \approx \sum_{i=1}^{n} \sigma_{eqvi} \cdot V_{i} , \qquad (1.4.6)$$

where V is volume of the structure, V_i – volume of *i*-th finite element, n – number of elements.

Load-carrying factor simultaneously shows both the internal forces magnitude and the length of its path inside the structure. It can be easily shown in case of truss structures, for which

$$G = \sum_{i=1}^{n} |N_i| \cdot l_i, \qquad (1.4.7)$$

where $|N_i|$ is a absolute value of axial force in the rod, l_i is a length of the rod.

The minimum value of load-carrying factor corresponds to the minimum value of structural weight since the structural mass and the load-carrying factor are connected by the following equation [3]:

$$m_s = \rho \cdot \frac{G}{\sigma_a},\tag{1.4.8}$$

where m_s is mass of load-carrying structure, ρ and σ_a are the density and allowable stress of material employed for the construction of the real structure.

A practical calculation has shown that calculation of equivalent stresses using von-Mises criterion instead of unit strain energy has no influence on convergence of optimization process.

The convergence is usually reached after 15 to 20 iterations, while significant redistribution of material can be seen during only first 4 or 5 iterations. For wing-type structures, the reduction of load-carrying factor is about 30% [61].

In Fig. 1.4.1 the optimal material distribution for a bar with square cross-section loaded by torsion moment is shown.

For the results presented in the paper, the darker areas correspond to higher material densities and lighter areas stand for lower densities. The particular values of material densities in figures shown below depend on dimensions and load magnitude in a particular problem. For Figures 1.4.1-3 the minimum value of density is five order of magnitude less than the maximum value.

Figures 1.4.2 and 1.4.3 show the optimal material distribution for the compressed rods of circular and square cross-sections. The problem is solved under buckling constrains.

Special algorithms based on sensitivity coefficients were developed for solving such problems [62].

Figure 1.4.4 shows the results of density distribution for a triangular wing. The wing has the NACA0012 airfoil. Wing is divided into eight layers in thickness direction and loaded with aerodynamic forces distributed according to manoeuvre with maximum dynamic pressure and maximum load factor.

Figure 1.4.4(a) shows the density distribution for the external layer of finite-element model (FEM). The results are achieved after performing 20 iterations of fully stressed algorithm. The density values in the external layer are two orders of magnitude higher than in middle layer.



Figure 1.4.1 Optimal material distribution in bar cross-section



Figure 1.4.2 Optimal material distribution in bar with circular cross-section



Figure 1.4.3 Optimal material distribution in bar with square cross section

The principal stress flows, which is principal stress, multiplied by element thickness is used for interpretation of general path of load transmission in the internal layers of FEM (Figure 1.4.4(b)). Analyzing the results shown in Figure 4 it can noticed that external layers are loaded mainly by uniaxial forces. In the root half of the wing orientation of forces is perpendicular to the fuselage, while in the tip part orientation is close to constant-chord-percent lines. As a result, the structural layout shown in Figure 1.4.4(c) can be suggested.



Figure 1.4.4 Optimal material and force distribution

The exact number of spars, stringers, and ribs should be defined at later design stages according to stability, manufacturing, and arrangement considerations.

WEIGHT ESTIMATION

Based on load caring factor the actual structural mass can be calculated as

$$m_{s\,act} = \varphi \cdot \frac{G}{\overline{\sigma}_a}.\tag{1.4.9}$$

Here *G* depends on topology, geometry and loads, $\overline{\sigma}_a$ is a specific material strength, and φ is the nonoptimum, or actual weight, factor that relates actual weight of a real structure to its load-carrying weight. The nonoptimum factor can be computed through a regression analysis and then

corrected to assess the impact of advanced technologies and materials. For a wing of modern commercial aircraft, modelled by variable density body the value of actual weight factor is about 2, 3.

Expression (1.4.9) can be considered as a weight equation, but imposing no limitations on aircraft configuration, since load-carrying factor is computed through finite element method, which is not limited to a certain class of structures.

The fact that load-carrying factor is dimensional value limits the applicability of this criterion to some extent. To overcome this disadvantage the nondimensional criterion of the load-carrying performance of a structure, termed as load-carrying-factor *coefficient* was introduced in work [3]. The load-carrying-factor coefficient is defined as

$$C_{\kappa} = \frac{G}{P \cdot L}, \qquad (1.4.10)$$

where P is reference load and L is a reference size for the structure.

