– при плавном пуске при увеличении U статора от 0 до $U_н$ значения за 1 секунду, количество теплоты минимален (0,66 в о.е);

– при плавных пусках при увеличении U статора от 0 до $U_н$ за 2 и 3 секунды количество теплоты увеличилось чем за 1 секунды (0,69 и 0,71 в о.е.).

Выбор точного и оптимального значения ограничения пускового тока оказался весьма трудной задачей, поскольку для каждого электродвигателя и механизма данное значение может быть разным. Для исследуемого нами объекта значение ограничения пускового тока ровнялся примерно трехкратному значению номинального тока, так как при прямом пуске пусковой ток имел пяти, шестикратное значение.

Литература

1. Донской Н.В. Регулируемые электроприводы переменного тока. Чебоксары: Изд-во Чуваш. Ун-та, 2007. – 204с.

2. Калинин, А. Г. Исследование и разработка энергоэффективных режимов электроприводов в системах электроснабжения**.** Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. Чебоксары 2011.

3. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в Matlab, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с., ил.

А.И. Заико

СЛУЧАЙНЫЙ ПРОЦЕСС ЗАИКО

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Широкое распространение для описания измеряемых сигналов получил стационарный случайный процесс с нормальным (гауссовым) законом распределения. Он обладает эргодическим свойством, хорошо согласуется с центральной предельной теоремой и характеризуется всего тремя параметрами: математическим ожиданием, дисперсией и ковариационной функцией [1, 2].

Недостатком нормального процесса являются бесконечные границы существования, что затрудняет применение его для описания дискретных и цифровых измерений. Использование усеченных нормальных законов распределений устраняет этот недостаток, но усложняет математическое описание [1, 2].

В статье описывается оригинальный стационарный случайный процесс с равномерным законом распределения плотности вероятности, который свободен от этих недостатков и сравнительно прост [3].

Одномерные характеристики [1, 2]**.** *Одномерная плотность распределения вероятности* такого процесса

$$w_1[X] = \begin{cases} (X_в - X_н)^{-1}, & X_н \le X \le X_в; \\ 0, \text{ в остальных случаях,} \end{cases}$$

где $X_н$ и $X_в$ – нижняя и верхняя границы изменения сигнала $x(t)$.

Одномерное распределение вероятности

$$W_1[X]=\int_{X_н}^{X_1} w_1[Y]dY=\begin{cases}0, & X<X_н;\\ \dfrac{X-X_н}{X_в-X_н}, & X_н\le X\le X_в;\\ 1, & X_в<X.\end{cases}$$

Математическое ожидание такого процесса

$$m_x=\int_{X_н}^{X_в} X w_1[X]dX=\frac{X_в+X_н}{2},$$

дисперсия

$$D_x=\sigma_x^2=\int_{X_н}^{X_в}(X-m_x)^2 w_1[X]dX=\frac{(X_в-X_н)^2}{12}$$

и одномерная характеристическая функция

$$\theta_1[j\nu]=\int_{X_н}^{X_в} w_1[X]\mathrm{e}^{j\nu X}dX=\exp(j\nu m_x)\frac{\sin(\sqrt{3}\,\nu\sigma_x)}{\sqrt{3}\,\nu\sigma_x}.$$

Двумерные характеристики [4, 5]**.** *Условная двумерная плотность вероятности* $w_2[X_2|X_1]$, также распределена равномерно между нижней $X_н(X_1)$ и верхней $X_в(X_1)$ границами динамического диапазона изменения $x(t_2)$ при условии, что $x(t_1)=X_1$, которые равны: $X_н(X_1)=X_н+(X_1-X_н)\rho_{12}$; $X_в(X_1)=X_в-(X_в-X_1)\rho_{12}$, где $\rho_{12}=\rho(t_2-t_1)$– нормированная корреляционная функция, обладающая следующими свойствами: 1) $\rho_{12}=\rho_{21}$; 2) $\rho_{11}=\rho_{22}=1$; 3) $\rho_{-\infty 2}=\rho_{1\infty}=\rho_{-\infty\infty}=0$.

