

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра математического моделирования в механике

Н.И.Клюев

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ГРАНИЦА
ПО ВЗАИМОДЕЙСТВИЮ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ
И ГАЗА**

Учебное пособие к спецкурсу
для студентов механико-математического факультета

Издательство «Самарский университет»
2001

*Печатается по решению Редакционно-издательского совета
Самарского государственного университета*

УДК 621.396.6:536.248.2.001

ББК 22.253

К 521

Клюев Н.И. Гидродинамическая граница по взаимодействию потоков жидкости и газа: Учебное пособие к спецкурсу для студентов механико-математического факультета.- Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001.- 27 с.

Данное учебное пособие является подробным изложением одноименного спецкурса кафедры математического моделирования в механике для специальности «Прикладная математика».

Предназначено для углубленного изучения спецкурса и выполнения курсовых и дипломных работ для студентов 4 - 5 курсов механико-математического факультета СамГУ.

Рецензент д-р физ.-мат.наук, проф. В.А.Соболев

© Клюев Н.И., 2001

© Изд-во «Самарский университет», 2001

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Глава 1. Взаимодействие пара и жидкости в термосифоне	5
1.1. Течение пара в транспортной зоне цилиндрического термосифона	5
1.2. Течение жидкости в транспортной зоне цилиндрического термосифона	7
1.3. Гидродинамическая граница взаимодействия пара и жидкости в термосифоне	8
Глава 2. Взаимодействие пара и жидкости в тепловой трубе с капиллярной структурой в виде открытых прямоугольных канавок	10
2.1. Физическая модель взаимодействия пара и жидкости в открытой канавке	10
2.2. Математическая модель взаимодействия пара и жидкости в открытой канавке	11
2.2.1. Течение жидкости в канавке без взаимодействия с внешним потоком пара	13
2.2.2. Режим течения жидкости при взаимодействии со встречным потоком пара	16
2.2.3. Критический режим течения, при котором происходит отрыв капли	19
Глава 3. Вязкостный предел передаваемой тепловой мощности	21
3.1. Потери на трение в паровом потоке	21
3.2. Потери на трение при течении жидкости в открытой прямоугольной канавке	23
3.3. Общие потери на трение в гидравлическом контуре тепловой трубы	24
Библиографический список	26

ВВЕДЕНИЕ

Проблема взаимодействия потоков жидкости и газа является актуальной для авиационной и космической техники. Особенно ярко взаимодействие потоков жидкости и газа проявляется при работе тепловых труб - устройств для передачи и трансформации тепловых потоков [1,2]. В тепловых трубах потоки жидкости и пара соприкасаются, встречный поток пара тормозит жидкость, что накладывает ограничения на передаваемую тепловую мощность.

Все многообразие тепловых труб можно разделить на два больших класса: тепловые трубы, где циркуляция теплоносителя осуществляется за счет сил капиллярного давления, и термосифоны, где циркуляция теплоносителя осуществляется за счет силы тяжести. Термосифон должен быть так расположен в пространстве, чтобы конденсатор находился выше испарителя. При конденсации жидкость стекает по стенке термосифона в испаритель.

Сила тяжести создает движущую силу в термосифоне на порядок больший, чем любая капиллярная структура в тепловой трубе, поэтому скорость жидкости в термосифоне может на порядок превышать скорость жидкости в капиллярной канавке тепловой трубы.

При больших скоростях парового потока наблюдается срыв пленки жидкости со стенки термосифона или срыв капель жидкости из открытых капиллярных канавок тепловой трубы. Эти явления ограничивают величину передаваемой тепловой мощности.

Взаимодействие встречных потоков пара и жидкости приводит к возникновению трения на поверхности раздела фаз, которое возрастает с ростом скорости парового потока. Для некоторого, критического режима течения силы инерции в потоке пара сравниваются по величине с силами поверхностного натяжения, пленка жидкости разрушается, жидкость захватывается потоком пара и уносится в конденсатор.

Трение на границе раздела фаз может так воздействовать на верхние слои жидкости в канавке, что возникает обратное течение, жидкость в канавке расслаивается. Формируется волна на поверхности жидкости, затем капля, которая срывается и уносится потоком пара.

Срыв и унос жидкости в зону конденсации исключает жидкость из тепло- и массопереноса и тем самым накладывает ограничение на величину передаваемой тепловой мощности. Рассмотрим гидродинамическую границу по взаимодействию потоков пара и жидкости в термосифоне и тепловой трубе с прямоугольными капиллярными канавками.

ГЛАВА 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПАРА И ЖИДКОСТИ В ТЕРМОСИФОНЕ

Термосифоном называется тепловая труба, где отсутствует капиллярная структура и циркуляция теплоносителя осуществляется за счет силы тяжести. Термосифон так же, как и тепловая труба, имеет следующие зоны: испарения, транспортную и конденсации. Жидкий теплоноситель испаряется при подводе тепловой энергии, через транспортную зону попадает в конденсатор, где конденсируется и в виде жидкой пленки стекает по стенке термосифона в испаритель (рис. 1.1).

Таким образом происходит циркуляция жидкости и перенос тепла за счет фазового превращения. Рассмотрим транспортную зону цилиндрического термосифона, у которого конденсатор находится выше испарителя.



Рис.1.1

В процессе работы жидкость в термосифоне стекает из конденсатора в испаритель в виде жидкой пленки по стенке канала. Задача о взаимодействии пара и жидкой пленки в термосифоне является сопряженной гидродинамической задачей.

Скорость пара в термосифоне значительно превышает скорость жидкости, следовательно, сопряженная гидродинамическая задача может быть разделена на внешнюю - о течении пара и внутреннюю - о течении жидкости. При этом напря-

жение трения, полученное из решения внешней задачи, переносится на поверхность жидкости для решения внутренней задачи.

1.1. ТЕЧЕНИЕ ПАРА В ТРАНСПОРТНОЙ ЗОНЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕРМОСИФОНА

Течение пара в транспортной зоне цилиндрического термосифона представляет собой течение с постоянным расходом массы. Поскольку скорость пара значительно меньше скорости звука, то пар можно считать несжимаемой жидкостью. Для внешней задачи будем игнорировать течение жидкой пленки и на границе парового потока зададим твердую стенку. Тогда математическая формулировка задачи о ламинарном течении пара в цилиндрическом канале при постоянном расходе массы имеет следующий вид:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right) = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dy},$$

$$r=0, \quad \frac{dV}{dr} = 0, \quad r=R_1, \quad V=0,$$
(1.1)

где r, y - соответственно радиальная и продольная координаты, p - давление, V - продольная скорость, R_1 - внешний радиус парового потока, μ - динамическая вязкость.

