

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Н.В. ПРОХОРОВА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В БИОЛОГИИ И ЭКОЛОГИИ

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 06.04.01 Биология

САМАРА
Издательство Самарского университета
2021

УДК 519(075)+57(075)

ББК 65.01я7

П844

Рецензенты: д-р биол. наук, проф. Н. А. Кленова,
канд. биол. наук Л. В. Кведер

Прохорова Наталья Владимировна

П844 **Математическое моделирование в биологии и экологии:** учебное пособие / *Н.В. Прохорова*. – Самара: Издательство Самарского университета, 2021. – 64 с.

ISBN 978-5-7883-1690-1

В пособии рассматриваются понятие модели, классификация моделей и виды моделирования, специфика математического моделирования живых систем, роль и значение математического и компьютерного моделирования в биологии и экологии. В него включены вопросы для самоконтроля, темы рефератов, тесты, список используемой и рекомендуемой литературы. Материалы учебного пособия предназначены для специалистов в области биологии и экологии, обучающимся биологических факультетов университетов, преподавателям биологии и учащимся средних школ.

Подготовлено на кафедре экологии, ботаники и охраны природы.

УДК 519(075)+57(075)

ББК 65.01я7

ISBN 978-5-7883-1690-1

© Самарский университет, 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Понятие модели	6
2. Типы моделей и их классификация	10
3. Виды моделирования	18
4. Специфика математического моделирования живых систем	22
5. Основные этапы математического моделирования в биологии и экологии	26
6. Компьютерная реализация математических моделей	34
Вопросы для самоконтроля	41
Темы рефератов	42
Задания для подготовки к тестированию	43
Библиографический список	61

ВВЕДЕНИЕ

Процессы математизации образования и научных исследований были значительно активизированы и углублены с развитием новых информационных технологий, которые часто называют компьютерными технологиями. Заявив о себе в начале 50-х годов XX века, они стали неотъемлемой частью подготовки специалистов различных специальностей, включая биологов и экологов. Известный американский эколог Ю. Одум (1913-2003 гг.), по праву считающийся отцом современной экологии, придавал этому направлению науки и образования очень большое значение. В своей книге «Fundamentals of ecology» за 1971 г. [25] он отводит целую главу математизации экологии и охраны природы [13].

Активное развитие информационных технологий, всеобъемлющая информатизация общества, значительно усиливающаяся в условиях компьютеризации и цифровизации всех сторон человеческой жизни, требуют разработки и внедрения новых подходов и технологий в образовании и научных исследованиях.

В университетах на базе компьютерных технологий преподается информатика, понимаемая теперь как естественнонаучная дисциплина. В развитии этого предмета ключевыми становятся понятия модели и процессов математического моделирования в разных областях науки, включая биологию и экологию. Возникает настоятельная потребность в расширенном ознакомлении обучающихся с понятиями модели и математического моделирования применительно к биологическим и экологическим процессам и закономерностям, в формировании оптимального баланса цифрового и классического образования.

Известно, что математика изучает абстрактные пространственные формы и количественные отношения. Знания, которые она дает, основаны на точном логическом мышлении [15]. Модель – это физическое или знаковое подобие реального объекта, явления и процесса, а моделирование представляет собой метод исследования сложных объектов, явлений и процессов путем их упрощенного имитирования (натурного, математического, логического) [9].

В самом общем виде математическое моделирование – это создание, построение примерной модели объектов, явлений и процессов, представленной математическими символами и обозначениями, основанной на точном логическом мышлении. Накопленный опыт математического моделирования и практического использования таких моделей показал, что оно не дает полного отображения природных явлений и процессов, но позволяет более ясно представить изучаемые объекты, процессы, явления в целом или их отдельные аспекты [13].

Особая сложность биологических объектов и экологических систем определяет необходимость и адекватность использования математического и компьютерного моделирования для их более глубокого изучения и понимания. В этой связи учебное пособие «Математическое моделирование в биологии и экологии» позволит обучающимся по направлению подготовки 06.04.01 Биология и аспирантам расширить представления об основных принципах математического моделирования биологических и экологических систем, а также определить возможности его применения в сфере их научных изысканий.

1. ПОНЯТИЕ МОДЕЛИ

Слово «модель» встречается не только в научной литературе, но и в научно-популярных изданиях, в СМИ, в художественных произведениях. Широкое использование этого термина не исключает отсутствия четкого представления о том, что же это такое. В литературе приводятся многочисленные определения этого понятия, но зачастую они упускают его важнейшие аспекты.

В «Википедии», например, даются следующие определения модели:

«Модель (от лат. *modulus* – мера, аналог, образец) – система, исследование которой служит средством для получения информации о другой системе; представление некоторого реального процесса, устройства или концепции. Модель есть абстрактное представление реальности в какой-либо форме (например, в математической, физической, символической, графической или дескриптивной), предназначенное для представления определенных аспектов этой реальности и позволяющее получить ответы на изучаемые вопросы» [12].

В учебных пособиях Г.Ю. Ризниченко [16-19] предлагаются следующие определения:

– «Модель – это копия объекта, в некотором смысле «более удобная», допускающая манипуляции в пространстве и во времени».

– «Математические модели – это язык, на котором формулируются наши представления о явлениях в живой и неживой природе».

Из анализа существующих определений вытекает различное применение понятия модели в разных областях знания. В этой связи следует разъяснить, что такое модель «сама по себе», в чем за-

ключается упомянутая процедура «упрощения», каким образом модель становится «более удобной» для исследования.

Рассмотрим понятие модели таким образом, чтобы с ним можно было работать. Для этого необходимо определить два базовых принципа [20].

1. Модель объекта (O_1 на рис. 1) в свою очередь является объектом (O_2 на рис. 1), другим вообще говоря объектом, материальным (реже) или знаковым (чаще всего).

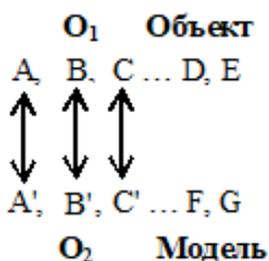


Рис. 1. Модель (O_2) объекта (O_1).

A, B, C ... D, E – наблюдаемые свойства объекта;

A', B', C' ... F, G – наблюдаемые свойства модели.

Между свойствами объекта A, B, C и свойствами модели A', B', C' установлено соответствие [20]

2. Независимый объект (O_2) становится моделью тогда, когда мы отождествляем некоторые его свойства (A', B', C' на рис. 1) с некоторыми свойствами исходного объекта (A, B, C на рис. 1).

Поскольку модель сама по себе является объектом, она может обладать некоторыми собственными свойствами (F и G на рис. 1), не имеющими отношения к моделированию. И здесь заключается опасность возникновения одной из частых ошибок при моделировании, когда исследуются те свойства модели, которые не отождествлялись со свойствами объекта и к моделированию, собственно, отношения не имеют (выход за границы применимости

модели). Также не следует забывать, что не все свойства объекта отождествляются со свойствами модели, практически всегда остается набор свойств объекта (D и E на рис. 1), моделью не отражаемый. И об этой стороне поведения объекта модель ничего сказать не может.

Модель не возникает случайно, а моделирование всегда – целенаправленное действие. При моделировании, т.е. при выборе и формулировке модели, определяющими обстоятельствами являются объект, метод (средства), цель моделирования и набор моделируемых свойств объекта. Ниже приведены несколько простых примеров моделей, часто используемых разными авторами [17, 20].

Портрет. Объектом моделирования в данном случае является изображаемый человек. Метод (средства) – краски, кисти, холст, фотоаппарат и пленка, рекламный щит, обложка журнала и др. Целью в данном случае является некая манипуляция с пространством и временем, позволяющая сохранить облик человека во времени. Моделируется только внешний вид объекта. Портрет не позволяет, например, судить уверенно о характере или уме нарисованного лица.

Аквариум. В аквариуме моделируют водную экосистему – речную, озерную, морскую, заселяют ее некоторыми видами фито- и зоопланктона, рыбами, поддерживают определенный состав воды, температуру, даже характер течения. В аквариуме можно строго контролировать условия эксперимента. Какие компоненты естественной системы будут воспроизведены и с какой точностью, зависит от цели моделирования.

Бислойная липидная мембрана. Классическим примером модели является изучение процессов ионного трансмембранного переноса на искусственной бислойной липидной мембране.

Популяция дрозофилы. Дрозофила относится к классическим объектам моделирования микроэволюционного процесса и является примером исключительно удачно найденной модели.

Еще более удобной моделью являются *вирусы*, которые можно размножить в пробирке. Хорошей моделью микроэволюционных процессов являются также *микробные популяции* в проточном культиваторе.

В математической биологии, в частности, в биофизике, как и в любой науке, существуют простые модели, которые поддаются аналитическому исследованию и обладают свойствами, позволяющими описывать целый спектр природных явлений. Такие модели называют базовыми. В физике классической базовой моделью является гармонический осциллятор (шарик – материальная точка – на пружинке без трения). После того как математически досконально изучена суть процессов на базовой модели и ее модификациях, по аналогии становятся понятными явления, происходящие в гораздо более сложных реальных системах [17].

