



Таким образом, разработанный случайный процесс требует минимума априорной информации (X_n, X_g и ρ_{ij}), и адекватен большому количеству реальных сигналов. Он удобен и нашел применение для описания дискретной обработки сигналов и в цифровой технике.

Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989.–540 с.
2. Губарев В.В. Вероятностные модели: справочник. В 2-х ч., Ч.2 – Новосибирск: Новосиб. электротехн. ин-т, 1992.–183 с.
3. Свид. 72200700005. Случайный процесс Заико А.И. с равномерным законом распределения. Математическая модель // Заико А.И.; Зарег. ФГУП «ВНТИЦ» 28.02.07 г.–10 с.
4. Заико А.И. Случайный процесс с равномерным законом распределения // Измерительная техника.–1999.–№1.–С.9.
5. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие.– М.: Изд-во МАИ, 2006.–207 с.

В.А.Засов, Е.Н.Никоноров, М.В.Ромкин

УСТОЙЧИВЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

(Самарский государственный университет путей сообщения)

Рассмотрим модель образования сигналов в виде линейной многомерной системы, имеющей N входов и M выходов. Входными сигналами модели являются сигналы $s_n(k)$, $n=1,2,\dots,N$, выходными сигналами $x_m(k)$, $m=1,2,\dots,M$. Входные сигналы – это сигналы, генерируемые различными источниками сигналов, а выходными сигналами этой системы могут являться сигналы различных приемных устройств, например, датчиков, измерительных преобразователей, антенн и т.п. Положим, что каждый из M выходов такой многомерной системы связан со всеми N входами линейными каналами передачи сигналов.

В любой дискретный момент времени k M - мерный вектор измеряемых датчиками дискретных сигналов $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T$ получается из N - мерного вектора сигналов источников $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), \dots, s_N(k)]^T$. Математическая модель образования сигналов описывается системой уравнений типа дискретной свертки (1), в которой m - ный наблюдаемый сигнал представляет собой аддитивную смесь искаженных каналами сигналов источников и шума [1], т.е.



$$x_m(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{g=0}^{G-1} (h_{mn}(g, \mathbf{l})) s_n(k-g) + y_m(k), \quad (1)$$

где $h_{mn}(g)$ - элемент $M \times N$ матрицы $\mathbf{h}(g)$ импульсных характеристик каналов, $\mathbf{y}(k) = [y_1(k), y_2(k), \dots, y_M(k)]^T$ - вектор шума. Динамические характеристики каналов $h_{mn}(g, \mathbf{l})$ являются квазистационарными, т.е. изменяются в зависимости от некоторого вектора параметров \mathbf{l} (времени, температуры, местоположения и т.д.).

Задачей идентификации входных сигналов является определение сигналов источников $s_n(k)$, недоступных для прямых измерений, по измеренным в доступных точках сигналам приемников, в которых сигналы представляют собой аддитивную смесь искаженных в процессе передачи сигналов источников.

В общем случае решение этой задачи сводится к вычислению разделяющей матрицы $\mathbf{w}(g)$, которая является равной или близкой по тому или иному критерию матрице, обратной матрице $\mathbf{h}(g)$. Таким образом, в общем случае решение задачи есть решение системы (1) и может быть представлено в виде:

$$s_n(k) = \sum_{m=1}^M \sum_{g=0}^{G-1} w_{nm}(g) x_m(k-g), \quad (2)$$

где $\mathbf{w}(g)$ - матрица импульсных характеристик перестраиваемых фильтров с элементами $w_{nm}(g)$. В частотной области уравнение (2) можно записать в виде

$$\mathbf{S}(\omega) = \mathbf{W}(\omega) \mathbf{X}(\omega),$$

(3)

где $\mathbf{W}(\omega) = \mathbf{H}^{-1}(\omega)$.

