# К ВОПРОСУ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ИНСПЕКЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ НА ВЫСОКОЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОРБИТАХ

М.С. Щербаков, Д.П. Аваряскин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева

## tsherbakov.ms@ssau.ru

Рассматривается движение космического аппарата по инспекционной траектории, в результате которого совершается облет не кооперируемого объекта инспекции в общей орбитальной плоскости. Для описания движения КА и ОИ используются абсолютная геоцентрическая система координат (АГСК) *OXYZ* и орбитальная система координат (ОСК) *Oxyz*, начало которой связано с центром масс ОИ. Инспекционное движение рассматривается в ОСК. На рисунке 1а приведена связь АГСК и ОСК. Номинальная инспекционная траектория выбирается из обеспечения условия равенства орбитальных энергий в предположении отсутствия возмущающих факторов за счет выбора начальной скорости движения КА в ОСК [2]. Форма инспекционной траектории зависит от положения КА и аргумента широты ОИ в начальным момент времени реализации инспекционного движения. В качестве примера на рисунке 16 приведена зависимость формы номинальной инспекционной траектории от аргумента широты ОИ. Начальное положение КА показано черной точкой.



Рисунок 1 – Используемые системы координат и форма номинальной инспекционной траектории

На рисунке 1 используются обозначения: h – константа интеграла площадей,  $\theta_{0\mu}$  – аргумент широты ОИ,  $\dot{\theta}_{0\mu}$  – угловая скорость ОИ.

В работе рассматриваются два возмущающих фактора, влияющих на инспекционное движение, это нецентральность гравитационного поля Земли и влияние Луны. Для учета указанных возмущений используется математическая модель движения КА и ОИ в АГСК:

$$\begin{cases} \ddot{X}_{0H} = -\frac{\mu_{3}}{r_{0H}^{3}} X_{0H} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{0H}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{0H}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{0H}}{r_{0H}^{2}} - 1\right) \frac{X_{0H}}{r_{0H}} + \mu_{\pi} \left(\frac{X_{\pi} - X_{0H}}{(r_{\pi} - r_{0H})^{3}} - \frac{X_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{Y}_{0H} = -\frac{\mu_{3}}{r_{0H}^{3}} Y_{0H} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{0H}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{0H}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{0H}}{r_{0H}^{2}} - 1\right) \frac{Y_{0H}}{r_{0H}} + \mu_{\pi} \left(\frac{Y_{\pi} - Y_{0H}}{(r_{\pi} - r_{0H})^{3}} - \frac{Y_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{Z}_{0H} = -\frac{\mu_{3}}{r_{0H}^{3}} Z_{0H} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{0H}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{0H}^{2}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{0H}}{r_{0H}^{2}} - 3\right) \frac{Z_{0H}}{r_{0H}} + \mu_{\pi} \left(\frac{Z_{\pi} - Z_{0H}}{(r_{\pi} - r_{0H})^{3}} - \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{X}_{Ka} = -\frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{3}} X_{Ka} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{Ka}^{2}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{Ka}}{r_{Ka}^{2}} - 1\right) \frac{X_{Ka}}{r_{Ka}^{2}} + \mu_{\pi} \left(\frac{X_{\pi} - X_{Ka}}{(r_{\pi} - r_{Ka})^{3}} - \frac{X_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{Y}_{Ka} = -\frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{3}} Y_{Ka} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{Ka}^{2}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{Ka}}{r_{Ka}^{2}} - 1\right) \frac{Y_{Ka}}{r_{Ka}} + \mu_{\pi} \left(\frac{Y_{\pi} - Y_{Ka}}{(r_{\pi} - r_{Ka})^{3}} - \frac{Y_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{Z}_{Ka} = -\frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{3}} Z_{Ka} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{Ka}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{Ka}}{r_{Ka}^{2}} - 1\right) \frac{Y_{Ka}}{r_{Ka}} + \mu_{\pi} \left(\frac{Z_{\pi} - Z_{Ka}}{(r_{\pi} - r_{Ka})^{3}} - \frac{Y_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{Z}_{Ka} = -\frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{3}} Z_{Ka} + \frac{3}{2} J_{2} \frac{\mu_{3}}{r_{Ka}^{2}} \left(\frac{R_{3}}{r_{Ka}}\right)^{2} \left(5 \frac{Z_{Ka}}{r_{Ka}^{2}} - 3\right) \frac{Z_{Ka}}{r_{Ka}}} + \mu_{\pi} \left(\frac{Z_{\pi} - Z_{Ka}}{(r_{\pi} - r_{Ka})^{3}} - \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}}\right), \\ \ddot{Z}_{Ka} = -(\mu_{3} + \mu_{\pi}) \frac{X_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \ddot{Z}_{\pi} = -(\mu_{3} + \mu_{\pi}) \frac{X_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \ddot{Z}_{\pi} = -(\mu_{3} + \mu_{\pi}) \frac{X_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \ddot{Z}_{\pi} = -(\mu_{3} + \mu_{\pi}) \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \ddot{Z}_{\pi} = -(\mu_{3} + \mu_{\pi}) \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \ddot{Z}_{\pi} = -(\mu_{3} + \mu_{\pi}) \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \ddot{Z}_{\pi} = -(\mu_{\pi} + \mu_{\pi}) \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \dot{Z}_{\pi} = -(\mu_{\pi} + \mu_{\pi}) \frac{Z_{\pi}}{r_{\pi}^{3}}, \\ \dot{Z}_{\pi} = -(\mu_{\pi} + \mu_{\pi}) \frac{Z_{\pi$$

