ВЫЯВЛЕНИЕ ТРЕНДА ИЗМЕНЕНИЯ КУРСА ВАЛЮТЫ (НА ПРИМЕРЕ КУРСА ДОЛЛАРА США)

Р.Р. Ярмухаметова

Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева, г. Самара, Россия

В современной науке, моделирование экономических процессов все больше и больше завоевывает популярность и является мощным инструментом анализа. Моделирование представляет собой один из основных методов познания, является формой отражения действительности и заключается в выяснении или воспроизведении тех или иных свойств реальных объектов, предметов и явлений с помощью других объектов, процессов, явлений, либо с помощью абстрактного описания в виде изображения, плана, карты, совокупности уравнений, алгоритмов и программ.

Целью данной работы является выявить основную зависимость изменения курса доллара США относительно российского рубля.

В работе подробно представлено применение метода наименьших квадратов (МНК) для построения математической модели и анализа данных на примере курса доллара США. Как известно, основой технического анализа является определение тренда. Торговля по тренду является основой большинства стратегий, что используются в настоящее время на валютном рынке, поэтому одним из наболевших вопросов является – как определить тренд, а точнее его направление на выбранном временном промежутке.

Источниками данных является ЦБ РФ, а именно сайт cbr.ru.

Для построения модели было выбрано 200 точек.

Основными и наиболее популярными в использовании являются степенные тренды. Рассмотрим детально применение МНК.

Пусть имеется векторная функция векторного аргумента:

$$y = f(x), \tag{1}$$

где $x = (x_1,..x_n)^T$, $y = (y_1,...y_m)^T$, $f = (f_1,...f_p)^T$ – векторы.

Предположим, что, хотя о функции (1) нам ничего не известно, но мы можем собрать о ней информацию такого вида:

Таблица 1 –Известные значения функции

Значения аргументов	x_1	x_2	x_3	...	x_n
Значения функции	y_1	y_2	y_3	...	y_n

Таблица 1 содержит пары наблюдений (x_i,y_i), $y_i = f(x_i)$ за поведением функции, полученных в ходе n экспериментов.

Так как точную зависимость (1) нам, скорее всего не удастся, то попробуем заменить ее приближенной $w(x)$, взяв за основу систему известных нам вектор-функций $\varphi_1(x),\ldots,\varphi_k(x)$:

$$w(x)=\sum_{j=1}^{k}\beta_j\varphi_j(x), \tag{2}$$

где $\beta_1,\ldots\beta_k$ – неизвестные параметры. Определив эти параметры, мы сможем получить зависимость очень близкую к реальной.

Введем обозначения:

$$\Phi=\begin{pmatrix}\varphi_1(x_1) & \ldots & \varphi_k(x_1)\\ \ldots & \ldots & \ldots\\ \varphi_1(x_n) & \ldots & \varphi_k(x_n)\end{pmatrix},\quad \beta=\begin{pmatrix}\beta_1\\ \ldots\\ \beta_k\end{pmatrix},\quad \mathrm{Y}=\begin{pmatrix}y_1\\ \ldots\\ y_n\end{pmatrix}.$$

В качестве критерия близости матриц Y и $\Phi\beta$ примем минимум функции

$$S=\sum_{i=1}^{n}\left[y_i-w(x_i)\right]^2. \tag{3}$$

Опустим доказательства и некоторые преобразования.

Решением задачи минимизации для степенной функции является следующее выражение:

$$\begin{pmatrix}\beta_1\\ \ldots\\ \beta_k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}n & M_1 & \ldots & M_{k-1}\\ M_1 & M_2 & \ldots & M_k\\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots\\ M_{k-1} & M_k & \ldots & M_{2k-2}\end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}K_0\\ K_1\\ \ldots\\ K_{k-1}\end{pmatrix}, \tag{4}$$

где $M_l=\sum_{i=1}^{n}x_i^l,\ l=\overline{1,2k-2},\ K_l=\sum_{i=1}^{n}x_i^l y_i,\ l=\overline{0,k-1}$.

Итак, применим описанную выше методику на реальных данных (Таблица 2). Данные от 28 сентября 2012 по 20 сентября 2013.

