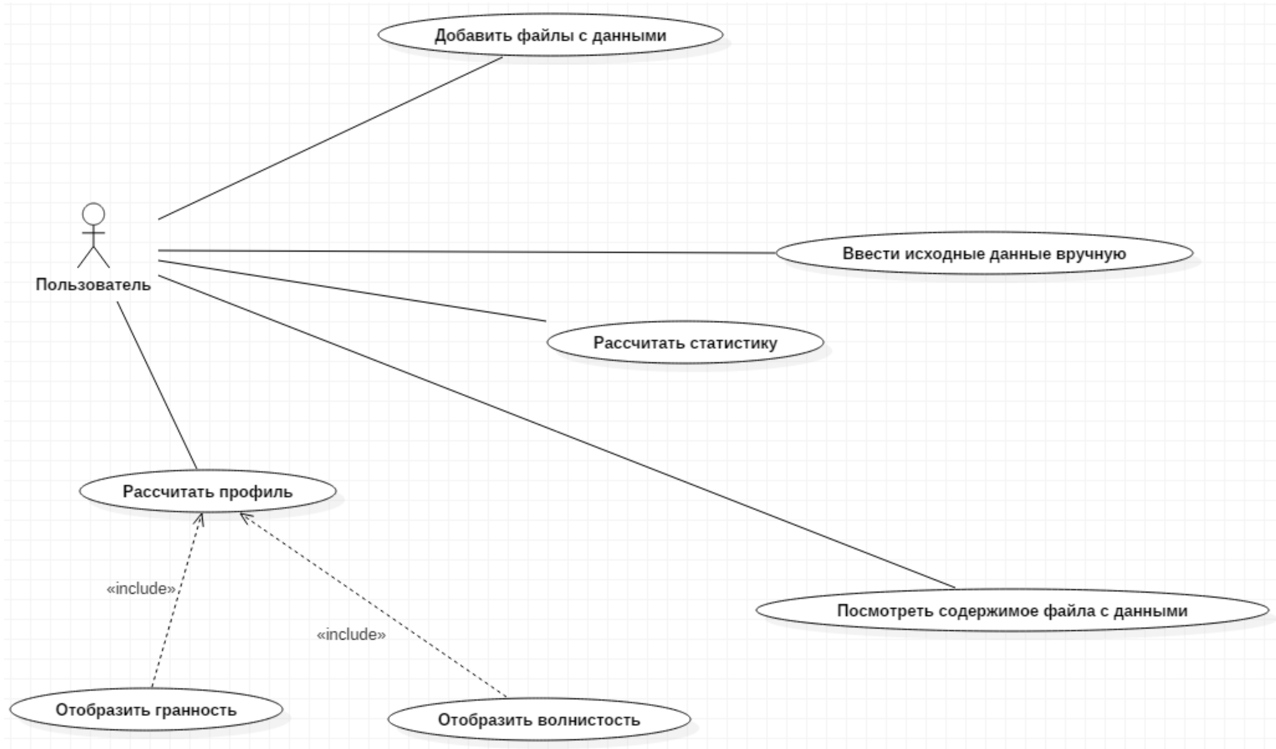

Рис. 2 - Диаграмма вариантов использования автоматизированной системы

Литература

1. *Sato Atsushi* Высокоточный профилометр типа Maxim 3D-5700 [Текст] / Sato Atsuchi // Кэйсоку гидзюцу. = Instruments and Automation. 1991. No. 2. Vol. 19. C. 54 – 58. (Яп.).

2. Осипович, И. Р. Интерферометрический метод контроля формы асферических поверхностей качения прецизионных подшипников [Текст] / И. Р. Осипович, Д. Т. Пуряев // Вестник Московского государственного технического университета. Сер. Приборостроение. 1999. Вып. 3. С. 65 – 75, 128.

3. Заякин, О.А. Получение профилей и контурных картин поверхностей вращения способом триангуляции с использованием зеркально отраженного излучения. [Текст] / О.А.Заякин // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер.: Физ.-мат. науки. 2007. №2 (15). С. 95 - 101. ISSN 1991-8615.