Тогда *условная двумерная плотность вероятности*

$$w_2[X_2\mid X_1]=\begin{cases}[X_в(X_1)-X_н(X_1)]^{-1}=[(X_в-X_н)(1-\rho_{12})]^{-1},\\ X_н\le X_1\le X_в;\ \ X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1);\\ 0,\quad \text{в остальных случаях.}\end{cases})$$

Условные математическое ожидание и дисперсия:

$$m_{x2}(X_1)=\int_{X_н(X_1)}^{X_в(X_1)} X_2 w_2[X_2|X_1]dX_2=m_x+(X_1-m_x)\rho_{12};$$

$$D_{x2}(X_1)=\int_{X_н(X_1)}^{X_в(X_1)}[X_2-m_{x2}(X_1)]^2 w_2[X_2|X_1]dX_2=D_x(1-\rho_{12})^2.$$

Отсюда следует, что X_2 можно выбирать раньше или позже X_1, т. е. могут быть $t_2>t_1$ или $t_2<t_1$.

Двумерная плотность распределения вероятности

$$w_2[X_1;X_2]=\begin{cases}\dfrac{1}{(X_в-X_н)[X_в(X_1)-X_н(X_1)]}=\dfrac{1}{(X_в-X_н)^2(1-\rho_{12})}, & X_н\le X_1\le X_в;\\ & X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1);\\ 0,\ \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

Корреляционная функция процесса

$R_x(t_2-t_1)=\sigma_x^2\rho_{12}$.

Двумерная функция вероятности

$$W_2[X_1;X_2]=\int\limits_{X_н}^{X_1}\int\limits_{X_н(X_1)}^{X_2}w_2[Y_1;Y_2]dY_1dY_2=\begin{cases}0,\ \ X_1<X_н,\ X_2<X_н(X_1);\\ \dfrac{(X_1-X_н)[X_2-X_н(X_1)]}{(X_в-X_н)^2(1-\rho_{12})},\\ X_н\le X_1\le X_в,\ X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1);\\ 1,\ X_в<X_1,\ X_в(X_1)<X_2.\end{cases}$$

Двумерная характеристическая функция процесса

$$\theta_2[j\nu_1;j\nu_2]=\int\limits_{X_н}^{X_в}\int\limits_{X_н(X_1)}^{X_в(X_1)}w_2[X_1;X_2]e^{j(\nu_1X_1+\nu_2X_2)}dX_1dX_2=$$

$$=\exp[j(\nu_1+\nu_2)m_x]\frac{\sin\left[\sqrt{3}\nu_2(1-\rho_{12})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}\nu_2(1-\rho_{12})\sigma_x}\frac{\sin\left[\sqrt{3}(\nu_1+\nu_2\rho_{12})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}(\nu_1+\nu_2\rho_{12})\sigma_x}.$$

Трехмерные характеристики [5]**.** *Условная трехмерная плотность вероятности* $w_3[X_3|X_1;X_2]$ распределена равномерно между нижней $X_н(X_1;X_2)$ и верхней $X_в(X_1;X_2)$ границами динамического диапазона изменения $x(t_3)$ при условии, что $x(t_1)=X_1$ и $x(t_2)=X_2$, и равна

$$w_3[X_3|X_1;X_2]=\begin{cases}[X_в(X_1;X_2)-X_н(X_1;X_2)]^{-1}=\left[(X_в-X_н)\left(1-\dfrac{\rho_{13}+\rho_{23}}{1+\rho_{12}}\right)\right]^{-1},\\ X_н\le X_1\le X_в,\ X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1),\\ X_н(X_1;X_2)\le X_3\le X_в(X_1;X_2);\\ 0,\ \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

Условные математическое ожидание и дисперсия:

$$\left.\begin{aligned}m_{x3}(X_1;X_2)&=\int\limits_{X_н(X_1;X_2)}^{X_в(X_1;X_2)}X_3w_3[X_3|X_1;X_2]dX_3=\\ &=m_x+(X_1-m_x)\frac{\rho_{13}-\rho_{23}\rho_{12}}{1-\rho_{12}^2}+(X_2-m_x)\frac{\rho_{23}-\rho_{13}\rho_{12}}{1-\rho_{12}^2};\\ D_{x3}(X_1;X_2)&=\int\limits_{X_н(X_1;X_2)}^{X_в(X_1;X_2)}[X_3-m_{x3}(X_1;X_2)]^2w_3[X_3|X_1;X_2]dX_3=D_x\left(1-\frac{\rho_{13}+\rho_{23}}{1+\rho_{12}}\right)^2.\end{aligned}\right\}$$