Несмотря на огромное разнообразие живых систем, можно выделить некоторые важнейшие из присущих им качественных свойств: рост, самоограничение роста, автоколебательные режимы (биоритмы), пространственная неоднородность, квазистохастичность. Все эти свойства можно продемонстрировать на сравнительно простых нелинейных динамических моделях, которые и выступают в роли базовых моделей математической биологии.

2. ТИПЫ МОДЕЛЕЙ И ИХ КЛАССИФИКАЦИЯ

Использование моделей всегда и неизбежно связано с упрощением, идеализацией моделируемого объекта. Сама модель не охватывает объект во всей полноте его свойств, а отражает лишь некоторые его исследуемые характеристики, но самым важным является то, что модель более удобна, более доступна для исследования, чем моделируемый объект [1].

Все модели делятся на материальные (физические) и знаковые (математические).

Физическая модель представляет собой физический объект, «назначенный» моделью другого объекта. Все приведенные выше примеры моделей являются именно физическими моделями. Любая физическая модель обладает конкретными свойствами физического (в том числе биологического) объекта. В этом ее преимущества, но в этом и ее ограничения. С одной стороны, физическая модель может точнее передавать характеристики моделируемого объекта. С другой стороны, физическая модель в конкретном исследовании может быть столь же сложна, как и объект.

Математические модели описывают целый класс процессов или явлений, которые обладают сходными свойствами или являются изоморфными. Наука конца XX века – синергетика – показала, что сходными уравнениями описываются процессы самоорганизации самой разной природы: от образования скоплений галактик до образования пятен планктона в океане.

Многие ученые независимо друг от друга высказывали одну и ту же мудрую мысль: «Область знания становится наукой, когда она выражает свои законы в виде математических соотношений». С этой точки зрения, самая «научная» наука – физика. Она исполь-

зует математику в качестве своего естественного языка. Все физические законы выражаются в виде математических формул или уравнений [19].

Чем более сложными являются объекты и процессы, которыми занимается наука, тем труднее найти математические абстракции, подходящие для описания этих объектов и процессов.

В биологию, геологию и другие «описательные науки» математика пришла по-настоящему только во второй половине XX века. Первые попытки математически описать биологические процессы относятся к моделям популяционной динамики. Эта область математической биологии в дальнейшем служила математическим полигоном, на котором «отрабатывались» математические модели в разных областях биологии, в том числе модели эволюции, микробиологии, иммунологии и других областей, связанных с клеточными популяциями.

Самая первая известная модель, сформулированная в биологической постановке, – знаменитый ряд Фибоначчи, который приводит в своем труде Леонардо из Пизы в XIII веке. Это ряд чисел, описывающий количество пар кроликов, если кролики начинают размножаться со второго месяца жизни и каждый месяц дают потомство в виде пары кроликов. Ряд представляет последовательность чисел: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ..., в которой каждый следующий элемент равен сумме двух предыдущих.

Следующая известная истории модель – модель Мальтуса (1798), описывающая размножение популяции со скоростью, пропорциональной ее численности ($N_i + 1 = q \cdot N_i$ или, в непрерывной форме, $\frac{dN}{dt} = r \cdot N$). В дискретном виде этот закон представляет собой геометрическую прогрессию, а записанный в виде дифференциального уравнения, является моделью экспоненциального роста популяции и хорошо описывает рост клеточных популяций в отсутствие какого-либо лимитирования.

На этих простейших моделях видно, насколько примитивны математические модели по сравнению с биологическими объектами. В свою очередь, каждый организм состоит из органов, тканей и клеток, осуществляет процессы метаболизма, движется, рождается, растет, размножается, стареет и умирает. И каждая живая клетка – сложная гетерогенная система, объем которой ограничен мембранами и содержит субклеточные органеллы и так далее, вплоть до макромолекул, аминокислот и полипептидов. На всех уровнях живой материи мы встречаем сложную пространственно-временную организацию, гетерогенность, индивидуальность, подвижность, потоки массы, энергии и информации. Ясно, что для таких систем любая математика дает лишь грубое упрощенное описание [17].

Дело существенно продвинулось с использованием компьютеров, которые позволяют имитировать достаточно сложные системы, однако и здесь, как правило, речь идет именно о моделях, т.е. о некоторых идеальных копиях живых систем, отражающих лишь некоторые их свойства, причем схематически.

Компьютерные модели представляют собой подтип математических моделей и содержат «знания» об объекте в виде математических формул, таблиц, графиков, баз данных. Они позволяют изучать поведение системы при изменении внутренних характеристик и внешних условий, проигрывать сценарии, решать задачу оптимизации. Однако каждая компьютерная реализация соответствует конкретным, заданным параметрам системы.

Имеются специальные журналы, посвященные работам в области математических моделей: *Journal of Theoretical Biology*; *Biosystems*; *Mathematical Ecology*, *Mathematical Biology*, *System Biology* etc.

Работы по математическому моделированию печатаются практически во всех российских биологических журналах. В основном, модели являются инструментом изучения конкретных си-

стем, и работы по моделированию печатают в журналах, посвященных той области биологии, к которой относится объект моделирования. Это означает, что модель должна быть интересна, полезна и понятна специалистам-биологам. В то же время она должна быть, естественно, профессионально сделана с точки зрения математики.

Наиболее успешные модели сделаны в содружестве специалистов-математиков или физиков и биологов, хорошо знающих объект моделирования. При этом наиболее трудная часть совместной работы – это формализация знаний об объекте (как правило, в виде схемы) на языке, который может затем быть переформулирован в математическую или компьютерную модель.

В зависимости от особенностей оригинала и задач исследования применяются самые разнообразные модели. На рис. 2 представлена общая схема классификации моделей.



Рис. 2. Классификация моделей
(по В.Д. Федорову и Т.Г. Гильманову, 1980) из [23]

Как следует из этой схемы, модели делят на реальные (натурные, аналоговые) и идеальные (знаковые). Согласно этой схеме, по типу реализации различаются *реальные* и *знаковые* модели. Реальная модель отражает существенные черты оригинала уже по самой природе своей физической реализации. Например, аквариум с его растительностью, животным и микробным населением воспроизводит некоторые черты обитаемых природных водоемов уже потому, что он сам является населенным водоемом, хотя и значительно меньших размеров.

При работе с реальными (натурными) моделями возникают трудности установления степени адекватности модели оригиналу и, следовательно, в обосновании возможности применения результатов моделирования к исходной системе-оригиналу.

В отличие от реальной, знаковая модель представляет собой условное описание системы-оригинала с помощью данного алфавита символов и операций над символами, в результате чего получаются слова и предложения некоторого языка, которые с помощью определенного кода интерпретируются как образы некоторых свойств элементов системы-оригинала и связей между ними. Как отмечает И.А. Полетаев [14], знаковые модели несравненно богаче возможностями, чем реальные, ибо они почти не связаны ограничениями физической реализации. Наибольшее значение для биологии и экологии имеют две разновидности знаковых моделей: это, во-первых, так называемые концептуальные и, во-вторых, математические модели.

Концептуальная модель представляет собой несколько более формализованный и систематизированный вариант традиционного естественнонаучного описания изучаемого биологического объекта или экосистемы, состоящего из научного текста, сопровождаемого блок-схемой системы, таблицами, графиками и прочим иллюстративным материалом.

При качественном и количественном изучении биологических объектов и экосистем гораздо более эффективны методы

математического моделирования [22]. Математическая модель есть приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира с помощью математической символики. Математические модели реальных исследуемых процессов сложны и включают системы нелинейных функционально-дифференциальных уравнений. Ядро математической модели – дифференциальные уравнения в частных производных. Изучение математических моделей производится на основе методов вычислительной математики, основу которых составляют разностные методы решения задач математической физики.

Математические модели относятся к идеальным моделям, в свою очередь они могут быть аналитическими или численными (имитационными). И те, и другие подразделяются на дискретные – непрерывные, детерминированные – стохастические, точечные – пространственные и статические – динамические.

Ш.Х. Зарипов (2010) [6] на основе анализа работ многих авторов [2, 4, 8, 11] делит все математические модели по 6-ти основным признакам.

1. Структурные и функциональные модели.

В структурных моделях показывается структура изучаемой экосистемы и взаимосвязь элементов этой системы между собой, т.е. описывают структуру элементов. Функциональные модели дают количественную оценку отклика экосистемы на внешнее воздействие, т.е. описывают процессы, происходящие в экосистеме. В большинстве случаев структурные и функциональные модели могут сочетаться, тем самым образовывать «гибрид», что позволяет изучать экосистему в целом.

2. Дискретные и непрерывные модели.

В дискретном случае описание моделей ведется на языке сумм и конечных разностей, тогда как в непрерывных моделях используется язык интегралов и бесконечно-малых приращений.

3. Линейные и нелинейные модели.

В линейных моделях используется линейная зависимость между переменными, которая и описывает будущую модель. В нелинейных моделях используются связи между элементами, которые описываются нелинейными функциями. Линейными моделями описывают простые системы, а нелинейными можно описать и систему, и ее динамику.

4. Статистические и динамические модели.