В.В. Митюков

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АСПЕКТЫ УНИФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА К ЗАДАЧАМ АППРОКСИМАЦИИ

(Ульяновский институт гражданской авиации
имени Главного маршала авиации Б.П. Бугаева)

Многим исследователям и аспирантам не всегда просто разобраться в вычислительной математике и выбрать метод решения стоящей перед ними задачи. Часто больше времени уходит на изучение различных методов вычислений, на выбор нужных программ, на их адаптацию к своим задачам, чем на сами вычисления. Представленная работа посвящена автоматизации вычислений при решении задач связанных с аппроксимацией. Предложена универсальная вычислительная схема, позволяющая проводить решение таких задач для произвольных наборов дискретных данных, путем их обработки в рамках единообразного алгоритма, при не обязательном ознакомлении с деталями многочисленных традиционных методов аппроксимации.

Как показано в [3], [4], [5], сначала формируется система линейных уравнений, полученная из условий интерполирования или сглаживающего приближения (МНК) для заданного набора точек $\{x_i, y_i\}$ (i = 0, 1, .. m), [1]], [2]. Допускается дополнять этот набор, точками $\{x_i, y'_i\}$, если имеются измеренные в (x_i) значения наклонов касательных y'_i и/или точками $\{x_i, Y_i\}$, если имеются подсчитанные значения интегральных площадей Y_i на интервалах до точек (x_i).

Затем полученная система уравнений приводится к однородному виду с расширенной квадратной матрицей **H** (1), путем переноса столбца из правой части (с обратным знаком) и добавлением нижней строки (2), которая может быть также предварительно продифференцированной или проинтегрированной (поскольку эти операции ее линейности не нарушают):

$$\left(\begin{array}{cccc|c} h_{00} & h_{01} & \cdots & h_{0k} & h_0 \\ h_{10} & h_{11} & \cdots & h_{1k} & h_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{k0} & h_{k1} & \cdots & h_{kk} & h_k \\ \hline h_0(x) & h_1(x) & \cdots & h_k(x) & 0 \end{array}\right) \cdot \begin{pmatrix} C_0 \\ C_1 \\ \vdots \\ C_n \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \mathbf{H}\,\mathbf{c} = \mathbf{0} \qquad (1)$$

$$C_0 \cdot h_0(x) + C_1 \cdot h_1(x) + \ldots + C_n \cdot h_n(x) = 0 \qquad (2)$$

где C_j – некоторые коэффициенты C_j, (j = 0, 1, .. n).

$h_j(x)$ – аналитически вычисляемые базисные функции $\varphi(x) / \varphi'(x) / \int \varphi(x) \cdot dx$

Далее применяется единый алгоритм вычисления результатов Такой алгоритм вытекает из условия существования ненулевого решения однородной линейной системы, то есть из условия *det* **H** = 0. После LU–разложения полученной матрицы **H** (без перестановок нижней строки), в ее правом нижнем (обнуленном) элементе накапливается искомый результат. Заменяя нижнюю строку производной или интегралом от (2), можно получить результаты, соответствующие операциям дифференцирования – $y'(x)$, или интегрирования – $Y(x_{-1}, x)$, а также последующим повторениям этих операций.

В заявленном алгоритме также предусмотрена возможность получения результатов в виде следующих двух разновидностей, (используя блочные матрицы вместо правой нижней ячейки):

– в виде линейной комбинации задействованных базисных функций $\varphi_j(x)$:

$$C_0 \cdot \varphi_0(x) + C_1 \cdot \varphi_1(x) + \ldots + C_n \cdot \varphi_n(x)$$

– либо линейной комбинации исходных значений y_i :
$w_0(x)\cdot y_1 + w_1(x)\cdot y_2 + \ldots + w_m(x)\cdot y_m$

Пока набор исходных дискретных данных $\{x_i, y_i\}$, $\{x_i, y_i'\}$, $\{x_i, Y_i\}$ не изменяется, повторного LU–разложения однородной матрицы **H**, для вычисления искомых результатов в произвольных промежуточных точках (x) не требуется.

Была проделана определенная программистская работа по разработке набора универсальных программ, реализующих метод интерполяции, метод наименьших квадратов, а также способы вычисления производных и квадратур (в том числе и повторных) на некотором одномерном дискретном множестве. Для применения этих универсальных программ в конкретных задачах, остается надстроить над этой библиотекой подходящий программный интерфейс, например в MS Excel, средствами встроенного языка программирования VBA.

