



Разбиение на районы позволяет проводить различные исследования в области транспортного планирования, с целью оптимизации транспортной инфраструктуры города. Дальнейшая работа над проектом продолжается в направлении улучшения качества районирования. Также планируется использовать разработанные методы и модели в других городах мира, в частности спроектировать модель транспортных потоков в городе Богота (Колумбия) для оптимизации дорожного движения и уровня жизни населения в нем.

### Литература

1. Inrix. Traffic Congestion Cost Uk Motorists Over £37.7 Billion In 2017 [Электронный ресурс]/ <http://inrix.com/press-releases/scorecard-2017-uk/> .2017
2. А.В. Гасникова. Введение в математическое моделирование транспортных потоков [Текст]/Гасникова А.В., Кленов С.Л. МФТИ, 2010. 6-8 с
3. OSM, OpenStreetMap [Электронный ресурс]/ <https://www.openstreetmap.org/about>
4. Martinez L.M., A traffic analysis zone definition: a new methodology and algorithm. [Текст]/ Martinez L.M Viegas, J.M., Silva, E.A. Springer Science Business Media, LLC, 2009.584 с.
5. Ding, C.: Impact analysis of spatial data aggregation on transportation forecasted demand. [Текст]/ C. Ding // In: Proceedings of the Urban and Regional Information System Association (URISA) Conference, Washington DC, URISA 1994.
6. Baass, K.G.: Design of zonal systems for aggregate transportation planning models. [Текст] / K.G. Baass. Transp. Res. Rec. Travel. Demand. Forecast. Data. Consid. 807, 1981, 1–6

Т.А. Макаровских

## СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ МАРШРУТИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ ПОСТРОЕНИЯ ПОКРЫТИЙ В ПЛОСКИХ ГРАФАХ

(Южно-Уральский государственный университет)

Интерес к задачам маршрутизации объясняется их использованием в качестве математических моделей многих проблем управления и автоматизации проектирования. Математическая модель выбора оптимального маршрута между различными объектами, фиксированными как вершины ориентированного графа, вообще, является одной из самых исследуемых областей [1, 2]. Еще одним примером может служить задача моделирования замкнутых сетей массового обслуживания, например, размещения велосипедных парковок в городе [3], где с помощью вершин ориентированного графа определяются парковки, а с помощью взвешенных дуг – возможные пути между ними. Для планирования и оперативного управления выбора маршрута доставки решается задача, основанная на представлении совокупности типовых состояний системы в виде уз-



лов графа, переходы которого соответствуют управляющим решениям нечеткой ситуационной сети [4].

При решении задачи маршрутизации при распределении пассажирских и транспортных потоков [5], учитывающей специфику перемещений пассажиров в крупных городах, необходимо правильно описать поведение пассажира при выборе им пути следования. На его поведение оказывает влияние множество факторов. Для обеспечения единого информационного пространства задач в [5] предлагается использовать специальный граф, который представляет собой систему всех возможных перемещений в пределах города или граф путей сообщения (представляющего собой объединение подграфов метрополитена, железной дороги, пеших перемещений, автомобильных дорог и пр.). Все дуги данного графа обладают конечным жизненным циклом: каждый элемент графа характеризует момент создания и момент пометки на удаление.

Наибольший теоретический интерес представляют задачи маршрутизации, осложненные различными ограничениями. Существуют различные методы решения таких задач и различные ограничения [6–8]. Рассмотрим подход, основанный на инструментарии теории графов.

В терминах теории графов транспортную сеть можно представить в виде плоского графа  $G=(V,E)$ , где множество вершин  $V$  – это множество перекрестков (городов, аэропортов, складов и т.д.), а множество ребер  $E$  – это множество связей между объектами из  $V$  (дорог, магистралей, рейсов и пр.). Таким образом, если существует ребро  $e=\{v_1,v_2\}$ , то между объектами, соответствующими  $v_1$  и  $v_2$ , существует прямое сообщение. Следовательно, для решения задачи маршрутизации в транспортной сети необходимо построить такой маршрут (или такое множество маршрутов) в графе  $G(V,E)$  между парой (парами) вершин в графе, который соответствует маршруту в предложенной транспортной сети.