где  $R_3$  – экваториальный радиус Земли,  $\mu_3$ ,  $\mu_n$  – гравитационные параметра Земли и Луны соответственно,  $J_2$  – коэффициент второй зональной гармоника гравитационного потенциала Земли, индексы «ОИ», «КА», «Л» обозначают принадлежность параметра соответственно к объекту инспекции, космическому аппарату или Луне. Возмущенное движение КА и ОИ моделируется в АГСК с помощью математической модели (1). Для перехода от АГСК к ОСК используется методика из [2]. Под воздействием возмущающих факторов инспекционная траектория начинает деформироваться. На рисунке 2а показана возмущенная (синяя линия) и исходная (красная пунктирная линия) инспекционные траектории. На рисунке 2б зеленым отмечена допустимая область движения КА.



а) Исходная и возмущенная инспекционные траектории
 б) Допустимая область движения КА
 Рисунок 2 – Инспекционные траектории и допустимая область движения КА

На рисунке 2 приняты обозначения:  $\rho_{max_n}$ ,  $\rho_{min_n}$  – максимальный и минимальный векторы исходной инспекционной траектории,  $\rho_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$ ,  $\dot{\rho}_0 = [\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0]^T$  – векторы начального положения и скорости КА в ОСК,  $\rho_{max}$ ,  $\rho_{min}$  – вектора, описывающие область допустимого смещения.

Оценка возмущенной инспекционной траектории проводится с помощью условий допустимой деформации и опасного сближения:

$$\begin{cases} \overline{\Delta}(i_0, \theta_0, p_0, e_0, \boldsymbol{\rho}_0, \dot{\boldsymbol{\rho}}_0) = \frac{|\boldsymbol{\rho}(t)| - |\boldsymbol{\rho}_{max_n}|}{|\boldsymbol{\rho}_{max_n}|} \leq \overline{\Delta}_{max}, \\ |\boldsymbol{\rho}(t)| > \rho_{min} \end{cases}$$
(2)

где  $i_0$ ,  $\theta_0$ ,  $p_0$ ,  $e_0$  – наклонение орбиты, аргумент широты, фокальный параметр и эксцентриситет ОИ в начальный момент времени;  $\rho(t)$  – текущий вектор положения КА в ОСК.