Данная классификация основана на зависимости от временного периода. Статистические модели описывают экосистему в определенный момент времени с помощью алгебраических уравнений, это так называемые краткосрочные модели. Динамические модели учитывают разновременные показатели, при этом используются дифференциальные уравнения.

5. Детерминированные и недетерминированные модели.

Детерминированная математическая модель экосистемы учитывает не случайные, а закономерные, определяемые известными изменениями вынуждающие функции и параметры экосистемы.

Недетерминированные модели делят на стохастические, использующие методы математической статистики и теории вероятностей, и нестохастические, применяемые для описания систем, функционирование которых не носит вероятностный характер, например, единичный случай с системой.

6. Аналитические и алгоритмические модели.

Аналитические модели строятся на аналитическом исследовании, учитывающем все траектории развития системы. Алгоритмические модели позволяют исследовать более широкий спектр задач и применяются при построении моделей случайного поиска и стохастической аппроксимации, а также при имитационном моделировании сложных экосистем.

В экологических исследованиях часто используют детерминированные, стохастические и эмпирико-статистические модели.

По типу применяемых математических методов различают следующие виды моделей [6]:

1. Модели на основе дифференциальных уравнений.

2. Разностные модели.

3. Матричные модели.

4. Оптимизационные модели.

5. Имитационные модели – модели, построенные на пределе наших знаний об объекте и реализованные на компьютере по блочному принципу.

6. Регрессионные модели – дают функциональные связи между входными и выходными переменными на основе аппроксимации статистических данных, применяются на этапе эмпирико-статистического моделирования.

В практической экологии чаще используют три основные группы математических моделей: модели теории популяций, задачи распространения загрязнений в водных и воздушных средах, эколого-экономические модели [6].

3. ВИДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Физическое моделирование. Примером физического моделирования являются обтекание моделей самолетов и зданий в аэродинамических трубах, опыты с различными видами животных и растений в лабораториях и т.п. При этом моделью выступает уменьшенная копия объекта (самолета) или реальный объект. В результате экспериментов фиксируются различные количественные характеристики системы, изменяемые во времени и пространстве, и исследователь непосредственно наблюдает объект и его динамику в максимально приближенных к естественным условиям. К физическому моделированию относят полевые эксперименты и лабораторные опыты. Получаемые при этом результаты дают точные знания о системе. В этом заключается основное преимущество физического моделирования. Вместе с тем, физическое моделирование сталкивается с рядом сложностей из-за долговременности экспериментов при изучении природных процессов, высокой стоимости материалов и экспериментального оборудования и т.п. В эксперименте исследователь видит то, «что происходит», но не знает или не всегда знает «почему» это происходит.

Математическое моделирование реальной системы выявляет роль различных процессов, позволяет прогнозировать поведение системы и проверять множество различных сценариев жизни системы. В настоящее время математическое моделирование приобрело значение одного из основных методов познания, призванных дополнить арсенал аналитических и экспериментальных методов. Оно имеет особое значение в областях науки, где прямое экспериментирование невозможно осуществить практически или оно несет существенные риски в силу слабой изученности процессов и явлений.

Математическое моделирование необходимо для ускорения поиска оптимального режима функционирования природных и технических систем, для уменьшения риска получения необратимых изменений в экосистемах. Оно дает количественное описание связей и функционирования сложных природных систем в условиях, когда многие факторы недоступны прямому наблюдению. Изменчивость природной среды так велика, что научные положения, справедливые для определения ее состояния в данный момент времени, могут стать ненадежными для таких оценок в будущем, что определяет необходимость разработки новых информационно-прогностических моделей различных компонентов природной среды и биосферы в целом.

Метод математического моделирования обеспечивает необходимый синтез знаний о природной среде, в частности он дает возможность привлекать уже имеющиеся наработки в области математического моделирования физических и химических процессов, тесно связанных с процессами в биосфере. Биологические и экологические системы характеризуются динамической и иерархической структурой и эмерджентными свойствами, что определяет необходимость использования математических моделей для их познания [23].

Математическое моделирование состоит в последовательной реализации *триады* «модель – алгоритм – программа» [3].

На первом этапе выбирается (или строится) «эквивалент» объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства – законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его частям, и т.д. Математическая модель (или ее фрагменты) исследуется теоретическими методами, что позволяет получить важные предварительные знания об объекте.

Второй этап – выбор (или разработка) алгоритма для реализации модели на компьютере. Модель представляется в форме, удобной для применения численных методов, определяется после-

довательность вычислительных и логических операций, которые нужно произвести, чтобы найти искомые величины с заданной точностью. Вычислительные алгоритмы должны не исказить основные свойства модели и, следовательно, исходного объекта, быть экономичными и адаптирующимися к особенностям решаемых задач и используемых компьютеров.

На третьем этапе создаются программы, «переводящие» модель и алгоритм на доступный компьютеру язык. К ним также предъявляются требования экономичности и адаптивности. Их можно назвать «электронным» эквивалентом изучаемого объекта, уже пригодным для непосредственного испытания на «экспериментальной установке» – компьютере.

Создав *триаду* «модель – алгоритм – программа», исследователь получает в руки универсальный, гибкий и недорогой инструмент, который отлаживается и тестируется в «пробных» вычислительных экспериментах. После того как *адекватность* (достаточное соответствие) триады исходному объекту удостоверена, с моделью проводятся разнообразные и подробные «опыты», дающие все требуемые качественные и количественные свойства и характеристики объекта. Процесс моделирования сопровождается улучшением и уточнением, по мере необходимости, всех звеньев триады [3].

Будучи методологией, математическое моделирование не подменяет собой математику, физику, биологию и другие научные дисциплины, не конкурирует с ними. Наоборот, трудно переоценить его синтезирующую роль. Создание и применение триады невозможно без опоры на самые разные методы и подходы – от качественного анализа нелинейных моделей до современных языков программирования. Оно дает новые дополнительные стимулы самым разным направлениям науки.

Важно понимать и учитывать соотношение между моделью и реальной системой. Математическая модель является идеализацией системы и не полностью адекватна реальной системе. Она не

является точным образом системы и не повторяет все ее свойства. Математическая модель создается для ответа на вполне определенные вопросы и должна в себе содержать описание процессов, определяющих динамику выходных переменных, которые интересуют исследователя. Не всегда это бывает известно заранее. Во время создания модели и работы с этой моделью необходимо выявить наиболее важные процессы и включить их в модель. Искусство исследователя заключается в описании ключевых черт системы наиболее простой математической моделью [16–19].

4. СПЕЦИФИКА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖИВЫХ СИСТЕМ

Несмотря на очевидное разнообразие и чрезвычайную сложность живых систем, все они обладают общими специфическими чертами, которые необходимо учитывать при построении их моделей [17].

Сложные системы. Все биологические системы являются сложными многокомпонентными, пространственно-структурированными, их отдельные элементы обладают индивидуальностью. При моделировании таких систем возможны два подхода. Первый – агрегированный, феноменологический. В соответствии с этим подходом выделяются определяющие характеристики системы (например, общая численность видов) и рассматриваются качественные свойства поведения этих величин во времени (устойчивость стационарного состояния, наличие колебаний, существование пространственной неоднородности). Другой подход включает подробное рассмотрение элементов системы и их взаимодействий, построение имитационной модели, параметры которой имеют ясный физический и биологический смысл. Такая модель не допускает аналитического исследования, но при хорошей экспериментальной изученности фрагментов системы может дать количественный прогноз ее поведения при различных внешних воздействиях.

Размножающиеся системы (способные к авторепродукции). Это важнейшее свойство живых систем определяет их способность перерабатывать неорганическое и органическое вещество для биосинтеза биологических макромолекул, клеток, организмов. В фе-

номенологических моделях это свойство выражается в наличии в уравнениях автокаталитических членов, определяющих возможность роста (в нелимитированных условиях – экспоненциального), возможность неустойчивости стационарного состояния в локальных системах (необходимое условие возникновения колебательных и квазистохастических режимов) и неустойчивости гомогенного стационарного состояния в пространственно распределенных системах (условие неоднородных в пространстве распределений и автоволновых режимов).

Важную роль в развитии сложных пространственно-временных режимов играют процессы взаимодействия компонентов (биохимические реакции) и процессы переноса, как хаотического (диффузия), так и связанного с направлением внешних сил (гравитация, электромагнитные поля) или с адаптивными функциями живых организмов (например, движение цитоплазмы в клетках под действием микрофиламентов).

Открытые системы, постоянно пропускающие через себя потоки вещества и энергии. Биологические системы далеки от термодинамического равновесия и потому описываются нелинейными уравнениями. Линейные соотношения Ларса Онзагера, связывающие силы и потоки, справедливы только вблизи термодинамического равновесия.

Сложная многоуровневая система регуляции. В биохимической кинетике это выражается в наличии в схемах петель обратной связи, как положительной, так и отрицательной. В уравнениях локальных взаимодействий обратные связи описываются нелинейными функциями, характер которых определяет возможность возникновения и свойства сложных кинетических режимов, в том числе колебательных и квазистохастических. Такого типа нелинейности при учете пространственного распределения и процессов переноса обуславливают паттерны стационарных структур (пятна различной формы, периодические

диссипативные структуры) и типы автоволнового поведения (движущиеся фронты, бегущие волны, ведущие центры, спиральные волны и др.).