Таблица 2 –Данные курса доллара США относительно курса рубля

№ точки наблюдения	Курс доллара	№ точки наблюдения	Курс доллара	№ точки наблюдения	Курс доллара	№ точки наблюдения	Курс доллара
1	32,4045	51	31,1336	101	32,2752	151	29,9237

2	32,5515	52	31,112	102	32,1562	152	29,7023
3	32,4727	53	31,21	103	32,2998	153	29,8928
4	32,1605	54	31,0175	104	32,1391	154	29,8629
5	32,0792	55	31,1159	105	31,9232	155	29,6523
6	32,3856	56	31,123	106	31,688	156	29,7567
7	32,2999	57	31,0258	107	31,7014	157	29,783
8	32,345	58	31,3068	108	31,34	158	29,9584
9	32,4627	59	31,1984	109	31,1996	159	29,9396
10	32,3534	60	31,3414	110	31,0007	160	29,8142
11	32,2205	61	31,3122	111	30,8919	161	30,2252
12	32,364	62	31,3515	112	30,5549	162	30,3816
13	32,3049	63	31,3121	113	30,6229	163	29,828
14	32,371	64	31,1595	114	30,622	164	29,7958
15	32,4096	65	31,4115	115	30,5597	165	29,5646
16	32,6498	66	31,4849	116	30,3318	166	29,467
17	32,3971	67	31,5165	117	30,3487	167	29,2675
18	32,2787	68	31,4496	118	30,2194	168	29,5397
19	32,1141	69	31,6263	119	30,2864	169	29,5412
20	32,0737	70	31,7101	120	30,1303	170	29,8668
21	31,7521	71	31,9218	121	30,5626	171	30,0477
22	31,7294	72	31,8992	122	30,5769	172	30,1446
23	31,6025	73	32,0276	123	30,8629	173	30,1679
24	31,5481	74	32,0123	124	30,8061	174	30,1973
25	31,5481	75	32,1391	125	30,616	175	30,2581
26	31,97	76	32,0353	126	30,4673	176	30,2277
27	32,0685	77	32,2564	127	30,6664	177	30,3151
28	31,9782	78	32,1795	128	30,4304	178	29,816
29	31,9432	79	32,343	129	30,3348	179	29,7687
30	31,9227	80	32,3228	130	30,6485	180	29,885
31	32,048	81	32,3352	131	30,5658	181	29,7596
32	31,8754	82	32,3827	132	30,4404	182	29,7728
33	31,8074	83	32,3692	133	30,2181	183	29,6876
34	31,8664	84	32,5305	134	30,5366	184	29,5632
35	31,8678	85	32,8484	135	30,1728	185	29,6979
36	31,8797	86	33,0684	136	30,2122	186	29,7531
37	31,7364	87	32,9551	137	30,2309	187	29,8705
38	31,4001	88	32,841	138	30,2899	188	30,1458
39	31,3535	89	32,5225	139	30,5855	189	30,5273
40	31,5141	90	32,6127	140	30,5917	190	30,5419
41	31,43	91	32,5428	141	30,2329	191	30,5752
42	31,2137	92	32,5794	142	30,1513	192	30,6684
43	31,2115	93	32,6669	143	30,2755	193	30,5871
44	31,1969	94	32,6306	144	30,0977	194	30,6159
45	31,3853	95	32,4032	145	30,1926	195	30,1997
46	30,9724	96	32,7141	146	30,4039	196	30,2556
47	31,0412	97	32,5459	147	30,1988	197	30,1821
48	31,0622	98	32,4629	148	30,3911	198	30,1128

49	31,0336	99	32,3913	149	30,2948	199	30,1813
50	30,9346	100	32,3625	150	30,0906	200	30,0476

Рассмотрим линейную и параболическую зависимости.

Заполним вспомогательную таблицу (Таблица 3), где введем краткие обозначения для каждой суммы, для упрощения визуализации дальнейших расчетов. Эти обозначения использованы в формуле 4.

Таблица 3 –Вспомогательные вычисления

N	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	$x_i^4 10^{-4}$	$x_i^5 10^{-5}$	$x_i^6 10^{-6}$	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$	$x_i^3 y_i$
1	1	32.40	1	0.001	0.0001	0.00001	0.000001	32.4045	32.4045	32.4045
2	2	32.55	4	0.008	0.0016	0.00032	0.000064	65.103	130.206	260.412
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
200	200	30.05	40 000	8 000	160 000	3 200 000	64 000 000	6 010	1 201 904	240 380 800
Сумма [∑]	20 100	6 226	2 686 700	404 010	6 480 267	108 273 333	1 860 731 427	616 933	81 797 503	12 239 663 906
Краткие обозначения	***M1***	***K0***	***M2***	***M3***	***M4***	***M5***	***M6***	***K1***	***K2***	***K3***