Как уже говорилось выше, наибольший интерес представляют задачи маршрутизации с ограничениями, поскольку введенные ограничения позволяют описать достаточно узкий класс прикладных задач. Поскольку граф, соответствующий транспортной сети, имеет достаточно большую размерность, то актуальны алгоритмы, позволяющие получить решение (или допустимое решение) за кратчайшее время. Предпочтение отдается алгоритмам, решающим задачу за полиномиальное время (если они существуют для заявленного класса задач).

Ограничения на построение маршрутов в графах можно классифицировать как локальные (когда условие задается в фиксированной вершине или ребре) и глобальные (ограничение задается для графа в целом).

К задачам с **локальными ограничениями** можно отнести задачу построения маршрута, удовлетворяющего фиксированной системе разрешенных переходов. В терминах задачи маршрутизации на транспорте постановку задачи можно интерпретировать следующим образом. В качестве вершин графа рассматриваются все перекрестки в городе, ребер – улицы. Необходимо построить



маршрут между начальной и конечной точками, удовлетворяющий правилам дорожного движения (разрешенным поворотам на перекрестках) либо заданной последовательности проезда по улицам.

Возможно решение задачи в следующих трех постановках:

- 1) поиск разрешенного пути между двумя точками (алгоритм  $T_G$ -совместимый путь) [7];
- 2) поиск пути, проходящего по всем улицам города в соответствии с правилами дорожного движения или заданной последовательности поворотов на перекрестках (алгоритм построения допустимой эйлеровой цепи) [8];
- 3) поиск множества путей, в совокупности проходящих по всем улицам города (покрытие произвольного графа допустимыми цепями) [8].

Для решения этих задач помимо графа, соответствующего карте местности, в каждой вершине  $v \in V$  определяется и граф переходов  $T_G(v)$ . Вершинами  $T_G(v)$  являются ребра, инцидентные вершине  $v \in V$ , т.е.  $V(T_G(v)) = E_G(v)$ , а множество ребер – допустимые переходы.

Для задачи построения  $T_G$ -совместимой цепи, т.е. простой цепи

$C = v_0 e_1 v_1 \dots e_k v_k$  в графе  $G$ , для которой  $\{e_i, e_{i+1}\} \in E(T_G(v_i))$  для каждого  $i$  ( $1 \leq i \leq k-1$ ), справедлива следующая теорема [9].

**Теорема.** *Если все графы переходов принадлежат либо классу  $M$  полных многодольных графов, либо классу  $P$  паросочетаний, то задача построения  $T_G$ -совместимой цепи является разрешимой за время  $O(|E(G)|)$ . В противном случае данная задача является NP-полной.*

Известны алгоритмы, позволяющие решить указанные задачи за полиномиальное время [7, 8]. В частности, задачу (1) можно решить за линейное время, задачи (2) и (3) – за время  $O(|V| \cdot |E|)$ .

Для решения задачи (1) при выполнении условий теоремы можно использовать алгоритм  $T_G$ -СОВМЕСТИМЫЙ ПУТЬ [7], с помощью которого возможно построение только простой цепи между двумя различными вершинами (т.е. цепи, в которых любая вершина встречается ровно один раз).

Однако в общем случае непосредственное применение данного алгоритма не позволяет решить задачу нахождения  $T_G$ -совместимого маршрута, содержащего максимальное число ребер.

Особый интерес представляют допустимые эйлеровы цепи (задача (2)). Для решения этой задачи используется алгоритм СОВМЕСТИМАЯ ЭЙЛЕРОВА ЦЕПЬ, решающий ее за время  $O(|E| \cdot |V|)$  [8].

Так как в общем случае граф не является эйлеровым, то целесообразно рассмотреть общий случай (задача (3), покрытие графа допустимыми цепями). В этом случае осуществляется достройка графа до эйлерова. Один из способов сведения графа к эйлерову приведен в [7]. В рассмотренном алгоритме построения покрытия допустимыми цепями предложено ввести фиктивную вершину



$v^*$  и связать с ней все вершины нечетной степени фиктивными ребрами. В [7] доказано, что в этом случае удастся решить поставленную задачу за время  $O(|E| \cdot |V|)$ . В результате будет построено  $l+1$  цепь, покрывающая исходный граф, где  $l = \deg(v^*)$ .