Сложная пространственная структура. Живая клетка и содержащиеся в ней органеллы имеют мембраны, любой живой организм содержит огромное количество мембран, общая площадь которых составляет десятки гектаров. Естественно, что среду внутри живых систем нельзя рассматривать как гомогенную. Само возникновение такой пространственной структуры и законы ее формирования представляют одну из задач теоретической биологии. Один из подходов решения такой задачи – математическая теория морфогенеза. Математические модели процессов в биологических мембранах составляют существенную часть математической биофизики. В связи с развитием вычислительных, графических и интеллектуальных возможностей компьютеров все большую роль в математической биофизике играют имитационные модели, построенные на основе дискретной математики, в том числе модели клеточных автоматов.

Существующие модели в основном представляют собой системы дифференциальных уравнений. Однако очевидно, что непрерывные модели не способны описать в деталях процессы, происходящие в столь индивидуальных и структурированных сложных системах, каковыми являются живые системы. Имитационные модели конкретных сложных живых систем, как правило, максимально учитывают имеющуюся информацию об объекте. Имитационные модели применяются для описания объектов различного уровня организации живой материи – от биомакромолекул до моделей биогеоценозов. В последнем случае модели должны включать блоки, описывающие как живые, так и «косные» компоненты. Классическим примером имитационных моделей являются модели молекулярной динамики, в которых задаются ко-

ординаты и импульсы всех атомов, составляющих биомакромолекулу, и законы их взаимодействия.

Имитационные модели созданы для описания физиологических процессов, происходящих в жизненно важных органах: нервном волокне, сердце, мозге, желудочно-кишечном тракте, кровеносном русле [24]. На них проигрываются «сценарии» процессов, протекающих в норме и при различных патологиях, исследуется влияние на процессы различных внешних воздействий, в том числе лекарственных препаратов. В частности, имитационные модели широко используются для описания продукционного процесса растений и применяются для разработки оптимального режима выращивания растений с целью получения максимального урожая или получения наиболее равномерно распределенного во времени созревания плодов.

Основные задачи имитационного моделирования состоят в следующем:

- проверка гипотез о взаимосвязи отдельных объектов и подсистем;
- прогноз поведения при изменении внутренних характеристик и внешних условий;
- оптимизация управления.

Конкретные примеры имитационного моделирования описаны во многих пособиях и монографиях [16-20, 23].

5. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В БИОЛОГИИ И ЭКОЛОГИИ

Общая схема этапов математического моделирования представлена на рис. 3. Математическое моделирование систем начинается с выбора реальной системы. К реальным системам в экологии относятся – водоем, лесная экосистема, воздушная среда города, экономика города и т.п.

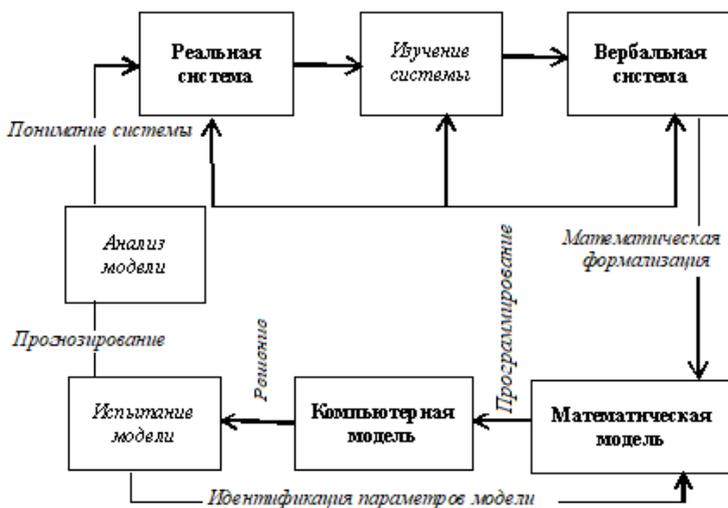


Рис. 3. Основные этапы математического моделирования [10]

После того, как поставлена цель – моделирование той или иной реальной системы, первым этапом становится изучение системы. Он включает в себя сбор предварительной информации о моделируемой системе: результаты предыдущих исследований

(литературные данные, данные от заказчика и т.п.), постановка собственных экспериментов. Выполнение первого этапа приводит к созданию вербальной модели – словесной модели исследуемой системы (описательный отчет, описательная научная статья). Вербальная модель может давать достаточно полное представление о системе [6].

Многие исследования предметных специалистов – биологов, экологов, химиков ограничиваются созданием вербальной модели системы. Но любая словесная модель даже при очень большом объеме важной и полезной информации имеет существенное ограничение – она не позволяет прогнозировать динамику системы и корректно выявлять управляющие воздействия на систему с целью оптимизации ее функционирования. Математическую формализацию и создание математической модели можно определить как два шага – анализ и синтез. Анализ систем: разложение исследуемой системы на подсистемы и элементы, выделение связей между элементами и процессов в системе. Синтез: формулировка математических уравнений на основе выражения связей переменных системы из законов сохранения и гипотез. Результатом синтеза становится математическая модель, представляющая собой уравнение или систему уравнений на основе выражения связей переменных через законы сохранения (балансовые соотношения) или гипотез (предположения о функционировании элементов системы) [6].

Математические модели в экологии характеризуются комбинацией уравнений, выражающих физические законы о взаимодействии элементов в системе, и математических гипотез о характере зависимости динамики экологических переменных от различных процессов.

Большинство математических моделей реальных экосистем представляет собой систему из нескольких уравнений (например, дифференциальных), решение которой аналитическими методами невозможно. В этом случае следует применять методы вычислительной математики. Поэтому дальше встает задача реализации

математической модели, а именно создание компьютерной программы решения уравнений, описывающих систему. Программирование – реализация численного метода решения системы уравнений, описывающих систему, с помощью какого-либо языка программирования или стандартного математического пакета. Современный высокий уровень развития вычислительной математики характеризуется наличием большого числа стандартных библиотек программ на различных языках программирования, а также интегрированных математических пакетов (Mathematica, MatLab, Maple, MathCad и т.п.). Кроме этого, в настоящее время развиты специальные программы расчета для различных предметных областей. В частности, таковы пакеты решения задач механики жидкости и газа, так называемые CFD (Computational Fluid Dynamics – Вычислительная гидродинамика) пакеты (FLUENT, StarCD, CFX и др.). Использование указанных современных программных возможностей существенно облегчает решение задач математического моделирования, в том числе и в экологии [23].

После реализации математической модели – создания собственной компьютерной программы или программы в среде стандартного или специализированного пакета, ключевым становится вопрос о достоверности реализованной модели. Наступает этап, который можно назвать испытанием модели, – этап проверки адекватности созданной математической модели.

Проверка правильности развитой модели начинается с оценки правдоподобия результатов, полученных после расчета по модели. Рассчитанные значения переменных системы должны соответствовать условиям физического и математического правдоподобия: численность популяции должна быть положительной величиной, границы изменения переменных должны соответствовать физическим пределам и т.п. Ошибки в модели, приводящие к неправдоподобным результатам, как правило, легко устраняются. Основным способом проверки математической модели является

сравнение с результатами других расчетных работ и с экспериментальными данными.

Следующим ключевым моментом является определение достоверности параметров модели. Уравнения модели могут быть пригодны для описания ряда однотипных процессов (например, уравнения химической кинетики). Применение различных значений параметров для описания конкретных процессов делает математическую модель вполне определенной моделью конкретной системы. Выбор правильных значений параметров модели играет крайне важную роль в адекватности модели реальной системы.

К расхождению с экспериментальными данными могут привести ошибочные гипотезы о характере взаимодействия популяций и неправильное написание уравнений, описывающих различные процессы. Источником ошибок модели может быть и выбранный численный алгоритм решения уравнений модели. В зависимости от типа уравнений и характера изменения переменных системы могут выбираться различные численные методы: методы конечных разностей, конечных объемов или конечных элементов.

Все этапы моделирования могут вносить в модель неточности и быть ответственными за достоверность результатов. Поэтому при наличии расхождений в расчете и эксперименте следует критически отнестись к этим этапам формирования модели и проанализировать их снова. Зачастую время, затраченное на доводку математической модели, может превышать время создания первоначальной модели.

После того как математическая модель и ее компьютерная реализация начинают давать достоверные результаты, исследователь получает виртуальный инструмент для исследования системы.

Этапы математического моделирования в биологии и экологии подробно рассматриваются многими авторами [1, 2, 4, 11, 21]. Все они единодушны в том, что для создания полноценной математической модели нужно соблюдать определенную последова-

тельность действий. Проанализировав множество литературных источников, можно выделить следующие основные этапы математического моделирования биологических и экологических систем и процессов [23].

1. *Сбор новой или анализ существующей информации об исследуемом объекте.* Реальные явления, которые нужно смоделировать, должны быть тщательно изучены: выявлены главные компоненты и установлены законы, определяющие характер взаимодействия между ними. Если не установлено, как взаимосвязаны между собой реальные исследуемые объекты, построение полноценной математической модели невозможно. Прежде чем строить математическую модель природного явления, нужно иметь гипотезу о его течении.