Fig. 1.4.5 shows examples of simple structures with corresponding values of load-carrying factor coefficient.



Figure 1.4.5 Load-carrying-factor coefficient for different structures

In the examples the concentrated load is used as reference load and the distance from point in which load is applied to constraints is used as reference size.

Using nondimensional coefficient C_{K} each topology layout can be associated with a number, which indicates the load-carrying efficiency of the structure.

When the value of C_{κ} is known, the load-carrying factor can be calculated as

$$G = C_{\kappa} \cdot P \cdot L, \tag{1.4.11}$$

and then the structural weight may be estimated using (1.4.9). The actual weight of the structure is defined by C_{κ} coefficient within the accuracy of a multiplier φ .

The analogy with lift force L calculation through lift coefficient C_L may be noted here

$$L = C_L \cdot q \cdot S , \qquad (1.4.12)$$

where q is a dynamic pressure and S is a reference wing area.

If the square-root of wing area is taken as the reference size for a wing and lift is taken as the reference load, the following weight equations can be derived:

for wing structural mass fraction estimation

$$\overline{m}_{wing} = \frac{\varphi}{\overline{\sigma}_a} \cdot C_K \cdot n \cdot g \cdot \sqrt{S} , \qquad (1.4.13)$$

for absolute value of wing structural mass

$$m_{wing} = \frac{\varphi}{\overline{\sigma}_a} \cdot C_K \cdot n \cdot m_{to} \cdot g \cdot \sqrt{S} . \qquad (1.4.14)$$

In above equations *n* denotes ultimate load factor, m_{to} is take off mass, and *g* is acceleration of gravity.

SPECIFIC FEATURES AND CAPABILITIES OF THE NEW MODEL

Research on telescopic wing aerodynamic and weight efficiency was one of the first studies in which the variable density model was used [54]. This work had shown that finite element modelling of variable density body can be performed easily using modern mesh-generation software even for complex shapes and rather simple scripts allow estimating the value of loadcarrying-factor coefficient.

Interpretation of the material distribution results for a three-dimensional body with variable density is not a trivial task. However, finite element models layered in a special manner and visualization of principle forces for external layers (skin) and principle shear forces for internal layers can aid postprocessing [52].

The variable density model can be applied to following design problems:

- topology optimization of load-carrying structures [61, 63];
- parametric investigations of structural efficiency for unconventional aircraft configurations [54];
- structure modification by topology means [53, 61];
- structural weight estimation at early design stages (Komarov, 2000; Lapteva, 2011);
- optimization with complex stiffness constraints [62].

VALIDATION

In Komarov and Lapteva [64] a special investigation on variable density model validity in terms of deformations prediction accuracy was carried out. To this purpose, the data obtained from the ground tests of high aspect ratio wing of a transport aircraft were used. The following significant factors affecting deformation estimation accuracy were detected:

- value of stress used as an allowable stress in optimization;
- routine equation (1.4.4);
- thickness of external layers of the FEM for structures;
- under bending; and;
- minimal admissible value of material density.

The vertical displacements of nodes obtained on variable density model were significantly higher than those obtained in ground test for the case, when a real design allowable stress with fatigue and buckling considerations was used in optimization (equation (1.4.4)). It can be explained by the fact that stresses in the real structure in the main design load cases are usually lower than the allowable stress, because real structures are designed to withstand multiple load cases, and different load cases are relevant for different elements of structure. Moreover, technological and handling requirements are main factors affecting the design of some areas such as wingtip. For the wing considered here the mean stress for main design load case was only 77 per cent of the design allowable stress. This value was further reduced to 69 per cent with proper choice and account of the thickness of external FEM layers.

The minimal admissible density value was defined as volume of structural material divided by total volume of space occupied by wingbox. For the considered wing made from aluminium alloys this value was 270 kg/m^3 .

In Figures 1.4.6 and 1.4.7 vertical displacements and increments of local angles of attack for a variable density model with all mentioned factors satisfied are shown in comparison with experimental data. The results were originally presented in [64] but due to importance for the goal of this paper are shown here.