Верхняя граница области допустимого смещения ( $\rho_{max}$ ) рассчитывается по формуле:

$$|\boldsymbol{\rho}_{max}| = |\boldsymbol{\rho}_n| \cdot (1 + \overline{\Delta}_{max})$$

Нижняя граница  $\boldsymbol{\rho}_{min}$  описывает область опасного сближения КА и ОИ.

Интервал времени, на котором соблюдаются оба условия (2) (при  $\overline{\Delta}_{max} = 0,05$ ) называется временем технической устойчивости  $t^*$  – время нахождения КА в области допустимого смещения.

Проведено исследование по определению  $t^*$  в зависимости от  $\theta_0$  при реализации инспекционного движения на ВЭО типа Молния и геопереходной орбите (ГПО). Параметры орбит приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Параметры ВЭО Молния и ГПО

Орбита	<i>H</i> <sub>0π</sub> , км	$e_0$	$i_0,^\circ$	$\Omega_0,^\circ$	$\omega_{\pi},^{\circ}$	$ heta_0,^\circ$
Молния	497	0,74	63,4	0	270	0360
ГПО	200	0,73	51,6	0	0	0360

Начальные положение КА принимается  $\rho_0$  (5 км, 0,0), а начальная скорость рассчитывается исходя из условия равенства орбитальных энергий [3]. Начальные параметры движения Луны относительно Земли соответствует ее положению на 30 января 2023 года в 0 часов 00 минут. Для каждой орбиты было проведено два цикла расчетов для определения продолжительности  $t^*$  в зависимости от начального аргумента широты ОИ, с учетом и без учета притяжения Луны. Результаты моделирования приведены на рисункеЗ (За для ВЭО Молния и 3б для ГПО).



Из рисунков За и Зб следует, что существуют области продолжительного времени допустимой деформации инспекционной траектории  $t^*$  имеющих неравнозначное значение. Тенденция зависимости  $t^*$  от  $\theta_0$  сохраняется как в случае движения ОИ по круговой орбите [1]. Также существуют четыре области, в которых наблюдается увеличение продолжительности  $t^*$ . Для ВЭО Молния характерные области наблюдаются в окрестности:  $\theta_{0_1}^* = 40,2; \theta_{0_2}^* = 139,8^\circ; \theta_{0_3}^* =$  $319,8^\circ; \theta_{0_4}^* = 220,2^\circ$ . Различие значений  $t^*$  в ключевых областях объясняется несимметричностью формы инспекционной траектории и ее сложной деформацией под действием разности гравитационных ускорений. Моделирование показало, что притяжение Луны оказывает в большей степени негативное влияние на продолжительность  $t^*$ , но существует и обратный эффект.

### Секция №3. Проблемы динамики и управления движением наноспутников

Одноимпульсная коррекция реализуется следующим образом [4]. Определяется момент времени нарушения условия (2). Затем рассчитываются инспекционные траектории, соответствующие  $\theta_{0_{1-4}}^*$  и выбирается одна для перевода на нее КА. Когда аргумент широты ОИ примет значение выбранного  $\theta_0^*$  прикладывается корректирующий импульс, который рассчитывается по формуле:

$$\Delta \boldsymbol{V}(\boldsymbol{\theta}_{0}^{*}) = \dot{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\theta}_{0}^{*}) - \dot{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{B}}(\boldsymbol{\theta}_{0}^{*})$$

где  $\dot{\rho}_{\rm B}(\theta_0^*)$  и  $\dot{\rho}_{\rm H}(\theta_0^*)$  – векторы скорости КА при движении по возмущенной и обновленной инспекционной траекториям в точке приложения  $\Delta V$  в момент времени, когда  $\theta(t) = \theta_0^*$ .

Рассмотрено поддержание инспекционной траектории при использовании каждой их четырех точек  $\theta_{0_{1-4}}^*$  для приложения  $\Delta V$  при движении ОИ по ВЭО Молния. Положение КА в ОСК задается вектором  $\rho_0$  (5 км, 0,0), начальная скорость  $\dot{\rho}_0$  рассчитывается исходя из условия равенства орбитальных энергий [3]. Результаты моделирования представлены на рисунке 4. Красной линией обозначена номинальная инспекционная траектория, синей – возмущенная, зеленой – оскулирующая траектория относительного движения, на которую переходит КА после приложения  $\Delta V$ . Зелеными точками обозначены точки приложения корректирующего импульса.