2. *Определение и уточнение целей и задач моделирования.* Первые два этапа взаимосвязаны. Первоначально сформулированные цели могут меняться под влиянием качества и количества доступной информации об объекте моделирования и свойств самого объекта. Информация может собираться различными способами, основным из которых при экологическом моделировании природных систем является экспериментальный сбор данных специалистами-биологами. Математик-модельер взаимодействует с этими специалистами и может соучаствовать в планировании работ по сбору информации и при уточнении целей моделирования.

3. *Организация ввода и хранение полученных данных в компьютере.* Экологическая информация качественно многообразна и требует тщательного структурного анализа. По результатам такого анализа разрабатывается база данных, под нее подстраивается система управления данными, в частности, подсистемы ввода, представления, структурирования и вывода данных.

4. *Анализ и обработка полученных данных.* Обычно выполняются параллельно с вводом данных методами математической статистики. Для получения различного рода зависимостей и характери-

стик набора данных используются статистические методы и нестатистические методы интерполяции, экстраполяции, аппроксимации данных. Выбор методов обработки результатов зависит от количественных и качественных характеристик данных, а также от целей обработки. Многие исследователи завершают свою работу вводом данных в компьютер и их подробным анализом. При этом необходимо сознавать, что математическое моделирование в таком случае не выполняется. Указанные выше четыре этапа являются подготовительными этапами.

5. *Выбор метода и средств моделирования.* На данном этапе в зависимости от поставленных целей следует выбрать адекватные методы и средства моделирования. Математическая модель может быть исследована различными методами – аналитическими или имитационными. В некоторых случаях наличие имитационной модели делает возможным применение математических методов оптимизации. Для использования аналитических методов необходимо математическую модель преобразовать к виду явных аналитических зависимостей между характеристиками и параметрами системы и внешних воздействий. Однако это удастся лишь для сравнительно простых систем и при наличии хорошо разработанной теории исследуемых объектов.

При имитационном моделировании динамические процессы системы-оригинала подменяются процессами, имитируемыми в абстрактной модели, но с соблюдением таких же соотношением длительностей и временных последовательностей отдельных операций. Поэтому метод имитационного моделирования мог бы называться алгоритмическим или операционным. Методы имитационного моделирования различаются в зависимости от класса исследуемых систем, способа продвижения модельного времени и вида количественных переменных параметров системы и внешних воздействий. Методы моделирования разрабатываются для дискретных, непрерывных и смешанных дискретно-непрерывных систем [17].

Наиболее распространенное средство моделирования экологических систем и процессов, происходящих в них, является использование компьютера. Современные ЭВМ позволяют моделировать сложные распределенные динамические системы. Фактор распределенности играет важную роль и предполагает построение многопроцессорных вычислительных систем на основе локальных вычислительных сетей. Поэтому для моделирования таких систем перспективным представляется использование распределенных многопроцессорных вычислительных систем.

6. *Построение математических моделей функционирования объекта и анализ свойств моделей составляет содержание следующего этапа.* В соответствии с целями исследования решаются различные математические задачи, проверяется адекватность моделей объекту исследования. С помощью моделей мы можем изучить закономерности динамики основных параметров объекта, провести численные эксперименты на компьютере с целью выяснения рациональных способов воздействия на объект и т.п. Модели могут совершенствоваться по мере накопления новой информации об исследуемом объекте.

7. *Постмодельный этап*, в котором на основе модельного анализа свойств объекта подводятся итоги, дается оценка состояния объекта и при необходимости принимаются решения по управлению объектом (если управление возможно и необходимо). Происходит переход от модельных представлений к реальному управлению и анализу поведения исследуемого объекта. Этот этап называется постмодельным потому, что его реализуют управленцы, – как говорят в теории управления – «лица, принимающие решения». Во внимание принимаются модельные расчеты, собственные знания и информация из внемодельных источников.

Для построения достаточно правдоподобной модели следует соблюдать несколько основных принципов [6]:

1. Должна быть предусмотрена возможность учета и использования результатов различных естественнонаучных исследований.
2. Должен быть предусмотрен вероятностный характер многих параметров.
3. Модель должна быть обеспечена математическим аппаратом, дающим возможность исследовать задачи, представляющие практический интерес и актуальность.
4. Добавление новой информации об экологической системе должно легко осуществляться и учитываться в рамках уже построенной модели.
5. Модель должна быть построена по модульному принципу, причем каждый модуль верифицируется до его включения в общую модель.
6. Для ускорения процесса расчетов и возможности дальнейшего прогнозирования необходимо использование компьютера.

6. КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Общее значение компьютерного моделирования для понимания природных процессов, а также решения проблем взаимоотношения общества с природой состоит в ускорении поиска наиболее приемлемого решения с помощью вычислительной техники. Такое моделирование выдвигается в качестве одного из мощных современных модельных средств, дополняющих другие. Однако возможности его не следует преувеличивать. Уровень моделирования сложных систем с помощью компьютера пока не удовлетворяет всех надежд экспериментаторов, но это направление активно развивается.

Суть компьютерного моделирования в основном заключается в получении количественных и качественных результатов по имеющейся модели. Для исследования объекта в процессе моделирования необходимо создать модель и конкретизировать цели моделирования. Процесс создания моделей проходит несколько этапов. Сначала обследуется объект реальной действительности, его внутренняя структура и содержание взаимосвязей между его элементами, включая внешние воздействия, а затем разрабатывается модель.

В настоящее время под компьютерной моделью понимают следующее [23].

1. Условный образ объекта или некоторой системы объектов, описанный с помощью взаимосвязанных электронных таблиц, блок-схем, диаграмм, графиков, рисунков, анимационных фрагментов и отображающих структуру и взаимосвязи между элементами данного объекта. Компьютерные модели такого типа принято называть структурно-функциональными.

2. Отдельную программу, совокупность программ, программный комплекс, позволяющий с помощью последовательных вычислений и графического изображения их результатов воспроизводить процессы функционирования объекта, системы объектов при условии воздействия на объект различных, случайных факторов. Такие модели называют имитационными моделями.

В экологии более широкое применение находит имитационное моделирование, главной функцией которого является воспроизведение с заданной степенью точности прогнозируемых параметров функционирования объекта, представляющих исследовательский интерес. Как объект, так и его модель должны обладать системными признаками. Функционирование объекта должно характеризоваться значительным числом параметров, среди которых особое место занимает временной фактор. Каждое сочетание параметров, соответствующих принятому интервалу времени, называют характеристиками состояния системы. Для описания могут быть использованы следующие средства преобразования количественных характеристик: дифференциальное и интегральное исчисления, теория множеств, игр, вероятностные функции, случайные числа и т.д. Имитационное моделирование предполагает наличие следующих этапов [23]:

- разработка концептуальной модели;
- выделение существенных свойств объекта;
- выбор средств моделирования;
- разработка программной модели;
- проверка адекватности и корректировка модели;
- планирование машинных экспериментов;
- собственно моделирование;
- анализ результатов моделирования и принятия решения.

Для одной и той же системы можно составить множество моделей. Они будут отличаться степенью детализации и учета тех

или иных особенностей и режимов функционирования, способностью отражать определенную грань сущности системы, ориентироваться на исследование определенных ее свойств.

Для описания имитационного процесса очень важен вопрос выбора языка программирования. Теоретически возможно описать модель на любом распространенном программном языке: Фортране, PL.1, Паскале, С++, но опыт развития теории и практики имитационного моделирования показывает, что наиболее эффективным средством являются специальные имитационные языки. Наиболее известные из них: GPSS, GASP, SIMSCRIPT, STELLA, DYNAMO, VENSIM, POWERSIM, ИМИТАК, реализующие различные подходы к моделированию. Выбор языка моделирования зависит от гибкости и мощности изобразительных средств языка, ресурсов, предоставляемых пользователю.

Для моделирования на компьютере сложной системы нужен аппарат программирования, предусматривающий [7, 23]:

- способы организации данных, обеспечивающие простое и эффективное моделирование;
- удобные средства формализации и воспроизведения динамических свойств моделируемой системы;
- возможности имитации стохастических систем, т.е. процедуры генерирования и анализа случайных величин и временных рядов.

Реализация требований к имитационным моделям в рамках универсального языка программирования часто приводит к громоздким и неудобным для практического использования программам. В большинстве таких программ могут разобраться только их авторы, а любое изменение в постановке задач требует переработки значительной части программы.

Кроме того, при создании специализированных языков имитационного моделирования в зависимости от научной направле-

ности их авторов можно выделить следующие основные направления.

1. Доработка универсального языка группой операторов, реализующих некоторые необходимые функции. Наибольшее распространение в этом классе получил язык GASP, который может быть реализован на любой вычислительной системе, имеющей в программной среде компилятор FORTRAN-IV. Существенным недостатком является отсутствие концептуальной выразительности и средств для проверки логики имитационной модели.

2. Ориентация на системы дифференциальных уравнений, удобная для реализации группы исследовательских моделей, породила класс языков, ярким представителем которого является DYNAMO и распространенный в России его диалект ИМИТАК.

