АБСТРАКЦИЯ ОТЧУЖДЕНИЯ: ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА СВЕРТЫВАНИЯ

Корбан И.В.

Математика, как и всякая наука, характеризуется двумя важнейшими атрибутами — своими объектами исследования и способами рассуждения о них. Своеобразие объектов исследования в математике заключается, главным образом, в том, что они, как правило, не существуют в привычном смысле слова (хотя значительная часть математических знаний и используется для решения задач прикладного характера). Так, не имеют прямых аналогов в окружающем мире такие математические объекты, как неизмеримые множества, бесконечно малые величины, многие функции и т.п.Как утверждает А. Гейтинг, «Для математической мысли характерно, что она не выражает истину о внешнем мире, а связана исключительно с умственными построениями» [3, С. 17]. Абстрактные объекты не существуют в качестве самостоятельных сущностей, стоящих между познающим субъектом и реальной действительностью, так как они являются лишь формами выражения последней. Сама же действительность выступает не как совокупность единичных фактов, изучая которые, субъект выделяет то характерное, что в них есть, а как сложная, дифференцированная внутри себя целостность.

Ввиду неверифицируемости ряда математических утверждений, необходимо«строго регламентировать способы рассуждения о математических объектах...(так как) неосторожное или приблизительное рассуждение легко может привести к нелепым результатам или даже к противоречиям. Таким образом, математические утверждения следует доказывать по точным правилам. Математика есть дедуктивная наука и не потому, что математики — особо строгие и дотошные люди, а в силу необходимости, ввиду особого онтологического статуса своих объектов исследования» [4, С. 455].Для математического способа рассуждения характерно использование абстракции отчуждения. Последняя, в противоположность индуктивной технике перехода от объективных предпосылок к концептуальной целостности, представляет собой движение «сверху вниз»: от умозрительных концептов к общей проекции на предметность. В данном контексте на некотором этапе сама мыслительная деятельность ученого-математика становится объектом исследования. Показательным примером применения данной абстракции является принцип свертывания (формирование идеального класса объектов на основании выделенного свойства φ). Особенно ярко он проявляется при рассмотрении теории множеств. Основные этапы:

1. В рамках топологии исследования формулируется некоторое свойство φ и определяется объект *x*, обладающий указанным свойством.

2. Вводится принцип порождения «всегда еще одного» (способ перехода от предыдущего элемента к последующему).

3. Формируется новый объект исследования – множество $\{x \mid$ всех объектов, обладающих свойством *x*.

Если созданная система выражается явно и непротиворечиво в рамках избранной топологии, происходит построение новой аксиоматики, а «сам класс $\{x \mid$, возникающий благодаря применению принципа свертывания по свойству φ, оказывается .... не чем иным, как классом конструкций, воплощающих понятие φ. Логическая сеть теорем, дедуцируемых ... по правилам вывода принятого языка, образует аксиоматико-дедуктивную теорию T, описывающую упомянутый класс» [7, С. 65].В общем виде принцип свертывания можно сформулировать следующим образом: для любого свойства φ существует множество, состоящее из тех и только тех объектов, которые обладают свойством φ: $\exists M(x)(x \in M \leftrightarrow$,гдеφ — произвольное свойство.

Пример применения принципа свертывания удобно описать в терминах геометрических систем, рассмотрев геометрии Евклида, Римана и Лобачевского. Если вводить понятие интервала на основании групп преобразований, то варьирование последних как раз и задаст набор геометрических систем. Один из способов такого задания математической реальности – ввестиφ как кривизну пространства, определяемую формальными соотношениями, изменяемыми в силу групп преобразований. Так, Евклидова геометрия рассматривается как геометрия поверхности постоянной нулевой кривизны; геометрия Лобачевского – как геометрия поверхности постоянной отрицательной кривизны; эллиптическая геометрия трактуется как геометрия поверхности постоянной положительной кривизны (частный случай Римановой геометрии) [6, С. 214].

Однако неосторожное применение принципа свертывания может привести к противоречиям, парадоксам. Например, известный парадокс Рассела. Предположим, что переменные x, uпринимают значения из произвольных множеств. Рассмотрим свойство множеств «не принадлежать самому себе»:$x \notin x$. По принципу свертывания образуем множество всех множеств, не принадлежащих самому себе, обозначим это множество через R. Таким образом, $R = \{x \mid x \notin x\}$. Тогда по определению R для всякого множества u имеем:

$u \quad R \quad u \notin u$. В частности, взяв в качестве u само множество R, получим: $R \quad R \quad R \notin R$, что логически противоречиво. Еще большая опасность появления противоречий при неосторожном использовании абстракции отчуждения отражена в известном парадоксе лжеца. Субъект сначала высказывает суждение: «я лгу», а затем задается вопросом, истинно или ложно сделанное им высказывание. На этом втором этапе представленное утверждение уже выступает в роли объекта исследования, относительно которого задаются различные вопросы. Парадоксы свидетельствуют о том, что нельзя применять принцип свертывания слишком широко, но они не дают никаких указаний относительно того, к каким именно свойствам надлежит его применять.