Figure 1.4.6 Spar deformations



Figure 1.4.7 Increments of local angles of attack

High accuracy of deformations prediction indicates the high accuracy of prediction of material distribution and therefore internal forces, according to which the material is distributed. In its turn the forces distribution define the value of loadcarrying factor and theoretical mass of the structure with the same high degree of accuracy.

To demonstrate the validity of the mass estimation results obtained on variable density model they were compared to the results derived from models commonly used for theoretical mass estimation at preliminary design phase – a beam model and a FEM coupled with fully stressed structural optimization. The comparison was performed for the value of load-carrying factor coefficient, since the structural mass is proportional to it.

If one represents the wing as the ideal beam with flanges carrying the tension/compression forces and a web carrying shear the following equation can be derived:

$$C_k = \frac{A^{3/2}}{12(t/c)} + \frac{\sqrt{2,6}}{4}\sqrt{A}.$$
 (1.4.15)

where A is a wing aspect ratio, t/c is an airfoil thickness-to-chord ratio.

The results calculated using the above beam model were compared with the results estimated using a variable density model for a number of unswept and untapped wings with different aspect ratios, NACA0012 airfoil and loaded with airload uniformly distributed along the span. The comparison has shown that the maximum difference between two models is about $\Delta = 2,6$ per cent for a wing with maximum aspect ratio considered A = 12.

The *Ck* value obtained on model with variable density was also compared with the value obtained on a thin-walled FEM coupled with thickness optimization algorithm based on fully stressed design philosophy. A number of wings with different aspect ratios were considered, loaded with aerodynamic load distributed according to maximum dynamic pressure and maximum load factor design case and constrained at the symmetry plane in a statically determinate way. The thin-walled FEMconsists of skin, sparweb and ribs modelled by membrane elements (Figure 1.4.8).

Figure 1.4.9 shows the difference in CK value as a function of wing aspect ratio.

As it can be seen a variable density model is very close to a conventional thin-walled FEM, yielding a slightly lower values of Ck since the forces in continuum model are transmitted to the constraints by a slightly shorter way.

To demonstrate the capabilities of the new model let us consider two comprehensive multidisciplinary design problems.

The mathematical model of variable density has wide predictive opportunities. At early design stages, it produces optimal structural topologies and provides reasonable estimation of the minimum structural weight that can be achieved after the detailed design will be completed.



Figure 1.4.8 Thin-walled FEM with aerodynamic load distribution



Figure 1.4.9 Comparison of load-carrying-factor coefficient

Wide range of sizing criteria including stress, strain, buckling and technological constraints are implemented in developed algorithms. Variable density model provide a simple yet accurate means for prediction of the wing deflections and the influence of this deflections on the aerodynamic load distribution. The multidisciplinary aircraft design optimization problem can be addressed using novel nondimensional criterion of load-carrying efficiency. Load-carrying- factor coefficient can be used for knowledge accumulation and comparison of different topologies in terms of structural efficiency. Variable density model constructed from solid elements is much simpler to build than traditional thin-walled models consisting of shell elements. The novel optimization model is intended to be used for the design of unconventional aircraft.

Данная глава написана с использованием материалов статьи [65].