3. В языке GPSS, ориентированном на процессы, моделирование системы производится путем движения транзактов через блоки действий. Решения принимаются в результате воспроизведения логики функционирования моделируемой системы, которая представляется в виде блоков.

К достоинствам моделирования на компьютере по сравнению с реальным экспериментом следует отнести его относительно небольшую стоимость и возможность модификации модели и возвращения ее в исходное положение с помощью минимальных усилий. Компьютер позволяет моделировать процесс во времени и включать в модель элементы истории системы, что особенно важно для моделирования необратимых процессов. Переходить к компьютерному моделированию можно на самых ранних стадиях исследования, и в процессе работы картина на «выходе» машины подсказывает, какие эксперименты необходимо проводить и как именно следует видоизменять модель, чтобы она становилась более адекватной прототипу.

Следует учитывать тот факт, что процесс исследования объекта или явления методом математического моделирования и компью-

терного эксперимента всегда носит приближенный характер, поскольку на каждом его этапе вносятся те или иные погрешности [7].

1. Переход от объекта к математической модели.

Построение математической модели связано с упрощением исходного явления, недостаточно точным заданием коэффициентов уравнения и других входных данных. По отношению к численному методу, реализующему данную математическую модель, указанные погрешности являются неустраняемыми, поскольку они неустраняемы в рамках данной модели. Эти погрешности называют *погрешностями модели*. Чтобы уменьшить погрешность модели, необходимо заменить данную модель на более точную.

2. Переход от математической модели к численному методу.

При переходе от математической модели к численному методу возникают погрешности, называемые *погрешностями метода*. Они связаны с тем, что всякий численный метод воспроизводит исходную математическую модель приближенно.

Обычно построение численного метода для заданной математической модели разбивается на два этапа:

- формулировка дискретной задачи;
- разработка вычислительного алгоритма, позволяющего отыскать решение дискретной задачи.

Например, если исходная задача сформулирована в виде системы дифференциальных уравнений, то для численного решения ее необходимо заменить системой разностных алгебраических уравнений. Вполне очевидно, что решение дискретной задачи отличается от решения исходной математической задачи. Разность соответствующих решений называется *погрешностью дискретизации*.

3. Переход от вычислительного алгоритма к решению задачи на компьютере.

Дискретная модель представляет собой систему большого числа алгебраических уравнений. Входные данные этой системы

задаются в компьютер не точно, а с округлением, что связано с особенностями представления чисел в компьютере. В памяти компьютера числа представляются в двоичной системе, т.е. в виде совокупности двоичных разрядов. Для записи каждого числа в компьютере отводится фиксированное число двоичных разрядов (разрядная сетка). Например, для хранения числа с плавающей запятой отводится 48 двоичных разрядов. Это приводит к тому, что, во-первых, существуют минимальное и максимальное числа M_{\min} и M_{\max} ; во-вторых, числа в диапазоне $[M_{\min}, M_{\max}]$ представлены в компьютере не все, а лишь некоторые. В результате этого при вводе некоторого числа a это число заменяется на его округленное значение a^* , ближайшее к a , которое представлено в компьютере. Возникает *погрешность округления*, или *вычислительная погрешность*.

Какая из упомянутых выше погрешностей преобладает? Ответ здесь неоднозначен. Например, при решении задач математической физики типичной является ситуация, когда погрешность модели значительно превышает погрешность метода, а погрешностью округления в случае использования устойчивых алгоритмов можно пренебречь по сравнению с погрешностью метода. С другой стороны, при решении, например, систем обыкновенных дифференциальных уравнений возможно применение столь точных численных методов, что их погрешность будет сравнима с погрешностью округления. В общем случае необходимо стремиться, чтобы все указанные погрешности имели один и тот же порядок [7, 23].

Моделирование с жесткой целевой установкой оправдывало себя до тех пор, пока человечество не начало осуществлять огромные преобразования на больших территориях земного шара. Появилась целесообразность использования моделирования и для выбора целей преобразования огромной территории, не исключая его использования для выбора целей преобразования природной

среды в целом. Появилась возможность учитывать обратную связь от моделирования к целям и средствам преобразования природы. Моделирование предмета преобразования стало рассматриваться в единстве с моделированием целей и средств преобразования. Возможно, это высшее, на что способно математическое и компьютерное моделирование [23].

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Понятия модели и моделирования. Идеальное и материальное моделирование.
2. Объекты, цели и методы моделирования.
3. Модели в разных науках. Физические и математические модели.
4. История моделирования в биологии и экологии.
5. Виды моделей.
6. Математическое моделирование и научные области его применения.
7. Классификация математических моделей.
8. Этапы построения математической модели.
9. Методы математического моделирования.
10. Математическое моделирование в биологии и экологии.
11. Специфика моделирования живых систем.
12. Виды моделей в биологии (биологические, физико-химические и математические).
13. Примеры различных моделей, применяемых в биологии и экологии.
14. Глобальные модели.
15. Математическое моделирование как средство экологического прогнозирования.
16. Методология математического моделирования (триада).
17. Имитационное моделирование и целесообразность его применения в экологии. Структура имитационных моделей.
18. Компьютерное моделирование в биологии и экологии

ТЕМЫ РЕФЕРАТОВ

1. Иерархические уровни организации управления в биосистемах.
2. Моделирование процессов саморегуляции биологических систем (на уровне клетки, ткани, организма, экосистемы).
3. Моделирование процессов устойчивости биологических систем. Гомеостаз.
4. Модели генной и метаболической регуляции процессов в клетке.
5. Моделирование биохимических процессов. Ферментативная кинетика.
6. Модели мембранных процессов. Модели транспорта веществ через биомембраны.
7. Автоколебательные процессы в биологических системах.
8. Модели возбудимых сред.
9. Модели клеточной дифференциации.
10. Модели биологического морфогенеза.
11. Моделирование процессов эволюции.
12. Иерархия собственного времени биосистем.
13. Моделирование процессов, лежащих в основе «биологических часов».
14. Информация и биологические системы. Хранение и обработка информации в биосистемах.
15. Моделирование рецепторных систем.
16. Моделирование функционирования каналов связи в биологических системах.
17. Модели продукционного процесса растений.
18. Моделирование процессов иммунных реакций.
19. Обзор моделей в экологии.
20. Модель «хищник-жертва».

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ТЕСТИРОВАНИЮ¹

1. Логические схемы, управляющие рассуждением и логическим построением или позволяющие проводить эксперименты, уточняющие природу явлений, называются:

- а) моделями;
- б) гипотезами;
- в) аналогиями;
- г) математическими схемами.

2. Совокупность связей между элементами системы, отражающих их взаимодействие – это:

- а) внешняя среда;
- б) структурный подход;
- в) система;
- г) структура системы.

3. Какой подход реализует следующий процесс синтеза модели? Реальный объект, подлежащий моделированию, разбивается на отдельные подсистемы, т.е. выбираются исходные данные для моделирования и ставятся цели, отображающие отдельные стороны процесса моделирования. По отдельной совокупности исходных данных ставится цель моделирования отдельной стороны функционирования системы, на базе этой цели формируется неко-

¹ При подготовке тестовых заданий были использованы материалы из книги Дмитриевой М.В. «Математическое моделирование биологических процессов: методические указания для самостоятельной работы» [5].

торая компонента будущей модели. Совокупность компонент объединяется в модель:

- а) структурный;
- б) системный;
- в) индуктивный;
- г) функциональный.

4. Какой подход реализует следующий процесс синтеза модели? На основе исходных данных, которые известны из анализа внешней системы, тех ограничений, которые накладываются на систему сверху либо, исходя из возможностей ее реализации, и на основе цели функционирования формируются исходные требования к модели системы. На базе этих требований формируются ориентировочно некоторые подсистемы, элементы и осуществляется выбор составляющих системы, для чего используются специальные критерии выбора:

- а) структурный;
- б) системный;
- в) классический;
- г) функциональный.

5. Моделирование базируется на:

- а) гипотезе;
- б) некоторой аналогии реального и мысленного эксперимента;
- в) определенных предсказаниях, основывающихся на небольшом количестве опытных данных, наблюдений, предположений;
- г) адекватности.

6. Какой из принципов моделирования позволяет сократить его объем и продолжительность?

- а) принцип информационной достаточности;
- б) принцип осуществимости;
- в) принцип агрегирования;
- г) принцип параметризации.

7. Какой принцип моделирования позволяет достаточно гибко перестраивать модель в зависимости от задач исследования?

- а) принцип информационной достаточности;
- б) принцип осуществимости;
- в) принцип агрегирования;
- г) принцип параметризации.

8. Что лежит в основе моделирования?

- а) гипотеза;
- б) теория подобия;
- в) физический эксперимент;
- г) машинный эксперимент.

9. Какой из классов задач не решается с помощью математического аппарата искусственных нейронных сетей (ИНС)?

- а) распознавание образов;
- б) прогнозирование;
- в) решение дифференциальных уравнений;
- г) кластеризация.

10. Модель объекта это:

- а) предмет похожий на объект моделирования;
- б) объект - заместитель, который учитывает свойства объекта, необходимые для достижения цели;
- в) копия объекта;
- г) шаблон, по которому можно произвести точную копию объекта.

