



где σ_B – предел прочности при растяжении, δ – относительное удлинение.

Рассчитаем истинное напряжение по формуле 1 (формула 2).

$$\sigma_{ист} = 17 (1+4,5) = 93,5 \text{ МПа} \quad (2)$$

Для того чтобы сделать вывод о работоспособности подвески – сравним полученное при помощи программы SolidWorks значение наибольшего действующего напряжения ($\sigma_{vonMises} = 0,028 \text{ МПа}$) в подушках с рассчитанным по формуле 1 значением истинного напряжения ($\sigma_{ист} = 93,5 \text{ МПа}$).

Так как наибольшее действующее напряжение в резиновых пластинах гораздо меньше расчетное истинного напряжения, можно сделать вывод, что подвеска выдержит на грузе силой 2000кН (соответствующее весу райзера).

Литература

1. Булатов А.И. Техника и технология бурения нефтяных и газовых скважин: Учеб. для студентов вузов по спец. 170200 «Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов» / А.И. Булатов, Ю.М. Проселков, С. А. Шамапов - М.: Недра: Недра - Бизнесцентр, 2003. - 1006 с.
2. Галахов И.Н. Плавающие буровые платформы. Конструкция и прочность / И.Н. Галахов, О.Е. Литонов, А. А. Алисейчик. - Л.: Судостроение, 1981.
3. Subsea Riser Systems: Guide for Building and Classing - American Bureau of Shipping - 2004.

Д.Л. Головашкин¹, Л.В. Яблокова²

ВОЛНОВОЙ АЛГОРИТМ МЕТОДА ГАУССА-ЗЕЙДЕЛЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЯВНЫХ СЕТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ. ОДНОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ

¹ Институт систем обработки изображений РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева)

Введение

Метод Гаусса-Зейделя и его модификации (метод последовательной верхней релаксации SOR, симметричной последовательной верхней релаксации SSOR) издавна привлекают внимание разработчиков векторных и параллельных алгоритмов [1] в силу широкой популярности метода в вычислительной практике. Относительно недавно проявился интерес к синтезу блочных (в смысле “tiling” [2], а не работы с блочными матрицами) вариантов метода Гаусса-Зейделя [3], характеризующихся дополнительным ускорением вычислений



за счет оптимизации коммуникаций между разными областями иерархической памяти ЭВМ.

Известные авторам настоящей публикации исследования касались применения обсуждаемого метода для решения неявных сеточных уравнений многомерных разностных схем без расщепления по пространственным координатам. При том, что прием расщепления давно и положительно зарекомендовал себя [4], позволяя понижать размерность задачи, а, следовательно, и ее вычислительную сложность. Выявлению особенностей построения векторных алгоритмов Гаусса-Зейделя в одномерном случае, связанном с оговоренным расщеплением, и посвящена предлагаемая работа.

1. Волновой алгоритм метода Гаусса-Зейделя

Для простоты рассмотрим одномерное однородное уравнение Лапласа $d^2U/dx^2=0$, где функция U определена на отрезке $0 \leq x \leq 1$, с краевыми условиями $U(0)=1$, $U(1)=0$. Очевидная замена производной конечной разностью приводит к системе сеточных уравнений $U_{i-1}-2U_i+U_{i+1}=0$ при $2 \leq i \leq N-1$, где N – количество узлов сеточной области. Дискретизация краевых условий примет вид: $U_1=1$ и $U_N=0$.

От прямых методов решения, как от не допускающих векторизацию вычислений [1], откажемся сразу. Алгоритм наиболее простого итерационного метода – Якоби, при фиксированном количестве итераций Q , представленный на языке фортран, допускающим векторную нотацию, будет иметь вид:

```
do t=1,Q ! цикл по итерациям
  U(2:N-1)=(U(1:N-2)+U(3:N))/2.0; ! явное итерационное выражение
end do
```

Применяя идею красно-черного упорядочивания [1] к одномерному случаю несложно составить соответствующий векторный вариант метода Гаусса-Зейделя:

```
do t=1,Q ! цикл по итерациям
  U(3:N-1:2)=(U(2:N-2:2)+U(4:N:2))/2.0; ! явное итерационное выражение
  U(2:N-1:2)=(U(1:N-2:2)+U(3:N:2))/2.0; ! неявное итерационное выражение
end do
```