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Проектирование самолетов [Текст]: учебник для вузов / С.М. Егер, В.Ф. Мишин, Н.К. Лисейцев [и др.]. М.: Машиностроение, 2005. 616 с.
- 2 Вуд, К. Проектирование самолетов [Текст] / К. Вуд. М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1940. 470 с.
- 3 Комаров, В.А. Весовой анализ авиационных конструкций: теоретические основы [Текст] / В.А. Комаров //Общероссийский научно-технический журнал «Полет». – 2000. – №1. – С. 31-39.
- 4 Вейсхаар, Т.А. Человеческий фактор в проектировании авиационных конструкций [Текст] / Т.А. Вейсхаар, В.А. Комаров // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». 1998. №1. С. 17-23.
- 5 Основы устройства, проектирования, конструирования и производства летательных аппаратов (дистанционно пилотируемые летательные аппараты) [Текст] / П.П. Афанасьев, Ю.В. Веркин, И.С. Голубев [и др.]; под ред. И.С. Голубева и Ю.И. Янкевича. М.: МАИ, 2006. 528 с.
- 6 Братухин, А.Г. Российская энциклопедия CALS. Авиационно-космическое машиностроение [Текст] / А.Г. Братухин. М.: ОАО «НИЦ АСК», 2008. 608 с.
- 7 Weisshaar, T.A. New World Vistas. Air and space power for the 21-st century. Aircraft and propulsion volume [Text] / T.A. Weisshaar. 1995. P. 80-91.
- 8 Англо-русский политехнический словарь [Текст] / под общ. ред. А. Е. Чернухина. М.: Физматгиз, 1962. 664 с.
- 9 Организационно-технические аспекты применения МКЭ в проектировании самолетов [Текст] / В.И. Абрамов, Е.А. Иванова, В.А. Комаров [и др.] // Методы исследования и разработок конструкций самолетов. – М.: МАИ, 1982. – С. 21-24.
- 10 Argyris, J. Energy theorems and structural analysis [Text] / J. Argyris // Aircraft Engineering, 1954 and 1955, re-printed by Butterworth's Scientific Publications. London, 1960.
- 11 Образцов, И.Ф. Метод конечных элементов в задачах строительной механики летательных аппаратов [Текст] / И.Ф. Образцов, Л.М. Савельев, Х.С. Хазанов. М.: Высшая школа, 1985. 392 с.
- 12 Cook, R.D. Finite Element Modeling for Stress Analysis [Text] / R.D. Cook // 1st John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA ©1994 ISBN:0471107743.
- 13 Краснов, Н.Ф. Основы прикладной аэрогазодинамики [Текст]: учеб. пособие. В 2 кн. / Н.Ф. Краснов, Е.Э. Боровский, А.И. Хлупнов. – М.: Высшая школа, 1990. – 336 с.
- 14 Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 1. Методы расчета различных течений [Текст] / К. Флетчер; пер. с англ. В.Ф. Каменецкого; под ред. Л.И. Турчака. М.: Мир, 1991. 552 с.
- 15 Белоцерковский, С.М. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью [Текст] / С.М. Белоцерковский, М.И. Ништ. М.: Наука, 1978. 352 с.
- 16 Белоцерковский, С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа [Текст] / С.М. Белоцерковский; под ред. Н.И. Розальской, И.Ш. Аксельрод, Т.Д. Доверман. М.: Наука, 1965. 244 с.

- 17 Вождаев, В.В. Практика применения и особенности современных методов расчёта аэродинамических характеристик летательных аппаратов на основе решений уравнений Навье-Стокса [Текст] / В.В. Вождаев, Л.Л. Теперин, С.Л. Чернышев. М.: ЦАГИ, 2014. Вып. 2740. 62с.
- 18 Langtry, R. Overview of Industrial Transition Modelling in CFX [Text] / R.Langtry, F. Menter // Technical Report ANSYS. Germany, Otterfing, 2006.
- 19 Пакет программ инженерного анализа и суперкомпьютерного моделирования. Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики. Интернет-сайт: http://logos.vniief.ru/products/aerodynamics/.
- 20 Программный комплекс для конструкторов, инженеров и технологов FlowVision. Интернет-сайт: https://flowvision.ru/.
- 21 Полнофункциональная мультидисциплинарная платформа для инженерных расчетов и анализа поведения изделия в реальных условиях эксплуатации Star CCM+. Интернет-сайт: www.cd-adapco.com.
- 22 Numeca: a new wave in fluid dynamics. Интернет-сайт: http://www.numeca.com/.
- 23 Advisory group for aerospace research & development [Text] / A selection of experimental test cases for the validation of CFD codes.: adgard advisory report NO 303. department of commerce. 1994.
- 24 Лукьянов, О.Е. Определение аэродинамических характеристик несущих корпусов транспортного самолёта [Текст]: дис. магистра / О.Е. Лукьянов. Самара, СГАУ. 2015.
- 25 Lyu, Z. Aerodynamic shape optimization of an adaptive morphing trailing edge wing [Text] / Z. Lyu, J. R. A. Martins // Journal of Aircraft. № 52(6). November 2015.
- 26. Martins, J. R. R. A. Multidisciplinary Design Optimization of Aircraft Congurations: Highdelity aerostructural optimization. Lecture series [Text] / J. R. R. A. Martins, G. K. W. Kenway, T. Brooks. – Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Sint Genesius Rode, Belgium, May 2016.
- 27 Brooks, T.R. High-fidelity Multipoint Aerostructural Optimization of a High Aspect Ratio Towsteered Composite Wing [Text] / T.R. Brooks, G.J. Kennedy, J.R.R.A. Martins // Proceedings of the 58th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA SciTech Forum. January 2017.
- 28 Multidisciplinary optimization of a NLF forward swept wing in combination with aeroelastic tailoring using CFRP [Text] / T. Wunderlich, S. Dähne, L. Heinrich [et al.] // Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress 2015.
- 29 Barcelos, M. Aeroelastic design optimization for laminar and turbulent flows [Text] / M. Barcelos, K. Maute. // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 197 (2008). P. 1813–1832.
- 30 Программа АРАМЕ. Панельный метод. Интернет-сайт: http://www.3dpanelmethod.com/.
- 31 Лукьянов, О.Е. Разработка методики выбора облика грузовых самолётов с использованием многодисциплинарной оптимизации [Текст]: дис. ... канд. техн. наук / О.Е. Лукьянов. – Самара, Самарский университет, 2019.
- 32 Nickel, K. Eine einfache Abschätzung für Grenzschichten [Text] / K. Nickel Ing.-Arch.31, 1961.
- 33 Grasmeyer, J. A discrete vortex method for calculating the minimum induced drag and optimum load distribution for aircraft configurations with noncoplanar surfaces [Text] / J. Grasmeyer //