Из общего решения следует, что задача идентификации входных сигналов относится к классу обратных задач, которые в общем случае могут быть некорректными. Поэтому решение может быть неустойчивым, т.е. малые изменения параметров смешивающей матрицы $\mathbf{H}(\omega, \mathbf{l})$ приводят к недопустимо большим изменениям решения, т.е. неустойчивости вычисления сигналов $s(k)$ [1]. Изменение параметров $\mathbf{H}(\omega, \mathbf{l})$ может привести к миграции устойчивого решения к неустойчивому, и поэтому непригодному для практического применения.

На основе методов регуляризации [2] разработаны алгоритмы обеспечения устойчивости разделения сигналов, отличительной особенностью которых является возможность использование результатов анализа устойчивости.

Операторное уравнение, описывающее модель образования сигналов с возмущениями, имеет вид

$$\hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{s} = \hat{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{s} \in L_2, \quad \hat{\mathbf{x}} \in L_2, \quad (4)$$

где вместо точных \mathbf{H} и \mathbf{x} известны их приближенные значения $\hat{\mathbf{H}}$ и $\hat{\mathbf{x}}$ такие, что $\|\hat{\mathbf{H}} - \mathbf{H}\|_E \leq \zeta_{\mathbf{H}}$ и $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2 \leq \delta$, где δ и $\zeta_{\mathbf{H}}$ - оценки сверху абсолютных погрешностей измерений сигналов \mathbf{x} и смешивающей матрицы \mathbf{H} . Регуляризованное решение \mathbf{s}_α по методу Тихонова [2], используя SVD разложение смешивающей матрицы, можно записать следующим образом

$$\mathbf{s}_\alpha = \sum_{n=1}^N f_n \cdot \frac{u_n^* \mathbf{x}}{\sigma_n} v_n,$$



где σ_n - сингулярные числа, а f_n - фильтрующие множители вида

$$f_n^{\text{Тихонов}} = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_n^2 + \alpha},$$

где $\alpha > 0$ - параметр регуляризации.

В работе предлагается регуляризирующий оператор $\tilde{\mathbf{W}}_\alpha(\omega) = (\hat{\mathbf{H}}(\omega) - \alpha \tilde{\mathbf{Z}}_{\text{крит}}^{\text{svd}}(\omega))^{-1}$, определяемый на основе матрицы $\tilde{\mathbf{Z}}_{\text{крит}}^{\text{svd}}$ сингулярных направлений [3].

Тогда, используя SVD разложение матрицы направлений $\tilde{\mathbf{Z}}_{\text{крит}}^{\text{svd}}(\omega) = -u_N(\omega)v_N^*(\omega)$, регуляризованное решение задачи разделения сигналов представляется следующим образом

$$\mathbf{S}_\alpha(\omega) = \tilde{\mathbf{W}}_\alpha(\omega) \hat{\mathbf{X}}(\omega) = \sum_{n=1}^N f_n(\omega) \cdot \frac{u_n^*(\omega) \hat{\mathbf{X}}(\omega)}{\sigma_n(\omega)} v_n(\omega), \quad (5)$$

где фильтрующие множители равны

$$\tilde{f}_n(\omega) = \begin{cases} 1, \sigma_n(\omega) \geq \alpha \\ \frac{\sigma_n(\omega)}{\sigma_n(\omega) + \alpha}, \sigma_n(\omega) < \alpha \end{cases}. \quad (6)$$

Если модель существенно неустойчива, то учитывая выполняющееся в этом случае неравенство $\sigma_N \ll \alpha$, фильтрующие множители (6) можно представить в виде

$$\tilde{f}_n^{\text{mod}}(\omega) = \begin{cases} 1, \sigma_n(\omega) \geq \alpha \\ \frac{\sigma_n(\omega)}{\alpha}, \sigma_n(\omega) < \alpha \end{cases}. \quad (7)$$

Выражения (5-7) представляют регуляризованное решение многомерной задачи идентификации входных сигналов, отличающееся использованием предложенных (6, 7) фильтрующих множителей и тем, что $\mathbf{S}_\alpha(\omega)$, $\hat{\mathbf{X}}(\omega)$ - векторы, а $\hat{\mathbf{H}}(\omega)$, $\tilde{\mathbf{W}}_\alpha(\omega)$ - матрицы, в отличие от классических одномерных случаев, где эти компоненты являются скалярами.