Отсюда следует, что $w_3[X_3|X_1;X_2]$ является четной функцией по отношению к сдвигам времени t_2-t_1, t_3-t_1 и t_3-t_2. Это означает, что X_1, X_2 и X_3 можно выбирать в любой последовательности.

Трехмерная безусловная плотность распределения вероятностей

$$w_3[X_1;X_2;X_3]=\begin{cases}\{(X_в-X_н)[X_в(X_1)-X_н(X_1)][X_в(X_1;X_2)-X_н(X_1;X_2)]\}^{-1}= \\ =\left[(X_в-X_н)^3(1-\rho_{12})\left(1-\dfrac{\rho_{13}+\rho_{23}}{1+\rho_{12}}\right)\right]^{-1},\ X_н\le X_1\le X_в; \\ X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1);\ X_н(X_1;X_2)\le X_3\le X_в(X_1;X_2); \\ 0,\text{ в остальных случаях.}\end{cases}$$

Трехмерная функция вероятности

$$W_3[X_1;X_2;X_3]=\int\limits_{X_н}^{X_1}\int\limits_{X_н(X_1)}^{X_2}\int\limits_{X_н(X_1;X_2)}^{X_3}W_3[Y_1;Y_2;Y_3]dY_1dY_2dY_3=$$

$$=\begin{cases}0,\ X_1<X_н,X_2<X_н(X_1),\ X_3<X_н(X_1;X_2); \\ \dfrac{(X_1-X_н)[X_2-X_н(X_1)][X_3-X_н(X_1;X_2)]}{(X_в-X_н)[X_в(X_1)-X_н(X_1)][X_в(X_1;X_2)-X_н(X_1;X_2)]}, \\ X_н\le X_1\le X_в;\ X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1);X_н(X_1;X_2)\le X_3\le X_в(X_1;X_2); \\ 1,\ X_в<X_1;X_в(X_1)<X_2;X_в(X_1;X_2)<X_3.\end{cases}$$

Трехмерная характеристическая функция процесса

$$\theta_3[j\nu_1;j\nu_2;j\nu_3]=\exp[j(\nu_1+\nu_2+\nu_3)m_x]\frac{\sin\left[\sqrt{3}\nu_3\left(1-\dfrac{\rho_{13}+\rho_{23}}{1+\rho_{12}}\right)\sigma_x\right]}{\sqrt{3}\nu_3\left(1-\dfrac{\rho_{13}+\rho_{23}}{1+\rho_{12}}\right)\sigma_x}\frac{\sin\left[\sqrt{3}\left(\nu_2+\nu_3\dfrac{\rho_{23}-\rho_{13}\rho_{12}}{1-\rho_{12}^2}\right)(1-\rho_{12})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}\left(\nu_2+\nu_3\dfrac{\rho_{23}-\rho_{13}\rho_{12}}{1-\rho_{12}^2}\right)(1-\rho_{12})\sigma_x}\times$$

$$\times\frac{\sin\left[\sqrt{3}(\nu_1+\nu_2\rho_{12}+\nu_3\rho_{13})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}(\nu_1+\nu_2\rho_{12}+\nu_3\rho_{13})\sigma_x}.$$

Марковское свойство. Это свойство ограниченного последействия описывается уравнением $w_3[X_3|X_1;X_2]=w_2[X_3|X_2]$ [1]. Из него следует, что при $\rho_{13}=\rho_{12}\rho_{23}$, где $t_1\le t_2\le t_3$, *условная двумерная плотность вероятности*

$$w_2[X_3|X_2]=\begin{cases}[X_в(X_2)-X_н(X_2)]^{-1}=[(X_в-X_н)(1-\rho_{23})]^{-1}, \\ X_н\le X_1\le X_в,\ X_н(X_1)\le X_2\le X_в(X_1),\ X_н(X_2)\le X_3\le X_в(X_2); \\ 0,\text{ в остальных случаях,}\end{cases}$$

где границы изменения $X_н(X_2)=X_н+(X_2-X_н)\rho_{23};\ X_в(X_2)=X_в-(X_в-X_2)\rho_{23}$.