Тем не менее, дополнительные ребра в графе могут быть введены и в соответствии с наложенными на них дополнительными ограничениями, например, при решении задачи дорожного движения эти ребра должны представлять собой плоскую достройку и/или дублировать уже имеющиеся ребра. В этом случае количество построенных цепей будет зависеть от количества дополнительных ребер.

В терминах задачи маршрутизации на транспорте данную задачу можно интерпретировать двумя способами:

(1) построенное покрытие представляет собой множество допустимых маршрутов в городе, а вершина  $v^*$  - депо;

(2) построенное покрытие является решением известных прикладных задач (например, описанных в [10]: доставка, сбор мусора, автоматическая уборка больших территорий), когда на последовательность обхода улиц/коридоров наложены определенные ограничения.

### Литература

1. Моргунов, И.Б. Разработка математической модели выбора оптимального маршрута/ И.Б. Моргунов. // Вестник УГАТУ. Сер. «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». 2008. Т. 11, № 1(28). С. 194–199.

2. Сергеев, А.С. Разработка алгоритма формирования сети трасс и его применение для определения семейства маршрутов в ориентированных графах и сетях/ А.С. Сергеев // Вестник РГУПС. 2001. № 1. С. 45–48.

3. Giuseppe C., Portigliotti, C.F., Rizzo A. A Network Model for an Urban Bike Sharing System // IFAC-PapersOnLine, Volume 50, Issue 1, July 2017, Pages 15633–15638.

4. Фараонов, А.В. Разработка ситуационной модели задачи маршрутизации при необходимости изменения опорного плана на основе нечеткой ситуационной сети / А.В. Фараонов // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. Москва, Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 5101–5113.

5. Султанмахмедов, М.А. Управление городскими пассажиропотоками на основе графовых моделей/ М.А. Султанмахмедов // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2. С. 55–60.

6. Ченцов, А.Г. Маршрутизация в условиях ограничений: задача о посещении мегаполисов / А. Г. Ченцов, П. А. Ченцов // Автоматика и телемеханика, № 11, 2016. – С. 96–117.



7. Панюкова, Т.А. Маршруты с локальными ограничениями / Т.А. Панюкова // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2010. Вып. 5. № 16(192). С. 58–67.

8. Панюкова, Т.А. Маршруты с локальными ограничениями: алгоритмы и программная реализация / Т.А. Панюкова, И.О. Алферов // Прикладная информатика. 2013. № 1(43). С. 80–90.

9. Szeider S. Finding Paths in Graphs Avoiding Forbidden Transitions // Discrete Applied Mathematics, 2003. № 126. P. 261–273.

10. Кристофидес, Н. Теория графов / Н. Кристофидес – М.: Мир, 1978. 432 с.

Д.Д. Мальчиков, Н.А. Остроглазов

## ПЛАГИН ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДОСТОПРИМЕЧАТЕЛЬНОСТЕЙ ГОРОДА НА ЭЛЕКТРОННОЙ КАРТЕ

(Самарский университет)

Для реализации плагина «Достопримечательность» необходима функциональность геоинформационной системы, в которой в каждый слой добавляются на карту новые географические объекты [1]. Таким образом, чем больше геообъектов разных типов, тем больше тематических слоев загружено в систему (рисунок 1).

Для создания плагина необходимо выбрать предметную область, затем разработать ER-модель базы данных [2], которая определяет отношения между объектами плагина. Рассмотрим предметную область «Достопримечательность» [3, 4]. Основными объектами плагина будут культурные и исторические достопримечательности, которые можно посетить клиентам. Эти объекты обладают семантическими и географическими параметрами. Дополним базу данных таблицами, которые дополняют тематический слой и делают его более информативным, такие как «Адрес», «Организация» и другие.

Основная сущность плагина «Достопримечательность» имеет параметры:

- идентификатор (*id*) – который позволяет уникализировать достопримечательность и, если понадобится, то выбрать нужный геообъект по данному идентификатору из базы данных;
- имя (*name*) – название достопримечательности;
- адрес (*adress\_id*) – местоположение геообъекта, в данном случае это идентификатор сущности «Адрес», которая имеет множество реализующих её параметров, например «Название улицы», «Номер дома», «Перекрёсток» и другие;
- геометрия (*geometry\_id*) – геометрия геообъекта, которая реализует зону покрытия достопримечательности, например, небольшая скульптура в парке, так и целая площадь;