Разделяя переменные в уравнении (1.1) и выполняя двойное интегрирование, получим

$$V = \frac{r^2}{4\mu} \frac{dp}{dy} + C_1 \ln r + C_2,$$
(1.2)

где C_1, C_2 - константы интегрирования.

Удовлетворяя граничным условиям краевой задачи (1.1), найдем скорость потока

$$V = \frac{1}{4\mu} \frac{dp}{dy} (r^2 - R_1^2),$$
(1.3)

затем вычислим среднюю скорость пара в поперечном сечении цилиндрического канала

$$V_{cp}^n = - \frac{R_1^2}{8\mu_n} \frac{dp}{dy}.$$
(1.4)

Знак "минус" в формуле (1.4) показывает, что вектор скорости и градиент давления имеют противоположные направления.

Вычислим напряжение трения на стенке канала, используя формулу Ньютона $\tau = \mu \left(\frac{dV}{dr} \right)_{r=R_1}$,

$$\tau = - \frac{4\mu_n V_{cp}^n}{R_1}.$$
(1.5)

Знак "минус" в формуле (1.5) означает, что сила трения направлена против скорости потока. Величина трения, взятая с обратным знаком, переносится на поверхность жидкой пленки для решения внутренней задачи.

1.2. ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРАНСПОРТНОЙ ЗОНЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕРМОСИФОНА

В процессе тепло- и массопереноса жидкость стекает по стенке термосифона в виде жидкой пленки под действием силы тяжести. Известно, что давление пара в транспортной зоне термосифона изменяется незначительно, поэтому течение жидкости можно считать безградиентным $\frac{dp}{dy} = 0$, $\frac{dp}{dr} = 0$. Толщина жидкой пленки принимается постоянной, соот-

ветственно скорость жидкости по оси канала не изменяется $\frac{dV}{dy} = 0$ и зависит только от радиуса канала, т.е. $V=V(r)$. Тогда математическая формулировка задачи о ламинарном течении жидкой пленки по цилиндрической стенке канала при постоянном расходе массы имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \nu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV}{dr} \right) &= g \sin \varphi, \\ r = R_1, \quad \mu \frac{dV}{dr} &= \tau, \quad r = R_2, \quad V = 0, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где ν - кинематическая вязкость, g - ускорение свободного падения, φ - угол наклона оси термосифона к горизонту, τ - напряжение трения на поверхности жидкости, полученное из решения внешней задачи, R_1, R_2 - соответственно внутренний и внешний радиусы жидкой пленки.

Разделяя переменные в уравнении (1.6) и выполняя двойное интегрирование, получим общее решение в виде

$$V = \frac{g \sin \varphi}{4\nu} (R_2^2 - r^2) + \frac{R_1}{\nu} \left(\frac{\tau}{\rho} + \frac{g R_1 \sin \varphi}{2} \right) \ell_n \frac{r}{R_2}. \quad (1.7)$$

Вычислим среднюю скорость жидкости в поперечном сечении жидкой пленки. Для чего выделим элементарную площадку $dS = 2\pi r dr$, найдем расход жидкости через поперечное сечение жидкой пленки $G = 2\pi \int_{R_1}^{R_2} V(r) r dr$, после чего определим среднюю скорость жидкости

$$V_{\text{ср}}^{\text{ж}} = \frac{G}{2\pi R_1 (R_2 - R_1)} \quad (1.8)$$

или, вычисляя расход жидкости, получим

$$V_{\text{ср}}^{\text{ж}} = \frac{1}{2\nu R_1 (R_2 - R_1)} \left[\frac{g \sin \varphi}{8} (R_2^2 - R_1^2)^2 + R_1 \left(\frac{\tau}{\rho} + \frac{g \sin \varphi}{2} \right) x \right. \\ \left. x \left(\frac{R_1^2}{2} - R_1^2 \ln \frac{R_1}{R_2} - \frac{R_2^2}{2} \right) \right].$$

1.3. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ГРАНИЦА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАРА И ЖИДКОСТИ В ТЕРМОСИФОНЕ

Решение внешней задачи о течении пара в цилиндрическом канале дает связь средней скорости парового потока и напряжения трения на границе раздела фаз (формула (1.5)). Результатом интегрирования уравнения движения для жидкости является соотношение (1.8), связывающее среднюю скорость жидкости с трением на поверхности раздела фаз и толщиной жидкой пленки.

Таким образом, имеем четыре неизвестных величины: напряжение трения τ , толщину жидкой пленки $R_2 - R_1$, среднюю скорость пара $V_{\text{ср}}^{\text{п}}$ и среднюю скорость жидкости $V_{\text{ср}}^{\text{ж}}$. Для решения задачи необходимо привлечь еще два дополнительных уравнения. Такими дополнительными уравнениями являются закон сохранения массы

$$\pi R_1^2 V_{\text{ср}}^{\text{п}} \rho_{\text{п}} = \pi (R_2^2 - R_1^2) V_{\text{ср}}^{\text{ж}} \rho_{\text{ж}} \quad (1.9)$$

и критическое значение числа Вебера $We = 1$, при котором силы инерции в паровом потоке сравниваются с силами поверхностного натяжения и происходит разрушение жидкой пленки

$$\frac{\rho_{\text{п}} (R_2 - R_1) V_{\text{ср}}^{\text{п}2}}{\sigma} = 1, \quad (1.10)$$

где σ - поверхностное натяжение, индексы «п» и «ж»- соответствуют пару и жидкости.

Для того чтобы решить совместно уравнения (1.5), (1.8), (1.9) и (1.10), необходимо задать геометрию термосифона R_2 , выбрать теплоноситель и температуру процесса тепло - и массопереноса. В результате получим значения критических параметров: напряжения трения τ , толщины жидкой пленки $R_2 - R_1$, средней скорости пара $V_{\text{ср}}^{\text{п}}$ и средней скорости жидкости $V_{\text{ср}}^{\text{ж}}$, при которых происходит разрушение жидкой пленки в термосифоне.