11. Объект, заменяющий реальный процесс, предмет или явление и созданный для понимания закономерностей объективной действительности называют:

- а) объектом;
- б) моделью;

- в) заменителем;
- г) все вышеперечисленные варианты.

12. Моделирование – это:

- а) процесс создания моделей;
- б) формальное описание процессов и явлений;
- в) метод познания, состоящий в создании и исследовании моделей;
- г) наблюдение моделей.

13. Основная функция модели это:

- а) получить информацию о моделируемом объекте;
- б) отобразить некоторые характеристические признаки объекта;
- в) получить информацию о моделируемом объекте или отобразить некоторые характеристические признаки объекта;
- г) воспроизвести физическую форму объекта.

14. Моделировать можно:

- а) объекты;
- б) процессы;
- в) явления;
- г) все вышеперечисленные варианты.

15. Когда используют моделирование?

- а) оригинал не существует или его сложно исследовать непосредственно;
- б) исследование оригинала дорого или опасно для жизни;
- в) интересуют некоторые свойства оригинала;
- г) все вышеперечисленные варианты.

16. Математические модели относятся к классу:

- а) изобразительных моделей;
- б) прагматических моделей;

- в) познавательных моделей;
- г) символических моделей.

17. Может ли, один и тот же объект иметь множество моделей?

- а) иногда может;
- б) да;
- в) нет;
- г) нет правильного ответа.

18. Могут ли разные объекты описываться одной моделью?

- а) иногда могут;
- б) да;
- в) нет;
- г) нет правильного ответа.

19. Математической моделью объекта называют:

а) описание объекта математическими средствами, позволяющее выводить суждение о некоторых его свойствах при помощи формальных процедур;

б) любую символическую модель, содержащую математические символы;

в) представление свойств объекта только в числовом виде;

г) любую формализованную модель.

20. По способу представления модели делят на:

а) материальные (предметные) и информационные;

б) знаковые и вербальные;

в) материальные и вербальные;

г) знаковые и информационные.

21. Все информационные модели делят на:

а) вербальные и специальные;

б) знаковые и табличные;

- в) логические и вербальные;
- г) вербальные и знаковые.

22. Методами математического моделирования являются:

- а) аналитический;
- б) числовой;
- в) аксиоматический и конструктивный;
- г) имитационный.

23. Графические, табличные, математические, логические, специальные – это все модели:

- а) материальные;
- б) вербальные информационные;
- в) знаковые информационные;
- г) нет правильного ответа.

24. Какие модели воспроизводят геометрические, физические и другие свойства объектов в материальной форме?

- а) информационные;
- б) иерархические;
- в) предметные;
- г) все вышеперечисленные варианты.

25. Какая форма математической модели отображает предписание последовательности некоторой системы операций над исходными данными с целью получения результата?

- а) аналитическая;
- б) графическая;
- в) цифровая;
- г) алгоритмическая.

26. Модели по фактору времени подразделяются на:

- а) стохастические и динамические;

- б) статические и динамические;
- в) статические и детерминированные;
- г) нет правильного ответа.

27. Модели по характеру связей подразделяются на:

- а) статические и динамические;
- б) вероятностные и динамические;
- в) вероятностные и детерминированные;
- г) нет правильного ответа.

28. Объект, состоящий из вершин и ребер, которые между собой находятся в некотором отношении, называют:

- а) системой;
- б) чертежом;
- в) структурой объекта;
- г) графом.

29. Модели, описывающие состояние системы в определенный момент времени, называются:

- а) динамическими;
- б) статическими;
- в) предметными;
- г) нет правильного ответа.

30. С помощью стохастических (вероятностных) моделей можно описать:

- а) движение тела с учетом ветра;
- б) движение тела без учета ветра;
- в) расчеты по известным формулам;
- г) нет правильного ответа.

31. Эффективность математической модели определяется:

- а) оценкой точности модели;

- б) функцией эффективности модели;
- в) соотношением цены и качества;
- г) простотой модели.

32. В детерминированных моделях:

а) связи между входными и выходными величинами жестко заданы;

б) при одинаковых входных данных каждый раз получаются одинаковые результаты;

г) все вышеперечисленные варианты;

д) нет правильного ответа.

33. Какие программные средства помогают создавать табличные модели?

а) MS Word;

б) Paint;

в) MS Excel;

г) MS Access.

34. Адекватность математической модели и объекта это:

а) правильность отображения в модели свойств объекта в той мере, которая необходима для достижения цели моделирования;

б) полнота отображения объекта моделирования;

в) количество информации об объекте, получаемое в процессе моделирования;

г) объективность результата моделирования.

35. Информационной моделью какого типа является файловая система компьютера?

а) иерархического;

б) табличного;

в) сетевого;

г) логического.

36. Система – это:

- а) набор отдельных элементов;
- б) совокупность взаимосвязанных объектов, которые называются элементами системы;
- в) совокупность отдельных множеств;
- г) нет правильного ответа.

37. Состояние объекта определяется:

- а) количеством информации, полученной в фиксированный момент времени;
- б) множеством свойств, характеризующим объект в фиксированный момент времени относительно заданной цели;
- в) только физическими данными об объекте;
- г) параметрами окружающей среды.

38. Важнейшим признаком системы является:

- а) ее структура;
- б) взаимосвязанные объекты;
- в) целостное функционирование;
- г) слово «система».

39. Модели по структуре подразделяются на:

- а) табличные, иерархические, сетевые;
- б) табличные, сетевые, графы;
- в) табличные, графы, специальные;
- г) нет правильного ответа.

40. Изменение состояния объекта отображается в виде:

- а) статической модели;
- б) детерминированной модели;
- в) динамической модели;
- г) стохастической модели.

41. Расписание движения поездов можно рассматривать как пример:

- а) графической модели;
- б) табличной модели;
- в) компьютерной модели;
- г) математической модели.

42. Какая из приведенных ниже моделей является имитационной?

- а) график изменения температуры воздуха в течение дня;
- б) математическое моделирование биологических систем;
- в) история болезни;
- г) фотография.

43. Фазовое пространство определяется:

а) множеством состояний объекта, в котором каждое состояние определяется точкой с координатами эквивалентными свойствам объекта в фиксированный момент времени;

б) координатами свойств объекта в фиксированный момент времени;

в) двумерным пространством с координатами x , y ;

г) линейным пространством.

44. Математическое описание динамики популяций биологических видов является моделью:

- а) математико-динамической;
- б) биолого-математической;
- в) математико-биологической;
- г) биолого-динамической.

45. Инструментом для компьютерного моделирования является:

- а) монитор;
- б) сканер;

- в) компьютер;
- г) принтер.

46. Фазовая траектория это:

- а) вектор в полярной системе координат;
- б) след от перемещения фазовой точки в фазовом пространстве;
- в) монотонно убывающая функция;
- г) синусоидальная кривая с равными амплитудами и частотой.

47. Материальной моделью является:

- а) карта;
- б) макет самолета;
- в) диаграмма;
- г) чертеж.

48. Знаковой моделью является:

- а) диаграмма;
- б) глобус;
- в) детские игрушки;
- г) модель корабля.

49. Точка бифуркации это:

- а) точка фазовой траектории, характеризующая изменение состояния объекта;
- б) точка на траектории, характеризующая состояние покоя;
- в) точка фазовой траектории, предшествующая резкому изменению состояния объекта;
- г) точка равновесия.

50. При изучении объектов реальной действительности можно создать:

- а) одну единственную модель;

- б) несколько различных видов моделей, каждая из которых отражает те или иные существенные признаки;
- в) одну модель, отражающую совокупность признаков объекта;
- г) нет правильного ответа.

51. Процесс построения модели, как правило, предполагает:

- а) описание всех свойств исследуемого объекта;
- б) выделение наиболее существенных с точки зрения решаемой задачи свойств объекта;
- в) выделение свойств объекта безотносительно к целям решаемой задачи;
- г) выделение не более трех существенных признаков объекта.

52. Декомпозиция это:

- а) процедура разложения целого на части с целью описания объекта;
- б) процедура объединения частей объекта в целое;
- в) процедура изменения структуры объекта;
- г) процедура сортировки частей объекта.

53. Информационной моделью нельзя считать:

- а) описание объекта-оригинала с помощью математических формул;
- б) другой объект, не отражающий существенных признаков и свойств объекта-оригинала;
- в) описание объекта-оригинала на естественном или формальном языке;
- г) совокупность математических формул, описывающих поведение объекта-оригинала.

54. К числу документов, представляющих собой информационную модель управления государством, можно отнести:

- а) схему Кремля;

- б) список депутатов государственной Думы;
- в) географическую карту России;
- г) конституцию РФ.

55. Установление равновесия между простотой модели и качеством отображения объекта называется:

- а) дискретизацией модели;
- б) алгоритмизацией модели;
- в) линеаризацией модели;
- г) идеализацией модели.

56. Табличная информационная модель представляет собой:

- а) набор графиков, рисунков, чертежей, схем, диаграмм;
- б) описание объектов (или их свойств) в виде совокупности значений, размещаемых в таблице;
- в) систему математических формул;
- г) описание иерархической структуры строения моделируемого объекта.

