



Д.В.Сергиенко

## СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ ВХОДЕ В АТМОСФЕРУ

(ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)»)

Целью работы является статистическое моделирование и анализ законов распределения характеристик движения космического аппарата (КА), близкого к телу вращения, при входе в атмосферу. Особенностью работы является рассмотрение КА с малой асимметрией, закрученных вокруг продольной оси.

Рассматривается методика приближения плотностей вероятностей для основных контролируемых характеристик вращательного движения КА в характерных точках траектории спуска:

1. В момент ввода парашютной системы ( $H = 8$  км).
2. В момент прохождения максимального скоростного напора.
3. В момент прохождения максимального удельного теплового потока.

Учитываются следующие случайные возмущения:

1. Возмущения, связанные с неточностью знания начальных условий движения КА.
2. Возмущения, характеризующие окружающую среду.
3. Возмущения, связанные с неточностью знания аэродинамических характеристик КА.
4. Возмущения, связанные с неточностью знания массово-инерционных характеристик КА.

Обработка статистических данных проводится для следующих контролируемых характеристик движения КА:

1. Угол атаки.
2. Максимальный угол атаки.
3. Модуль угловой скорости.

Движение центра масс КА описывается уравнениями, записанными в скоростной системе координат [1]:

$$m \cdot \frac{dV}{dt} = C_{xa} \cdot q \cdot S - m \cdot g \cdot \sin \theta,$$
$$V \cdot \frac{d\theta}{dt} = -g \cdot \cos \theta + \frac{V^2}{R_\zeta + H} \cdot \cos \theta,$$
$$\frac{dH}{dt} = V \cdot \sin \theta,$$
$$\frac{dL_{i\ddot{\theta}}}{dt} = \frac{R_\zeta}{R_\zeta + H} \cdot V \cdot \cos \theta,$$



где  $m$  – масса КА,  $g$  – ускорение свободного падения,  $V$  – скорость центра масс аппарата,  $q = 0.5 \cdot \rho_\alpha \cdot V^2$  – скоростной напор,  $\rho_\alpha$  – плотность атмосферы,  $\theta$  – угол наклона траектории,  $R_\zeta$  – средний радиус Земли,  $L_{i\theta}$  – продольная дальность полета,  $C_{xa}$  – коэффициент лобового сопротивления,  $S$  – характерная площадь КА.

Вращательное движение КА описывается кинематическими и динамическими уравнениями Эйлера [2]:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \omega_z \cdot \cos \varphi + \omega_y \cdot \sin \varphi, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= -\frac{1}{\sin \alpha} (\omega_y \cdot \cos \varphi - \omega_z \cdot \sin \varphi), \\ \frac{d\varphi}{dt} &= \omega_x - \frac{d\gamma}{dt} \cdot \cos \alpha, \\ \frac{d\omega_x}{dt} &= \frac{M_x}{I_x} + \frac{I_y - I_z}{I_z} \cdot \omega_y \cdot \omega_z, \\ \frac{d\omega_y}{dt} &= \frac{M_y}{I_y} + \frac{I_z - I_x}{I_z} \cdot \omega_x \cdot \omega_z, \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{M_z}{I_z} + \frac{I_x - I_y}{I_z} \cdot \omega_y \cdot \omega_x \end{aligned}$$

где  $\alpha, \gamma, \varphi$  – углы Эйлера,  $I_x, I_y, I_z$  – моменты инерции КА,  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  – угловые скорости вращения КА,  $M_x, M_y, M_z$  – аэродинамические моменты.

В работе использовались следующие алгоритмы :

1. Для статистического анализа - метод статистических испытаний.
2. Для численного моделирования - метод Рунге-Кутты четвертого порядка точности с переменным шагом.
3. Для аппроксимации плотностей распределения - метод наименьших квадратов для стандартного степенного полинома и ряды Фурье.

В качестве гипотез о законе распределения выборок, полученных в результате численного эксперимента, использовались следующие стандартные законы распределения:

1. Нормальный закон.
2. Распределение Рэлея.
3. Закон косинуса.
4. Гамма-распределение.
5. Распределение Максвелла.
6. Распределение Лапласа.

При проверке гипотез использовались два критерия согласия:

1. Критерий Колмогорова-Смирнова.
2. Критерий хи-квадрат (Пирсона).

Используется уровень значимости 0.05.



На рисунках 1-3 приведены результаты некоторых экспериментов.