Условные математическое ожидание и дисперсия такого процесса:

$$m_{x3}(X_2)=\int\limits_{X_н(X_2)}^{X_в(X_2)}X_3w_2[X_3|X_2]dX_3=m_x+(X_2-m_x)\rho_{23};$$

$$D_{x3}(X_2)=\int\limits_{X_н(X_2)}^{X_в(X_2)}[X_3-m_{x3}(X_2)]^2w_2[X_3|X_2]dX_3=D_x(1-\rho_{23})^2.$$

Решением уравнения $\rho_{13}=\rho_{12}\rho_{23}$ является нормированная корреляционная функция $\rho_{ij}=\rho(t_j-t_i)=\exp(-\alpha|t_j-t_i|),\ 0\le\alpha\le\infty$.

Трехмерная характеристическая функция такого процесса

$$\theta_3[j\nu_1;j\nu_2;j\nu_3]=\exp[j(\nu_1+\nu_2+\nu_3)m_x]\frac{\sin\left[\sqrt{3}\nu_3(1-\rho_{23})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}\nu_3(1-\rho_{23})\sigma_x}\times$$

$$\times\frac{\sin\left[\sqrt{3}(\nu_2+\nu_3\rho_{23})(1-\rho_{12})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}(\nu_2+\nu_3\rho_{23})(1-\rho_{12})\sigma_x}\frac{\sin\left[\sqrt{3}(\nu_1+\nu_2\rho_{12}+\nu_3\rho_{12}\rho_{23})\sigma_x\right]}{\sqrt{3}(\nu_1+\nu_2\rho_{12}+\nu_3\rho_{12}\rho_{23})\sigma_x}.$$

Таким образом, разработанный случайный процесс требует минимума априорной информации ($X_н, X_в$ и ρ_{ij}), и адекватен большому количеству реальных сигналов. Он удобен и нашел применение для описания дискретной обработки сигналов и в цифровой технике.

Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир, 1989.–540 с.

2. Губарев В.В. Вероятностные модели: справочник. В 2-х ч.,Ч.2 – Новосибирск: Новосиб. электротехн. ин-т, 1992.–183 с.

3. Свид. 72200700005. Случайный процесс Заико А.И. с равномерным законом распределения. Математическая модель // Заико А.И.; Зарег. ФГУП «ВНТИЦ» 28.02.07 г.–10 с.

4. Заико А.И. Случайный процесс с равномерным законом распределения // Измерительная техника.–1999.–№1.–С.9.

5. Заико А.И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие.–М.: Изд-во МАИ, 2006.–207 с.

В.А.Засов, Е.Н.Никоноров, М.В.Ромкин

УСТОЙЧИВЫЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ В МНОГОМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

(Самарский государственный университет путей сообщения)

Рассмотрим модель образования сигналов в виде линейной многомерной системы, имеющей N входов и M выходов. Входными сигналами модели являются сигналы $s_n(k)$, $n = 1,2,...,N$, выходными сигналами $x_m(k)$, $m = 1,2,...,M$. Входные сигналы – это сигналы, генерируемые различными источниками сигналов, а выходными сигналами этой системы могут являться сигналы различных приемных устройств, например, датчиков, измерительных преобразователей, антенн и т.п. Положим, что каждый из M выходов такой многомерной системы связан со всеми N входами линейными каналами передачи сигналов.

В любой дискретный момент времени k M - мерный вектор измеряемых датчиками дискретных сигналов $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), ..., x_M(k)]^T$ получается из N - мерного вектора сигналов источников $\mathbf{s}(k) = [s_1(k), s_2(k), ..., s_N(k)]^T$. Математическая модель образования сигналов описывается системой уравнений типа дискретной свертки (1), в которой m - ный наблюдаемый сигнал представляет собой аддитивную смесь искаженных каналами сигналов источников и шума [1],т.е.