В свете указанного обстоятельства, был предложен ограниченный принцип свертывания, который позволял бы избегать противоречий и парадоксов. В ограниченном принципе свёртывания, к свойствуφ добавляется условие, согласно которому элементы множества M берутся из некоторого заданного множества E, существование которого выведено из «надёжного» списка аксиом. Символически ограниченный принцип свёртывания можно записать следующим образом: $\exists M(x)(x \in M \leftrightarrow \varphi(x))$

Принцип свертывания по произвольному свойству широко используется в классическом анализе для образования множеств ограниченной мощности, например для образования множеств натуральных чисел. Пример данного построения можно обнаружить в известной работе Г. Вейля «О философии математики»:«Ряд чисел начинается с 1 и порождается в ходе процесса, образующего всякий раз из уже полученного числа ближайшее следующее за ним число, и в этом движении, вперед никогда не встречается уже ранее попадавшееся число. Поэтому какое-нибудь относящееся к числам общее понятие может быть получено только при помощи „полной индукции", т. е. указания α) что оно обозначает для первого числа 1 и β) как оно переносится с любого числа n на ближайшее следующее за ним число $n' = (n+1)$» [2, С. 61].Подобным образом можно порождать и другие конструктивные объекты: рациональные числа, многочлены с рациональными коэффициентами, целочисленные матрицы.

Выдвигая идею конструктивного, итеративного построения объектов исследования в математике, Вейль в своей книге «Континуум» предпринял попытку построения математики на предикативной основе, и попытку эту можно расценить как удачную в том смысле, что для каждой из рассмотренных классических теорем удалось найти естественный предикативный аналог. И все же, ввиду нетривиального расслоения множеств в предикативную иерархию, формулировки теорем часто загромождались необходимостью учета типов. Тривиальный пример — верхняя грань ограниченного множества действительных чисел определенного типа оказывается действительным числом, вообще говоря, более высокого типа.

Направление в математике, которое развивается Вейлем в той же книге, можно назвать предикативизмом. Последнее имеет две характерные особенности. Во-первых, объекты исследования в математике ограничиваются лишь объектами, возникающими в результате итерации построений, и, в частности, множества определяются предикативно, в стиле разветвленной теории типов. Это свидетельствует вообще о подчиненном характере идеи множества и фундаментальности, первичности конструкции и принципа полной математической индукции как способа рассуждения. Во-вторых, способ рассуждения остается классическим в стиле классического исчисления предикатов. Но уже сам Вейль заметил непоследовательность предикативизма во втором пункте: более естественно принять и эффективное толкование логических связок в соответствии с эффективным характером объекта исследования. Подобные соображения ведут к интуиционистской и конструктивной математике, концепциям, которые Вейль считал основополагающими в основаниях математики.

Принцип свёртывания можно обнаружить и в других сферах научной мысли. Например, В.В. Ильин использует ту же трехзвенную креативную процедуру при описании механизма порождения символической реальности:

1) введение символа;
2) определение порождающего механизма;
3) создание новых креативных смыслов.

Согласно Ильину, «Триада: символизация, итерация, семантизация – в полной мере определяет судьбу символического. В нашем примере задания рядов чисел возможно (1) – оставлять без изменения: вводить в качестве исходного единицу; (2) видоспецифицировать, замещая идею «всегда еще одного» идеей «всегда предыдущего»; с сохранением итерации (3). Отредактированный алгоритм дает развертывание нового типа символической реальности – ряда чисел Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13...» [5, С. 29].

Таким образом, принципа свертывания, несмотря на необходимость накладывать ограничения на его использование в ряде математических вопросов, является полифункциональным в качестве конструктивного элемента задания пространства абстракций, построения классов конструкций, воплощающих некоторое общее свойство, «существующее при этом проектируется на фундамент возможного, точнее, на многообразие возможного, развертывающееся путем итерации и простирающееся в бесконечность» [1, С. 13].

Библиографический список

1. Вейль Г. Математический способ мышления.– М.: Наука, 1989. – 400 с.
2. Вейль Г. О философии математики. – М.-Л.: ГТТИ, 1934. – 128 с.
3. Гейтинг А. Интуиционизм. Введение. – М.: МИР, 1965. – 202 с..
4. Драгалин А.Г. Комментарии и примечания к статьям Г. Вейля «Порочный круг в современном обосновании анализа» и «Математика и логика» // Вейль Г. Избранные труды. – М., 1984. – 510 с.
5. Ильин, В.В. Теория познания. Симвология. Теория символических форм. – М: Издательство Московского университета, 2013. – 384 с.
6. Клейн Ф. Неевклидова геометрия. – М.-Л.: НКТП, 1936. – 355 с.
7. Философские проблемы оснований физико-математического знания// Д.В. Волков, А.М. Кравченко, В.С. Лукьянец. – Киев: Наук. думка, 1989. – 232 с.

СТАНОВЛЕНИЕ СТРАТЕГИЧЕСКИХ ОРИЕНТАЦИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫХ СЛУЖАЩИХ

Феофилактова Е.А.

Во всех развитых странах мира существует и развивается институт государственной службы, ведется целенаправленная кадровая политика в области государственного управления. Не является исключением в этом плане и Россия. Однако в нашей стране институт государственной службы начинает только формироваться. При этом личностный потенциал и стратегические приоритеты его нуждаются в серьезном изучении и надежном технологическом обеспечении. Как отмечают отечественные исследователи, «государственные служащие это люди с установившимся типом отношения к реальности, который определяет активность и направленность деятельности, с четко выработанной стратегией жизнедеятельности»