Зная критическую скорость пара, можно определить предельную тепловую мощность, передаваемую термосифоном

$$Q(t) = \pi R_1^2 L(t) \sqrt{\frac{\sigma(t) \rho_n(t)}{R_2 - R_1}}, \quad (1.11)$$

где $L(t)$ - скрытая теплота парообразования для выбранного теплоносителя.

Принимаем следующие характеристики термосифона: теплоноситель - ацетон, радиус парового канала $R_2 = 10 - 20$ мм. Выполним решение системы уравнений (1.5), (1.8), (1.9) и (1.10) для различной температуры и построим график зависимости тепловой мощности, отнесенной к площади поперечного сечения термосифона, $q(t, R_1)$, (рис.1.2). Тем самым получим предельную характеристику, определяющую гидродинамическую границу взаимодействия пара и жидкости в термосифоне.

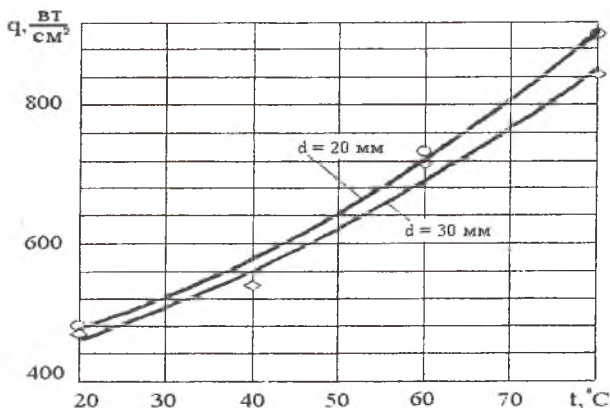


Рис.1.2

Из графика (рис.1.2) видно, что для критического режима течения удельная тепловая мощность термосифона с увеличением температуры возрастает. Данный факт объясняется повышением давления в паровом потоке. Известно, что сила поверхностного натяжения действует на поверхностный слой жидкости по нормали, вглубь объема. Также действует и внешнее давление, которое компенсирует снижение поверхностного натяжения при увеличении температуры и затрудняет разрушение пленки.

Можно показать (формула (1.11)), что предельный тепловой поток обратно пропорционален корню квадратному из радиуса парового канала. Поэтому, на графике мы видим снижение удельной тепловой мощности при увеличении диаметра канала.

ГЛАВА 2. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПАРА И ЖИДКОСТИ В ТЕПЛОВОЙ ТРУБЕ С КАПИЛЛЯРНОЙ СТРУКТУРОЙ В ВИДЕ ОТКРЫТЫХ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КАНАВОК

Существующие расчетные методики по тепловым трубам [1-3] не учитывают взаимодействия пара и жидкости в открытых капиллярных канавках тепловой трубы. Наши расчеты [4-8] показывают существенное значение этого фактора. Так, потери давления в жидкости по длине канавки от встречного потока пара возрастают в 2-3 раза.

Кроме того, при взаимодействии пара и жидкости возникает обратное течение жидкости и такое явление, как отрыв капель жидкости из канавки, что нарушает теплопередающую способность трубы. Наибольшая вероятность такого отрыва существует в открытой канавке испарителя тепловой трубы, где имеется продольный градиент давления, препятствующий течению жидкости.

2.1. ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАРА И ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ КАНАВКЕ

Рассмотрим более подробно механизм взаимодействия пара и жидкости в канавке испарителя тепловой трубы. Жидкость в канавке испарителя течет, преодолевая возрастающее давление по направлению движения. Градиент давления возникает от восстановления инерционной составляющей потерь давления потока жидкости с переменной массой.

Встречный поток пара тормозит верхние слои жидкости в канавке. Профили продольной скорости для жидкости при возрастании поверхностного трения от $\bar{\tau} = 0$ до $\bar{\tau} = -0.45$ имеют следующий вид (рис.2.1).

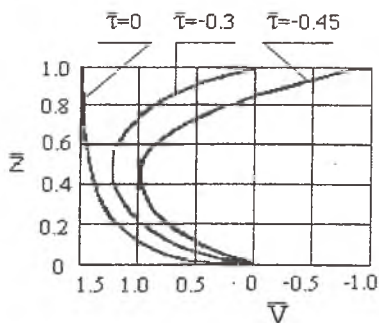


Рис.2.1

Из графика видно, что при $\bar{\tau} = -0.3$ встречный поток пара полностью тормозит жидкость на поверхности, $\bar{V}(1) = 0$. При возрастании скорости пара и соответственно трения ($\bar{\tau} = -0.45$) в верхних слоях жидкости возникает обратное течение $\bar{V}(1) < 0$. В жидкости имеется плоскость, где напряжение трения равно нулю (касательная к графику скорости составляет с осью \bar{z} угол $\alpha = 0$). В этой плоскости силы сцепления между слоями жидкости отсутствуют и любое возмущение может привести к разрушению потока.

Такое возмущение появляется при переходе жидкости из транспортной зоны в испаритель. В испарителе возникают встречный градиент давления из-за торможения жидкости и радиальный градиент давления, обусловленный фазовым превращением.

Процесс разрушения потока жидкости происходит следующим образом: встречный градиент давления тормозит верхний слой жидкости, потерявшей сцепление с основным потоком, а радиальный градиент давления выталкивает верхний слой жидкости из канавки.

Таким образом, на поверхности жидкости сначала формируется волна, которая подвергается воздействию встречного потока пара и радиального градиента давления. С гребня волны срывается капля, которая уносится встречным потоком пара.

2.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПАРА И ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ КАНАВКЕ

Рассмотрим течение жидкости в открытой капиллярной канавке транспортной зоны тепловой трубы при взаимодействии со встречным потоком пара (рис.2.2). Течение жидкости представляет собой течение с постоянным расходом массы. Потери давления по длине канала определяются трением. При постановке задачи будем учитывать зависимость продольной скорости V от поперечных координат x и z .