При эскизном опробовании этих программ, вводился набор дискретных данных, выбиралась система базисных функций (например, члены степенного ряда, или ряда Чебышева, …), принимался метод приближения, задавались нужные значения констант (например, число базисных функций), назначалась категория получаемых результатов – ($y(x)$, $y'(x)$ *или* $\int \varphi(x)\cdot dx$) с выводом в таблицы и отображением на графиках.

Универсальность вышеизложенной схемы вычислений предоставляет возможность простого и быстрого получения исследуемых результатов без ограничений на расположение узлов (x_i), на выбор базисных (элементарных) функций $\varphi_j(x)$ и на способ приближения (интерполирование или сглаживание МНК). Все разнообразие получаемых результатов определяется только возможностями программного вычисления базисных функций и реализацией их аналитического дифференцирования или интегрирования.

В процессе других исследований, связанных с аппроксимацией дискретных данных, универсальность позволяет оперативно менять подходы к задаче, пробовать другие варианты. Например, пробовать смещать и нормировать систему координат относительно дискретного множества в целях повышения точности воспроизведения искомой зависимости. Или воспроизводить кроме прямой зависимости $y = y(x)$, обратную к ней $x = x(y)$. Также представляют интерес эксперименты в задачах прогнозирования (путем изменения базисных функций или систем координат).

Можно еще добавить, что разработанные поколениями математиков традиционные вычислительные методы гладкого приближения одномерных дискретных данных, представляют собой только некоторые частные случаи предложенной универсальной схемы.

Можно продолжить распространять данный подход на двумерные и многомерные дискретно заданные зависимости. Эта область применения является еще более обширной. Если зависимая переменная одна, то такой подход позволяет применять его для вычисления частных производных, а значит градиента от многомерной скалярной зависимости, что имеет важное значение в задачах оптимизации (градиентный спуск по дискретному множеству).

Литература

1. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. –280 с.

2. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. –264 с.

3. Митюков В.В. Обобщенный алгоритм и дискретная унифицированная структура для вычислительных задач. «Современные информационные технологии и IT-образование». Сборник докладов научно–практической конференции: учебно–методическое пособие. Под ред. проф. В.А. Сухомлина. – М.: ИНТУИТ.РУ, 2009. – с. 675–681

4. Митюков В.В. Автоматизация вычислений в задачах аппроксимации. [Электронный ресурс] // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2015), –Т 1. Труды Международной научно–технической конференции. /под ред. С.А. Прохорова. –Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2015. – с. 98–101. http://ssau.ru/files/events/2015/pit_2015_1.pdf.

5. Mityukov V.V. Problems the universality of the computational schemes for the processes approximation [Электронныйресурс] // Proceedings The Seventh World Congress “Aviation in the XXI-st Century” (Kyiv, 19–21 September 2016) / National Aviation University. – Kyiv, 2016. – p. 476–479
– ERL: http://congress.nau.edu.ua/doc/congress-2016/Congress2016.pdf.

В.С. Мишенев, М.А. Кудрина

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОЛНОВОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СКЕЛЕТА РАСТРОВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

(Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С. П. Королёва)

Для таких задач, как структурное распознавание рукописного текста, сравнения отпечатков пальцев, обработка медицинских изображений, картографических изображений и технических чертежей, необходимо строить скелет растрового изображения. Скелетом изображения называется множество точек, равноудаленных от границ изображений [1]. Скелет строится для бинарных изображения (каждый пиксель может представлять только один из двух цветов). Процесс преобразования цветных и полутоновых изображений в бинарные называется бинаризацией. Для бинаризации используются пороговая обработка, методы точечных преобразований, свертки, усиления краев, выделения низкочастотных и высокочастотных компонент изображения и т. д. Чтобы получился скелет, все линии которого имеют толщину в один пиксель, необходимо максимально утончить линии изображении. Для этого существуют различные алгоритмы скелетизации: алгоритм Зонга-Суня (Zhang-Suen), шаблонный метод, волновой алгоритм и другие алгоритмы «утончения».