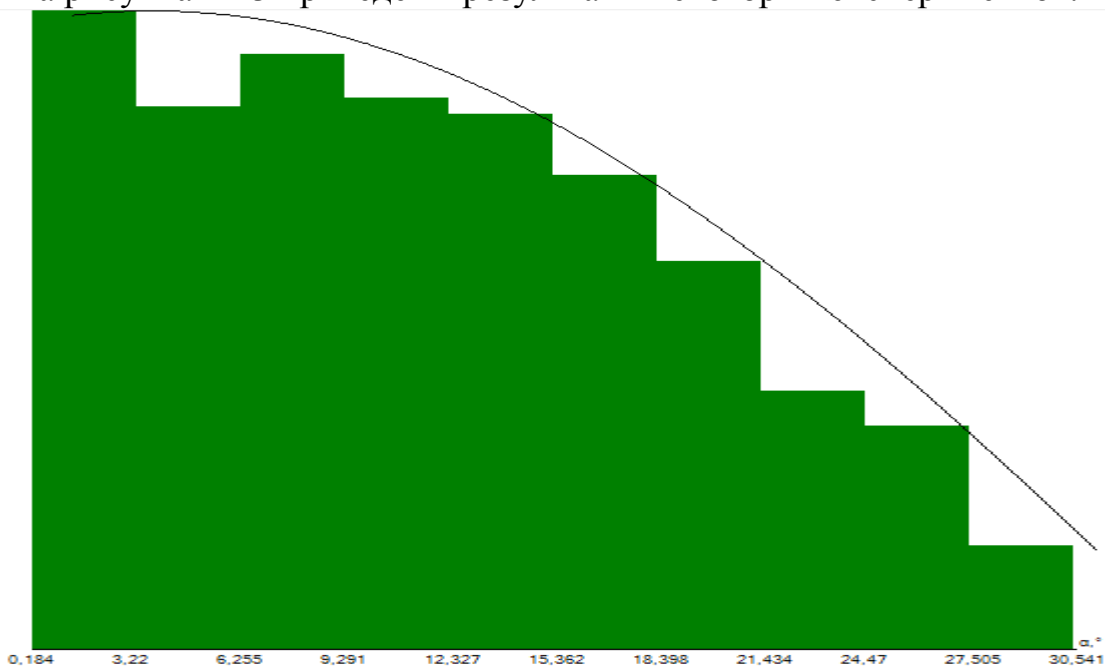


Рис. 1. Гистограмма и наиболее близкий теоретический закон распределения для угла атаки  $\alpha$  в точке максимального теплового потока (закон косинуса)

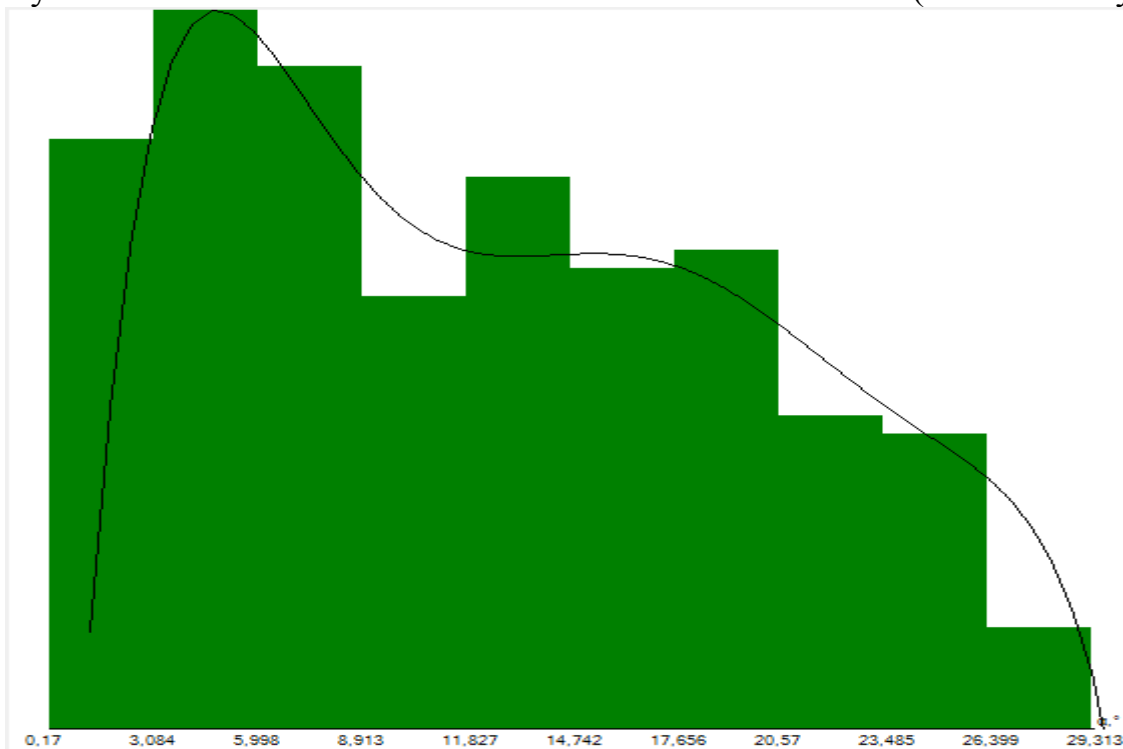


Рис. 2. Гистограмма и наиболее близкое степенное приближение  $Q_n(x)$  по методу наименьших квадратов для угла атаки  $\alpha$  в точке максимального скоростного потока ( $n = 6$ )