VPI-AOE-242, Multidisciplinary Analysis and Design Center for Advanced Vehicles, Department of Aerospace and Ocean Engineering Virginia Polytechnic Institute and State University, January, 1997.

- 34 Eppler, R. Induced drag and winglets [Text] / R. Eppler // Aerospace Science and Technology. 1997. № 1. P. 3-15.
- 35 Eppler, R. Induced drag and winglets [Text] / R. Eppler // the XXIV OSTIV Congress, Omarama, New Zealand, VOLUME XX. NO. 2. 1995. P. 89-96.
- 36 Changchuan, Xie, Static aeroelastic analysis of very flexible wings based on non-planar vortex lattice method [Text] / Changchuan Xie, Libo Wang, Chao Yang [et al.] // Chinese Journal of Aeronautics, Volume 26, Issue 3. June 2013. Pages 514 521.
- 37 Программа расчёта аэродинамических характеристик летательных аппаратов методом дискретных вихрей. Интернет-сайт: http://tornado.redhammer.se/.
- 38 Программа расчёта аэродинамических характеристик летательных аппаратов методом дискретных вихрей. Интернет-сайт: http://web.mit.edu/drela/Public/web/xfoil/
- 39 Пат. РФ № 2017618598. Программа расчета аэродинамических характеристик крыла методом дискретных вихрей "DMVWing" [Текст] / Е.А. Климов, В.А. Фролов, В.Г. Шахов, О.Е. Лукьянов. Опубл. 15.08.2017.
- 40 Виленский, Я.Г. Сборник аэродинамических характеристик крыловых профилей по испытаниям в скоростной трубе Цаги Т-106 [Текст] / Я.Г. Виленский, Я.М. Серебрийский. – Вып. IV. – Издательство бюро новой техники, 1947.
- 41 Калинин, А.И. Интегральные и распределенные аэродинамические свойства крыла на низких дозвуковых скоростях[Текст] / А.И. Калинин. М.: ЦАГИ, 1973. Вып. 1503. 354 с.
- 42 Бауэрс, П. Летательные аппараты нетрадиционных схем [Текст] / П. Бауэрс; пер. с англ. М.: Мир, 1991. 320 с.
- 43 Шенли, Φ.Р. Анализ веса и прочности самолетных конструкций [Текст] / Φ.Р. Шенли. –
 М.: Оборонгиз, 1957. 406 с.
- 44 Шейнин, В.М. Весовое проектирование и эффективность пассажирских самолетов [Текст] / В.М. Шейнин, В.И. Козловский. М.: Машиностроение, 1984. 552 с.
- 45 Vasiliev, V.V. Optimal Design: Theory and Applications to Materials and Structures [Text] / V.V. Vasiliev, Z. Gurdal. CRC Press, 1999. 320 p.
- 46 Комаров, В.А. О рациональном распределении материала в конструкциях [Текст] / В.А. Комаров // АН СССР. Сер. «Механика». 1965. № 5. С. 85-87.
- 47 Резниченко, Г.А. Строительный коэффициент для весовых расчетов авиационных конструкций [Текст] / Г.А. Резниченко // Авиационная промышленность. 1984. № 11. С. 5-8.
- 48 Кефели, А.И. О теоретических весах сооружений. [Текст] / А.И. Кефели // ЛИИЖТ. 1927. Вып. 96. С. 247-266.
- 49 Комаров, А.А. Основы проектирования силовых конструкций [Текст] / А.А. Комаров. Куйбышев, 1965. 82 с.
- 50 Комаров, В.А. Оптимальное проектирование силовых авиационных конструкций [Текст] : дис. ... д-ра техн. наук. / В.А. Комаров. М.: МАИ, 1976.

