

**ПОСТРОЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О РЕКОНСТРУКЦИИ
НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ В ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ
ПРИ ДВУСТОРОННЕМ УПРОЧНЕНИИ**

Радченко В. П., Акинфиева М.М.

Самарский государственный технический университет, г. Самара, mar.akinfieva@mail.ru

Ключевые слова: полый цилиндр, состояние поставки, двустороннее упрочнение, остаточные напряжения, феноменологическая модель.

Рассматривается обратная краевая задача реконструкции остаточных напряжений в тонкостенной трубке после двустороннего поверхностного упрочнения микрошариками внутренней и внешней поверхности в цилиндрической системе координат. В качестве исходной информации используется экспериментальная эпюра остаточных напряжений на внешней и внутренней поверхности в области сжатия материала, которая аппроксимируется следующей функциональной зависимостью:

$$\sigma_{\theta}(r) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left[-\frac{(R_2 - r + h_1^*)^2}{b_1^2}\right] - \sigma_2 \exp\left[-\frac{(r - R_1 - h_2^*)^2}{b_2^2}\right],$$

где $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, b_1, b_2$ – неизвестные параметры, подлежащие определению, r – текущий радиус ($R_1 \leq r \leq R_2$). Разработана методика идентификации неизвестных параметров, состоящая из двух этапов: на первом определяются все параметры исходя из прохождения графика через четыре характерные точки и условия самоуравновешенности величины $\sigma_{\theta}(r)$ при $R_1 \leq r \leq R_2$; на втором этапе происходит уточнение параметров σ_0, σ_1 и σ_2 с использованием метода наименьших квадратов. Далее по известной величине $\sigma_{\theta} = \sigma_{\theta}(r)$ по методике работы [1] определяются напряжения $\sigma_r(r), \sigma_z(r)$ и остаточные пластические деформации $q_i(r)$ ($i = r, \theta, z$).

Для поставленной задачи было найдено аналитическое решение для компонент напряжений $\sigma_r(r), \sigma_z(r)$ и пластических деформаций $q_i(r)$ ($i = r, \theta, z$) с помощью программного обеспечения, реализованного на языке Python с использованием библиотек SymPy, Matplotlib и NumPy. В качестве примера представлено выражение для осевой компоненты тензора остаточных напряжений цилиндрического образа в состоянии поставки:

$$\begin{aligned} \sigma_z(r) = & E(\varepsilon_z^0 - \alpha\{3.1788 \cdot 10^{-6}r^{-2.1715}[-1.9032r^{2.1715} + \\ & + 191.2337r^{2.1715} \exp(-(121.5249 - \\ & - 20.4415r)^2) - 6.6436 \cdot 10^{-6113} \int_5^r x^{1.1715} \exp(5626.2746x) \exp(-562.0654x^2) dx + \\ & + 62.7047 - 6300.5871 \exp(-(121.5249 - 20.4415r)^2)] + \\ & + 2.1923 \cdot 10^{-6}r^{-2.1715} [4.1847\sqrt{\pi}r^{1.1715} + 9.5160r^{1.1715} - 1.9032r^{2.1715} + 62.7047 + \\ & + \frac{10.1574\sqrt{\pi}}{r} \int_5^r x^{1.1715} \operatorname{erf}(20.4415x - 121.5249) dx - \\ & - \frac{8.0387\sqrt{\pi}}{r} \int_5^r (x^{1.1715} \operatorname{erf}(23.7079x - 118.6581) dx - \frac{313.5236}{r} - \frac{137.8745\sqrt{\pi}}{r}) + \\ & + 1.6997 \cdot 10^{-5} + 0.0016 \exp(-(23.7079r - 118.6581)^2) - \\ & - 0.0017 \exp(-(121.5249 - 20.4415r)^2) + \frac{1.6394 \cdot 10^{-6}}{r} [-4.1328r + \\ & + 10.1574\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(20.4415r - 121.5249) - 8.0387\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(23.7079r - 118.6581) + \\ & + 9.0871\sqrt{\pi} + 20.664]\}. \end{aligned}$$

Аналогичные формулы были получены для компоненты тензора остаточных напряжений $\sigma_r(r)$ и деформаций $q_i(r)$ ($i = r, \theta, z$).

В результате выполненных исследований установлено, что в состоянии поставки в области внутреннего радиуса наблюдаются сжимающие остаточные напряжения, а в области внешнего радиуса – растягивающие напряжения, что является неблагоприятным технологическим фактором. После поверхностного пластического упрочнения на обеих поверхностях формируются «благоприятные» сжимающие остаточные напряжения.

Выполнена проверка адекватности разработанной математической модели экспериментальным данным тонкостенной трубки из сплава Х18Н10Т после двустороннего упрочнения. Наблюдается соответствие расчётных и экспериментальных данных.

Несмотря на громоздкость аналитических выражений для компонент тензоров остаточных напряжений и пластических деформаций, построенные непрерывные поля играют важную роль как начальное напряжённо-деформированное состояние, например, в задачах релаксации остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых деталях в условиях высокотемпературной ползучести.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ 23-29-00434.

Список литературы

1. Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах / Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика, 2015. № 1. С. 130-147.

Сведения об авторах

Радченко В.П., доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика» Самарского государственного технического университета. Область научных интересов: вопросы прочности элементов конструкций.

Акинфиева М.М., аспирантка кафедры «Прикладная математика и информатика» Самарского государственного технического университета. Область научных интересов: вопросы прочности элементов конструкций.

ANALYTICAL SOLUTION TO THE PROBLEM OF RECONSTRUCTION OF THE STRESS-STRAIN STATE IN A HOLLOW CYLINDER WITH BILATERAL HARDENING

Radchenko V. P., Akinfieva M. M.

Samara State Technical University, Samara, Russia, mar.akinfieva@mail.ru

Keywords: hollow cylinder, supply condition, bilateral hardening, residual stresses, phenomenological model.

The paper presents the development of a universal mathematical model for the reconstruction of residual stress fields for cylindrical samples in the delivery state and after surface plastic hardening. The inverse boundary value problem of reconstruction of residual stresses in a thin-walled tube is solved. The adequacy of the developed mathematical model to the experimental data is shown.