

МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ТОРГОВЫХ И ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ КОМПАНИЙ

Просвиркин Н. Ю.

На рынке для торговой компании существует несколько возможных поставщиков, которые могут поставить продукцию нескольких ассортиментных товарных групп $A = \{1, \dots, a, \dots, m\}$, где a – порядковый номер продукции товарной группы. $N = \{1, \dots, i, j, \dots, n\}$ – количество элементов (цеха, производства, агенты, склады и др.), которые могут участвовать во взаимодействии. Каждая производственная компания $i \in N$ может производить товар в объеме $0 \leq w_i \leq W_i$. Кроме того, любая компания $i \in N$ может продавать товар торговой сети, либо другой компании $j \in N, j \neq i$ в объеме $0 \leq v_{ij} \leq V_{ij}$.

Торговая сеть располагает ретроспективной информацией о значениях спроса на рынке за предыдущие периоды v_i . На основе информации об объеме рынка, торговая сеть определяет необходимый объем поставок v_s , который в дальнейшем подлежит реализации. Введем следующие обозначения:

v_i – объем реализации продукции за соответствующий период (строится на основе ретроспективной информации о продажах), шт.;

v_i^p – прогнозный объем спроса, шт.;

v_s – требуемый объем поставок, шт.

Требуемый объем поставок определяется на основе прогнозных значений спроса:

$$v_s = f(v_i, v_i^p).$$

Продукция от производителя поставляется несколькими партиями через определенные периоды. Заказ на доставку очередной партии товара

подается при минимальном остатке запаса у торговой компании. Введем следующие обозначения:

Q_a – количество единиц товара ассортиментной группы a , которые заказывает торговая структура для одной поставки (размер партии заказа), шт.;

P_{ai} – цена приобретения одной единицы продукции у i -ого производителя, руб.;

Функция спроса имеет следующий вид :

$$v_i^{pr} = f(P_{ai}, b_0, b),$$

где:

b_0 – товарооборот в начальном периоде ($b = 0$), шт.;

b – ежегодный прирост, шт.

Торговые и производственные компании работают T' дней в году.

T' – количество рабочих дней в году, дн.;

При перемещении товаров возникают издержки:

$c^d_{i,j}$ – затраты на доставку одной партии продукции от i -го элемента к j -му, руб.;

$c^h_{i,j}$ – издержки хранения одной партии продукции, руб.;

$C_{ос}$ – общие затраты на управление запасами, руб.

Функция объема поставок имеет следующий вид:

$$Q_a = f(c^d_{i,j}, c^h_{i,j}, v_s).$$

Требуется построить схему взаимодействия X производственных и торговых структур для оптимального перемещения товаров от производителей к потребителю, если известен согласованный объем поставок v_s , цена приобретения одной единицы продукции у производителя P_{ai} , количество единиц товара, которые заказывает торговая структура для одной поставки Q_a , количество рабочих дней в году T' .

Взаимодействие элементов представляется в виде ориентированного графа, состоящего из N элементов. К элементам системы относятся

производители (заводы, цеха), потребители (агенты, дилеры, дистрибьюторы, торговые сети и т.п.), а также места хранения продукции - склады. Ребра графа представляют собой взаимодействия между элементами, то есть движение материального потока, а вершинами графа являются непосредственно хозяйствующие субъекты (см. рис.1).

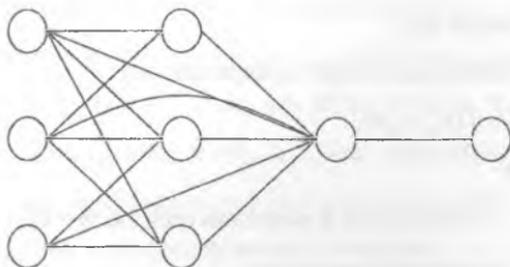


Рисунок 1. Формальная схема возможных взаимодействий

Постоянные модели представлены в виде матриц затрат:

$$C = \{c_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\},$$

нормативов времени доставки продукции от производителей к потребителю из расчета на одну партию продукции:

$$T = \{t_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\},$$

и коэффициентов загрузки:

$$K = \{k_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}\}.$$

Затраты включают в себя транспортно – заготовительные издержки:

$$C = \{c_{i,j}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}; i \neq j\},$$

а также издержки по хранению:

$$C = \{c_{i,i}, i = \overline{1, N}; j = \overline{1, N}; i = j\}.$$

В качестве критериев оптимизации принимаются три параметра:

Критерий оптимизации издержек:

$$F_1(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{i,j} \cdot x_{i,j} \longrightarrow \min$$

Критерий оптимизации времени поставки:

$$F_2(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{i,j} \cdot x_{i,j} \longrightarrow \min$$

Критерий оптимизации коэффициентов загрузки:

$$F_3(X) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{i,j} \cdot x_{i,j} \longrightarrow \max$$

При функционировании организационно-экономической системы возникает ряд ограничений. Введем следующую систему ограничений.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{i,j} \cdot x_{i,j} < v_a \cdot P_a$$

Экономическая интерпретация ограничения состоит в том, что элементы системы начинают взаимодействовать между собой только тогда, когда в результате такого взаимодействия возникает экономическая выгода для производителя, то есть его затраты не превышают выручку.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_{i,j} > \frac{v_z}{Q_a}$$

Второе ограничение представляет собой минимально необходимое количество связей между элементами системы по перемещению товаров, которое не может быть меньше количества поставок за весь период.

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N t_{i,j} \cdot x_{i,j} < \frac{Q_a \cdot T^r}{v_a}$$

Третье неравенство накладывает на производителя обязательства по соблюдению сроков поставки продукции, которые задает потребитель в условиях превышения предложения над спросом.

Ограничение по коэффициентам загрузки определяется следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N k_{i,j} \cdot x_{i,j} < \frac{2v_a}{Q_a} + 1$$

Каждый элемент системы стремится приблизить $k_{i,j}$ к единице (загрузить на 100% свои мощности), причем $k_{i,j} \in [0;1]$.

Пятое ограничение показывает, что объемы поставок должны совпадать с суммарным объемом спроса. Длительность отрезка времени между

поставками совпадает с суммарной длительностью ряда идущих последовательно периодов, а объем поставки должен совпадать с совокупным объемом спроса за этот отрезок.

$$\sum_{s=1}^m Q_s \leq \sum_{i=1}^n \frac{b_i}{p_i} \cdot P_i'$$

Матрица переменных модели представляет собой матрицу инцидентий. Матрицей инцидентий графа называется квадратная $|N| \times |N|$ матрица, элемент x_{ij} которой равен единице в том случае, если в графе X имеется дуга ij , и нулю в противном случае. Матрица инцидентий определяет структуру взаимодействия элементов системы при перемещении одной партии продукции:

$$X = \{x_{ij}, i=1, \bar{n}, j=1, \bar{N}\}$$

Матрица инцидентий является отображением графа схем поставок, состоящего из множества вершин $X = \{X_i\}$. Индексы матрицы схем поставок N представляет собой количество хозяйствующих субъектов в организационно-экономической системе. Матрица переменных модели (матрица инцидентий) принадлежит пространству N -мерных векторов $X \in R^N$ (пространству переменных модели).

Формулировка критериев эффективности и системы ограничений для оптимального взаимодействия позволяет подойти к постановке проблемы формирования схемы поставок, которая состоит в следующем: требуется построить матрицу ориентированного графа X , представляющего структуру поставок продукции, содержащую в своем составе n -вершин и связанных между собой так, чтобы выбранные критерии эффективности достигли оптимальных значений с учетом ограничений.