Однако точность решения по последнему алгоритму будет отличаться от результатов применения классического метода Гаусса-Зейделя в его не векторизованном (скалярном) варианте:

```
do t=1,Q ! цикл по итерациям
  do i=2,N-1 ! цикл по значениям сеточной функции
    U(i)=(U(i-1)+U(i+1))/2.0; ! явно/неявное итерационное выражение
  end do
end do
```

Действительно, красно-черное упорядочивание фактически является гибридом между классическими методами Якоби и Гаусса-Зейделя, сочетая в себе особенности обоих.

Задавшись целью составить векторный вариант последнего алгоритма организуем вычисления значений сеточной функции на разных итерациях в рам-



как одной векторной операции. На рисунке демонстрируется возможность одновременного, а значит и векторного, вычисления четырех таких значений (обозначены окружностями), когда все значения ниже и левее указанных на соответствующих итерациях уже найдены, а выше и правее – еще нет.

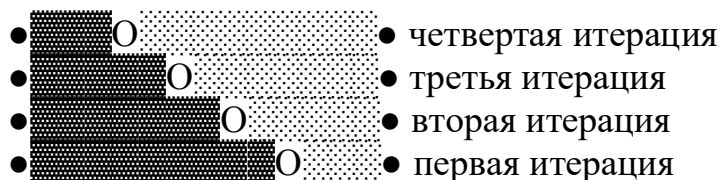


Рис. 1. Разделение итерационных приближений значений сеточной функции (разные итерации соответствуют разным строкам) на вычисленные (плотная штриховка), вычисляемые (окружности) и пока не найденные (редкая штриховка). Первый и последний элементы массива, хранящие краевые значения обозначены кружками.

Так, продолжая пример из рисунка, до производства векторной операции содержание одномерного массива, хранящего дискретный аналог U , можно описать как 4 4 4 3 3 2 2 1 1 0 0 0 0, где число указывает на количество произведенных над элементом массива итераций (крайние ячейки массива не фигурируют). После операции $U(kl:kr:2)=(U(kl-1:kr-1:2)+U(kl+1:kr+1:2))/2.0$, где $kl=5$ – индекс значения сеточной функции в начале вектора, $kr=11$ – в конце, содержание изменится на 4 4 4 4 3 3 2 2 1 1 0 0 0.

Вычислительный процесс в случае произвольной длины вектора Q_1 (с ограничением Q/Q_1 - целое) логично организовать в виде “волны” [5], движущейся слева направо. Тогда общую схему искомого векторного алгоритма можно записать как:

```
do t=1,Q,Q1 ! проход по блочным слоям, Q1-высота волны
  {запуск волны (еще не достигшей своей высоты) с левого края}
  kr= Q1*2; km=N- Q1*2+1; ! правый край волны и предел ее распространения
  do kl=2,km ! проход волны по сеточной области
    U(kl:kr:2)=(U(kl-1:kr-1:2)+U(kl+1:kr+1:2))/2.0; ! итерационное выражение
    kr=kr+1; ! смещение волны слева направо
  end do
  {затухание волны на правом крае}
end do
```

В фигурных скобках приведены этапы запуска и затухания волны, где вычисления производятся без векторизации.

2. Экспериментальное исследование волнового алгоритма

Эксперименты по определению длительности расчетов проводились на ЭВМ, оснащенной процессором Intel Core: i7-3770 3,4 ГГц, материнской платой Asus P8Z77 WS с частотой системной шины DMI 5000 МГц и оперативной памятью DIMM DDR3-1333 МГц. Работающей под управлением операционной



системы Ubuntu 16.04.1. Для компиляции кода использовался gfortran 5.3 с ключом -O3.

Параметры алгоритмов $N=25e7$, $Q=500$ и $Q_1=Q$ выбирались из необходимости получить достаточную длительность вычислений, на которую не оказывают значимого влияния случайные системные события. Результаты первой серии экспериментов представлены в таблице 1.

