

Journal Mech. and Applied Math. 1960. V. XIII. Pt.1. pp. 10–15.

4. Andrews, K.R. Classification of the axial collapse of cylindrical tubes under quasi-static loading / K.R. Andrews, G.L. England, E.F. Ghani // Intern. Journ. of Mechanical Sciences. 1983. V. 25. pp. 687–696.

5. Mamalis, A.G, The quasistatic crumpling of thin-walled circular cylinders and frusta un-

der axial compression / A.G. Mamalis, W. Johnson // Intern. Journ. of Mechanical Sciences. 1983. V. 25. pp. 713 – 732.

6. Meng, Q.S. Axial crushing of square tubes / Q.S. Meng, T.S. Al-Hassani, P.D. Soden // Intern. Journ. of Mechanical Sciences. 1983. V. 25. pp. 747 – 773.

УДК.629.7.036.34

## СТЕРЖНЕВОЙ ЛОПАТОЧНЫЙ ВОЛНОВОЙ КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ

Давыдов Д.П.

Самарский государственный аэрокосмический университет

### A BLADE BEAM WAVE FINITE ELEMENT

*Davydov D.P. The blade wave finite element was developed. The FORTRAN code program was developed for modal analysis of rotating nonuniform heated blades from the gas turbine engines. The natural modes of two compressor blades were explored.*

В подавляющем большинстве практически важных случаев рабочие колеса необходимо рассматривать как единые упругие системы. Это обусловлено широким использованием в конкретных конструкциях кольцевых связей между лопатками и применением рабочих колес, включая несущие диски, ажурных конструктивных форм.

Для специализированного комплекса программ, позволяющих исследовать колебательные процессы рабочих колес турбомашин, разработан лопаточный волновой конечный элемент. Который рассматривается, как кольцевой дискретный поворотносимметричный набор изолированных друг от друга однотипных участков лопаток, представляющих закрученные стержни переменного поперечного сечения, обладающие изгибно-крутильной связанностью деформаций в соответствии с моделью, предложенной Б.Ф. Шорром [1].

Рассматривая совместно уравнения равновесия элемента  $k$ -й лопатки в системе координат  $oxyz$  (рис. 1) и соотношения связывающие внутренние силы и моменты, получена определяющая система дифференци-

альных уравнений, которая описывает динамические свойства элементарного участка лопаточного кольцевого элемента. При этом представление лопатки, как компонента поворотносимметричной системы [2] и учет равномерно-дискретного гармонического закона окружного распределения волн усилий и перемещений, позволяет перейти к их амплитудам, которые представлены в комплексной форме:

$$\tilde{\chi} = \chi e^{i\frac{2\pi}{S}mk} e^{ipt}, \quad (1)$$

где  $\chi$  – комплексная амплитуда соответствующего компонента,  $i$  – мнимая единица,  $S$  – число лопаток рабочего колеса,  $m$  – число волн деформаций в окружном направлении,  $k$  – порядковый номер лопатки,  $p$  – собственная частота колебаний.

Такая форма записи позволяет учесть окружные сдвиги между волнами компонентов усилий и перемещений.

Для построения системы уравнений конечного элемента использовался метод Галлеркина. Интегрирование системы дает мат-

ричное уравнение волновых динамических жесткостей лопаточного конечного элемента, которое в общем случае имеет вид:

$$\{N\} = [H]_{10 \times 10} \{q\}. \quad (2)$$

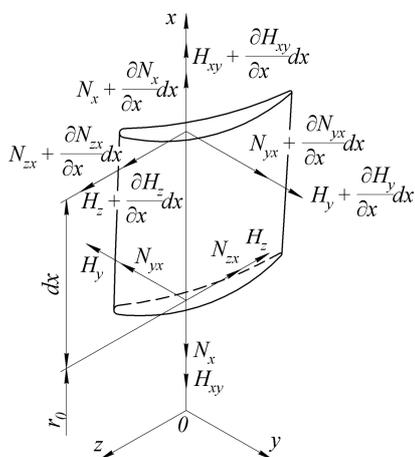


Рис. 1. Усилия в элементе лопатки

Здесь  $[H] = [D] - p^2[M]$  – симметричная матрица волновых динамических жесткостей элемента, устанавливающая связь между вектором амплитуд волн узловых реакций  $\{N\}$ , возникающих на границах элемента и вектором амплитуд волн перемещений  $\{q\}$  этих границ,  $[D] = [K] + \omega^2[C]$  – матрица статических жесткостей элемента,  $[K]$  – матрица статических жесткостей,  $[C]$  – матрица влияния вращения рабочего колеса на жесткость лопаточного элемента,  $[M]$  – ленточная матрица масс.

Учитывая на границах взаимодействия лопаточных элементов условия равновесия и совместности деформаций, определяются упруго-инерционные свойства лопатки в целом.

Для оценки корректности принятых допущений при выводе уравнений элемента проведены сравнительные расчетные и экспериментальные исследования динамических характеристик двух компрессорных лопаток. Первая была консольно закреплена, вторая имела шарнирное закрепление.

Расчетные исследования проводились с использованием разработанного конечного элемента. На алгоритмическом языке программирования Фортран была создана про-

грамма по расчету собственных частот и форм колебаний вращающихся неравномерно нагретых лопаток. Для оценки времени вычислений были проведены аналогичные расчеты на трехмерных моделях с помощью универсального комплекса конечно-элементного анализа ANSYS. Экспериментальные значения собственных частот определялись на электродинамическом стенде.

Анализ результатов исследований показал, что расчетные значения частот колебаний лопаток по собственным формам с использованием разработанного конечного элемента хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами расчетов в программной среде ANSYS. Расхождение составляет менее 3%. При этом выигрыш во времени вычислений более чем двадцатикратный. Это связано с меньшим числом конечных элементов, необходимых для подробного описания лопатки и интегрированием только по одной пространственной переменной.

Таким образом, разработанный лопаточный волновой конечный элемент дает значительный прирост скорости вычислений, обеспечивая высокую точность определения динамических характеристик лопаток. Что в свою очередь в купе с дисковым волновым конечным элементом позволяет существенно сократить время и средства, затрачиваемые на обеспечение надежности рабочих колес компрессоров и турбин на этапах проектирования и доводки. К недостаткам элемента можно отнести возможность расчета только стержневых форм колебаний лопатки. В более широком диапазоне спектра собственных форм получение удовлетворительных результатов связано с необходимостью представления пера лопатки в виде оболочки переменной толщины с двойкой кривизной.

#### Библиографический список

1. Воробьев, Ю.С. Теория закрученных стержней [Текст] / Ю.С. Воробьев, Б.Ф. Шорр. – Киев: Наукова думка, 1983. – 187 с.
2. Иванов, В.П. Колебания рабочих колес турбомашин [Текст] / В.П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.