Параметр регуляризации α при известных погрешностях ξ и δ предлагается определять на основе модифицированного метода обобщенной невязки, который учитывает погрешность задания сигналов \mathbf{x} и матрицы \mathbf{H} и размерность задачи $\beta(r, M, N)$. Применительно к задаче разделения сигналов параметр регуляризации $\alpha > 0$ находится как корень уравнения

$$\|\hat{\mathbf{H}}\mathbf{s}_\alpha - \hat{\mathbf{x}}\|_2^2 = (\delta + \xi_{\mathbf{H}} \|\mathbf{s}_\alpha\|_2)^2 / \beta(r, M, N), \quad (8)$$

в котором α является параметром \mathbf{s}_α , а введенный множитель $\beta(r, M, N) \geq 1$ выполняет роль масштабирующего множителя, определяемого размерностью задачи ($M \times N$) и погрешностью измерения параметров сигналов и каналов (определяемой, в частности, разрядностью АЦП r).

Особенностью предложенного алгоритма регуляризации, приведенного в таблице, является возможность использования дополнительной информации, которая получается в результате анализа устойчивости, что позволяет уменьшить вычислительную сложность регуляризации.



Таблица. Обобщенный алгоритм регуляризации решения задачи разделения сигналов

| № | Действие | Комментарий |
|---|---|--|
| 1 | <p>Зададим начальное значение итерации $j=1$, определим $\alpha_{min} = \min_{\omega} \ \Delta \tilde{\mathbf{H}}(\omega)\ _2$, $\alpha_{max} = \max_{\omega} \sigma_{max}(\mathbf{H}(\omega))$, $\alpha_{\Pi} = \alpha_{min}$</p> <p>Определяем SVD разложение $\mathbf{H}(\omega_g) = \mathbf{U}(\omega_g) \mathbf{\Sigma}(\omega_g) \mathbf{V}^*(\omega_g)$</p> | Инициализация при $\omega_g = \omega_0, \dots, \omega_{G-1}$ |
| 2 | <p>Для каждой частоты ω_g проверяется условие: если $\ \Delta \tilde{\mathbf{H}}(\omega_g)\ _2 < \alpha_{\Pi}$, то вычисляется $\tilde{f}_n(\omega_g)$,</p> $\mathbf{s}_{\alpha}(\omega_g) = \sum_{n=1}^N \tilde{f}_n(\omega_g) \cdot \frac{u_n^*(\omega_g) \tilde{\mathbf{X}}(\omega_g)}{\sigma_n(\omega_g)} v_n(\omega_g)$ | Корректировка спектральных матриц |
| 3 | $\rho(\alpha) = \ \hat{\mathbf{H}}\mathbf{s}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{x}}\ _2^2 - (\delta + \zeta_{\mathbf{H}} \ \mathbf{s}_{\alpha}\ _2)^2 / \beta(r, M, N)$ | Вспомогательная функция |
| 4 | Если $\rho(\alpha_{min}) \cdot \rho(\alpha_{max}) > 0$, то $\alpha_{\Pi} = \delta + \zeta_{\mathbf{H}}$, иначе поиск корня уравнения $\rho(\alpha) = 0$, например, методом бисекций или методом Ньютона | Определение параметра регуляризации |

Рассмотренный алгоритм регуляризации многомерной задачи разделения сигналов сложен и громоздок, но представление его в частотной области и с учетом SVD разложения позволяет осуществлять регуляризацию в каждом частотном диапазоне параллельно во времени, что сокращает время регуляризации.

Приведенные ниже результаты компьютерного моделирования и сравнительного анализа разработанного алгоритма с известными показали достоверность сделанных теоретических выводов и подтвердили преимущества предложенного алгоритма регуляризации.