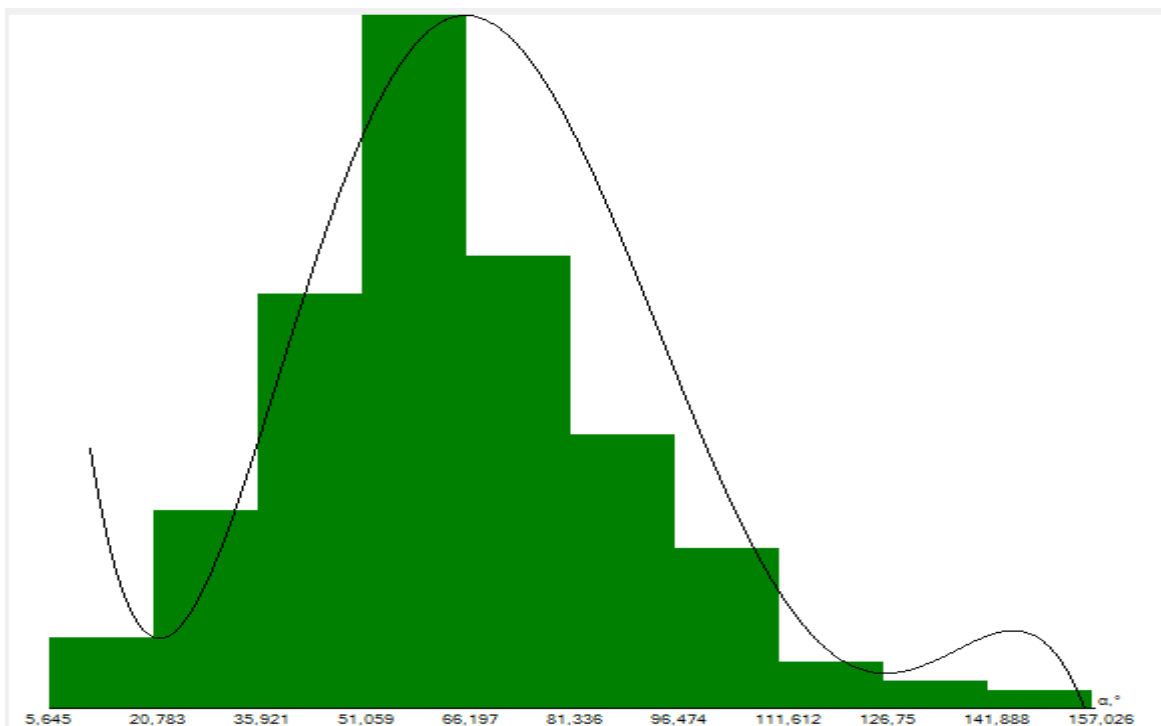


Рис. 3. Гистограмма и наиболее близкое степенное приближение  $Q_n(x)$  по методу наименьших квадратов для угла атаки  $\alpha$

в точке максимального теплового потока при наличии асимметрии КА ( $n = 5$ )

Результаты и выводы:

1. На полученные результаты статистического моделирования наибольшее влияние оказывают массово-инерционная асимметрия КА и неточность знания начальных условий движения КА, а наименьшее влияние – случайные вариации аэродинамических характеристик и плотности атмосферы.

2. Лучшие приближения для плотностей вероятности контролируемых характеристик движения КА получаются с помощью классического метода наименьших квадратов.

3. Начальная закнутка КА существенно сужает размах выборки и приводит к большему отличию эмпирического закона распределения угла атаки КА от нормального закона.

4. При увеличении асимметрии КА до 10%, движение аппарата становится неустойчивым.

5. Существует возможность формирования законов распределения угла атаки на условной границе атмосферы с целью обеспечения меньших углов атаки в плотных слоях атмосферы путем изменения ориентации КА при его отделении от базового КА или космической станции.

#### Литература

1. Дмитриевский А.А., Лысенко Л.Н., Богодистов С.С. Внешняя баллистика. – М.: Машиностроение, 1991. – 640 с.

2. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. – М.: Машиностроение, 1978. – 166 с.