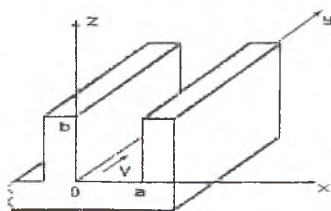


Рис.2.2. Схема прямоугольной капиллярной канавки тепловой трубы:
 а - ширина канавки, b - высота канавки

С учетом краевых эффектов задача, определяющая ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной капиллярной канавке транспортной зоны тепловой трубы, будет иметь следующий вид [3]:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} x = 0, \quad x = a, \quad V = 0, \\ z = 0, \quad V = 0, \quad z = b, \quad \mu \frac{\partial V}{\partial z} = \tau, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где τ - напряжение трения, полученное из решения внешней задачи о течении пара.

Левая часть уравнения (2.1) зависит от координат x и z , а правая - только от y . Это может быть только в случае, когда левая и правая части уравнения являются константой. При течении жидкости по транспортной зоне тепловой трубы потери давления определяются трением и изменяются в осевом направлении по линейной зависимости, поэтому можно частную производную в правой части уравнения (2.1) заменить на полную и принять $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dp}{dy} = -\frac{\Delta p}{\ell}$, где ℓ - длина транспортной зоны тепловой трубы.

Введем безразмерные переменные:

$$\bar{x} = \frac{x}{b}, \quad \bar{z} = \frac{z}{b}, \quad \bar{y} = \frac{y}{b}, \quad \bar{V} = \frac{V \mu \ell}{b^2 \Delta p}, \quad \bar{\tau} = \frac{\tau \ell}{b \Delta p}.$$

Тогда в безразмерном виде будем иметь следующую краевую задачу:

$$\frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{V}}{\partial \bar{z}^2} = -1, \quad (2.3)$$

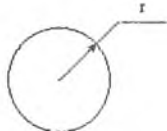
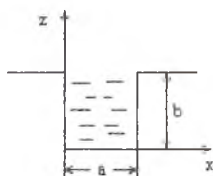
$$\begin{aligned} \bar{x} = 0, \quad \bar{x} = \frac{a}{b}, \quad \bar{V} = 0, \\ \bar{z} = 0, \quad \bar{V} = 0, \quad \bar{z} = 1, \quad \frac{\partial \bar{V}}{\partial \bar{z}} = \bar{\tau}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

решение которой выполнено численным методом. Получен профиль продольной скорости $\bar{V}(\bar{x}, \bar{z})$. Эпюры скоростей в поперечном сечении канавки для $\bar{x} = a/2b$ аналогичны графикам, представленным на рис.2.1.

Для того чтобы сопоставить результаты численного интегрирования краевой задачи (2.3) - (2.4) с известными в литературе данными, задача делится на две части: течение жидкости в прямоугольной канавке без взаимодействия с внешним потоком пара и течение жидкости с учетом встречного потока пара. Первая часть этой задачи о течении жидкости в канавке без учета встречного потока пара позволяет идентифицировать полученный результат с решением Пуазейля через введение эквивалентного радиуса для канавки.

2.2.1. ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В КАНАВКЕ БЕЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ВНЕШНИМ ПОТОКОМ ПАРА

Как было показано в опытах Пуазейля, течение жидкости в прямоугольной канавке может быть описано формулой для течения жидкости в цилиндрическом канале, если вместо радиуса ввести некоторую эквивалентную величину - эквивалентный радиус. Рассмотрим цилиндр и канавку с жидкостью (рис.2.3) и приравняем смоченный периметр обоих каналов



$$2\pi r = a + 2b. \quad (2.5)$$

Выразим в левой части равенства (2.5) площадь круга

$$\frac{2\pi r^2}{r} = a + 2b$$

или

$$\pi r^2 = \frac{r}{2} (a + 2b).$$

Заменим площадь круга площадью поперечного сечения канавки, тогда вместо радиуса цилиндра можно записать эквивалентный радиус и переписать последнее выражение в виде $a + b = \frac{r_{\text{ЭК}}}{2} (a + 2b)$, откуда найдем

$$r_{\text{ЭК}} = \frac{2ab}{a + 2b}, \quad (2.6)$$

где $r_{\text{ЭК}}$ - эквивалентный радиус.

Вычислим безразмерную среднюю скорость жидкости для краевой задачи (2.3) - (2.4) при $\bar{\tau} = 0$, тогда будем иметь

$$\bar{V}_{\text{CP}} = \frac{V_{\text{CP}}^* \mu_{\text{ж}}}{b^2} \frac{dy}{dP}. \quad (2.7)$$

Безразмерная средняя скорость (2.7) зависит от геометрического параметра b/a . Обозначим $\bar{V}_{\text{CP}} = f_0(b/a)$, индекс ноль означает, что функция f_0 характеризует течение жидкости в канавке без учета встречного потока пара при $\tau = 0$.

С учетом сделанного обозначения выразим потери давления

$$\frac{dP}{dy} = \frac{\mu_{\text{ж}} V_{\text{CP}}^*}{b^2 f_0(b/a)}. \quad (2.8)$$

Построим график зависимости безразмерной средней скорости от размеров канавки (рис.2.4)

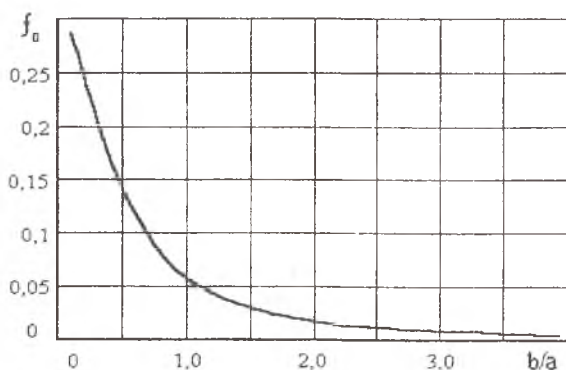


Рис.2.4

Из графика видно, что при стремлении геометрического параметра $b/a \rightarrow 0$ экстраполяция численного решения дает значение $f_0 = 0,33$ и

потери давления выразятся формулой $\frac{dP}{dy} = \frac{3\mu_{\text{ж}} V_{\text{CP}}^*}{b^2}$, которая совпадает с

теоретическим решением для плоской канавки. При $b/a \rightarrow \infty$ средняя скорость течения стремится к нулю, что соответствует физике процесса.

Выполним сравнение полученного решения с формулой Пуазейля. Для чего положим ширину канавки равной ее высоте $a=b$, тогда численное решение задачи дает среднее значение $f_0(b/a) = 0,056$, и потери давления определяются выражением

$$\frac{dP}{dy} = \frac{17,86 \mu_{ж} V_{CP}^*}{b^3}. \quad (2.9)$$

Формула Пуазейля для цилиндрического канала с учетом значения для эффективного радиуса $r_{эф} = \frac{2}{3} b$ будет иметь следующий вид:

$$\frac{dP}{dy} = \frac{8 \mu_{ж} V_{CP}^*}{r_{эф}^2} = \frac{18 \mu_{ж} V_{CP}^*}{b^2}. \quad (2.10)$$

Различие между формулами (2.9) и (2.10) составляет 0,8%, что следует оценить, как вполне приемлемое для численного решения.

Используя формулу (2.9), запишем потери давления в канавке в безразмерном виде

$$\frac{d\bar{P}}{d\bar{y}} = \frac{2}{Re_0 f_0(b/a)}, \quad (2.11)$$

$$\text{где } \bar{P} = \frac{2P}{\rho V_{CP}^{*2}}, \quad \bar{y} = \frac{y}{b}, \quad Re_0 = \frac{V_{CP}^* b}{\nu}.$$

Потери давления, записанные в размерном виде $\Delta P = \frac{\mu_{ж} V_{CP}^* \ell}{b^2 f_0(b/a)}$, позволяют вычислить силу сопротивления, которая препятствует течению жидкости в канавке

$$F = \Delta P \cdot a b = \frac{\mu_{ж} V_{CP}^* \ell}{b^2 f_0(b/a)} a b.$$

Сила сопротивления определяется трением жидкости о стенки канавки и может быть выражена, с другой стороны, в следующем виде:

$$F = \tau_w (a + 2b) \ell.$$

Сопоставляя две последние формулы, найдем среднюю величину трения на стенках канавки в размерном

$$\tau_w = \frac{\mu_{ж} V_{CP}^*}{b f_0(b/a)(1 + 2b/a)} \quad (2.12)$$

и безразмерном видах

$$\bar{\tau}_w = \frac{2\tau}{\rho V_{CP}^2} = \frac{2}{Re_0(1 + 2b/a) f_0(b/a)}. \quad (2.13)$$

2.2.2. РЕЖИМ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ СО ВСТРЕЧНЫМ ПОТОКОМ ПАРА

Рассмотрим режим течения, при котором возникает обратное течение жидкости. Зафиксируем один из таких режимов течением, у которого максимальная скорость жидкости по направлению основного потока равна скорости обратного течения на поверхности жидкости $|\bar{V}(a/2b, 1)| = \bar{V}(a/2b, 0.5)$ (рис.2.1).

Для каждого параметра b/a в результате численного эксперимента определим величину трения на поверхности жидкости (рис.2.5).

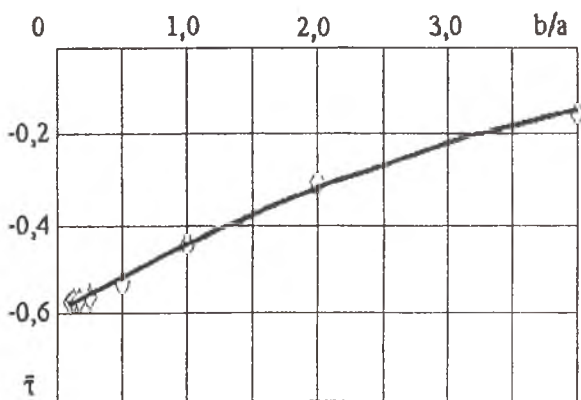


Рис.2.5

Как следует из графика (рис.2.5), трение уменьшается с уменьшением ширины канавки, что соответствует физике процесса, поскольку с уменьшением ширины канавки растет гидравлическое сопротивление и, как следствие, снижается средняя скорость течения жидкости в канавке. В результате уменьшается скоростной напор, поэтому для торможения жидкости требуется меньшая сила трения.

Вычислим безразмерную среднюю скорость течения

$$\bar{V}_{cp} = \frac{V_{cp}^* \mu_{ж} dy}{b^2 dP} = f(b/a). \quad (2.14)$$

Затем, используя выражение (2.14), найдем потери давления в канавке с учетом торможения жидкости о паровой поток

$$\frac{dP}{dy} = \frac{\mu_{\text{ж}} V_{\text{ср}}^*}{b^2 f(b/a)} \quad (2.15)$$

и построим график функции $f(b/a)$ для данного режима течения (рис.2.6).

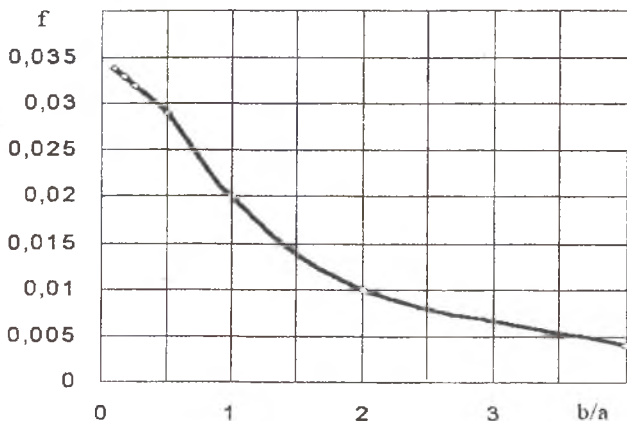


Рис.2.6

Сравнение графиков (рис.2.4 и 2.6) показывает, что данный режим течения для канавки с параметром $b/a = 1$ отличается от режима без взаимодействия пара и жидкости по средней скорости, а следовательно, и по потерям давления (формулы (2.8) и (2.15)) в 2,8 раза.

При взаимодействии пара и жидкости потери давления по длине канавки ℓ будут определяться трением на стенках канавки τ_w и на поверхности жидкости τ

$$\frac{\mu_{\text{ж}} V_{\text{ср}}^* \ell}{b^2 f(b/a)} a b = \tau_w \ell (a + 2b) + \tau a \ell,$$

откуда найдем в размерном виде трение на поверхности жидкости

$$\tau = \frac{V_{\text{ср}}^* \mu_{\text{ж}}}{b} \left(\frac{1}{f(b/a)} - \frac{1}{f_0(b/a)} \right), \quad (2.16)$$

Отнесенные к среднему скоростному напору потери давления (2.15) будут иметь следующий вид:

$$\frac{d\bar{P}}{d\bar{y}} = \frac{2}{Re_0 f(b/a)}, \quad (2.17)$$

где $\bar{P} = \frac{2P}{\rho V_{\text{CP}}^{*d}}$, $\bar{y} = \frac{y}{b}$, $Re_0 = \frac{V_{\text{CP}}^* b}{\nu}$ - соответственно безразмерное давление, координата и осевое число Рейнольдса.

Режим работы цилиндрической тепловой трубы с капиллярной структурой в виде прямоугольных канавок в общем виде характеризуется передаваемой тепловой мощностью Q . При заданной геометрии тепловой трубы можно записать

$$Q = V_{\text{CP}}^n \pi R_1^2 \rho_n L = V_{\text{CP}}^* a b n \rho_{\text{ж}} L, \quad (2.18)$$

откуда определяются средние скорости пара и жидкости в канавке:

скорость пара
$$V_{\text{CP}}^n = \frac{Q}{\pi R_1^2 \rho_n L}, \quad (2.19)$$

скорость жидкости

$$V_{\text{CP}}^* = \frac{Q}{a b n \rho_{\text{ж}} L}. \quad (2.20)$$

Величину трения на поверхности жидкости можно определить из решения внешней задачи по формуле (1.5). С другой стороны, воспользуемся величиной трения (2.16) и, приравнявая эти выражения, найдем

$$\frac{1}{f(b/a)} = \frac{4b V_{\text{CP}}^n \mu_n}{R_1 V_{\text{CP}}^* \mu_{\text{ж}}} + \frac{1}{f_0(b/a)}, \quad (2.21)$$

где функция $f_0(b/a)$ определяется по графику (рис.2.4), а скорость пара и жидкости по формулам (2.19) и (2.20).

Зная функцию $f(b/a)$, можно найти потери давления по длине канавки по формуле (2.15), откуда

$$\frac{dP}{dy} = \frac{\mu_{\text{ж}} V_{\text{CP}}^*}{b^2} \left(\frac{4b V_{\text{CP}}^n \mu_n}{R_1 V_{\text{CP}}^* \mu_{\text{ж}}} + \frac{1}{f_0(b/a)} \right). \quad (2.22)$$

Интегрируя выражение (2.22) по длине капиллярной канавки, найдем потери давления в жидкости с учетом взаимодействия жидкости и встречного потока пара.

2.2.3. КРИТИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ТЕЧЕНИЯ, ПРИ КОТОРОМ ПРОИСХОДИТ ОТРЫВ КАПЛИ

При расчете тепловой трубы необходимо определить ее критические характеристики, при которых происходит отрыв капли жидкости, и сопоставить с расчетными данными. В качестве критерия разрушения жидкостного потока по-прежнему будем использовать значение числа Вебера $We = 1$, при котором силы инерции в паровом потоке сравниваются с силами поверхностного натяжения в жидкости и происходит отрыв капли

$$\frac{\rho_n V_{cp}^n}{\sigma/a} = 1, \quad (2.23)$$

где a - ширина канавки.

Откуда найдем критическую скорость парового потока

$$V_{cp}^n = \sqrt{\frac{\sigma}{a \rho_n}}. \quad (2.24)$$

Из закона сохранения массы определим скорость жидкости в канавке

$$V_{cp}^j = \frac{\pi R_1^2}{b n \rho_j} \sqrt{\frac{\sigma \rho_n}{a^3}}. \quad (2.25)$$

Для парового потока безразмерная величина трения на стенке цилиндрического канала определяется из решения внешней задачи следующим выражением $\frac{2\tau}{\rho_n V_{cp}^2} = \frac{16}{Re_0}$, откуда, с учетом формулы (2.24), найдем величину трения

$$\tau = \frac{4v_n}{R_1} \sqrt{\frac{\sigma \rho_n}{a}}. \quad (2.26)$$

В соответствии с математической моделью массопереноса приравняем трение на поверхности жидкости (2.16) трению на стенке цилиндрического парового канала (2.26). Тогда, с учетом формулы (2.25), найдем безразмерную среднюю скорость жидкости в канавке, при которой будет происходить отрыв капли

$$\frac{1}{f(b/a)} = \frac{1}{f_0(b/a)} + \frac{4nab^2}{\pi R_1^3} \frac{v_n}{v_j}. \quad (2.27)$$

После чего можно определить потери давления для течения жидкости в канавке при критическом режиме по формуле (2.15). Зная критическую скорость парового потока, следует сравнить ее с действительной скоростью парового потока. Условием безотрывного режима течения будет условие $V_{\text{CP}}^n < V_{\text{CP,кp}}^n$.

По критической скорости парового потока можно определить предельную тепловую мощность

$$Q(t) = \pi R_1^2 L(t) \sqrt{\frac{\sigma(t) \rho_n(t)}{a}}. \quad (2.28)$$

Предельная тепловая мощность зависит от температуры процесса и характеризует гидродинамическую границу взаимодействия встречных потоков пара и жидкости в открытых капиллярных канавках цилиндрической тепловой трубы.

Принимаем следующие характеристики цилиндрической тепловой трубы: теплоноситель - ацетон, радиус парового канала $R_1 = 10$ мм, размер канавки $1,0 \times 1,0$ мм, количество канавок $n=45$. Результаты расчетов представлены на рис.2.7.

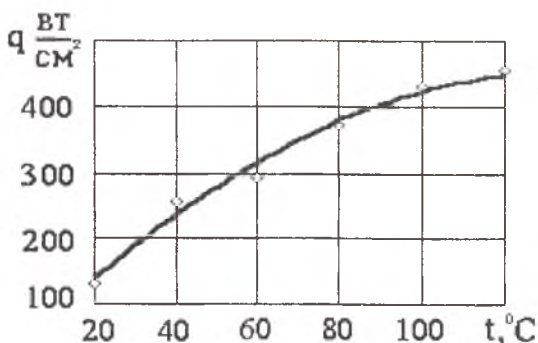


Рис.2.7

Как видно из графика (рис.2.7), предельная тепловая мощность, отнесенная к площади поперечного сечения парового канала, возрастает при увеличении температуры. Рассмотрим физические особенности данного процесса. При увеличении температуры тепло- и массопереноса, с одной стороны, уменьшается вязкость жидкости, а с другой - возрастает давление пара.

В соответствии с законом Амонтона - Кулона при возрастании давления увеличивается сила трения между слоями жидкости. Причем увели-

чение силы трения за счет давления преобладает над фактором снижения трения из-за вязкости, поэтому общее трение возрастает. Для преодоления возросшего трения необходима большая сила инерции, следовательно, требуется больший расход жидкости и большая тепловая мощность.

ГЛАВА 3. ВЯЗКОСТНЫЙ ПРЕДЕЛ ПЕРЕДАВАЕМОЙ ТЕПЛОВОЙ МОЩНОСТИ

Одним из основных ограничений передаваемой тепловой мощности является вязкостный предел тепловых труб. Вязкость жидкости обуславливает невосполнимые потери на трение при движении теплоносителя по гидравлическому контуру тепловой трубы. Движущей силой, обеспечивающей циркуляцию теплоносителя, является капиллярное давление соответствующей капиллярной структуры. Это давление расходуется на преодоление сил трения в паровом и жидкостном потоках. Условие работоспособности тепловой трубы имеет вид

$$\Delta P_{\text{кап}} \geq \sum_{i=1}^6 \Delta P_{\text{тр}}, \quad (3.1)$$

где $\Delta P_{\text{кап}}$ - капиллярное давление, $\Delta P_{\text{тр}_i}$ - потери на трение для испарителя, транспортной зоны и конденсатора в паровом и жидкостном потоках.

Основные потери давления, связанные с трением, приходятся на течение жидкости в капиллярной канавке. В этом случае существенный вклад в потери на трение вносит взаимодействие потоков жидкости и пара.

3.1. ПОТЕРИ НА ТРЕНИЕ В ПАРОВОМ ПОТОКЕ

Рассмотрим потери на трение в паровом потоке цилиндрической тепловой трубы. В транспортной зоне безразмерные потери давления выражаются формулой $\frac{dp}{dy} = \frac{32}{Re_0}$ [3], или, переходя к размерным величинам, получим

$$\frac{dp}{dy} = \frac{8\mu_n V_{\text{ср}}^n}{R_1^2}, \quad (3.2)$$

Учтем следующее соотношение $V_{\text{ср}}^n = \frac{G}{\pi R_1^2}$, тогда формула (3.2) переписывается в виде

$$\frac{dp}{dy} = \frac{8\mu_{\text{п}} G}{\pi R_1^4}, \quad (3.3)$$

где $V_{\text{ср}}^*$, G - соответственно средняя скорость и объемный расход пара в произвольном поперечном сечении испарителя (конденсатора), G_{MAX} - объемный расход пара в транспортной зоне цилиндрического канала.

Для испарителя (конденсатора) при равномерном вдуве (отсосе) массы объемный расход пара изменяется линейно по длине тепловой трубы

$$G = \frac{G_{\text{MAX}} y}{\ell},$$

где y - текущая осевая координата, ℓ - длина.

Тогда потери на трение в испарителе (конденсаторе) определяются при интегрировании выражения (3.3)

$$\int_{p_0}^p dp = \frac{8\mu_{\text{п}} G_{\text{MAX}}}{\pi R_1^4 \ell} \int_0^{\ell} y dy,$$

откуда найдем величину потерь давления

$$\Delta P = \frac{8\mu_{\text{п}} G_{\text{MAX}} \ell}{\pi R_1^4} \frac{\ell}{2}. \quad (3.4)$$

Суммируя потери давления на трение в цилиндрическом паровом канале испарителя, транспортной зоны и конденсатора, получим

$$\Delta P_{\text{п}} = \frac{8\mu_{\text{п}} G_{\text{MAX}}}{\pi R_1^4} \left(\frac{\ell_{\text{и}}}{2} + \ell_{\text{тр}} + \frac{\ell_{\text{к}}}{2} \right),$$

или, с учетом соотношения для расхода пара в транспортной зоне $G_{\text{MAX}} = \frac{Q}{\rho_{\text{п}} L}$, найдем

$$\Delta P_{\text{п}} = \frac{8v_{\text{п}} Q}{\pi R_1^4 L} \ell_{\text{эф}}, \quad (3.5)$$

где $\ell_{\text{эф}} = \frac{\ell_{\text{и}}}{2} + \ell_{\text{тр}} + \frac{\ell_{\text{к}}}{2}$ - эффективная длина, $\ell_{\text{и}}$, $\ell_{\text{тр}}$, $\ell_{\text{к}}$ - соответственно длины участков испарения, транспортной зоны и конденсации, Q - подведенная тепловая мощность.

Для плоской тепловой трубы с высотой парового канала h и шириной канала "с" потери на трение в паровом потоке запишутся в виде

$$\Delta P_{\text{п}} = \frac{12 v_{\text{п}} Q}{h^3 c L} \ell_{\text{эф}} \quad (3.6)$$

3.2. ПОТЕРИ НА ТРЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАНАВКЕ

Потери на трение при течении жидкости в канавке следует вычислять с учетом взаимодействия пара и жидкости. Представим потери давления при течении жидкости в виде суммы: $\Delta P_{\text{ж}} = \Delta P_{\text{ж}0} + \Delta P_{\text{ж}1}$, где $\Delta P_{\text{ж}0}$ - потери на трение без учета взаимодействия пара и жидкости, $\Delta P_{\text{ж}1}$ - потери давления в жидкости от воздействия парового потока.

Для определения потерь на трение без учета взаимодействия пара и жидкости воспользуемся формулой (2.10) и следующими соотношениями:

$$V_{\text{ср}}^{\text{ж}} = \frac{G^n}{ab}, \quad G^n = \frac{G_{\text{MAX}}^n y}{\ell}, \quad G_{\text{MAX}}^n = \frac{Q}{\pi \rho_{\text{ж}} L}, \quad \text{тогда получим}$$

$$\frac{dp}{dy} = \frac{18 v_{\text{ж}} Q y}{n a b^3 L \ell} \quad (3.7)$$

Интегрируя (3.7), найдем потери давления при течении жидкости в канавке без взаимодействия с паровым потоком

$$\Delta P_{\text{ж}0} = \frac{18 v_{\text{ж}} Q}{n a b^3 L} \ell_{\text{эф}} \quad (3.8)$$

Вычислим потери давления от воздействия на жидкость парового потока. С этой целью воспользуемся трением (2.19) на стенке цилиндрического канала и средней скоростью парового потока (2.26). Тогда получим

$$\tau = \frac{4 v_{\text{п}} Q}{\pi R_1^3 L} \quad (3.9)$$

Сила трения на поверхности жидкости определяет дополнительную силу сопротивления $\tau a \ell_{\text{эф}} = \Delta P_{\text{ж}1} a b$, откуда с учетом (3.9) найдем

$$\Delta P_{\text{ж}1} = \frac{4 v_{\text{п}} Q}{\pi R_1^3 b L} \ell_{\text{эф}} \quad (3.10)$$

Общие потери давления запишутся в виде

$$\Delta P_{\text{ж}} = \frac{2Q\ell_{\text{эф}}}{bL} \left(\frac{9v_{\text{ж}}}{nab^2} + \frac{2v_{\text{п}}}{\pi R_1^3} \right). \quad (3.11)$$

3.3. ОБЩИЕ ПОТЕРИ НА ТРЕНИЕ В ГИДРАВЛИЧЕСКОМ КОНТУРЕ ТЕПЛОВОЙ ТРУБЫ

Величина капиллярного давления в тепловой трубе определяется формулой Лапласа и связана с шириной канавки следующим соотношением:

$$\Delta P_{\text{кап}} = \frac{2\sigma}{a},$$

где σ - поверхностное натяжение жидкости.

Тогда условие работоспособности цилиндрической тепловой трубы (3.1) запишется в виде

$$\left(\frac{4v_{\text{п}}}{\pi R_1^4} + \frac{9v_{\text{ж}}}{nab^3} + \frac{2v_{\text{п}}}{\pi R_1^3 b} \right) \frac{2Q\ell_{\text{эф}}}{L} \leq \frac{2\sigma}{a}. \quad (3.12)$$

Для вычислений по формуле (3.12) необходимо задать геометрию тепловой трубы и выбрать теплоноситель. Тогда можно определить максимальную тепловую мощность, определяемую вязкостным пределом

$$Q(t) = \frac{\sigma(t)L(t)}{a\ell_{\text{эф}} \left(\frac{4v_{\text{п}}(t)}{\pi R_1^4} + \frac{9v_{\text{ж}}(t)}{nab^3} + \frac{2v_{\text{п}}}{\pi R_1^3 b} \right)}. \quad (3.13)$$

Для плоской тепловой трубы условие работоспособности определится выражением

$$\left(\frac{6v_{\text{п}}}{h^3 c} + \frac{9v_{\text{ж}}}{nab^3} + \frac{2v_{\text{п}}}{\pi R_1^3 b} \right) \frac{2Q\ell_{\text{эф}}}{L} \leq \frac{2\sigma}{a}. \quad (3.14)$$

Найдем максимальную тепловую мощность для плоской тепловой трубы, определяемую вязкостным пределом

$$Q(t) = \frac{\sigma(t)L(t)}{a \ell_{\text{эф}} \left(\frac{6 v_n(t)}{h^3 c} + \frac{9 v_{\text{ж}}(t)}{n a b^3} + \frac{2 v_n}{\pi R_1^3 b} \right)}. \quad (3.15)$$

Изложенная в данном учебном пособии методика представляет собой математические модели массопереноса, позволяет выполнить расчет характеристик парового и жидкостного потоков и определить гидродинамическую границу при взаимодействии пара и жидкости в термосифонах и тепловых трубах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ивановский М.Н., Сорокин В.П., Ягодкин И.В. Физические основы тепловых труб.- М.: Атомиздат, 1978.- 256с.
2. Дан П.Д., Рей Д.А. Тепловые трубы. - М.: Энергия, 1979.- 272с.
3. Быстров П.И., Каганд.Н., Кречетова Г.А., Шпильрайн Э.Э. Жидкометаллические теплоносители тепловых труб и энергетических установок.- М.: Наука, 1988.- 262с.
4. Клюев Н.И. Математическое моделирование процессов взаимодействия жидких и газообразных сред: Учебное пособие. Самара.: Издательство СамГУ, 2000.- 48с.
5. Клюев Н.И. Течение жидкости в открытой прямоугольной канавке испарителя тепловой трубы с учетом влияния встречного потока пара. ИВУЗ Сер. «Авиационная техника». - 1995. №3.- С. 100-102.
6. Клюев Н.И. Движение пара в прямоугольном канале испарительного теплообменника. ИВУЗ Сер. «Авиационная техника».- 1988. №2.- С. 96-98.
7. Клюев Н.И. Течение жидкости в открытом прямоугольном канале с отсосом массы и при взаимодействии с внешним газовым потоком. Труды VIII Межвузовской конференции «Математическое моделирование и краевые задачи». - Самара: СамГТУ, 1998.- С. 48-51.
8. Клюев Н.И. Движение газа со вдувом массы в цилиндрическом канале при больших числах Рейнольдса вдуваемого потока. ИВУЗ Сер. «Авиационная техника». - 1995. №1.- С. 43-46.

Клюев Николай Ильич

**ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ГРАНИЦА
ПО ВЗАИМОДЕЙСТВИЮ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ И ГАЗА**

Учебное пособие

Редактор Т.И.Кузнецова
Компьютерная верстка, макет Н.С.Комарова

ЛР. № 020316 от 04.12.96. Подписано в печать 08.052001. Формат 60x84/16. Бумага
офсетная. Усл. печ. л. 1,6., уч.-изд. л.1,75. Тираж 100 экз. Заказ № 634
Издательство «Самарский университет», 443011,
г. Самара, ул. Акад. Павлова, 1
УОП СамГУ, ПЛД № 67-43 от 19.02.98.