- 51 Комаров, В.А. Проектирование силовых схем авиационных конструкций [Текст] / В.А. Комаров // Актуальные проблемы авиационной науки и техники. М.: Машиностроение, 1984. С.114-129.
- 52 Komarov, V.A. Design of aircraft structures on the basis of discrete models [Text] / V.A. Komarov, V.V. Vasilev, (Ed.), Optimal Design, Technomic Publishing, Lancaster, PA. 1999. P. 56-107.
- 53 Комаров, В.А. Повышение жесткости конструкций топологическими средствами [Текст] / В.А. Комаров // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2003. № 1(3). С 24-37.
- 54 Вейссхаар, Т. Телескопические крылья: весовая и аэродинамическая эффективность [Текст] / Т. Вейссхаар, В.А. Комаров, В.Г. Шахов // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». 2009. №2. С. 10-18.
- 55 Болдырев, А.В. Структурная оптимизация крыльев с учетом требований прочности и жесткости [Текст] / А.В. Болдырев // Вестник МАИ. 2009. –Т. 16. №3. С. 2.
- 56 Bendsoe, M.P. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [Text] / M.P. Bendsoe, N. Kikuchi // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering.- 1988. Vol. 71. P. 197-224.
- 57 Kohn, R.V. Optimal design and relaxation of variational problems [Text] / R.V. Kohn,
 G. Strang, // Commun. Pure Appl. Math. 1986. Vol. 39. P. 113-137 (part 1), P. 139-182 (part 2), P. 333-350 (part 3).
- 58 Bendsoe, M.P. Optimization of Structural Topology [Text] / M.P. Bendsoe. Shape, and Material, Springer, Berlin. 1995.
- 59 Eschenauer, H.A. Topology optimization of continuum structures: a review [Text] / H.A. Eschenauer, N. Olhoff // Appl. Mech. Rev. 2001. Vol. 54. No. 4. P. 331-389.
- 60 Комаров, В.А. К доказательству теорем об изменении жёсткости конструкций [Текст] / В.А. Комаров / Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2004. № 1 (5). С. 49-51.
- 61 Болдырев, А.В. Структурная модификация тонкостенных конструкций по условиям жёсткости [Текст] / А.В. Болдырев // Проблемы прочности и пластичности. – 2008. – Вып. 70. – С. 175-183.
- 62 Болдырев, А.В. Развитие технологии проектирования авиационных конструкций на основе модели переменной плотности [Текст] / А.В. Болдырев // Всероссийский научно-технический журнал «Полет». 2009. №11. С. 23-28.
- 63 Болдырев, А.В. Применение модели переменной плотности на ранних стадиях проектирования крыльев [Текст] / А.В. Болдырев, В.А. Комаров // Ученые записки ЦАГИ. 2011. Т. XLII. №1. С. 94 -104.
- 64 Комаров, В.А. Прогнозирование деформаций крыльев [Текст] / В.А. Комаров, М.Ю. Лаптева // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». 2011. №3. С. 8-12.
- 65 Aircraft design using a variable density model [Text] / V.A. Komarov, A.V. Boldyrev,
 A.S. Kuznetsov [et al.] // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. 2012. Vol. 84.
 Issue 3. P. 162-171.