УДК 519.67

ОСОБЕННОСТИ РАЗНОСТНОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА НА ГРАФИЧЕСКОМ ПРОЦЕССОРЕ

Малышева С.А., Головашкин Д.Л.
Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет), г. Самара

Математическое моделирование, основанное на разностном решении уравнений Максвелла, находит широкое применение в вычислительной практике. Популярность FDTD-метода объясняется универсальностью модели, содержащей основные уравнения электродинамики и строго описывающей волновые процессы, и простотой ее реализации. Однако его существенным недостатком является высокая вычислительная сложность и требования к объему оперативной памяти системы.

Одним из способов снижения длительности вычислений является векторизация алгоритма. С развитием GPU (Graphics Processing Unit) и появлением технологии CUDA появилась возможность их реализации на графических процессорах, что позволяет существенно ускорить вычисления. FDTD-алгоритм, реализованный авторами на GPU (GPU NVIDIA GeForce GT 240) продемонстрировал ускорение относительно CPU (CPU Intel Core Duo E6500) в 25 раз для задачи размером 1500×1500 отсчетов и 42,9 раза – для 4000×4000 отсчетов.

В настоящее время существуют коммерческие пакеты, позволяющие моделировать распространение электромагнитного излучения через различные среды (диэлектрики, проводники и анизотропные среды): W2405 Agilent FDTD Simulation Element (компания Agilent), Concerto (Cobham Technical Sevices), SEMCAD X OPTICS (Speag) и Xfdtd (RemCom). Свободно распространяемым является пакет FastFDTD, представляющий собой демонстрационную версию коммерческого продукта компании EM Photonics и предназначенный для решения двухмерных и трехмерных задач.

Однако, объем памяти доступных видеокарт невелик, что накладывает ограничения на размер сеточной области. Актуальность задачи снижения вычислительных затрат возрастает в приложении к оптике волноводов, где размеры вычислительной области измеряются сотнями и тысячами длин волн. Поэтому перспективной представляется применение идеи декомпозиции [1] сеточной области к FDTD-методу, предложенное в работе [2], позволяющее разделить область вычислений на несколько подобластей и изучать процесс дифракции отдельно в каждой из них. Применение этого подхода сокращает длительность вычислений и снимает ограничения на размер задачи, обусловленные объемом доступной памяти вычислительного устройства, что особенно важно при реализации на графических процессорах.

Для изучения данного подхода была рассмотрена сеточная область, наложенная на некоторую дифракционную решетку [2]. Дискретизацию по пространству выбиралась равной 100 узлов на длину волны; шаг по времени таким, чтобы за 200 отсчетов по времени фронт волны в вакууме прошел расстояние в одну длину волны.

Реализация FDTD-метода на GPU с применением идеи декомпозиции продемонстрировала ускорение в 14 – 15 раз относительно CPU для размера задачи 250×800 отсчетов. С ростом размера задачи это значение возрастает, достигая 70 для задачи из 2,5 миллионов узлов (250×10000 отсчетов) (Рисунок 1).

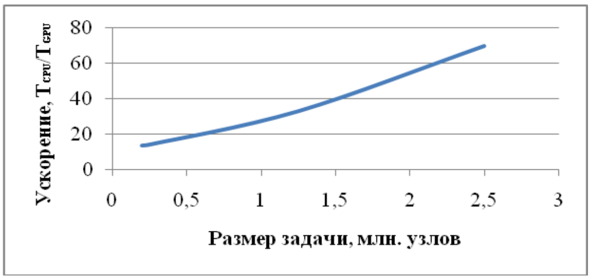

Рисунок 1. Ускорение расчетов на GPU относительно CPU

Для выявления зависимости времени вычислений от размера задачи был проведен ряд экспериментов, в ходе которых варьировалась длина области эксперимента, время вычислений выбиралось таким, чтобы излучение распространилось от источника до другого конца области. Результаты экспериментов представлены на рис. 2.

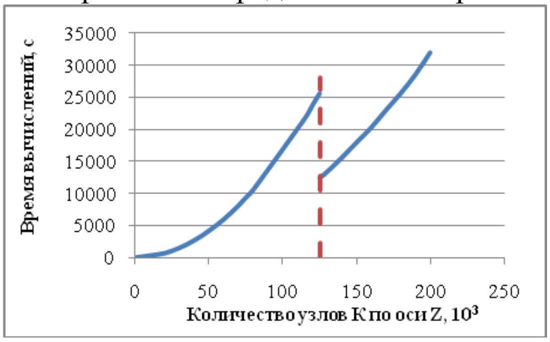

Рисунок 2. Время выполнения алгоритма в зависимости от числа узлов сеточной области

Задачи размером до $K = 120000$ отсчетов рассчитывались на GPU без применения декомпозиции сеточной области (J выбиралось равным 250 узлам). Далее график терпит разрыв в связи с ограниченностью объема памяти на видеокарте (512 Мб) и невозможностью поместить в нее задачу размером более $K = 125000$ отсчетов (31 миллион узлов сеточной области).

Декомпозиция сеточной области на две подобласти позволяет вновь использовать GPU в вычислениях, путем последовательного помещения в глобальную память и проведения расчета по каждой из подобластей. Разрыв функции объясняется сокращением числа арифметических операций при декомпозиции на две подобласти в отсутствие переотражений.

Ускорение вычислительного процесса с декомпозицией по отношению к вычислительному процессу без таковой при $K = 125000$ составляет 2,06, тогда как при $K = 800$ оно равнялось 1,08. Рост ускорения с ростом размера задачи объясняется значительными накладными расходами на вызов ядра при небольшом объёме обрабатываемых данных (для задачи 250×800), когда большая часть мультипроцессоров GPU простаивает.

Таким образом, применение декомпозиции сеточной области при разностном решении уравнений Максвелла на графическом процессоре позволяет снизить вычислительную сложность FDTD-метода за счет уменьшения числа арифметических операций. Декомпозиция преодолевает ограничения на объем памяти вычислительной системы, позволяя использовать GPU для решения задач, размер которых превосходит объем доступной памяти видеокарты, путем последовательного помещения в глобальную память и проведения расчета по каждой из подобластей.

Список литературы

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.

2. Головашкин Д.Л., Казанский Н.Л. Декомпозиция сеточной области при разностном решении уравнений Максвелла // Математическое моделирование. 2007. Том 19. № 2. С. 48–58.