Таблица 1 Сравнение различных итерационных алгоритмов

алгоритм	Якоби (векторный)	Гаусса- Зейделя (скалярный)	Гаусса-Зейделя (красно-черное упорядочивание)	Гаусса- Зейделя (волновой)
длительность расчетов (сек.)	318,84	257,73	217,97	72,68

Предваряя анализ результатов укажем на одинаковое количество арифметических операций во всех сравниваемых алгоритмах.

Несмотря на векторизацию вычислений, расчеты по методу Якоби производились дольше, чем по не векторизованному Гауссу-Зейделю. По-видимому, это связано со спецификой компиляции кода векторного алгоритма Якоби, при которой не допускается преждевременной записи вычисленного на текущей итерации значения сеточной функции поверх значения на предыдущей итерации. Для соблюдения этого условия выделяется дополнительная память под хранение новых значений сеточных функций. Действительно, общий объем памяти при реализации метода Якоби составляет 3,73 Гб, что вдвое превышает данную величину для остальных алгоритмов, не характеризующихся указанной особенностью.

Сравнение алгоритмов метода Гаусса-Зейделя, классического скалярного и с красно-черным упорядочиванием, свидетельствует о незначительном (в 15%) ускорении вычислений при переходе к векторным операциям, что признаться несколько удивляет – от векторизации ожидался более выраженный эффект. За то новый волновой алгоритм того же метода демонстрирует ускорение в 4,39, 3,55 и 3 раза по сравнению с тремя предыдущими реализациями (таблица 1) и это очевидно связано не только с векторизацией вычислений.

Действительно, сокращая N до величины, при которой массив значений сеточной функции целиком уместится в уровень L3 кэш-памяти процессора, авторы наблюдали совпадение длительности вычислений по всем векторным алгоритмам и двукратный рост времени расчетов по сравнению с ними для скалярного. Последнее отличие объясняется емкостью одного векторного регистра – два числа двойной точности. Следовательно, результаты предыдущего эксперимента связаны со свойством блочности волнового алгоритма.

Убедимся в этом, уменьшая высоту волны Q_1 (блочный параметр) в заключительной серии экспериментов при $N=25e7$ и $Q=500$.



Таблица 2 Зависимость длительности вычислений T (сек.) от высоты волны

Q_1	250	100	50	10	5	4	2
T	77,84	83,90	96,13	99,50	99,16	120,66	225,73

В самом деле, при $Q_1=500$ размер блока (проекция волны на одномерный массив) не превышал объема кэш-памяти процессора, следовательно, при уменьшении значения блочного параметра эффективность волнового алгоритма должна драматически падать в силу многократного роста количества коммуникаций между оперативной памятью и кэш-памятью процессора, что и наблюдается в таблице 2.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 19-07-00423 А.

Заключение

Представленный волновой алгоритм метода Гаусса-Зейделя позволят организовывать векторные и блочные вычисления по классическому варианту указанного метода, характеризующиеся ускорением по сравнению с известными ранее реализациями.

Литература

1. Ортега, Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем/ Дж. Ортега. – пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 368 с.
2. Wolfe, M. More iteration space tiling / M. Wolfe // Proceedings of the ACM/IEEE Conference on Supercomputing (Supercomputing '89). – 1989. – P. 655-664.
3. M. Strout, L. Carter, J. Ferrante, J. Freeman, and B. Kreaseck Combining Performance Aspects of Irregular Gauss-Seidel via Sparse Tiling // In Proceedings of the 15th Workshop on Languages and Compilers for Parallel Computing (LCPC), July 2002.
4. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
5. Wolfe M. Loops skewing: The wavefront method revisited. International Journal of Parallel Programming 1986; 15(4): 279-293.

О.В. Гусев, В.В. Мокшин

ОПТИМИЗАЦИЯ РАБОТЫ АЭРОПОРТА ЗА СЧЁТ РЕСУРСОВ АЭРОПОРТА В СРЕДЕ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ANYLOGIC

(Казанский национальный исследовательский
технический университет им. А. Н. Туполева - КАИ)

Введение

Система – множество элементов, находящихся в отношениях и связях друг с другом, которое образует определённую целостность, единство.

Каждый день возникают новые информационные системы, которые необходимы для более удобного управления. Перед тем как реализовать систему её