57. Рисунки, карты, чертежи, диаграммы, схемы, графики представляют собой:

- а) табличные модели;
- б) математические модели;
- в) графические модели;
- г) иерархические модели.

58. Имитационное моделирование:

- а) воспроизводит функционирование объекта в пространстве и времени;
- б) моделирование, в котором реализуется модель, производящая процесс функционирования системы во времени, а также имитируются элементарные явления, составляющие процесс;

в) моделирование, воспроизводящее только физические процессы;

г) моделирование, в котором реальные свойства объекта заменены объектами-аналогами.

59. В биологии классификация представителей животного мира представляет собой:

а) табличную модель;

б) графическую модель;

в) математическую модель;

г) иерархическую модель.

60. К числу самых первых графических информационных моделей следует отнести:

а) наскальные рисунки;

б) карты поверхности земли;

в) иконы;

г) книги с иллюстрациями.

61. Планирование эксперимента необходимо для:

а) точного предписания действий в процессе моделирования;

б) выбора числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью;

в) выполнения плана экспериментирования на модели;

г) сокращения числа опытов.

62. Компьютерное имитационное моделирование ядерного взрыва не позволяет:

а) экспериментально проверить влияние высокой температуры и облучения на природные объекты;

б) уменьшить стоимость исследований и обеспечить безопасность людей;

г) получить достоверные данные о влиянии взрыва на здоровье людей;

д) получить достоверную информацию о влиянии ядерного взрыва на растения и животных в зоне облучения.

63. С помощью компьютерного имитационного моделирования нельзя изучить:

а) демографические процессы, протекающие в социальных системах;

б) тепловые процессы, протекающие в технических системах;

в) процессы психологического взаимодействия учеников в классе;

г) нет правильного ответа.

64. Модель детерминированная:

а) матрица, детерминант которой равен единице;

б) объективная закономерная взаимосвязь и причинная взаимообусловленность событий, в модели не допускаются случайные события;

в) модель, в которой все события, в том числе, случайные ранжированы по значимости;

г) система непредвиденных, случайных событий.

65. Описание глобальной компьютерной сети Интернет в виде системы взаимосвязанных элементов следует рассматривать как:

а) табличную;

б) графическую;

в) сетевую;

г) нет правильного ответа.

66. Результатом процесса формализации является:

а) описательная модель;

б) математическая модель;

- в) графическая модель;
- г) предметная модель.

67. Дискретизация модели – это процедура:

- а) отображения состояний объекта в заданные моменты времени;
- б) процедура, которая состоит в преобразовании непрерывной информации в дискретную;
- в) процедура разделения целого на части;
- г) приведения динамического процесса к множеству статических состояний объекта.

68. Генеалогическое древо семьи является:

- а) табличной моделью;
- б) иерархической моделью;
- в) сетевой моделью;
- г) словесной моделью.

69. Упорядочение информации по определенному признаку называется:

- а) сортировкой;
- б) формализацией;
- в) систематизацией;
- г) моделированием.

70. Свойство, при котором модели могут быть полностью или частично использоваться при создании других моделей, называют:

- а) универсальностью;
- б) неопределенностью;
- в) неизвестностью;
- г) случайностью.

71. Общее название моделей, которые представляют собой совокупность полезной и нужной информации об объекте?:

- а) материальные;
- б) информационные;
- в) предметные;
- г) словесные.

72. Погрешность математической модели связана с:

- а) несоответствием физической реальности, так как абсолютная истина недостижима;
- б) неадекватностью модели;
- в) неэкономичностью модели;
- г) неэффективностью модели.

73. Любая математическая модель должна быть:

- а) точной;
- б) адекватной;
- в) идеальной;
- г) совершенной.

74. Компьютерная модель – это:

- а) компьютер + программа + технология моделирования (их использования);
- б) компьютер + программа;
- в) компьютер + MS Office;
- г) пакет решения математических задач.

75. Компьютерный эксперимент – это:

- а) обработка результатов вычислений на компьютере;
- б) эксперимент с помощью компьютера или на компьютере;
- в) построение таблиц и графиков в MS Office;
- г) любое использование любого математического пакета.

76. Математическая модель не зависит от:

- а) предложений о поведении моделируемой системы;
- б) средств (языка) описания системы;
- в) методов изучения системы;
- г) обозначений.

77. Модель есть замещение изучаемого объекта другим объектом, который отражает:

- а) все стороны данного объекта;
- б) некоторые стороны данного объекта;
- в) существенные стороны данного объекта;
- г) несуществующие стороны данного объекта.

78. Первые математические модели были созданы:

- а) Ф. Кенэ;
- б) К. Марксом;
- в) Г. Фельдманом;
- г) Д. Нейманом.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абакумов, А.И. Этапы математического моделирования / А.И. Абакумов. – Владивосток: Издательство Дальрыбвтуза, 1997. – 19 с.
2. Берешко, И.Н. Математические модели в экологии: учебное пособие. Ч. 1. / И.Н. Берешко, А.В. Бетин. – Харьков: Национальный аэрокосмический университет «Харьковский авиационный институт», 2006. – 68 с.
3. Гаврилова, Л.М. Математическое моделирование водных экосистем: учебное пособие / Л.М. Гаврилова, О.А. Компаниец, В.Е. Распопов. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2016. – 202 с.
4. Горелов, А.А. Экология – наука – моделирование / А.А. Горелов; отв. ред. А.Т. Шаталов. – Москва: Наука, 1985. – С. 207.
5. Дмитриева, М.В. Математическое моделирование биологических процессов: методические указания для самостоятельной работы / М.В. Дмитриева. – Ульяновск: Ульяновский государственный университет, 2017. – 26 с.
6. Зарипов, Ш.Х. Введение в математическую экологию: учебно-методическое пособие / Ш.Х. Зарипов, – Казань: Издательство Казанского федерального университета, 2010. – 47 с.
7. Компьютерное моделирование: электронный учебно-методический комплекс дисциплины / Сибирский федеральный университет. – Версия 1.0. – Электрон. дан. (PDF; 4101 Кб). – Красноярск: СФУ, 2007. – 280 с.
8. Кочергин, А.Н. Моделирование мышления / А.Н. Кочергин. – Москва: Издательство политической литературы, 1969. – 31 с.

9. Математика // Популярный энциклопедический иллюстрированный словарь. Европедия. – Москва: «Олма-пресс», 2004. – С. 499.
10. Математическое моделирование в экологии: курс лекций / сост. Н.Е. Горковенко. – Краснодар: Кубанский государственный аграрный университет, 2015. – 45 с.
11. Метод моделирования в естествознании / Тезисы докладов. – Тарту, 1966. – С. 66.
12. Модель // Википедия: [сайт]. – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Модель> (дата обращения 20.06.2021).
13. Нигматов, А.Н. Математическое моделирование в экологии / А.Н. Нигматов, Г.Н. Назарова // Евразийский Союз Ученых (ЕСУ). Технические науки. – 2018. – № 3(48). – С. 48–50.
14. Полетаев, И.А. О математических моделях элементарных процессов в биогеоценозах / И.А. Полетаев // Проблемы кибернетики. – Москва: Наука, 1966. – С. 171–190. – Вып.16.
15. Реймерс, Н.Ф. Моделирование. Модель / Н.Ф. Реймерс // Природопользование. Словарь-справочник. – Москва: Мысль, 1990. – С. 288.
16. Ризниченко, Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии / Г.Ю. Ризниченко. – Москва-Ижевск: Издательство РХД, 2002. – 236 с.
17. Ризниченко, Г.Ю. Математические модели в биофизике и экологии / Г.Ю. Ризниченко. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. – 184 с.
18. Ризниченко, Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии / Г.Ю. Ризниченко. – Москва-Ижевск: Издательство РХД, 2011. – 560 с.
19. Ризниченко, Г.Ю. Математическое моделирование биологических процессов. Модели в биофизике и экологии: учебное пособие для вузов / Г.Ю. Ризниченко. – Москва: Издательство Юрайт, 2020. – 181 с.

20. Скоринкин, А.И. Математическое моделирование биологических процессов / А.И. Скоринкин. – Казань: Казанский университет, 2015. – 86 с.
21. Смит, Дж. Модели в экологии / Дж. Смит. – Москва: Мир, 1976, 184 с.
22. Уемов, А.И. Логические основы метода моделирования / А.И. Уемов. – Москва: Издательство «Мысль», 1971. – 311 с.
23. Щепетова, В.А. Основы математического моделирования в экологии: монография / В.А. Щепетова. – Пенза: ПГУАС, 2015. – 122 с.
24. Keener, J.R. Mathematical Physiology / J.R. Keener, J. Sneyd. – Springer, 1998. – 766 p.
25. Odum, E. Fundamentals of ecology / E. Odum. – Philadelphia-London: W. B. Saunders Company. 1953. – 392 p.

Учебное издание

Прохорова Наталья Владимировна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В БИОЛОГИИ И ЭКОЛОГИИ**

Учебное пособие

Редактор Л. Р. Дмитриенко
Компьютерная верстка Л. Р. Дмитриенко

Подписано в печать 02.12.2021. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печ. л. 4,0.
Тираж 25 экз. Заказ . Арт. – 17(РЗУ)/2021.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе