

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

О.А. КУЗНЕЦОВА

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ
(МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ
ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЫНКА
И ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ)

Рекомендовано редакционно-издательским советом федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева» в качестве учебного пособия для обучающихся по основной образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика

САМАРА
Издательство Самарского университета
2023

© Самарский университет, 2023
ISBN 978-5-7883-1991-9

УДК 330.4(075)
ББК Ув631я7
К891

Рецензенты: д-р экон. наук, проф. Д. Ю. Иванов,
канд. экон. наук, доц. А. О. Алексеев

Кузнецова, Ольга Александровна

К891 **Экономико-математическое моделирование (модели прогнозирования рынка и деятельности предприятия): учебное пособие / О.А. Кузнецова;** Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, Самарский университет. – Самара: Издательство Самарского университета, 2023. – 1 CD-ROM (1,6 Мб). – Загл. с титул. экрана. – Текст: электронный.

ISBN 978-5-7883-1991-9

В пособии рассматриваются модели управления предприятием, а также значительный акцент сделан на моделях прогнозирования показателей рынка. Пособие предназначено для студентов направления 38.03.05 Бизнес-информатика, обучающихся по очной форме обучения.

Подготовлено на кафедре математических методов в экономике.

УДК 330.4(075)
ББК Ув631я7

Минимальные системные требования:

PC, процессор Pentium, 160 МГц;
Microsoft Windows XP; мышь;
дисковод DVD-ROM; Adobe Acrobat Reader

© Самарский университет, 2023

Редакционно-издательская обработка
издательства Самарского университета

Подписано для тиражирования 13.12.2023.

Объем издания 1,6 Мб.

Количество носителей 1 диск.

Тираж 11 дисков.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»
(САМАРСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского университета.
443086, Самара, Московское шоссе, 34.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
1 Анализ показателей рынка.....	6
1.1 Модели прогнозирования объёма рынка.....	12
1.2 Модели прогнозирования ёмкости рынка.....	33
1.3 Модели прогнозирования тенденций развития рыночной конъюнктуры	39
2 Модели управления предприятием.....	45
2.1 Оптимизационные модели.....	45
2.2 Управление запасами. Основные модели управления запасами	49
2.3 Модели управления денежными активами	55
2.4 Исследование систем управления распределением заказа.....	59
2.5 Модели согласования интересов в системе «поставщики- заказчик»	68
2.6 Моделирование инвестиционных проектов.....	75
Библиографический список	83

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие содержит модели прогнозирования показателей рынка и деятельности фирмы для курса «Экономико-математическое моделирование».

Математическая модель является основным инструментом исследования и прогноза экономических явлений.

В пособии рассмотрены разные виды моделей по способу построения и по особенностям применения.

Математические модели представляют собой основу компьютерного моделирования и обработки информации.

1 АНАЛИЗ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЫНКА

Рынок – это система экономических отношений между продавцом и покупателем, которая позволяет совершать обмен необходимыми ресурсами.

Конъюнктура рынка описывается значениями спроса и предложения; уровнем цен; товарными запасами; портфелем заказов; и многими другими параметрами, характеризующими тенденции развития конкретного рынка по отношению к конкретной фирме.

Конъюнктура в «структурном» или «статическом» понимании – это фактические значения факторов конъюнктуры.

Конъюнктура в «трендовом» или «динамическом» понимании – это совокупность причин и условий, которые взаимосвязаны между собой, и которые определяют изменение рынка.

Факторы, влияющие на конъюнктуру рынка:

- **Социально-экономические, демографические** (объемы производства, доходы населения и принципы их распределения, цены, процент инфляции, уровень и виды спроса (с учетом колебаний в зависимости от сезонов). Учитывается и состав общества, образованность и профессии потребителей, уровень развития культуры, особенности, связанные с национальной принадлежностью, влияние модных тенденций, общее количество покупателей (их возраст, пол, место проживания, численность людей в семьях). И, разумеется, большое значение имеет именно динамическое изменение перечисленных показателей.

- **Факторы политического характера** (политическая обстановка в государстве и связанные с этим риски).

- **Географические и климатические** (рельефные особенности местности (горы, моря, леса и т.п.) и условия климата (температура воздуха, уровень влажности, длительность холодных и теплых периодов года и проч.).)

- **Условия торговли** (число торговых объектов и их рассредоточенность по стране, размеры и качество торговых и складских площадей (с учетом численности населения). Качество логистики, мерчандайзинга, развитость систем снабжения, сбыта, обеспечения спроса. Плюс сюда же относится действующее в сфере торговли законодательство, активность конкурентов и многое другое).

Транспортные факторы (качество и количество дорог, наличие транспортных средств, доступность для транспорта всех задействованных в экономической деятельности объектов).

Форс-мажоры (конфликты военного характера, массовые протестные выступления и т.п.)

К основным показателям рыночной конъюнктуры относятся:

- масштаб рынка (его емкость, объем операций по купле-продаже товара (товарооборот), число предприятий различного типа, выступающих на рынке);

- степень сбалансированности рынка (соотношение спроса и предложения);

- тип рынка (конкурентный, монополистический и т.д.);

- динамика рынка (изменения основных параметров рынка, их векторы, скорость и интенсивность, основные тенденции);

- степень деловой активности (хозяйственный портфель фирмы, число и размер заказов, объем и динамика сделок и т.п.);

- уровень устойчивости (колеблемости) основных параметров рынка (показатели вариации);

- уровень рыночного риска (оценка вероятности понести убытки);

- уровень конкуренции (число конкурентов, их активность);

- цикличность рынка (стадия экономического или сезонного цикла);

- средняя норма прибыли (валовая и чистая прибыль и показатели рентабельности).

Конъюнктура рынка характеризуется динамичностью, пропорциональностью, вариабельностью, цикличностью.

Принципы микроэкономического анализа:

- экономические агенты действуют рационально; решение принимается после сопоставления выгод и издержек;

- переменные, кроме анализируемых в данный момент, считаются неизменными;

- при анализе значимых факторов и процессов, несущественные не учитываются;

- сочетание «позитивной» экономической теории (фактическое положение дел) и «нормативной» (должное развитие экономических процессов);

- сочетание индуктивного (систематизация) и дедуктивного (выдвижение теорий, логических умозаключений) методов;

- широкое использование графиков.

Этапы проведения конъюнктурных исследований:

- 1) оценка (анализ рыночной конъюнктуры), характеристика масштабов и типологии рынка, его главные пропорций, вектора и скорости изменения основных параметров, уровень устойчивости развития;

- 2) нахождение причинно-следственных связей, которые характеризующих ситуацию на рынке;

- 3) прогнозирование рыночной конъюнктуры на основе причинно-следственных связей, выводов о перспективах развития рынка, с учётом маркетинга фирмы;

- 4) прогнозирование развития рынка (долгосрочное и перспективное).

Характер изменения товарной конъюнктуры возможно прогнозировать на период не более 1 года.

При краткосрочном прогнозировании (до 1,5 лет) учитываются случайные факторы.

При среднесрочном (на 5 лет) и долгосрочном (на 10–15 лет) прогнозировании временные и случайные факторы воздействия на рынок не учитываются.

Все модели прогнозирования можно разделить на несколько групп:

- *модели экспертных оценок* основанны на выявлении и обобщении мнений опытных специалистов-экспертов;

- *модели статистической экстраполяции* (линии тренда на основе анализа статистической информации) экстраполяция динамических рядов и экстраполяция регрессионных зависимостей;

- *модели экономико-математического моделирования* представляют собой системы уравнений для реализации их посредством ЭВМ;

- *корреляционно-регрессионные модели* основан на анализе факторов. Посредством анализа определяется сила влияния переменных на результат.

Примеры применения моделей прогнозирования рынка: [промышленность](#), [фармокология](#), [сотовые операторы](#), [макроэкономический прогноз](#), [прогнозирование нефти](#), [прогнозные модели по эконометрике](#).

Экстраполирование будет пригодным для прогнозирования методом при условии, что экстраполируемые тенденции сохраняются.

Прогнозы, базирующиеся на построении опережающих индикаторов, требуют наличия устойчивых соотношений между переменными, которые опережают, и переменными, которые опережаются, и не всегда оказываются надежными.

Обследования потребителей и предпринимателей могут давать полезную информацию о будущих событиях, в том числе они могут быть использованы как информационная база при построении эконометрических прогнозов.

Модели временных рядов позволяют прогнозировать данные на основании информации только о них самих. Известный английский эконометрист Д. Хендри называет их «рабочей лошадкой индустрии прогнозирования».

Системы эконометрических уравнений являются, по мнению Хендри, основным инструментом прогнозирования экономических показателей и выполняют множество полезных функций помимо прогнозирования. Например, такие модели объединяют существующие теоретические и эмпирические знания о том, как функционирует экономика, позволяют объяснять просчеты в экономической политике и т.

Показатели конъюнктуры представлены в виде 4 основных групп:

- показатели материального производства характеризуют предложение товара (объём выпуска);
- показатели спроса на товары (величина спроса, цена);
- показатели валютной и кредитно-денежной ситуации, характеризующие как предложение, так и спрос;
- цены, как наиболее концентрированные показатели.

К показателям материального производства относятся данные о производстве промышленных товаров (автомобилей, полезных ископаемых, урожае сельскохозяйственных культур). Они подразделяются на

- абсолютные показатели (натуральные и стоимостные);
- относительные показатели (индексы, темпы роста);
- косвенные показатели.

Примеры абсолютных показателей:

– объёмы производства и продаж, чаще сырьевые рынки (тонны, киловатты в час, баррели); грузооборот и пассажирооборот (тонно-километры и пассажиро-километры), производство электроэнергии, измеряемое в киловатт-часах и т.д.; трудовые единицы измерения (человеко-дни и человеко-часы);

– рынок рекламы, банковских услуг измеряются в стоимостных показателях, потому, что рынок характеризуется большим количеством продуктов, отличающихся по характеристикам (рубли, ден.единицы).

Примеры относительных показателей: индексы изменения объемов производства, составленные на основе стоимостных показателей по отраслям или отдельным крупным секторам экономики, процентные изменения.

Косвенные показатели используются, в случае невозможности использования для оценки конъюнктуры абсолютных показателей либо вследствие их недоступности. К косвенным показателям относятся: динамика загрузки производственных мощностей, объём инвестиций и уровень занятости в отрасли.

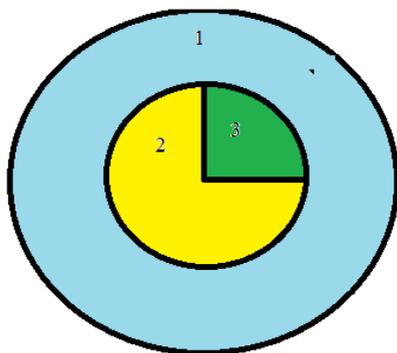


Рис. 1. Визуализация понятий «ёмкость рынка», «объём рынка», «доля рынка»

1 – ёмкость рынка (спрос), 2 – объём (предложение товара),
3 – доля рынка.

Спрос на товар определяется по показателям ёмкости, доли и насыщенности рынка.

Спрос на товар – количество денег, которые потребители готовы потратить на определённый вид товара на определённом рынке в определённый момент времени.

Объём рынка – количество товара, предлагаемого на рынке в данный период времени.

Ёмкость рынка означает возможный объём спроса при определённом уровне цен в определённый период времени.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Дайте определение конъюнктуры рынка.
2. Назовите группы показателей конъюнктуры рынка.
3. В чём измеряются абсолютные показатели рынка?
4. В чём измеряются относительные показатели рынка?
5. Дайте определение понятию спрос на товар?
6. Дайте определение понятию экстраполяция?
7. Дайте определение сбалансированности рынка

[Вернуться в начало пособия.](#)

1.1 МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОБЪЁМА РЫНКА

Модели прогнозирования объёма рынка строятся на основе макроэкономических показателей.

1.1.1 Модели экспертных оценок основаны на выявлении и обобщении мнений опытных специалистов-экспертов.

Модели различаются по количеству экспертов, участвующих в оценке (обычно один или три эксперта), и по оценке значимости прогноза каждого эксперта (зависит от уровня квалификации эксперта):

$$Q = \frac{\sum_{i=1}^N Q_i}{N},$$

где Q – прогнозное значение объёма рынка, Q_i – объём рынка с точки зрения i -го эксперта, N – число экспертов;

$$Q = \sum_{i=1}^N Q_i \cdot w_i,$$

где Q – прогнозное значение объёма рынка, Q_i – объём рынка с точки зрения i -го эксперта, w_i – относительная значимость оценки эксперта, N – число экспертов.

1.1.2 Построение регрессионной модели

Макроэкономические модели описывают состояние совокупного взаимодействия множества однотипных объектов.

Экономико-математическое моделирование заключается в построении модели, описывающей взаимосвязь между различными переменными на основе статистических данных и их влияние на результат.

Этапы моделирования.

Идентификация модели заключается в анализе специфических свойств рассматриваемых явлений и процессов и обосновании класса моделей, наиболее подходящих для их описания.

Отбор переменных, входящих в модель, а также сбор статистической информации об их значениях в прошлые периоды времени, либо по совокупности других аналогичных объектов.

На третьем этапе происходит выбор математического уравнения (системы уравнений), связывающих включенные в модель переменные и соответствующие типу и форме модели.

На основании статистической информации проводится оценка параметров выбранного варианта модели.

По результатам проверки качества построенной модели делается вывод о ее устойчивости и возможности использования в ходе дальнейшего исследования.

Если качество модели признано неудовлетворительным, то необходимо изменить состав переменных либо форму модели.

Особенности обоснования формы модели.

Часто выбрать форму модели возможно, построив график зависимости фактического результата от фактора.

Наиболее часто используемые виды функций представлены в таблице 1.

Таблица 1. Виды регрессионных функций

Вид функции	Уравнение регрессии
Линейная	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_{1t} + \dots + \alpha_n x_{nt} + \varepsilon_t$
Правая полулогарифмическая	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln x_{1t} + \dots + \alpha_n \ln x_{nt} + \varepsilon_t$
Степенная	$y_t = \alpha_0 \cdot x_{1t}^{\alpha_1} \cdot x_{2t}^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot x_{nt}^{\alpha_n} + \varepsilon_t$
Гиперболическая	$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 / x_{1t} + \dots + \alpha_n / x_{nt} + \varepsilon_t$
Логарифмическая гиперболическая	$\ln y_t = \alpha_0 + \alpha_1 / x_{1t} + \dots + \alpha_n / x_{nt} + \varepsilon_t$
Обратная линейная (функция Торнквиста)	$1/y_t = \alpha_0 + \alpha_1 / x_{1t} + \dots + \alpha_n / x_{nt} + \varepsilon_t$

Методы отбора факторов.

Факторы, включаемые в модель, отбираются на основе статистических данных в результате содержательного и количественного анализа.

Любое явление может быть выражено разными факторами или их комбинациями. В процессе содержательного анализа устанавливается наличие взаимосвязи между факторами. При этом факторы, выражающие одну и ту же причину, и тесно взаимосвязанные между собой, включать в модель нецелесообразно.

Для отбора факторов, включаемых в модель, используют два основных подхода:

– *априорный* – предварительное исследование факторов на наличие связи и силы влияния между рассматриваемыми переменными и по влиянию на зависимую переменную y , для чего часто используется корреляционный анализ;

– *апостериорный* – предполагает включение в модель всех возможных переменных, потом последовательное исключение факторов и оценка изменения качества модели.

Признаками хорошей модели являются:

1. Небольшое число факторов.
2. Простая форма модели.

Парная регрессия – уравнение связи двух переменных y и x :

$$y = f(x),$$

где y – зависимая переменная (результативный признак);

x – независимая, объясняющая переменная (признак-фактор).

Множественная регрессия – уравнение связи с несколькими независимыми переменными:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_p),$$

где y – зависимая переменная (результативный признак); x_1, x_2, \dots, x_p – независимые переменные (факторы).

Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчётах.

Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное воздействие их на моделируемый показатель.

Прежде всего, так же как и в парной регрессии, необходимо отобрать необходимые факторы. Они должны отвечать следующим требованиям:

1) быть количественно измеримыми (качественным факторам придают количественную определённость, например, проставляя баллы);

2) не должны быть коррелированными между собой и тем более находиться в точной функциональной связи.

Отбор факторов обычно проводится в две стадии: на первой отбираются факторы исходя из сути проблемы; на второй – на основе матрицы показателей корреляции и определения t -статистики для параметров регрессии.

Этапы построения эконометрической модели

Процесс построения и анализа эконометрической модели является достаточно сложным и может быть разбит на ряд этапов. Выделим следующие четыре этапа:

1. Постановка проблемы (определение и формулировка конечных целей моделирования и набора, участвующих в модели показателей – факторов).

В качестве цели исследования обычно рассматривают анализ экономического процесса (системы), прогноз экономических показателей, имитацию развития экономического процесса при изменении экзогенных переменных и пр.

При выборе переменных модели необходимо теоретически обосновать целесообразность включения переменной в модель, но при этом в модель включают лишь главные, наиболее существенные факторы, оказывающие решающее воздействие на изучаемый процесс (один из основных принципов моделирования). Объясняющие переменные не должны быть связаны функциональной или тесной корреляционной связью, так как это может привести к невозможности оценки параметров модели или получению неустойчивых, не имеющих реального смысла оценок. Для отбора переменных применяют различные статистические методы. Но в любом случае определяющим при включении в модель факторных переменных является экономический (качественный) анализ процесса (системы).

Все переменные, участвующие в модели целесообразно разделить на следующие группы:

- экзогенные (внешние, в определенной степени управляемые, планируемые);

- эндогенные, т.е. такие переменные, значения которых формируются в процессе и внутри анализируемой системы (явления) под влиянием экзогенных переменных и взаимодействия друг с другом (объясняемые переменные). В регрессионной модели с одним уравнением рассматривается одна эндогенная переменная. В системах одновременных уравнений – несколько.

Предопределенные, т.е. выступающие как факторные или объясняющие переменные. Множество этих переменных формируется на основе экзогенных переменных и лаговых эндогенных, т.е. таких, значения которых измерены в прошлом по отношению к рассматриваемому периоду времени, а, следовательно, уже известны, фиксированы.

Такое деление позволяет лучше структурировать проблему и может облегчить процесс корректировки модели.

2. Спецификация модели.

Спецификация – это выбор формы связи между переменными:
 $y = f(x)$.

Спецификация опирается на имеющиеся экономические теории, специальные знания и интуитивные представления об анализируемой экономической системе. Качественный анализ изучаемого явления, знание экономической теории может подсказать конкретную функциональную форму связи. Немаловажная роль здесь отводится и анализу имеющейся статистической информации: графическое представление исходных данных, расчет показателей роста и прироста и пр. При рассмотрении конкретных классов статистических моделей (производственные функции, функции спроса и т.д.) возможно применение некоторых специфических приемов при подборе уравнения, основанных на знании свойств соответствующего класса функций.

3. Идентификация модели (статистическое оценивание неизвестных параметров модели).

Задачей этапа идентификации является подбор функции $y = f(x)$ из параметрического семейства функций, наилучшим способом описывающей зависимость наблюдаемых значений y от наблюдаемых значений x .

$$Q_t = b_0 + b_1 P_t + \varepsilon_t \text{ линейная модель,}$$

$$Q_t = a P_t^b + \varepsilon_t \text{ степенная модель,}$$

$$Q_t = b_0 + b_1 P_{t-1} + \varepsilon_t \text{ линейная лаговая модель,}$$

где Q_t – прогнозное значение объёма рынка (результатирующая переменная), b_0 , b_1 – коэффициенты регрессии, P_t – цена продукта (факторная переменная).

Существуют различные методы расчета параметров эконометрической модели: классический метод наименьших квадратов

(МНК), обобщенный МНК и т.д. Этапом идентификации заканчивается построение эконометрической модели.

4. Верификация модели (проверка качества).

После этапа идентификации возникают вопросы:

- насколько удачно построена модели, т.е. можно ли рассчитывать на то, что ее использование для прогнозирования и имитационных расчетов даст результаты достаточно адекватные реальной действительности;

- какова точность прогнозных и имитационных расчетов, основанных на построенной модели.

Получение ответов на эти вопросы составляет содержание проблемы верификации эконометрической модели. Методы верификации основаны на процедурах статистической проверки гипотез и на статистическом анализе характеристик точности различных приемов статистического оценивания.

Следует также отметить принцип ретроспективных расчетов, используемый при верификации эконометрических моделей. Суть принципа состоит в следующем: исходные статистические данные делятся на две части: обучающую выборку, включающую некоторую часть наблюдений и экзаменующую выборку, включающую остальную часть исходных данных. Далее осуществляются этапы спецификации и идентификации для обучающей выборки. В полученную модель подставляют экзогенные переменные из экзаменующей выборки и получают модельные значения (ретроспективно прогнозные) эндогенных переменных. Сравнение этих модельных значений с соответствующими реальными значениями экзаменующей выборки позволяет проанализировать адекватность модельных выводов реальной действительности и их точность.

Для нахождения коэффициентов множественной регрессии наиболее удобным является матричный метод

$$Y = XB + \varepsilon,$$

B – вектор параметров множественной регрессии;

Y – вектор вычисляемых переменных (размер 21×1);

X – матрица на основе внешних переменных,

$$B = (X^T X)^{-1} (X^T Y),$$

X – матрица размера (21×3) и вида

$$\begin{bmatrix} 1 & x1 & x2 \\ 1 & & \\ 1 & & \end{bmatrix}.$$

1.1.3 Построение модели авторегрессии.

Авторегрессия – математическое выражение, описывающее зависимость между данными одного и того же ряда.

$$Q_t = a + b * Q_{t-i}.$$

Автокорреляция – статистическая взаимосвязь между случайными величинами из одного ряда, но взятых со сдвигом по времени.

Значение автокорреляции позволяет определить глубину лага при построении авторегрессии.

Автокорреляция первого порядка (глубина лага 1)

$$r_1 = \frac{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1) \cdot (y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^n (y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}},$$

$$\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^n y_t}{n-1}; \quad \bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^n y_{t-1}}{n-1},$$

где y_t – объём продаж в период t , y_{t-1} – объём продаж в предыдущем периоде.

Автокорреляция второго порядка (глубина лага 2)

$$r_2 = \frac{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3) \cdot (y_{t-2} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^n (y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum_{t=2}^n (y_{t-2} - \bar{y}_4)^2}},$$

$$\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^n y_t}{n-2}; \quad \bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^n y_{t-2}}{n-2},$$

где y_t – объём продаж в период t , y_{t-2} – объём продаж 2 периода назад.

1.1.4 Построение модели временного ряда с учётом сезонности

Особенностью временного ряда является зависимость прогнозируемого показателя от времени.

Сезонность характеризуется периодическими колебаниями, которые повторяются каждый сезон по предсказуемой схеме.

Цикличность – это свойство явления, процесса или явления, проходящего через регулярные повторяющиеся этапы или стадии.

Имеются следующие циклы или «волны» конъюнктуры:

- товарных запасов (около 3-3,5 лет);
- промышленные (или Марксовы – 7-11 лет);
- строительные (или Кузнеца 19-21 лет);
- длинные Кондратьевские (технологические, 49-62 лет);
- сверхдлинные Сорокинские (социокультурные, около 100 лет).

Общий вид модели временного ряда с сезонной укомпонентой

$$Q_t = T_t + S_t + C_t,$$

где T_t – тренд, S_t – сезонность, C_t – цикличность.

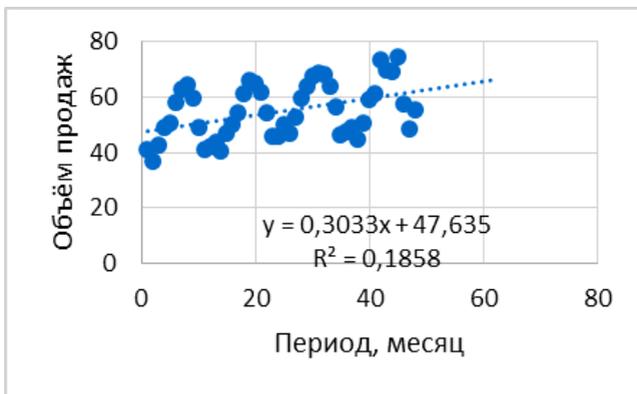


Рис. 2. Линия тренда в модели с сезонной компонентой

Методика построения модели с сезонной компонентой.

1. Провести сглаживание методом скользящей средней

$$y_t = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3},$$

где y_{t-1} , y_t , y_{t+1} – продажи за три последовательных периода.

2. Определить «наилучшую» функцию тренда $f_{TP}(t)$ путём подбора функции, описывающую линию тренда, с наименьшим отклонением.

Тренд – это направление изменений или развития чего-либо. Назначение функции тренда – не сделать точный прогноз объёма продаж, а показать общую динамику (увеличение или уменьшение объёмов продаж со временем).

3. Определить функцию, описывающую сезонные колебания $S(t)$, для чего выделить сезонные колебания

$$S(t) = x(t) - f_{TP}(t).$$

Определить функцию, описывающую сезонную компоненту.

Составить функцию $S(t)$.

$$S(t) = A_3 \sin(\omega t \Delta + \psi) = A_4 \sin(\omega t \Delta) + A_5 \cos(\omega t \Delta)$$

где A_3 – амплитуда гармоники, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – её частота, T – период,

ψ – начальная фаза, $A_4 = A_3 \cos \psi$, $A_5 = A_3 \sin \psi$.

4. Вычислить прогнозные значения $x(t+k)$, $k=1, 2, \dots T$.

Составить результирующую функцию аппроксимации

$$\hat{x}(t) = f_{TP}(t) + S(t).$$

Вычислить прогнозные значения на T тактов.

5. Определить характеристики точности построенной модели и точности прогнозирования

$$MAPE = \frac{1}{n} \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \cdot 100\%,$$

где y – фактический объём рынка, \hat{y} – прогнозные значения объёма рынка.

1.1.5 Построение модели экономико-математического моделирования

Системы независимых уравнений могут быть решены независимо друг от друга

$$Q_t^D = a_0 + a_1 P_t,$$

$$Q_t^S = b_0 + b_1 P_t,$$

где Q_t^D – прогнозный объём спроса в текущем периоде, Q_t^S – прогнозный объём предложения в текущем периоде, P_t – прогнозная цена продукции в текущем периоде.

Системы рекурсивных уравнений могут быть решены по очереди

$$Q_t = a_0 + a_1 P_{t-1}.$$

$$P_t = b_0 + b_1 Q_t + b_2 I_t,$$

$$P_{t-1} \rightarrow Q_t \rightarrow P_t \rightarrow Q_{t+1},$$

где Q_t^D – прогнозный объём спроса в текущем периоде, Q_t^S – прогнозный объём предложения в текущем периоде, P_t – прогнозная цена продукции в текущем периоде, P_{t-1} – прогнозная цена продукции в предыдущем периоде.

Системы взаимозависимых (одновременных) уравнений содержат результирующие переменные как в левой, так и в правой частях регрессии и не могут быть решены независимо друг от друга

$$Q_t = a_0 + a_1 P_t,$$

$$P_t = b_0 + b_1 Q_t + b_2 I_t,$$

где Q_t – прогнозный объём спроса в текущем периоде, P_t – прогнозная цена продукции в текущем периоде, I_t – средний доход потребителей.

Модель определения равновесного объёма продаж и цены на рынке товаров

$$\begin{cases} Y^d = a_0 + a_1 p \\ Y^s = b_0 + b_1 p \\ Y^d = Y^s \\ a_1 < 0; (a_0, b_0, b_1) > 0, \end{cases}$$

где Y^S – прогнозный объём предложения, Y^d – прогнозный объём спроса, P_t – прогнозная цена продукции в текущем периоде, I_t – средний доход потребителей, a_0, a_1, b_0, b_1 – коэффициенты регрессий.

1.1.6 Паутинообразная модель моделирования динамики рыночных цен (дискретный подход):

– запаздывание предложения

$$S(P_{t-1})=D(P_t),$$

$$D = a(d)+b(d)*P_t,$$

$$S = a(s)+b(s)*P_{t-1},$$

$$P=(b(s)/b(d))*P_{t-1}+(a(s)-a(d))/b(d).$$

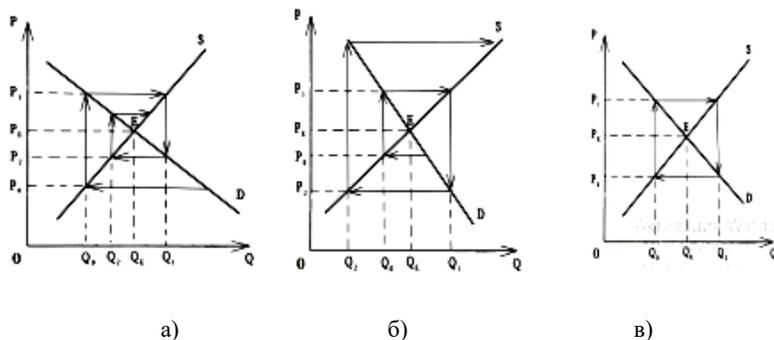


Рис. 3. Траектория движения при разных углах наклона кривых спроса и предложения: а) $b(d) > b(s)$, б) $b(d) < b(s)$, в) $b(d) = b(s)$.

Возможность прийти к равновесию зависит от угла наклона кривых (коэффициенты при переменной)

– запаздывание спроса

$$D(P_{t-1})=S(P_t),$$

$$S'(P) > 0, D'(P) < 0.$$

1.1.7 Корреляционно-регрессионный анализ

Он основан на анализе факторов. Посредством анализа определяется сила влияния переменных на результат.

Прогнозирование рынка с помощью корреляционно-регрессионного анализа проходит в несколько этапов:

- 1) определение факторных переменных и предварительная обработка статистических данных;
- 2) определение корреляции между признаками и вида функции;
- 3) определение параметров многофакторной модели изучаемого явления и анализ качества построенной модели;
- 4) прогнозирование с использованием построенной модели.

Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчётах.

Основная цель множественной регрессии – построить модель с большим числом факторов, определив при этом влияние каждого из них в отдельности, а также совокупное воздействие их на моделируемый показатель.

Прежде всего, так же как и в парной регрессии, необходимо отобрать необходимые факторы. Они должны отвечать следующим требованиям:

- 1) быть количественно измеримыми (качественным факторам придают количественную определённость, например, проставляя баллы);
- 2) не должны быть коррелированными между собой и тем более находиться в точной функциональной связи.

Отбор факторов обычно проводится в две стадии: на первой отбираются факторы исходя из сути проблемы; на второй – на основе матрицы показателей корреляции и определения t -статистики для параметров регрессии.

Общий вид многофакторной модели регрессии

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где y – результирующий фактор функции; x_1, x_2, \dots, x_n – переменные факторы функции.

1.1.8 Модель прогнозирования продаж в зависимости от маркетинговых затрат

$$Y(M) = Y_m \left[1 + \frac{Y_m - Y_0}{Y_0} e^{-\frac{M}{v}} \right]^{-1},$$

где $Y(M)$ – уровень спроса в зависимости от маркетинговых затрат, шт.;

Y_m – максимально достижимый уровень спроса, шт.;

Y_0 – начальный уровень спроса, шт.;

M – затраты на маркетинг, ден. ед.;

v – коэффициент, отражающий степень восприимчивости рынка, ден. ед.

Параметр v , выражающий размер «недополученной» маржинальной прибыли от соответствующих «экономически недоступных» объемов продаж:

$$v = (Y_m - Y_{\text{опт}})(p - c),$$

где $Y_{\text{опт}}$ – эффективный уровень спроса, шт.;

$$Y_{\text{опт}} = 100\% - V_n;$$

V_n – доля потребителей, плохо восприимчивых к запланированным методам стимулирования продаж.

$$Y_{\text{опт}} = 100\% - V_n,$$

где V_n – доля потребителей, плохо восприимчивых к запланированным методам стимулирования продаж.

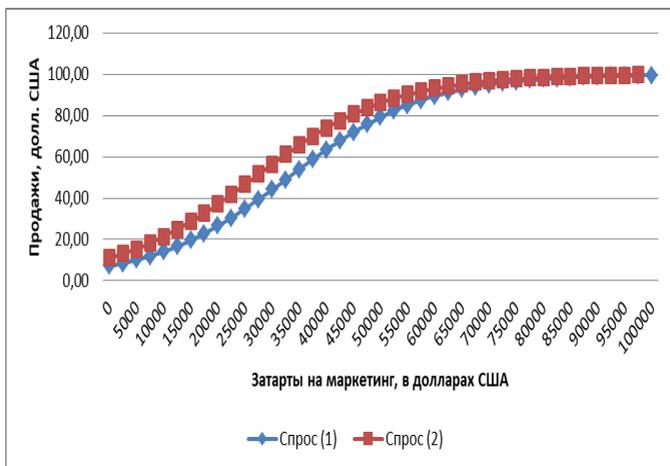


Рис. 4. S-образная кривая зависимости объема продаж от затрат на маркетинговые исследования

1.1.9 Статистические методы

Объем национального рынка по любому товару за период рассчитываются на основе данных внутренней и внешней статистики в физических единицах или по стоимости по следующей формуле:

$$Q = T + Z + И + Ик - Э - Эк,$$

где Т – национальное производство данного товара; Z – остаток товарных запасов на складах предприятий-изготовителей в данной стране; И – импорт; Ик – косвенный импорт; Э – экспорт; Эк – косвенный экспорт.

Косвенный импорт (экспорт) представляет собой поставки товара, используемого в других более сложных изделиях в виде комплектующих узлов, деталей, материалов. Например, при оценке объема рынка электродвигателей нужно учитывать электродвигатели, установленные в станках, машинах и оборудовании, ввозимых или вывозимых из страны.

Мультипликативно-аддитивная модель основана на нормативных и экспертных показателях считается универсальной и используется как для потребительского рынка средств производства, так для потребительского рынка предметов потребления и услуг. Емкость рынка определяется в разрезе отдельных локальных рынков конкретных товаров и услуг (часто-региональных).

Потенциал рынка – это прогнозная совокупность производственных и потребительских сил, обуславливающих спрос и предложение.

Потенциал товарного предложения (производственный потенциал) рассчитывается следующим образом:

$$Q = \sum_{i=1}^n (N_i \cdot M_i \cdot D_i \cdot R_i \cdot E) - \Pi - K,$$

где Q – производственный потенциал рынка, т.е. объем товаров, который может быть произведен и предложен рынку в течение определенного периода;

N_i – количество предприятий, занимающихся производством данного товара (продукта или услуги); M_i – мощность предприятия (или средняя мощность по группе); D_i – степень загрузки производственных площадей; R_i – степень обеспечения ресурсами, необходимыми для реализации производственной программы; E – эластичность предложения продукции от цены; Π – нормативное производственное потребление внутри предприятий; K – предположительный объём производства конкурентов; n - число i -х производственных предприятий.

1.1.10 Прогнозирование рыночной доли продукции

Доля рынка D_p представляет собой долю продаж фирмы на рынке и рассчитывается по следующей формуле:

$$D_p = \frac{Q_i}{Q} \cdot 100\%,$$

где Q_i – объем реализации товаров фирмы, Q – объём рынка.

Насыщенность рынка H_p (%) – показатель, который определяется отношением числа потребителей, уже купивших товар Π_m , к общему числу потребителей Π :

$$H_p = \frac{\Pi_m}{\Pi} \cdot 100\%.$$

Чем меньше значение имеет этот показатель, тем перспективнее рынок для сбыта товаров.

Для целей прогнозирования доли рынка применяются методы, в основе которых лежит использование двух основных подходов: эвристического и экономико-математического.

Метод средней оценки по индивидуальным экспертным мнениям. Заключается в выведении взвешенного среднего арифметического из всех оценок, полученных в результате однократного опроса экспертов.

$$f = o \cdot w_o + p \cdot w_p + v \cdot w_v,$$

где w_o (w_p и w_v) – вероятность наступления ситуации, при которой доля рынка будет соответствовать оценке оптимистического (o), пессимистического (p) и наиболее вероятного (v) результатов, которые объединяются в итоговую оценку (f).

Обобщенная оценка по мнениям всех экспертов выводится как простая или взвешенная средняя величина из итоговых оценок отдельных экспертов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Дайте определение потенциала рынка.
2. Дайте определение доли рынка.

3. Дайте определение насыщенности рынка.
4. Перечислите основные модели определения объёма рынка.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 1.1

Задача 1.1.1 Определить потенциал фирмы. $N_i = 20$, $W_i = 150$, $\varepsilon_x = 0,4$, $F_j = 5$, $n = 1$.

Задача 1.1.2. Определить долю рынка фирмы В.

Таблица 2. Объёмы продаж фирм

Фирма А	10 000
Фирма В	5 000
Фирма С	25 000

Задача 1.1.3

Определить потенциал рынка: на рынке присутствуют 2 предприятия, мощность каждого предприятия 150, степень загрузки производственных площадей 80%, степень обеспечения ресурсами, необходимыми для реализации производственной программы равна 1. Эластичность предложения от цен на сырьё и готовую продукцию равна 10%, внутреннее производственное потребление 20%.

Задача 1.1.4

Спрос со стороны потребителей описывается уравнением $Q_t^d = 200 - 5P_t$; а предложение фирмы на рынке описывается уравнением $Q_t^s = 50 + P_t$. Определить, будет ли найдена равновесная цена при условии запаздывания предложения в паутинообразной модели. Определить направление движения спирали.

Задача 1.1.5

Спрос со стороны потребителей описывается уравнением $Q_t^d = 200 - 5P_t$; а предложение фирмы на рынке описывается уравнением $Q_t^s = 50 + P_t$. Найти равновесную цену.

Задача 1.1.6

Начальный уровень спроса, который действует на рынке без каких-либо маркетинговых затрат (Y_0), – 4 шт. Цена изделия составляет 10000 рублей, а удельные постоянные издержки по производству одного изделия – 3000 рублей. Примерно 15% потребителей предпочитают покупать зарубежные аналоги, причем они окажутся плохо восприимчивыми к запланированным методам стимулирования продаж.

Рассчитать вероятный объем продаж продукции, используя S-образную кривую, при затратах на маркетинговые исследования 100.000 рублей.

Задача 1.1.7

Определить объем рынка, построив прогнозную модель множественной регрессии при x_1 105 и x_2 62.

Таблица 3. Исходные данные

Объем рынка	X1	X2
1023,14	120,00	56,40
1001,30	112,30	58,20
929,21	107,25	52,00
951,70	107,25	54,80
1108,34	127,25	63,60
970,48	112,20	54,00
961,48	113,85	51,60
1037,85	122,10	57,60
1059,73	122,10	60,00
1120,75	132,10	61,20
1138,68	127,05	68,40
1089,23	127,05	60,80
1119,30	128,70	63,60

Окончание табл.3

1136,76	132,00	63,60
1146,66	133,65	64,80
1113,46	128,60	62,80
1174,18	140,25	63,20
1111,49	130,25	62,40
1111,07	130,25	62,20
1143,21	131,90	64,80
1153,95	136,90	62,80

[Вернуться в начало пособия.](#)

1.2 МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЁМКОСТИ РЫНКА

1.2.1 Регрессионная модель спроса

Регрессионные модели спроса могут быть:

– парными $y=f(x)$

$$Q_t^D = a_0 + a_1 P_t .$$

где Q_t^D – прогнозный объём спроса в текущем периоде, P_t – прогнозная цена продукции в текущем периоде;

– множественными:

$y=f(x_1, x_2 \dots x_n)$

$$Q_t^D = a_0 + a_1 P_t + a_2 I_t$$

где Q_t^D – прогнозный объём спроса в текущем периоде, P_t – прогнозная цена продукции в текущем периоде; I_t – уровень дохода потребителей.

1.2.2 Многофакторные модели прогнозирования емкости рынка

1. Емкость рынка может быть выражена моделью, построенной по следующей схеме:

$$E = \sum_{i=1}^n (S_i \cdot k \cdot \Delta x) + P - (H - Иф - Им) - A - C,$$

где E – емкость рынка (количество или стоимость продуктов и услуг, которые могут быть куплены в определенном периоде); S_i – численность i -й группы потребителей; k -уровень (коэффициент) потребления в базисном периоде, или норматив потребления i -й группы потребителей (нормативы: технологические – для средств производства, физиологические – для продуктов питания, рациональные – для непродовольственных продуктов и услуг); Δx – коэффициенты эластичности спроса от цен и доходов; P – объем нормального страхового резерва товаров; H – насыщенность рынка – объем товаров, имеющихся в домашнем хозяйстве населения, или средств производства на предприятиях на данный момент времени или за его отрезок; $Иф$ – физический износ товаров; $Им$ – моральный износ товаров; A – альтернативные рынку формы удовлетворения потребностей (в частности, натуральные источники потребления, черный рынок и т.п.), а также потребление товаров-заменителей; C – доля конкурентов на рынке.

2. Модель зависимости ёмкости рынка от уровня текущих доходов потребителей и среднего уровня цен на все потребительские товары в рассматриваемом периоде:

$$E_t = A_0 + A_1 \cdot I_t + A_2 \cdot P_t,$$

где P_t – средний уровень цен на все потребительские товары в планируемом периоде времени, E_t – емкость рынка в планируемом

периоде, I_t – уровень дохода потребителей в планируемом периоде, A_0, A_1, A_2 - коэффициенты регрессии.

1.2.3 Расчет ёмкости рынка, основанный на расчете затрат потребителей.

$$E = N \cdot K \cdot F \cdot P,$$

где N – количество потенциальных потребителей в данном сегменте; K – процент покупателей, готовых к приобретению исследуемого товара; F – средняя частота/количество покупок в данном сегменте за исследуемый период; P – средняя цена товара.

1.2.4 Нормативный метод потребления.

Ёмкость рынка определяется на основе статистической информации о годовых нормы потребления на одного жителя и общей численность населения

$$E = H_a \cdot N,$$

где H_a – норма потребления определённого продукта, N – количество потребителей.

1.2.5 Цепной метод

Собирается информация об общей численности населения и среднем уровне доходов на душу населения. Полученный общий объем доходов далее сокращается: из него выделяют долю средств на группу товаров (напр., бытовая химия). Из нее выделяют расходы на вид товара (моющие средства). Затем следует выделение из них расходов на подвид товаров (шампуни) и расходы на товар.

$$E = B \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4,$$

где E – емкость рынка, B – численность населения, K_i – цепной коэффициент модели.

1.2.6 Метод потребительской оценки с использованием цепи Маркова

Метод представляется наиболее целесообразной процедурой прогнозирования доли рынка в рамках эвристического подхода.

Алгоритм прогнозирования возможной доли присутствия продукции на рынке на планируемый период t посредством данного метода включает следующие этапы:

1) определение исходной доли рынка, занимаемой каждым видом продукции в предыдущий планируемому период времени;

2) формирование матрицы изменения предпочтений потребителей в отношении рассматриваемых товаров. В строках матрицы указывается, какая часть потребителей продукции, соответствующей рассматриваемой строке, переходит к потреблению других видов продукции, указанных в столбцах матрицы. В столбцах матрицы указывается, какая часть потребителей других видов продукции, указанных в строках матрицы, переходит на потребление продукции, соответствующей рассматриваемому столбцу;

3) определение прогнозной доли рынка за отчетный период в соответствии с выражением

$$F_{ij} = \sum_{i=1}^n F_{ij-1} \cdot z_{ij},$$

где i – порядковый номер строки матрицы; j – порядковый номер столбца матрицы; F_{jt} – доля рынка, принадлежащая продукции вида j в планируемый период времени t ; F_{it-1} – доля рынка, принадлежащая продукции вида i в предыдущий планируемому период времени; z_{ij} – соответствующий элемент матрицы коэффициентов изменения потребительских предпочтений.

Таким образом, данный метод позволяет осуществить переход к динамическому прогнозированию показателя доли рынка на определенное число периодов в перспективе. Однако высокая степень его адекватности фактическим данным соответствует ситуа-

циям, характеризующимся неизменностью потребительских вкусов, действий конкурентов, а также ценовой политики и других составляющих комплекса маркетинга. В остальных случаях степень совпадения фактических и планируемых с помощью данного метода объемов продаж достаточно низка.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что означает норма потребления?
2. Для каких рынков может применяться нормативная модель прогнозирования рынка?
3. Для каких рынков может применяться цепная модель прогнозирования рынка?
4. В какой модели применяется цепной коэффициент?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 1.2

Задача 1.2.1

Определить емкость рынка при следующих условиях: численность группы потребителей составляет 2000 человек, уровень потребления в базисном периоде равен 2, коэффициенты эластичности спроса от цен и доходов 0,2. Величина страхового резерва товаров равен 150 единиц, насыщенность рынка 300 единиц, физический износ товаров составляет 50 единиц, моральный износ товаров равен 20 единиц.

Задача 1.2.2

Определить ёмкость рынка яблок при следующих условиях: потребление фруктов 20 кг/г на человека, количество населения 1000 чел., структура потребления фруктов приведена в табл. 1, цена яблок – 5 руб./кг.

Таблица 4. Структура потребления фруктов

Яблоки	10
Груши	5
Прочее	25

Задача 1.2.3

Определить ёмкость рынка бюджетных холодильников по формуле цепных отношений. Численность жителей городов в стране составляет 2 млрд, K_1 (доля городского населения) – 0,68, K_2 (доля потребителей отечественной продукции) – 0,75, K_3 (доля потребителей бюджетной продукции)– 0,85, K_4 – норма потребления на человека 0,33.

Задача 1.2.4

Определить ёмкость рынка по модели Маркова.

60% продаж на рынке принадлежит продукции А, 25% – продукции В, 15% – продукции С. В следующем периоде прогнозируется изменение предпочтений потребителей: 8% потребителей группы А перейдут в группу В, 20% потребителей группы В перейдут к потреблению товаров группы С и 6% потребителей группы С перейдут к потреблению товаров группы А.

Сформировать матрицу изменения предпочтений потребителей в отношении рассматриваемых товаров.

Задача 1.2.5

Сделать прогноз ёмкости рынка бытовой техники, если спрос описывается кривой $y = 100000 - 5P$ и прогнозная цена в следующем периоде равна 50.000 рублей.

Задача 1.2.6

Определить ёмкость рынка зубной пасты (в натуральных и денежных показателях) для города с населением 50.000 человек, если норма потребления 1 грамм на 1 чистку, в среднем каждый человек чистит зубы 2 раза в день, в тюбике 20 гр пасты и 1 тюбик пасты стоит 40 рублей.

1.3 МОДЕЛИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТЕНДЕНЦИЙ РАЗВИТИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РЫНОЧНОЙ КОНЪЮНКТУРЫ

Анализ рыночной конъюнктуры начинается с характеристики масштаба и типа рынка. Масштаб рынка определяется объемом продажи товаров, а также числом и размером фирм, выступающих на нем в качестве продавцов, как производителей, выводящих свой товар на рынок, так и торговых посредников. Объем продаж определяется размером сбыта произведенной продукции, оптово-посредническим товарооборотом, оптово-потребительским товарооборотом, розничным товарооборотом.

1.3.1 Основные показатели динамики

Динамические ряды показателей характеризуют основные параметры рынка, а затем исчисляются темпы роста или прироста (базисные и цепные).

Темп роста определяет отношение уровней ряда динамики, которое выражается в коэффициентах и процентах.

Темп прироста – отношение прироста исследуемого показателя к соответствующему уровню временного ряда, принятому за базу сравнения.

Абсолютный цепной прирост

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}.$$

Абсолютный базисный прирост

$$\Delta Y_t = Y_t - Y_0.$$

Средний абсолютный прирост

$$\overline{\Delta Y} = \frac{Y_n - Y_1}{n - 1}.$$

Цепной темп роста

$$T_p = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \cdot 100\% .$$

Базисный темп роста

$$T_p = \frac{Y_t}{Y_0} \cdot 100\% .$$

Средний темп роста

$$\overline{T_p} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} \cdot 100\% .$$

Цепной темп прироста

$$T_{пр} = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}} \cdot 100\% .$$

Базисный темп прироста

$$T_{пр} = \frac{Y_t - Y_0}{Y_0} \cdot 100\% .$$

Средний темп прироста

$$\overline{T_{пр}} = \overline{T_p} - 100 .$$

Эти показатели позволяют оценить вектор, характер и скорость развития.

Динамический вектор колебаний отражает изменения по одному объекту во времени. Пространственный вектор – изменения по разным объектам в один и тот же момент времени.

В первом случае наблюдаются рассмотренные ранее отклонения от основной тенденции развития, во втором – от среднего уровня состояния рынка. Чем больше размах колебаний, т.е. чем неустойчивее рынок и его развитие, тем ненадежнее его оценки и прогнозы, тем выше риск маркетинговых мероприятий.

1.3.2 Модели прогнозирования инфляции

Модели прямой авторегрессии

$$\pi_{t+n} = a + \sum_{i=1}^p b_i \cdot \pi_{t-i} + \varepsilon_{t+n},$$

где π_t – величина инфляции в период t ; a, b – коэффициенты при переменных; n – горизонт планирования; ε_{t+h} – случайная ошибка.

Модели рекурсивной авторегрессии

$$\pi_t = a + \sum_{i=1}^p b_i \cdot \pi_{t-i} + \varepsilon_{t+n},$$

где π_t – величина инфляции в период t ; a, b – коэффициенты при переменных; ε_t – случайная ошибка.

Модель на основе кривой Филлипса

Экономические агенты обладают инфляционными ожиданиями, которые оказывают решающее воздействие на процесс принятия решений. В этой модели темпы инфляции задаются тремя переменными: уровнем безработицы, шоками издержек и прошлыми значениями инфляции.

$$\pi_t = a + b\pi_{t-L} + cu_{t-L} + dz_{t-L} + \varepsilon_t,$$

где π_t – величина инфляции в период t ; a, b, c, d – коэффициенты при переменных; u_t – уровень безработицы; z_t – переменная, характеризующая шок предложения; L – величина лага; ε_t – случайная ошибка.

Краткосрочное прогнозирование инфляции

$$P = 93,673 + 0,025 x_{1,t-1} + 0,044 x_{2,t-1} - 0,015 x_{3,t-3} + 0,013 x_{4,t-1},$$

где P – месячный индекс ИПЦ; x_1 – месячный индекс ключевой ставки; x_2 – месячный индекс валютного курса руб. /долл.; x_3 –

месячный индекс цен на нефть; x_4 – месячный индекс цен на картофель; t – индекс текущего месяца.

1.3.3 Прогнозирование типа рынка

Индекс Херфиндаля-Хиршмана (ННИ). позволяет оценить степень однородность положения участников рынка по формуле:

$$ННИ = \sum_{i=1}^N S_i^2,$$

где N – общее число участников рынка.

По значениям индексов концентрации (CR) и индексов Херфиндаля-Хиршмана выделяются три типа рынка:

- I тип – высококонцентрированные рынки: при $70 \% < CR < 100 \%$; $1800 < ННИ < 10000$;
- II тип – умеренноконцентрированные рынки: при $45 \% < CR < 70 \%$; $1000 < ННИ < 1800$;
- III тип – низкоконцентрированные рынки: при $CR < 45 \%$; $ННИ < 1000$.

Пример. На потребительском рынке города конкурируют пять крупных производителей обуви. Рыночные доли данных производителей равны соответственно – 34 %; 21 %; 18 %; 15 %; 12 %. Определим состояние конкуренции на рынке с помощью индекса Херфиндаля-Хиршмана:

$$ННИ = (0,34)^2 + (0,21)^2 + (0,18)^2 + (0,15)^2 + (0,12)^2 = 0,229.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Что такое масштаб рынка?
2. Что означает темп роста?
3. Что означает темп прироста?

4. Что означает цепной индекс?
5. Что означает базисный индекс?

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 1.3

Задача 1.3.1

Текущий уровень ВВП равен 15 млрд, уровень ВВП предыдущего периода равен 12 млрд, базовый уровень ВВП равен 10 млрд. Определить темп роста ВВП.

Задача 1.3.3

На потребительском рынке города конкурируют пять крупных производителей мебели. Рыночные доли данных производителей равны соответственно – 25%; 18%; 16%; 16%; 8%. Определить состояние конкуренции на рынке с помощью индекса Херфиндаля-Хиршмана:

Задача 1.3.4

Определить прогнозный уровень инфляции по модели авторегрессии. Коэффициенты регрессии $a = 0,1$, $b = 1,2$, уровень инфляции прошлого периода равен 15%.

Задача 1.3.5

Таблица 5. Статистические данные уровня инфляции по годам

год	уровень инфляции	год	уровень инфляции	год	уровень инфляции
1991г.	160,4	2002г.	15,06	2013г.	6,45
1992г.	2508,8	2003г.	11,99	2014г.	11,36
1993г.	840	2004г.	11,74	2015г.	12,91
1994г.	214,8	2005г.	10,91	2016г.	5,4
1995г.	131,6	2006г.	9	2017г.	2,5
1996г.	21,8	2007г.	11,87	2018г.	4,3
1997г.	11	2008г.	13,28	2019г.	3
1998г.	84,5	2009г.	8,8	2020г.	4,9
1999г.	36,6	2010г.	8,78	2021г.	8,39
2000г.	20,1	2011г.	6,1	2022г.	11,94
2001г.	18,8	2012 г.	6,58		

По статистическим данным построить модель авторегрессии.

[Вернуться в начало пособия.](#)

2 МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПРЕДПРИЯТИЕМ

2.1 ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ

2.1.1 Математическая модель оптимизационной задачи

Оптимизационные модели – это математические модели, позволяющие найти максимум или минимум заданного показателя. Оптимизационные модели используются для решения задач управленческой, производственной деятельности.

Примеры целевых функций

а) целевая функция модели максимизации дохода торговой компании

$$D = \sum (y_i \cdot k_i) - \sum (x_i) - \sum \left(\frac{y_i \cdot k_i}{z_i \cdot k_i} \cdot P_i \right) - 0,06 \cdot \sum (y_i \cdot k_i) - 184000 \rightarrow \max;$$

б) целевая функция модели максимизации дохода торгового представителя

$$ЗП = \sum \left(\frac{y_i \cdot k_i}{z_i \cdot k_i} \cdot P_i \right) \rightarrow \max,$$

где y_i – закупочная стоимость реализованного товара, x_i – стоимость закупленного товара, z_i – нормативная сумма реализации товара, k_i – торговая наценка по видам товара, P_i – процент торгового представителя.

Одним из видов оптимизационных моделей является транспортная задача.

2.1.2 Построение моделей транспортной задачи

Задача о размещении (транспортная задача) – часто это логистическая задача о перемещении грузов между несколькими пунк-

тами построенная на минимизации стоимостных или временных затрат на перевозку. Величина транспортных расходов задается с помощью тарифов на перевозку единицы продукции

Исходные параметры модели ТЗ

1) n – количество пунктов отправления, m – количество пунктов назначения.

2) a_i – запас продукции в пункте отправления A_i ($i=1, n$) (ед.).

3) b_j – спрос на продукцию в пункте назначения B_j ($j=1, m$) (ед.).

4) c_{ij} – тариф (стоимость) перевозки единицы продукции из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j (руб.).

Искомые параметры модели ТЗ

1) x_{ij} – количество продукции, перевозимой из пункта отправления A_i в пункт назначения B_j (ед.).

2) $L(x)$ – транспортные расходы на перевозку всей продукции (руб.).

Этапы построения модели

I. Определение переменных.

II. Проверка сбалансированности задачи.

III. Построение сбалансированной транспортной матрицы.

IV. Задание ЦФ.

V. Задание ограничений.

Транспортная модель

$$L(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m x_{ij} = a_i, i = 1, n, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = b_j, j = 1, m, \\ \forall x_{ij} \geq 0, (i = 1, n, j = 1, m). \end{cases}$$

ЦФ представляет собой общие транспортные расходы на осуществление всех перевозок в целом. Первая группа ограничений указывает, что запас продукции в любом пункте отправления должен быть равен суммарному объему перевозок продукции из этого пункта. Вторая группа ограничений указывает, что суммарные перевозки продукции в некоторый пункт потребления должны полностью удовлетворить спрос на продукцию в этом пункте. Наглядной формой представления модели ТЗ является транспортная матрица (табл. 6).

Суммарный запас продукции во всех пунктах отправления должен равняться суммарной потребности во всех пунктах потребления. ТЗ является **сбалансированной** (закрытой), если выполняется равенство

$$\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^m b_j,$$

иначе – **несбалансированной** (открытой). В этом случае необходимо ввести дополнительный **фиктивный** пункт потребления с нулевой стоимостью, который будет формально потреблять существующий излишек запасов, т.е.

$$b_\phi = \sum_{i=1}^n a_i - \sum_{j=1}^m b_j.$$

Также величину фиктивного тарифа можно интерпретировать как **штраф**, которым облагается каждая единица недопоставленной продукции. В этом случае величина c^ϕ может быть любым положительным числом.

Задача о назначениях – частный случай ТЗ. Примером типичной задачи о назначениях является распределение работников по различным видам работ, минимизирующее суммарное время выполнения работ либо максимизирующей суммарную полезность.

Переменные задачи о назначениях определяются следующим образом

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-й рабочий работает на } j\text{-м рабочем месте,} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Задания для самопроверки 2.1

Задача 2.1.1

На конференцию прибывают научные сотрудники, организационный комитет должен разместить их в 4 гостиницах: “А”, “В”, “С” и “К”, в которых забронировано соответственно 8, 4, 12 и 16 мест. Двадцать пять научных сотрудников прибывают на железнодорожный вокзал, пять прибывают в аэропорт, а десять человек прибдут на автовокзал. Транспортные расходы при перевозке из пунктов прибытия в отели приведены в таблице 6.

Таблица 6. Матрица затрат на перевозку

Пункт прибытия, i	Гостиницы, j			
	А	В	С	К
Железнодорожный вокзал	10	0	20	11
Аэропорт	12	7	9	20
Автовокзал	0	14	16	18

Требуется составить математическую модель задачи для определения плана перемещения прибывших из пункта прибытия в гостиницы при условии минимизации затрат.

Задача 2.1.2

В процессе реструктуризации на фирме происходит перераспределение обязанностей (O1, O2, O3, O4, O5, O6, O7) между сотрудниками (C1, C2, C3, C4, C5). Результаты тестирования каждо-

го сотрудника по 10-ти балльной шкале, даны в виде матрицы – С. Распределить обязанности между сотрудниками таким образом, чтобы суммарная эффективность оказалась максимальной. При этом должно соблюдаться условие: для выполнения обязанностей О2 и О6 требуется по 2 сотрудника, для выполнения прочих обязанностей требуется по 1 сотруднику.

Таблица 7. Матрица оценок сотрудников С

	С1	С2	С3	С4	С5
О1	7	5	7	6	7
О2	6	4	8	4	9
О3	8	6	4	3	8
О4	7	7	8	5	7
О5	5	9	7	9	5
О6	6	8	6	4	7
О7	7	7	8	6	4

2.2 УПРАВЛЕНИЕ ЗАПАСАМИ. ОСНОВНЫЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

2.2.1 Модель Уилсона

Математические модели управления запасами (УЗ) позволяют найти оптимальный уровень запасов некоторого товара, минимизирующий суммарные затраты на покупку, оформление и доставку заказа, хранение товара, а также убытки от его дефицита. Модель Уилсона является простейшей моделью УЗ и описывает ситуацию закупки продукции у внешнего поставщика, которая характеризуется следующими *допущениями*:

- интенсивность потребления является априорно известной и постоянной величиной;
- заказ доставляется со склада, на котором хранится ранее произведенный товар;

- время поставки заказа является известной и постоянной величиной;
- каждый заказ поставляется в виде одной партии;
- затраты на осуществление заказа не зависят от размера заказа;
- затраты на хранение запаса пропорциональны его размеру;
- отсутствие запаса (дефицит) является недопустимым.

Входные параметры модели Уилсона

- 1) v – интенсивность (скорость) потребления запаса, ед.тов./ед.т;
- 2) s – затраты на хранение запаса, руб./ ед.тов. · ед.т;
- 3) K – затраты на осуществление заказа, включающие оформление и доставку заказа, руб.;
- 4) t_0 – время доставки заказа, ед.т.

Выходные параметры модели Уилсона

- 1) Q – размер заказа, ед.тов.;
- 2) L – общие затраты на управление запасами в единицу времени, руб./ед.т;
- 3) τ – период поставки, т.е. время между подачами заказа или между поставками, ед.т;
- 4) h_0 – **точка заказа**, т.е. размер запаса на складе, при котором надо подавать заказ на доставку очередной партии, ед.тов.

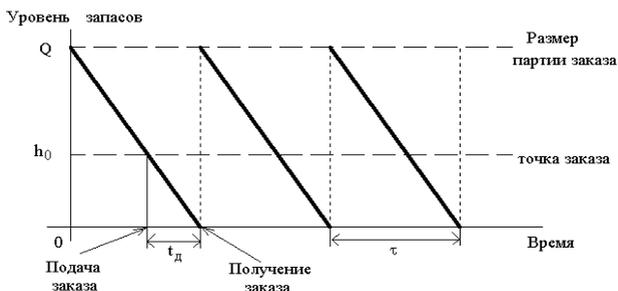


Рис. 5. График циклов изменения запасов в модели Уилсона

Циклы изменения уровня запаса в модели Уилсона графически представлены на рис.2. Максимальное количество продукции, которая находится в запасе, совпадает с размером заказа Q .

Формулы модели Уилсона

$$Q_w = \sqrt{\frac{2Kv}{s}},$$

где Q_w – оптимальный размер заказа;

$$L = K \cdot \frac{v}{Q} + s \cdot \frac{Q}{2};$$

$$\tau = \frac{Q}{v};$$

$$h_0 = v \cdot t_0.$$

График затрат на УЗ в модели Уилсона представлен на рис. 6.

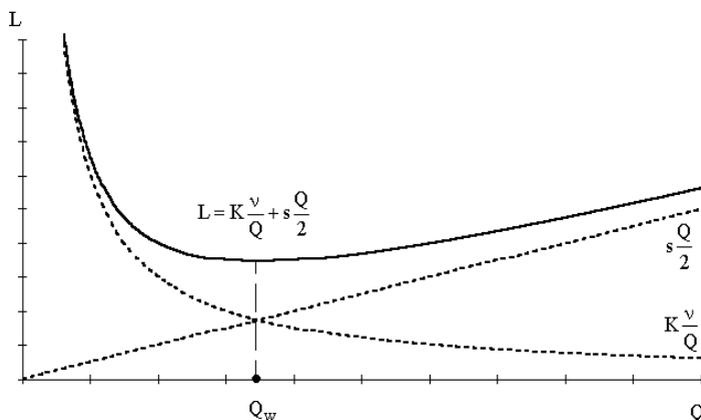


Рис. 6. График затрат на УЗ в модели Уилсона

На графике можно увидеть уровень минимальных затрат и визуально определить объём заказа, при котором этот минимум достигается.

2.2.2 Модель управления запасами, учитывающая скидки

Уравнение общих затрат для ситуации, когда учитываются затраты на покупку товара, имеет вид

$$L = K \cdot \frac{v}{Q} + s \cdot \frac{Q}{2} + c \cdot v;$$

где c – цена товара, руб. / ед.тов.; $c \cdot v$ – затраты на покупку товара в единицу времени, руб. / ед.т. Если цена закупки складированного товара постоянна и не зависит от Q , то ее включение в уравнение общих затрат приводит к перемещению графика этого уравнения параллельно оси Q и не изменяет его формы (рис. 7). Т.е. в случае постоянной цены товара ее учет не меняет оптимального решения Q_w .

Если на заказы большого объема предоставляются скидки, то заказы на более крупные партии повлекут за собой увеличение затрат на хранение, но это увеличение может быть компенсировано снижением закупочной цены. Таким образом, оптимальный размер заказа может изменяться по сравнению с ситуацией отсутствия скидок. Поэтому затраты на приобретение товара необходимо учитывать в модели покупок со скидками.

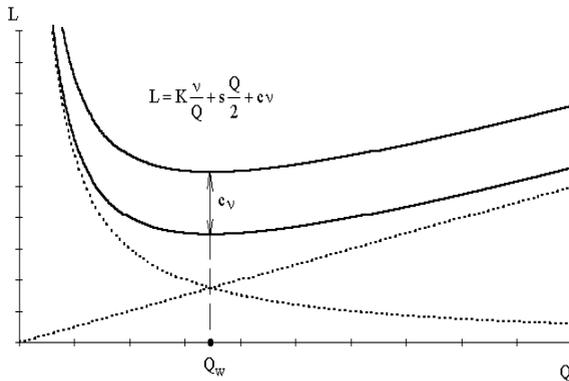


Рис. 7. График затрат на УЗ с учетом затрат на покупку

Новые входные параметры модели, учитывающей скидки

1) Q_{p1}, Q_{p2} – **точки разрыва цен**, т.е. размеры покупок, при которых начинают действовать соответственно первая и вторая скидки, ед.тов.;

2) c_1, c_2 – соответственно исходная цена, цена с первой скидкой, цена со второй скидкой, руб. / ед.тов.

Влияние единственной скидки на общие затраты на УЗ показано на рис. 7.

Чтобы определить оптимальный размер заказа Q^* , необходимо проанализировать, в какую из трех областей попадает точка разрыва цены Q_{p1} (рис. 7). Правило выбора Q^* для случая с одной скидкой имеет вид:

$$Q^* = \begin{cases} Q_w, & \text{если } 0 \leq Q_{p1} < Q_w & \text{(область I),} \\ Q_{p1}, & \text{если } Q_w \leq Q_{p1} < Q_1 & \text{(область II),} \\ Q_w, & \text{если } Q_{p1} \geq Q_1 & \text{(область III).} \end{cases}$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 2.2

Задача 2.2.1

Продажи продуктового киоска составляют 1000 брикетов киселя в год. Спрос характеризуется равномерным распределением. Цена брикета составляет 20 рублей. Доставка стоит 500 рублей. Стоимость хранения составляет 2 рубля за брикет в год. Определить оптимальную величину запаса.

Задача 2.2.2

Продажи продуктового киоска составляют 1000 брикетов киселя в год. Спрос характеризуется равномерным распределением. Цена брикета составляет 20 рублей. Доставка стоит 500 рублей. Время доставки составляет 4 дня. Стоимость хранения составляет

2 рубля за брикет в год. Определить оптимальную величину запаса, частоту заказов и точку заказа. Магазин работает 250 дней в году.

Задача 2.2.3

Предприятие производит 1000 брикетов киселя в месяц. Брикеты используются для производства готового киселя. Спрос на брикеты составляет 400 штук в месяц. Стоимость хранения составляет 2 рубля за брикет в год. Стоимость производства брикета составляет 10 рублей. Стоимость подготовки производства составляет 2000 рублей. Определить оптимальную величину партии и частоту запуска производства.

Задача 2.2.4

Продажи продуктового киоска составляют 1000 брикетов киселя в год. Спрос характеризуется равномерным распределением. Цена брикета составляет 20 рублей. Доставка стоит 500 рублей. Стоимость хранения составляет 2 рубля за брикет в год. Скидка в 5% предоставляется с объёма закупки в 100 брикетов. Определить оптимальную величину запаса и общие затраты на управление запасом.

Задача 2.2.5

Продажи продуктового киоска составляют 1000 брикетов киселя в год. Спрос характеризуется равномерным распределением. Цена брикета составляет 20 рублей. Доставка стоит 500 рублей. Стоимость хранения составляет 2 рубля за брикет в год. Продавец предоставляет две скидки: 5 % предоставляется при покупке 100 брикетов, 7% при покупке 200 брикетов. Определить оптимальную величину запаса и общие затраты на управление запасом.

Задача 2.2.6

Продажи киоска составляют 5000 коробок конфет в месяц. Спрос характеризуется равномерным распределением. Цена коробки составляет 200 рублей. Доставка стоит 1000 рублей. Стоимость хранения составляет 20 рублей за коробку в год. Продавец предоставляет две скидки: 2 % предоставляется при покупке 200 коробок, 4% при покупке 400 коробок. Определить оптимальную величину запаса и общие затраты на управление запасом.

[Вернуться в начало пособия.](#)

2.3 МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ДЕНЕЖНЫМИ АКТИВАМИ

2.3.1. Модель Баумола

Модель была разработана в 1952 году Уильямом Баумолом на базе модели определения оптимального объема запаса Вилсона.

Модель Баумола приемлема для предприятий, денежные расходы которых стабильны и прогнозируемы.

Основные предположения модели Баумола:

1. Устойчивая потребность предприятия в денежных средствах;
2. Все денежные поступления предприятие немедленно инвестирует в высоколиквидные ценные бумаги;
3. Стоимость перевода инвестиций в денежные средства не зависит от конвертируемой суммы (фиксирована на одну операцию);
4. Предприятие начинает работу, имея максимальные целесообразные остатки денежных средств.

При этом, как уже отмечалось, предполагается, что предприятие начинает работать, имея максимальный целесообразный уро-

вень денежных средств $Q+m$. Затем предприятие равномерно (в силу устойчивой потребности) расходует эти средства в течение некоторого периода времени (рис. 8).

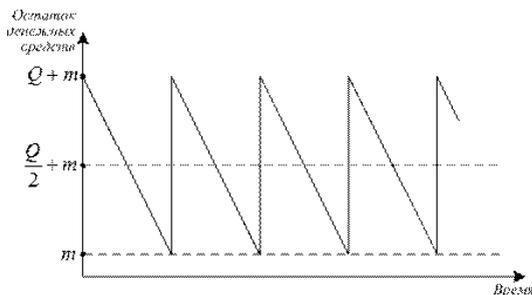


Рис. 8. Модель Баумола

$$Q = \sqrt{\frac{2 * V * c}{r}},$$

где V – прогнозируемая потребность в денежных средствах в периоде (год, квартал, месяц); c – расходы по конвертации денежных средств в ценные бумаги; r – приемлемый и возможный для предприятия процентный доход по краткосрочным финансовым вложениям, например, в государственные ценные бумаги.

Таким образом, средний запас денежных средств составляет $Q/2$, а общее количество сделок по конвертации ценных бумаг в денежные средства (k) равно:

$$k = V : Q.$$

Общие расходы (ОР) по реализации такой политики управления денежными средствами составят:

$$OP = c * k + r * \frac{Q}{2}.$$

2.3.2. Модель Миллера-Орра

В 1966 г. Мертон Миллер и Дэниел Опп (M.H.Miller, D.Orr) разработали модель управления денежными средствами, в которой поступление и расходование денег от периода к периоду являются независимыми случайными событиями.

Отличительной четрой модели является наличие точки возврата, суммы денег, до которой предприятие корректирует величину денежных средств на расчётном счёте при достижении верхнего или нижнего предела запаса денег. Корректировка величины суммы денег на счёте происходит за счёт приобретения (в случае избытка денег) либо продажи (в случае недостачи) ценных бумаг.

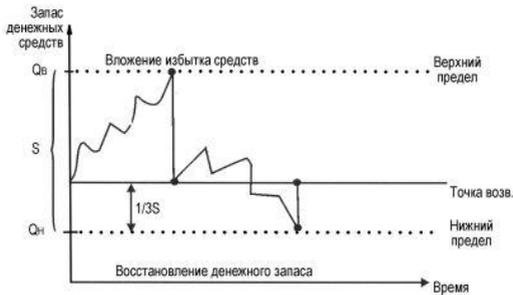


Рис. 9. Модель Миллера–Орра

При высокой изменчивости денежных потоков или большой стоимости конвертации, предприятию следует увеличить размах вариации (разницы между максимальным и минимальным запасом денежных средств) и наоборот.

Реализация модели осуществляется в несколько этапов:

1. Устанавливается минимальная величина денежных средств (Q_n), которую целесообразно постоянно иметь на расчетном счете (она определяется экспертным путем исходя из средней потребности предприятия в оплате счетов, возможных требований банка и др.).

2. По статическим данным определяется вариация ежедневного поступления средств на расчетный счет (V).

3. Определяются расходы (P_x) по хранению средств на расчетном счете (обычно их принимают в сумме ставки ежедневного дохода по краткосрочным ценным бумагам, циркулирующим на рынке) и расходы (PT) по взаимной трансформации денежных средств и ценных бумаг (эта величина предполагается постоянной; аналогом такого вида расходов, имеющим место в отечественной практике, являются, например, комиссионные, уплачиваемые в пунктах обмена валюты).

4. Рассчитывают размах вариации остатка денежных средств на расчетном счете (S):

$$S = 3\sqrt[3]{\frac{3 \cdot PT \cdot V}{4 \cdot P_x}}$$

5. Рассчитывают верхнюю границу денежных средств на расчетном счете (O_b), при превышении которой необходимо часть денежных средств конвертировать в краткосрочные ценные бумаги:

$$O_b = O_h + S$$

6. Определяют точку возврата (TB) – величину остатка денежных средств на расчетном счете, к которой необходимо вернуться в случае, если фактический остаток средств на расчетном счете выходит за границы интервала (OH , OB):

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 2.3

Задача 2.3.1

Определить сумму пополнения расчётного счёта и частоту проведения операций. Расходы денежных средств предприятия в течение года составляют 2 млрд. руб. Доходность государственных ценных бумаг равна 6%. Стоимость конвертации составляет 1000 рублей за операцию.

Задача 2.3.2

Определить сумму пополнения расчётного счёта и частоту проведения операций. Расходы денежных средств предприятия в течение года составляют 2 млрд. руб. Доходность ликвидных акций равна 16%. Стоимость конвертации составляет 1000 рублей за операцию.

Задача 2.3.3

Определить политику управления средствами на расчётном счете. Расходы предприятия отличаются волатильностью, среднее квадратическое отклонение в день – 2000 рублей, минимальный запас денежных средств составляет 500 тыс. рублей, доходность ликвидных ценных бумаг 12% в год, затраты на конвертацию ценных бумаг 1000 рублей.

Задача 2.3.4

Определить политику управления средствами на расчётном счете. Расходы предприятия отличаются волатильностью, среднее квадратическое отклонение в день – 5000 рублей, минимальный запас денежных средств составляет 20 тыс. рублей, доходность ликвидных ценных бумаг 4% в год, затраты на конвертацию ценных бумаг 500 рублей.

[Вернуться в начало пособия.](#)

2.4 ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЗАКАЗА

При моделировании деятельности активных систем основной сложностью является вопрос выбора механизмов управления элементами системы.

В активной системе каждый элемент обладает собственной целевой функцией. Элементы такой системы называются агентами. Управление в активной системе (распределение материальных и денежных ресурсов) осуществляется Центром, виртуальным или реальным. Для холдинга таким центром является головное предприятие.

При распределении ограниченных ресурсов (заказа) существует два варианта: равновесная и неравновесная ситуация.

Равновесная ситуация возникает тогда, когда суммарные заявки агентов равны величине ограниченного ресурса (заказа). В этом случае Центр производит распределение ресурса (заказа) в соответствии с заявками агентов.

Неравновесная ситуация возникает тогда, когда суммарные заявки агентов больше

2.4.1 Описание организационной системы

В качестве целевой функции центра примем максимизацию прибыли фирмы:

$$F(x_i) = \Pi(x_i) = Rp - \sum z_i \rightarrow \max \quad (i=1,2),$$

где $\Pi(x)$ – прибыль центра; Rp – доход центра; x_i – план i -ого агента.

$z_i = a_i x_i^2$ – затраты i -ого агента (издержки центра). ($i=1,2$)

Весь ресурс должен быть распределён между агентами:

$$\sum x_i = R, \quad x_i \geq 0.$$

Фонд заработной платы каждого подразделения составляет определенный процент от прибыли, зарабатываемой этим подразделением. Поэтому в качестве целевой функции агентов будем рассматривать максимизацию зарабатываемой прибыли:

$$f_i(y_i) = py_i - a_i y_i^2 \rightarrow \max \quad (i=1,2),$$

где $f_i(y_i)$ – прибыль i -ого агента, y_i – распределение заказа с точки зрения i -ого агента, $p \cdot y_i$ – доход i -ого агента, $a_i y_i^2$ – затраты (издержки) i -ого агента.

Ограничением является:

$$y_i \geq 0.$$

2.4.2 Принцип жесткой централизации (оптимизация интересов Центра)

Главная цель деятельности центра – это максимизация своей прибыли. Поэтому постановку задачи можно представить следующей системой уравнений:

$$F(x) = \Pi(x) = Rp - (a_1 x_1^2 + a_2 x_2^2) \rightarrow \max$$

На распределение ресурса центром наложены следующие ограничения:

$$\sum x_i = R, x_i \geq 0,$$

Прибыль центра будет определена подстановкой найденных значений x_1 и x_2 в целевую функцию Центра.

2.4.3 Оптимизация интересов агентов

Фонд заработной платы каждого подразделения составляет определенный процент от прибыли, зарабатываемой этим подразделением. Поэтому в качестве целевой функции агентов будем рассматривать максимизацию зарабатываемой прибыли:

$$f_i(y_i) = p y_i - a_i y_i^2 \rightarrow \max ,$$

$$y_i \geq 0.$$

Решение ЦФ находим через производную:

$$\frac{\partial f_i}{\partial y_i} = p - 2a_i y_i = 0.$$

Найдем прибыль каждого агента определяется путём подстановки оптимальной с точки зрения агента величины заказа в целевую функцию агента:

2.4.4 Механизм прямых приоритетов

Рассмотрим сущность этого механизма. Распределение ресурсов происходит пропорционально заявкам агентов. Если целевая функция агента является строго возрастающей от x_i , то все агенты будут сообщать максимальные заявки на ресурс. Если в системе заданы ограничения на величину максимальной заявки $s_i \leq D_i$, то все агенты в равновесной ситуации заявят величину $s_i = D_i$. Принцип этого механизма можно сформулировать следующим образом: *«больше просишь – больше получишь»*.

s_1^* – заявка первого агента;

s_2^* – заявка второго агента.

Распределение ресурса между двумя агентами будем находить по следующей формуле:

$$x_i(s_i) = \begin{cases} \frac{s_i}{\sum s_i} \cdot R, \text{ если } \sum s_i > R; \\ s_i, \text{ если } \sum s_i \leq R. \end{cases}$$

После чего определяются прибыли агентов и прибыль Центра путём подстановки найденных значений x_i в целевые функции агентов и Центра соответственно.

Разница между максимально возможной прибылью центра и прибылью центра при использовании механизма прямых приоритетов находится по формуле:

$$\Delta\Pi = \Pi_{\max} - \Pi_{\text{прям.приор.}}$$

Коэффициент эффективности использования механизма прямых приоритетов:

$$K_{\text{эф}} = \Pi_{\max} / \Pi_{\text{прям.приор.}}$$

2.4.5 Механизм обратных приоритетов

Механизм обратных приоритетов называют механизмом распределения ресурса пропорционально эффективности. При распределении ресурса приоритет агента тем выше, чем меньше количество он заказывает, т.е. приоритет обратно пропорционален заявке на ресурс. Центр руководствуется следующими рассуждениями: если агенты планируют получить одинаковую прибыль, но при этом агенты запрашивают различные количества ресурса, то агент, запрашивающий меньшее количество ресурса, будет использовать его эффективнее. Принцип этого механизма можно сформулировать следующим образом: *«больше просишь – меньше получишь»*.

$$\left\{ \begin{array}{l} x_i = \frac{\frac{A_i}{s_i}}{\sum \left(\frac{A_i}{s_i}\right)} R \\ x_i = s_i \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \text{если } \sum s_i > R; \\ \text{если } \sum s_i \leq R \end{array} \right.$$

После чего определяются прибыли агентов и прибыль Центра по механизму обратных приоритетов:

$$\Delta\Pi = \Pi_{\max} - \Pi_{\text{обр.приор.}}$$

Найдем коэффициент эффективности использования механизма обратных приоритетов:

$$K_{\text{эф}} = \Pi_{\max} / \Pi_{\text{обр.приор.}}$$

2.4.6 Механизм внутренних цен

Постановку задачи можно представить следующей системой уравнений:

$$F(x) = \Pi(x) = Rp - (\alpha_1 x_1^2 + \alpha_2 x_2^2) \rightarrow \max$$

$$\sum x_i = R, x_i \geq 0,$$

$$x_i^* = \arg \max(ay_i - a_1y_i^2)$$

где a – внутрифирменная цена;

$ay_1 - a_1y_1^2$ – целевая функция первого агента;

$ay_2 - a_1y_2^2$ – целевая функция второго агента.

Внутрифирменная цена a определяется из следующей формулы:

$$a = \frac{R}{\sum s_i} p \quad (i=1,2)$$

Найдем количество ресурса x_i с использованием механизма прямых приоритетов:

$$x_i = \frac{s_i}{\sum s_i} R$$

Найдем внутренние прибыли для агентов, общую прибыль для центра и фактические прибыли:

$$\Pi_1^{вн} = ax_1 - a_1x_1^2$$

$$\Pi_2^{вн} = ax_2 - a_1x_2^2$$

$$\Pi_{общая} = Rp - (a_1x_1^2 + a_2x_2^2)$$

$$\Pi_1^{факт} = (\Pi_1^{вн} / \sum (\Pi_1^{вн} + \Pi_2^{вн})) \Pi_{общая}$$

$$\Pi_2^{факт} = (\Pi_2^{вн} / \sum (\Pi_1^{вн} + \Pi_2^{вн})) \Pi_{общая}$$

Разницу между максимально возможной прибылью центра и прибылью центра при использовании механизма обратных приоритетов:

$$\Delta\Pi = \Pi_{max} - \Pi_{общая}$$

Коэффициент эффективности использования механизма обратных приоритетов:

$$K_{эф} = \Pi_{max} / \Pi_{общая}$$

Вопросы для самоконтроля

1. Дать определение активной системы.
2. Дать определение равновесной ситуации.
3. Дать определение неравновесной ситуации.
4. Объяснить смысл механизма жёсткой централизации.
5. Объяснить смысл механизма прямых приоритетов.
6. Объяснить смысл механизма обратных приоритетов.
7. Объяснить смысл механизма внутренних цен.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 2.4

Исследование систем управления распределением заказа

Задача 2.4.1

Корпорация производит сахар. Торговый дом корпорации заключило договор на производство сахара количеством $R = 500\,000$ т. Выполнение заказа можно поручить двум производственным предприятиям, входящим в холдинг. Цена 1 тонны продукции $p = 80$ руб. Функции затрат предприятий зависят от объема выполненного заказа: $c_1(x_1) = 12x_1^2$ и $c_2(x_2) = 20x_2^2$.

Составить математическую модель прибыли Торгового дома.

Определить: оптимальный план для центра; распределение заказа с позиции оптимизации интересов центра; прибыль центра при оптимальном с позиции центра распределении заказа.

Задача 2.4.2

По данным задачи 2.4.1 составить математическую модель прибыли первого производственного предприятия.

Определить: оптимальный план для первого производственного предприятия; распределение заказа с позиции оптимизации

интересов первого производственного предприятия; прибыль первого производственного предприятия при оптимальном с позиции первого производственного предприятия распределении заказа.

Задача 2.4.3

По данным задачи 2.4.1 составить математическую модель прибыли второго производственного предприятия.

Определить: оптимальный план для второго производственного предприятия; распределение заказа с позиции оптимизации интересов второго производственного предприятия; прибыль второго производственного предприятия при оптимальном с позиции второго производственного предприятия распределении заказа.

Задача 2.4.4

По условиям задачи 2.4.1. определить распределение заказа между производственными предприятиями в ситуации, когда заявки равны 300000 и 200000 тонн соответственно;

Задача 2.4.5

По условиям задачи 2.4.1. определить распределение заказа между производственными предприятиями в случае ситуации, когда заявки равны по 500000 тонн от каждого производственного предприятия; определить прибыль каждого агента и центра, эффективность механизма прямых приоритетов при распределении заказа.

Задача 2.4.6

По условиям задачи 5.1. определить распределение заказа между производственными предприятиями в ситуации, когда заявки равны по 500000 тонн от каждого производственного предприятия; определить прибыль каждого производственного предприятия и центра, эффективность механизма обратных приоритетов при распределении заказа.

Задача 2.4.7

По условиям задачи 2.4.1. определить распределение заказа между производственными предприятиями в ситуации, когда заявки агентов оптимальным из задачи 2.4.2 и 2.4.3; определить прибыль каждого производственного предприятия и центра, эффективность механизма внутренних цен при распределении заказа.

Задача 2.4.8

По условиям задачи 2.4.1. определить распределение заказа между производственными предприятиями в ситуации, когда заявка первого производственного предприятия на 20% больше от оптимального), а второго – 250000 тонн; определить прибыль каждого производственного предприятия и центра, эффективность механизма внутренних цен при распределении заказа.

Задача 2.4.9

По условиям задачи 2.4.1. определить распределение заказа между производственными предприятиями в ситуации, когда заявка первого производственного предприятия равна 347(уменьшение на 20% от оптимального), а второго – 250 штук; определить прибыль каждого производственного предприятия и центра, эффективность механизма внутренних цен при распределении заказа.

[Вернуться в начало пособия.](#)

2.5 МОДЕЛИ СОГЛАСОВАНИЯ ИНТЕРЕСОВ В СИСТЕМЕ «ПОСТАВЩИКИ-ЗАКАЗЧИК»

Часто вопрос согласования интересов возникает в активной системе среди неаффилированных между собой субъектов.

2.5.1 Описание организационной системы. Постановка задачи

Производственная система состоит из заказчика и двух поставщиков. Каждый поставщик производит один вид комплектующих. Заказчик собирает из двух комплектующих конечное изделие:

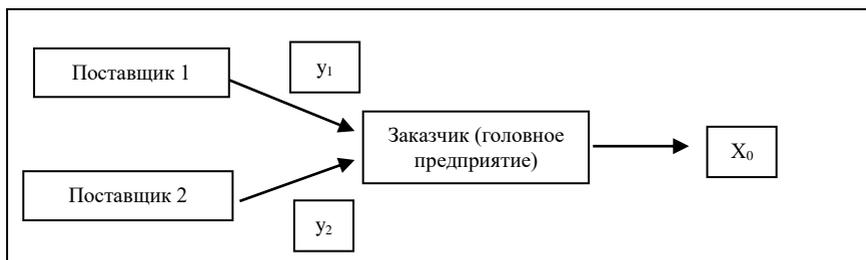


Рис. 10. Схема организационной системы

2.5.2 Согласованные механизмы управления в системе «Поставщики – Заказчик»

Для исследований процессов взаимодействия поставщиков и заказчика сформулируем модель принятия решений поставщиками и заказчиками.

В качестве целевой функции поставщиков рассматривается максимизация прибыли. Целевые функции поставщиков имеют вид:

$$f_1(y_1) = p_1 \cdot y_1 - (0,2y_1^2 + 2y_1 + 4) \rightarrow \max,$$

$$f_2(y_2) = p_2 \cdot y_2 - (0,4y_2^2 + y_2 + 2) \rightarrow \max.$$

Поставщики не могут производить комплектующих больше, чем максимально возможный объем, из-за ограниченности основных фондов:

$$0 \leq y_i \leq Q_i^{max}, \quad (i=1,2),$$

где Q_i^{max} – максимально возможный объем выпуска комплектующих i -ым поставщиком.

Оптимальным решением для этих моделей является:

$$y_i^{opt} = \min(y_i^*; Q_i), \quad (i=1,2),$$

где y_i^* – объем выпуска комплектующих i -ым поставщиком, максимизирующий его прибыль.

Для нахождения y_i^* про дифференцируем целевую функцию $f_i(y_i)$ по y_i и приравняем нулю:

$$df_i(y_i)/dy_i = 0, \quad (i=1,2).$$

Рассчитаем сколько готовых изделий можно собрать из комплектующих, произведенных поставщиками:

$$y_{01}^{opt} = y_{1opt} / b_1,$$

$$y_{02}^{opt} = y_{2opt} / b_2.$$

В качестве целевой функции заказчика рассмотрим максимизацию прибыли:

$$F(x_0) = p_0 \cdot x_0 - \sum p_i \cdot b_i \cdot x_0 - c_0(x_0) \rightarrow \max, \quad (i = 1, 2).$$

На объем выпуска готовых изделий наложено ограничение, связанное с невозможностью или нецелесообразностью производить готовых изделий больше, чем максимально возможный объем выпуска Q_0^{max} или спрос на изделие R :

$$0 \leq x_0 \leq \min(Q_0^{max}; R).$$

Модель принятия решений для заказчика примет вид:

$$F(x_0) = p_0 \cdot x_0 - \sum p_i \cdot b_i \cdot x_0 - (2 \cdot x_0^2 + 4 \cdot x_0 + 6) \rightarrow \max, (i = 1, 2),$$

$$x_0 \leq \min (Q_0^{max}; R).$$

Определим оптимальный объем выпуска готовых изделий заказчиком, максимизирующий его прибыль:

$$x_0^{opt} = \min (x_0^*; Q_0^{max}; R).$$

Для нахождения x_0^* продифференцируем целевую функцию $F(x_0)$ по x_0 и приравняем нулю:

$$dF(x_0)/dx_0 = p_0 - p_1 \cdot b_1 - p_2 \cdot b_2 - 4x_0 - 4 = 0.$$

Так как оптимальное значение выпуска конечных изделий не равно оптимальному значению выпуска комплектующих $x_0^{opt} \neq y_0^{opt}$, то в системе имеет место несовпадение экономических интересов между поставщиками и заказчиком.

Определим максимальную прибыль поставщиков:

$$f_1^{max}(y_1^{opt}) = p_1 \cdot y_1^{opt} - 0,2 (y_1^{opt})^2 - 2 y_1^{opt} - 4,$$

$$f_2^{max}(y_2^{opt}) = p_2 \cdot y_2^{opt} - 0,4 \cdot (y_2^{opt})^2 - y_2^{opt} - 2.$$

Определим прибыль поставщиков при выполнении плане заказчика:

$$x_0 b_1$$

$$x_0 b_2$$

$$f_1(x_0 \cdot b_1) = p_1 \cdot x_0 \cdot b_1 - 0,2 (x_0 \cdot b_1)^2 - 2x_0 \cdot b_1 - 4$$

$$f_2(x_0 \cdot b_2) = p_1 \cdot x_0 \cdot b_2 - 0,4 (x_0 \cdot b_2)^2 - x_0 \cdot b_2 - 2$$

Найдем убыток i -го поставщика при выполнении плана заказчика Δf_i , который определяется как разность между максимальной прибылью поставщика и прибылью поставщика при выполнении плана заказчика:

$$\Delta f_i = f_i^{max}(y_i^{opt}) - f_i(x_0 b_i),$$

$$\Delta f_1 = f_1^{max}(y_1^{opt}) - f_1(x_0 b_1), \quad (i=1,2);$$

$$\Delta f_2 = f_2^{max}(y_2^{opt}) - f_2(x_0 b_2).$$

Найдем суммарные убытки поставщиков:

$$\sum \Delta f_i = \Delta f_1 + \Delta f_2 \quad (i=1,2)$$

Найдем максимальную прибыль заказчика:

$$F^{max}(x_0^{opt}) = p_0 x_0^{opt} - p_1 b_1 x_0^{opt} - p_2 b_2 x_0^{opt} - (2(x_0^{opt})^2 + 4x_0^{opt} + 6)$$

Найдем количество готовых изделий y_0^{opt} , которые может собрать заказчик при реализации поставщиками собственных стратегий:

$$y_0^{opt} = \min(y_1^{opt}; y_2^{opt}).$$

Прибыль заказчика при реализации поставщиками собственных стратегий найдем по формуле:

$$F(y_0^{opt}) = p_0 y_0^{opt} - p_1 b_1 y_0^{opt} - p_2 b_2 y_0^{opt} - (2(y_0^{opt})^2 + 4y_0^{opt} + 6).$$

Определим дополнительный эффект заказчика ΔF от согласования своих интересов с интересами поставщиков. Рассчитаем этот эффект как разность между максимальной прибылью заказчика и прибылью заказчика при реализации поставщиками собственных стратегий:

$$\Delta F = F^{max}(x_0^{opt}) - F(y_0^{opt}).$$

Согласование экономических интересов поставщиков и заказчика возможно путем перераспределения дополнительного эффекта ΔF между поставщиками. Распределение дополнительного эффекта ΔF может быть осуществлено с помощью выплат премии S (функции стимулирования) или применения договорных цен.

Рассмотрим сначала согласование интересов поставщиков и заказчика с помощью функции стимулирования.

Для согласования экономических интересов поставщиков и заказчика необходимо, чтобы для функции стимулирования выполнялись следующие условия:

$$\sum Af_i \leq S \leq \Delta F, \quad (i=1,2)$$

В этой формуле:

$\sum Af_i$ – нижняя граница для функции стимулирования,

ΔF – верхняя граница для функции стимулирования.

Из этого двойного неравенства видно, что условия согласования экономических интересов поставщиков и заказчика с помощью функции стимулирования выполняются.

Таким образом, для предложенного механизма управления определены границы изменения функции стимулирования.

Рассмотрим согласование экономических интересов поставщиков и заказчика на основе изменения договорных цен.

Для определения нижней границы договорных цен комплектующих поставщиков воспользуемся условием:

$$\Delta p_i \geq \Delta f_i / y_i \quad (i=1,2)$$

Определим нижнюю границу договорной цены комплектующих деталей первого поставщика:

$$\Delta p_1 \geq \Delta f_1 / y_1^{opt}.$$

Аналогично определим нижнюю границу договорной цены комплектующих деталей первого поставщика:

$$\Delta p_2 \geq \Delta f_2 / y_2^{opt}.$$

Суммарное увеличение доходов поставщиков от изменения договорных цен не может быть больше дополнительного эффекта

заказчика. Поэтому для верхней границы договорных цен поставщиков должно выполняться условие:

$$\sum y_i^{opt} \Delta p_i \leq \Delta F, \quad (i=1,2)$$

Зададим значение верхней границы договорной цены первого поставщика p_1 руб. При этом значении выполняется условие согласования экономических интересов первого поставщика и заказчика:

$$35,45 \leq \Delta p_1 \leq 45.$$

Тогда верхняя граница договорной цены второго поставщика определится:

$$\Delta p_2 \leq (\Delta F - y_1^{opt} * \Delta p_1) / y_2^{opt}.$$

Проверяем условие согласования экономических интересов второго поставщика и заказчика:

$$58,36 \leq \Delta p_2 \leq 73,93.$$

Условия согласования экономических интересов поставщиков и заказчика на основе изменения договорных цен выполняются. Таким образом, для предложенного механизма управления определены границы изменения договорных цен.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое дополнительный эффект заказчика?
2. Будет ли прибыль заказчика при реализации поставщиками собственных стратегий больше или меньше, чем при реализации стратегии заказчика?
3. Как образуются убытки поставщиков?
4. В чём заключается смысл механизма управления с помощью выплат премии S (функции стимулирования)?
5. В чём заключается смысл механизма управления с помощью применения договорных цен.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 2.5.

Согласование интересов в системе «Поставщики-Заказчик»

Задача 2.5.1

Предприятие занимается изготовлением двухколёсных велосипедов. Объём производства равен 200 штук в год. Затраты на сборку велосипедов описаны функцией $C_0(x_0) = 2x_0^2 + 4x_0 + 2.5$. Производственная мощность предприятия составляет 800 штук. Спрос на велосипеды составляет 900 штук в год.

У предприятия есть два поставщика: первый изготавливает рамы, второй колёса.

Цена готового изделия, p_0 – 2000 руб., цена комплектующих 1-ого поставщика 740 руб., цена комплектующих 2-ого поставщика 100 руб.

Затраты первого и второго поставщика описаны функциями

$$C_1(y_1) = 0,2y_1^2 + 2y_1 + 4,$$

$$C_2(y_2) = 0,4y_2^2 + y_2 + 2.$$

Производственные мощности поставщиков равны: 1800 шт, 1500 шт. соответственно.

Необходимо определить величину выплаты премии поставщикам, используя согласованные механизмы управления в производственной системе.

Задача 2.5.2

По условиям задачи 2.5.1 рассчитать договорные цены, используя согласованные механизмы управления в производственной системе.

[Вернуться в начало пособия.](#)

2.6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНВЕСТИЦИЙ

2.6.1. Оценка экономической эффективности реальных инвестиций

Инвестиции – вложение любых видов активов (основные средства, оборотные средства, нематериальные активы, ценные бумаги, собственный труд) в любые виды имущества, на любой срок, с целью получения прибыли или без этой цели, для которых характерно наличие риска.

Реальные инвестиции – приобретение любого вида имущества, помимо ценных бумаг и денежных инструментов.

Финансовые инвестиции – вложение в ценные бумаги.

Реальные и финансовые инвестиции отличаются по видам риска, по ликвидности и по способу определения доходности.

Доход от финансовых инвестиций может быть получен за счёт процентов, начисляемых на цену акции либо за счёт разницы между ценой покупки и продажи ценной бумаги.

Доходность реальных инвестиций определяется дисконтированными показателями NPV и IRR .

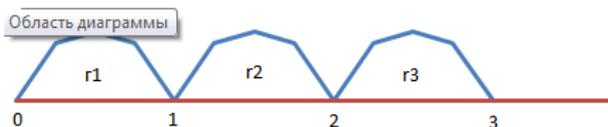


Рис. 11. Схема изменения стоимости денежных средств.

$$NPV = -\sum_{t=1}^m \frac{I_t}{(1+r)^t} + \sum_{t=1}^T \frac{P_t}{(1+r)^t}.$$

В случае, когда осуществляются разовые инвестиции

Таблица 8. Денежный поток

C_0	C_1	C_2	C_3
-10	+7	+18	+20

C_i номер периода, отрицательный денежный поток – инвестиции, положительный денежный поток – поступления от инвестиционного проекта.

Если $r_0=r_1=r_2=r_3=5\%$, то

$$NPV = -\frac{10}{(1+0,05)^0} + \frac{7}{(1+0,05)^1} + \frac{18}{(1+0,05)^2} + \frac{20}{(1+0,05)^3}.$$

Что равнозначно

$$NPV = -10 + \frac{7}{(1+0,05)} + \frac{18}{(1+0,05)(1+0,05)} + \frac{20}{(1+0,05)(1+0,05)(1+0,05)}.$$

Если $r_0=5\%$, $r_1=7\%$, $r_2=8\%$, $r_3=10\%$

$$NPV = \frac{-10}{(1+0,05)^0} + \frac{7}{(1+0,07)} + \frac{18}{(1+0,08)(1+0,07)} + \frac{20}{(1+0,1)(1+0,08)(1+0,07)}.$$

В случае, когда инвестиции осуществляются дольше одного периода

Таблица 9. Денежный поток

C_0	C_1	C_2	C_3
-10	-7	+18	+20

Если $r_0=r_1=r_2=r_3=5\%$, то

$$NPV = -10 - \frac{7}{(1+0,05)} + \frac{18}{(1+0,05)(1+0,05)} + \frac{20}{(1+0,05)(1+0,05)(1+0,05)}.$$

Методика расчёта *IRR*

Расчёт *IRR* осуществляется в два этапа.

1. Выбираются два значения ставки дисконтирования, соответствующие требованиям:

$$NPV_1(r_1) \geq 0$$

$$NPV_2(r_2) < 0$$

Сделать подстановку выбранных ставок дисконтирования и соответствующих значений NPV в формулу

$$r_B^* = r_1 + \frac{NPV_1}{NPV_1 - NPV_2} \cdot (r_2 - r_1).$$

Таким образом будет найдено приблизительное значение IRR . Чем больше разница между r_1 и r_2 , тем менее точным будет полученное значение.

2. Для получения уточнённого значения IRR выбираются два новых значения ставки дисконтирования, соответствующие требованиям:

$$NPV_1(r_1) \geq 0$$

$$NPV_2(r_2) < 0$$

$$r_2(\%) - r_1(\%) = 1(\%)$$

Сделать подстановку выбранных ставок дисконтирования и соответствующих значений NPV в формулу для расчёта IRR .

2.6.2 Формирование портфеля ценных бумаг

Наиболее распространёнными инструментами для инвестирования на фондовом рынке являются акции и облигации.

Общая модель получения дохода по акции

$$\text{Пр} = \sum x_i r_i^{\text{пр}} - \sum x_i r_i^{\text{пок}} + \sum \%_i x_i r_i^{\text{пок}} - \% \text{брокера} (\sum x_i r_i^{\text{пр}} + \sum x_i r_i^{\text{пок}}) \rightarrow \max$$

где x_i – количество акций i -го вида, $r_i^{\text{пр}}$ – цена продажи акций i -го вида, $\%_i$ акций i -го вида, $r_i^{\text{пок}}$ цена покупки акций i -го вида, $\% \text{брокера}$ – выплаты брокеру за осуществление посреднической деятельности.

Математическая модель для формирования портфеля ценных бумаг будет зависеть от множества условий. В условиях едино-

временного вложения всей суммы денег на определённый период при получении дохода только от роста цены акции возможны следующие варианты в зависимости от отношения инвестора к риску.

1. Агрессивный инвестор. Стремится максимизировать свою доходность без учёта риска.

$$F(x) = \text{Пр} = \sum x_i p_i^{\text{пр}} - \sum x_i p_i^{\text{пок}} - \% \text{брокера} (\sum x_i p_i^{\text{пр}} + \sum x_i p_i^{\text{пок}}) \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \sum x_i p_i^{\text{пок}} \leq S \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

2. Более осторожный инвестор. Стремится максимизировать свою доходность, но и не собирается допускать уровень риска больше заранее определённого показателя.

$$\begin{cases} F(x) = \text{Пр} = \sum x_i p_i^{\text{пр}} - \sum x_i p_i^{\text{пок}} - \% \text{брокера} (\sum x_i p_i^{\text{пр}} + \sum x_i p_i^{\text{пок}}) \rightarrow \max \\ \sum (x_i p_i^{\text{пок}} / S) \beta_i \leq \beta_{\max} \\ \sum x_i p_i^{\text{пок}} \leq S \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

3. Консервативный инвестор. Стремится минимизировать риск вложений без учёта доходности.

$$\sum (x_i p_i^{\text{пок}} / S) \beta_i \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum x_i p_i^{\text{пок}} \leq S \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

4. Разумный консерватор. Инвестор, который стремится минимизировать риск, но при этом желает получить определённый уровень доходности на свои вложения.

$$\begin{cases} \sum (x_i p_i^{\text{пок}} / S) \beta_i \rightarrow \min \\ \sum x_i p_i^{\text{пр}} - \sum x_i p_i^{\text{пок}} - \% \text{брокера} (\sum x_i p_i^{\text{пр}} + \sum x_i p_i^{\text{пок}}) \rightarrow \max \\ \sum x_i p_i^{\text{пок}} \leq S \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

можно включить в математическую модель уравнение определения прогнозной цены продажи акции, например, по методу экспертных оценок

$$p_i^{\text{пок}} = (p_1 + p_2 + p_3) / 3$$

где p_1, p_2, p_3 - прогнозные значения цены по мнению 3-х экспертов.

2.6.3 Формирование портфеля реальных инвестиций

При формировании портфеля реальных инвестиций необходимо учитывать динамику положительных и отрицательных денежных потоков. Особенностью определения доходности портфеля заключается в том, что NPV портфеля считается как сумма NPV проектов. Для того, чтобы рассчитать IRR портфеля, необходимо суммировать годовые денежные потоки всех проектов, входящих в портфель.

При отборе проектов, включаемых в портфель необходимо исключить все проекты не проходящие по следующим критериям: инвестиционные вложения в проект должны быть меньше располагаемой для инвестирования суммы $I_i \leq I$, NPV проекта должен быть больше нуля $NPV_i > 0$, IRR проекта должен быть больше ставки дисконтирования проекта $IRR_i > r$.

При формировании портфеля реальных инвестиций используются принципы пространственной и временной оптимизации.

Пространственная оптимизация инвестиций заключается в том, что вся сумма инвестиций распределяется в один и тот же период между несколькими проектами. Существуют варианты инвестирования в полные проекты, либо в части проектов.

Временная оптимизация инвестиций реализуется в случае невозможности одновременного финансирования всех проектов, но финансирования прочих проектов в последующие периоды. В этом случае возможны варианты ежегодного поступления денежных средств из внешних источников либо рефинансирование положительных денежных потоков от предыдущих инвестиционных проектов.

Формирование портфеля реальных инвестиций с учётом принципа пространственной оптимизации.

Этапы формирования портфеля реальных инвестиций.

1. Отбор проектов для включения в портфель по критерию $I_i \leq I$.
2. Отбор проектов для включения в портфель по критерию $NPV_i > 0$.
3. Отбор проектов для включения в портфель по критерию $IRR_i > r$.
4. Формирование всех возможных вариантов проектов по критерию $\sum I_i \leq I$
5. Расчёт NPV проектов
6. Выбор портфеля по критерию максимизации NPV .

Используемая математическая модель выглядит следующим образом.

$$F = \sum NPV_i \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} NPV_i > 0 \\ IRR_i > r \\ I_i \leq I \\ \sum I_i \leq I \end{cases}$$

2.6.4 Формирование портфеля реальных инвестиций с учётом принципа временной оптимизации.

Этапы формирования портфеля реальных инвестиций с учётом принципа временной оптимизации.

1. Отбор проектов для включения в портфель по критерию $I_i \leq I$.
2. Отбор проектов для включения в портфель по критерию $NPV_i > 0$.
3. Отбор проектов для включения в портфель по критерию $IRR_i > r$.
4. Формирование всех возможных вариантов проектов по критерию $\Delta I_j \geq 0$
5. Расчёт NPV проектов
6. Выбор портфеля по критерию максимизации NPV .

Используемая математическая модель выглядит следующим образом.

$$F = \sum x_{ij} \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \sum x_j \leq I_j + \Delta I_{j-1} \\ \Delta I_j = \Delta I_{j-1} + \sum x_j \\ I_j = \Delta I_{j-1} \\ \Delta I_j \geq 0 \\ x_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ 2.6

Моделирование инвестиций

Задача 2.6.1

Сформировать оптимальный по критерию максимизации доходности портфель из ценных бумаг при следующих исходных данных:

Цена покупки акции А = 1 рубль, цена покупки акции В = 3 рубля, цена покупки акции С = 2 рубля.

Прогнозные данные состояния экономики представлены в табл. 10.

Таблица 10. Прогнозные данные состояния экономики

Состояние экономики	Вероятность состояния экономики	Прогнозная цена продажи А	Прогнозная цена продажи В	Прогнозная цена продажи С
Значительный рост	0,1	4	2	8
Незначительный рост	0,2	3	3	6
Стабилизация	0,3	2	5	4
Незначительное падение	0,3	1	7	1
Значительное падение	0,1	1	8	1

Записать математическую модель оптимального портфеля ценных бумаг.

Задача 2.6.2

Инвестор приобретает ценную бумагу А на 100 тыс. руб., для чего занимает их под 12%. Ожидаемая доходность актива А равна 26%. Составить математическую модель дохода инвестора. Определить ожидаемую доходность для инвестора.

Задача 2.6.3

Сформировать оптимальный инвестиционный портфель предприятия по критерию максимизации дохода, если имеется три независимых проекта А, Б, В. Данные по проектам представлены в таблице 11. Предприятие располагает инвестиционными ресурсами в размере 150 тыс. руб. Ставка дисконтирования равна 10%.

Таблица 11. Денежные потоки по проектам

Проект	Инвестиции, тыс.руб.	Доходы по годам, тыс.руб.		
		1-й	2-й	3-й
А	-100	50	80	70
В	-70	30	40	60
С	-50	60	40	30

[Вернуться в начало пособия.](#)

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бабешко, Л.О. Основы эконометрического моделирования: учебное пособие / Л.О. Бабешко. – Изд. 3-е, стереотипное. – Москва: КомКнига, 2007. – 432 с.
2. Бочаров, В.В. Инвестиции / В.В. Бочаров. – Санкт-Петербург: Питер, 2002. – 288 с.
3. Волкова Л. Определение емкости рынка // <http://market.narod.ru/MR/emk.html>
4. Гераськин, М.И. Инвестиционный менеджмент: модели и методы: учебное пособие / М.И. Гераськин, О.А. Кузнецова. – Самара: Изд-во Самар. Гос. Аэрокосм. Ун-та, 2007. – 84 с.
5. Замков О.О. Математические методы в экономике: учебник / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – Москва: МГУ им. М.В. Ломоносова, Издательство «ДИС», 1998. – 368 с.
6. Источник: <http://center-yf.ru/data/Marketologu/>
7. [Emkost-rynka.php](#)>Емкость рынка<
8. Красс, М.С. Математические методы и модели для магистрантов экономики: учебное пособие / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – Санкт-Петербург: Питер, 2006. – 496 с.
9. Ковалёв, В.В. Методы оценки инвестиционных проектов / В.В. Ковалёв. – Москва: Финансы и статистика, 2003. – 144 с.
10. Красс, М.С. Математика для экономических специальностей: учебник / М.С. Красс. – Москва: ИНФРА-М, 1998. – 464 с.
11. Кузнецова, О.А. Эконометрическое моделирование: учебное пособие / О.А. Кузнецова, М.С. Татарникова. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2012. – 44 с.
12. Кундышева, Е.С. Экономико-математическое моделирование: учебник / Е.С. Кундышева; под науч. ред. проф. Б.А. Суслако-

- ва. – Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2008. – 424 с.
13. Прогнозирование емкости рынка отдельных групп товаров и услуг / И.В. Петухова, Н.В. Петухова // Маркетинг в России и за рубежом. – 2000. – № 5.
 14. Ример, М.И. Экономическая оценка инвестиций / М.И. Ример, А.Д. Касатов, Н.Н. Матиенко. – 2-е изд. – Санкт-Петербург: Питер, 2007. – 480 с.
 15. Хачатрян, Н.К. Математическое моделирование экономических систем / Н.К. Хачатрян. – Москва: Издательство «Экзамен», 2008. – 158 с.
 16. Хачатрян, С.Р. Прикладные методы математического моделирования экономических систем: научно-методическое пособие / С.Р. Хачатрян. – Москва: Издательство «Экзамен», 2002. – 192 с.
 17. Хачатрян, С.Р. Методы и модели решения экономических задач: учебное пособие / С.Р. Хачатрян, М.В. Пинегина, В.П. Буянов. – Москва: Издательство «Экзамен», 2005. – 384 с.
 18. Шапкин, А.С. Экономические и финансовые риски. Оценка, управление, портфель инвестиций / А.С. Шапкин. – 2-е изд. – Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К^о», 2003. – 544 с.