Согласно формуле (4) получим решение для линейной модели:

$$\beta_1 = \frac{K_0 M_2 - K_1 M_1}{nM_2 - M_1^2} = \frac{6226 \cdot 2686700 - 616933 \cdot 20100}{200 \cdot 2686700 - 20100^2} = 32.457,$$

$$\beta_2 = \frac{-K_0 M_1 - K_1 n}{nM_2 - M_1^2} = \frac{-6226 \cdot 20100 + 616933 \cdot 200}{200 \cdot 2686700 - 20100^2} = -0.013.$$

Соответственно, тренд будет описываться таким выражением:

$$w(x) = -0.0132x + 32{,}457$$

Найдем остатки для линейной функции: $S = 0{,}38$

Решение для параболической функции примет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_3 \\ \beta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n & M_1 & M_2 \\ M_1 & M_2 & M_3 \\ M_2 & M_3 & M_4 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35{,}1776 \\ -0{,}0049 \\ -0{,}00004 \end{pmatrix},$$

следовательно, $w(x) = -0{,}00004x^2 - 0.0049x + 35.1776$.

$$S = 0{,}365.$$

Итак, какой же модели отдать предпочтение? Выбор модели осуществляется согласно трем факторам:

1) анализ остатков;
2) простота модели;

3) согласованность математической модели с теми представлениям, которые считаются приемлемыми в области знаний, для которой предназначена модель.

Минимальный остаток был получен при использовании параболической функции (рис. 1). Но по критерию простоты выигрывает линейная модель. Что касается последнего критерия, то в данном случае параболическая функция с увеличением *x* будет снижаться все большими темпами, что не совсем применимо для построения прогноза. Да, параболический тренд проходит к реальным данным, но этого недостаточно для эффективного моделирования.

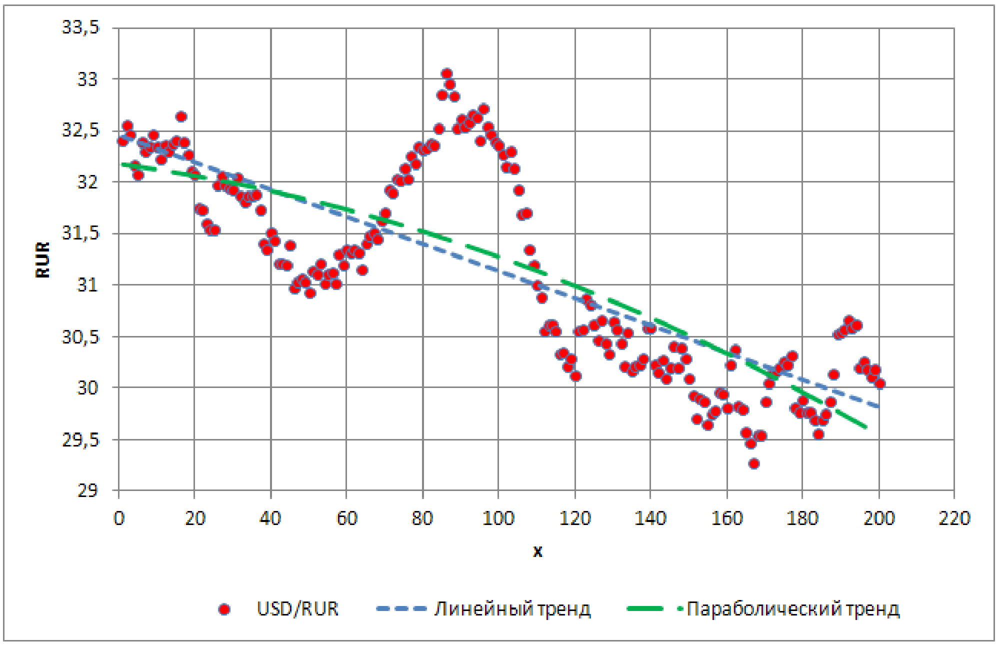

Рис. 1 – Графическая иллюстрация применения МНК для построения тренда

Следовательно, при моделировании основной зависимости выборки необходимо минимизировать отклонения модели от реальных данных, что очень эффективно и просто выполняется с помощью метода наименьших квадратов. А также следует помнить, что модель строится не только для того, что бы найти наиболее близкую к реальной функцию зависимости. Модель должна быть применима для прогнозирования поведения данных в будущем.

Список литературы:

1. Волченко Ю.М. Метод наименьших квадратов. Лекции. 2013.
2. Кугаенко А.А. Основы теории и практики динамического моделирования социально-экономических объектов и прогнозирования их развития. – М.: Вузовская книга 1998. – 392с

3. Лычкина Н.Н. Имитационное моделирование экономических процессов. Учебное пособие для слушателей программы eMBI – М.: Академия АйТи, 2005. -10 с.
4. Cbr.ru