Рисунок 4 – Изменение размера инспекционной траектории

Из рисунка 4 следует, что в некоторых случаях размер инспекционной траектории значительно изменился. Для сравнения полученных результатов в таблицу 2 были внесены значения  $\rho_{max_n}$  каждой обновленной инспекционной траектории, полученной после приложения  $\Delta V$ , продолжительность  $t^*$  между импульсами, суммарные затраты характеристической скорости  $\sum \Delta V$ и общее время поддержания инспекционного движения  $\sum t^*$ .

#### Секция №3. Проблемы динамики и управления движением наноспутников

	$\theta_{0_1}^*$		$ heta_{0_2}^*$		$ heta_{0_3}^*$		${ heta_0^*}_{4}$	
Номер Δ <b>И</b>	$oldsymbol{ ho}_{max_n},$ KM	<i>t</i> *, сут	$oldsymbol{ ho}_{max_n}$ , км	<i>t</i> *, сут	$oldsymbol{ ho}_{max_n}$ , км	<i>t</i> *, сут	$oldsymbol{ ho}_{max_n},$ KM	<i>t</i> *, сут
1	20,5	70	20	25,6	20	29,5	20,1	70
2	22,1	70	20,1	29,1	41,1	69	45	32
3	25,3	70	20,2	30	13,4	2	92	2
4	30	70	20,3	31	30	2,1	186	1,9
5	38,2	70	20,4	34,2	12	2,5	403	2,1
$\sum t^*$ , сут	350		149,9		106,1		108	
$\sum \Delta V$ , м/с	1,7		0,26		10,2		51,4	

Таблица 2 – Результаты применения импульсной коррекции при движении ОИ по ВЭО типа Молния

Притяжение Луны оказывает значительное воздействие на инспекционное движение на ВЭО. Продолжительность пассивной инспекции на ВЭО зависит от начального значения аргумента широты ОИ и совместный выбор начальных траекторных параметров движения КА и начального положения ОИ на своей орбите позволяет максимизировать продолжительность  $t^*$ . Использование одноимпульсной коррекции на основе оскулирующих траекторий относительного движения позволяет поддерживать инспекционную траекторию, но ее размер в двух случаях из четырех изменялся нестабильно, что приводит к увеличению на порядок топливных затрат и переходу КА на нерасчетную инспекционную траекторию, что необходимо учитывать при планировании миссии с использование инспекционного движения.

Работа выполнена в рамках проекта 0777-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания победителям конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

### Список литературы:

- Belokonov, I. Choosing the Motion Initial Conditions, Ensuring the Technical Sustainability of Spacecraft Formation Flight / I. Belokonov [и др.] // 27th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems, ICINS 2020 - Proceedings. — 2020. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9133957 (дата обращения: 02.07.2023).
- 2. Белоконов, И. Стратегия импульсного маневрирования для поддержания квазипериодического инспекционного движения наноспутника / И. В. Белоконов, Е. В. Халецкая, М. С. Щербаков // Космонавтика и ракетостроение. — 2022. — № 2 (125). — С. 112-124.
- Belokonov, I. Investigation of a Single-Axis Control Algorithm for the Inspection Motion of a Gravitationally Stabilized Nanosatellite / I. Belokonov, M. Shcherbakov, D. Avariaskin // 29th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. – 2022. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/9815445 (дата обращения: 02.07.2023).
- Щербаков, М. Исследование возможности применения оскулирующих эллипсов относительного движения в задаче инспекции космических объектов [текст] / М. С. Щербаков, С. А. Медведев // Труды ФГУП "НПЦАП". Системы и приборы управления. — 2023. — № 2 (64). — С. 42-50.