Проведем оценку вычислительной сложности предложенного алгоритма. В качестве примера рассмотрим модель со смешивающей матрицей с $M = N = 2$, где сигналы и каналы задаются с погрешностью, соответствующей 8 двоичным разрядам АЦП. Зависимости числа обусловленности исходного и регуляризованного решения от частоты, полученные в результате моделирования, приведены на рис. 1.

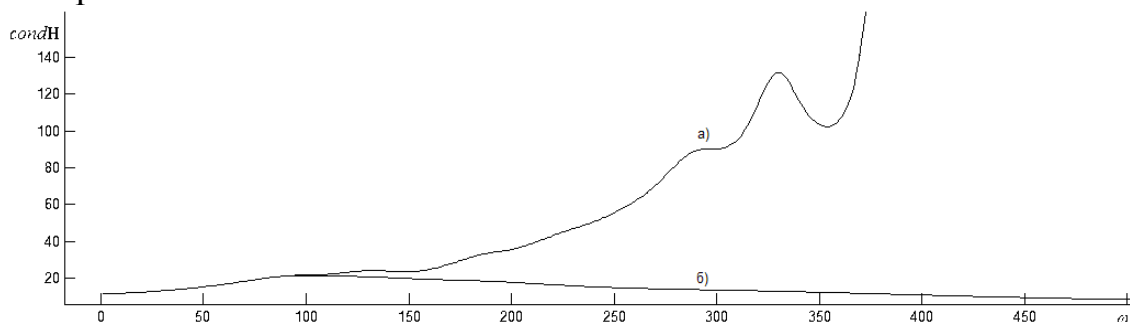


Рис. 1. Зависимость числа обусловленности от частоты: а) не регуляризованное решение, б) регуляризованное решение



Из графика на рис. 1 следует, что регуляризация решения задачи производилась в диапазоне частот с 100Гц по 400Гц, смешивающие же спектральные матрицы в диапазоне с 0 Гц по 100Гц оставались неизменными.

Таким образом, предлагаемый алгоритм регуляризации, обеспечивает устойчивость решения задачи идентификации входных сигналов и отличается меньшей вычислительной сложностью за счет использования результатов анализа процесса миграции устойчивости.

Литература

1. Засов В.А, Никоноров Е.Н., Тарабардин М.А. Идентификация входных сигналов в задачах контроля и диагностики динамических объектов //Четвертая международная конференция по проблемам управления (МКПУ-IV): Сб. трудов. – М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. – 2009. - С. 1478-1486.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука.– 1979. – 385 с.
3. Засов В.А., Никоноров Е.Н. Алгоритм регуляризации решения задачи разделения сигналов, использующий результаты анализа устойчивости. // В сборнике: Труды 9-ой междунаро. конф. «Идентификация систем и задачи управления SICPRO-12». – М.: Институт проблем управления РАН, 2012. - С. - 949-962.

А.И. Заико

ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА ЗАИКО С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Метод гистограмм разработан для измерения плотностей вероятностей случайных **величин**. Традиционное применение его для случайных **процессов** возможно только для равномерных законов распределений случайного процесса со ступенчатой корреляционной функцией и погрешностей отсчетов при экстраполяции сигнала между ними [1]. В работе эта задача решена для случайного процесса Заико с экспоненциальной корреляционной функции при экстраполяции в будущее и интерполяции сигнала между отсчетами.

Реализация $x(t)$ случайного процесса, равномерно дискретизируются во времени с шагом T_0 и квантуется по уровню с шириной кванта $2\Delta_k$. Получаются дискретные отсчеты x_{il} , где i – номер отсчета, датированного моментом времени t_i , а l – номер кванта, соответствующий уровню квантования x_l . Количество уровней квантования L , а номера уровней квантования $l = 1, 2, \dots, L$ [2].

Оценка одномерной плотности вероятности при *экстраполяции в будущее* реализации процесса $x(t)$ по последнему отсчету