САПР паспортов дорог WayMark призвана дать проектировщику возможность создавать схемы дислокации ТСОДД в соответствии с современными требованиями к подобным системам. С её помощью разработаны паспорта дорог Ульяновской области, Самарской области, Ханты-Мансийского АО-Югры. На систему и её отдельные модули получены свидетельства о регистрации программ для ЭВМ.

Литература

1. Сидоров А.В., Головнин О.К. Построение геоинформационной модели объектов транспортной инфраструктуры // Труды II Международной конференции «Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений» (ITIDS'2014). Уфа: Изд-во УГАТУ, 2014. С. 165-169.
2. Кривопалов А.Д., Петренко Д.А., Скворцов А.В. Разработка проектов организации дорожного движения: настоящее и будущее // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2014. №2(3). С. 86-92.
3. Бойков В.Н. САПР автодорог – перспективы развития // САПР и ГИС автомобильных дорог. 2013. №1. С. 6–9.
4. Klyuchnikov V.A., Golovnin O.K., Mikheeva T.I. Hardware and Software System of Highway Survey, Inventory and Certification // Proceedings of the 2nd International Conference «Intelligent Technologies for Information Processing and Management», Volume 1, November 10-12, Ufa, Russia, 2014, pp. 41-44.
5. Михеева Т.И., Ключников В.А., Головнин О.К. Методы и алгоритмы экспертизы объектов транспортной инфраструктуры // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 6. URL: http://www.science-education.ru/120-16656.
6. ВСН 1-83 Типовая инструкция по техническому учету и паспортизации автомобильных дорог общего пользования [Электронный ресурс]. URL: http://vsn.ru/vsn/view/3 (дата обращения: 14.03.2015).
7. ГОСТ Р 52289-2004 Технические средства организации дорожного движения. Правила применения дорожных знаков, разметки, светофоров, дорожных ограждений и направляющих устройств. Введ. 2004-15-12. М.: Издательство стандартов, 2004. 98 с.

В.Ю. Кривопалов

РЕШЕНИЕ ОТКРЫТОЙ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ ПУНКТАМИ

Транспортная задача с промежуточными пунктами в [2] содержит ограничения только в форме равенств, т.е. является закрытой. При выполнении условий баланса в [2] закрытая задача решается обобщённым методом потенциалов в [4]. Для открытой транспортной задачи с промежуточными пунктами, содержащей ограничения в форме неравенств, нет метода решения. Таким образом, существует необходимость решения открытой задачи. В настоящей работе даны постановки открытой транспортной задачи с промежуточными пунктами. Сформулирована вспомогательная закрытая задача, предложен метод её решения.

1 Постановка закрытой транспортной задачи с промежуточными пунктами

В экономической транспортной системе имеются n конечных пунктов (np поставщиков продукции и $n-np$ потребителей продукции) и m промежуточных пунктов (складов). Продукция перевозится от поставщиков на склады, будем обозначать эти перевозки положительными переменными $x_{ij} \geq 0$, ($i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,np}$). А со складов часть продукции перевозится потребителям - их обозначим отрицательными переменными $x_{ij} \leq 0$, ($i=\overline{1,m}$, $j=\overline{np+1,n}$). Объёмы поставок поставщиков обозначим положительными числами $b_j > 0$, ($j=\overline{1,np}$), объёмы потребностей потребителей обозначим отрицательными числами $b_j < 0$, ($j=\overline{np+1,n}$). Если склад имеет дополнительные (внутренние) потребности продукции, то обозначим их положительными числами $a_i > 0$, ($i=\overline{1,mp}$). Если склад имеет излишки продукции или нулевые остатки, то обозначим их числами $a_i \leq 0$, ($i=\overline{mp+1,m}$). Транспортные тарифы на перевозку единицы продукции от поставщика на склад выразим положительными числами $c_{ij} > 0$, ($i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,np}$), транспортные тарифы на перевозку со склада к потребителю выразим отрицательными числами $c_{ij} < 0$, ($i=\overline{1,m}$, $j=\overline{np+1,n}$) $[4, c. 24]$.

Тогда математическая модель закрытой задачи имеет вид:

$$L(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_n \\ x_{ij} \geq 0, \forall (i,j) \in N_m \times N_{np} \\ x_{inp+j} \leq 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_n \end{cases} . \qquad (1)$$

2 Условия разрешимости

Для разрешимости задачи (1) необходимо выполнение условий баланса:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j , \qquad (2)$$

т.е. необходимо, чтобы алгебраическая сумма поставок продукции на склады и отрицательных поставок со складов (потребностей в продукции) равнялась алгебраической сумме дополнительных потребностей в продукции на складах $[2, c. 37]$.

Если условия баланса (2) нарушены, то закрытая (с ограничениями в форме равенств) транспортная задача с промежуточными пунктами не имеет решений. При замене некоторых ограничений в форме равенств на неравенства, задача становится (называется) открытой.

3 Постановка открытых транспортных задач с промежуточными пунктами

При $\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j$ математическая модель открытой задачи может иметь вид:

$$L(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j, \forall j \in N_{np} \\ \sum_{i=1}^{m} x_{inp+j} = b_{np+j}, \forall j \in N_{n-np} \\ x_{ij} \ge 0, \forall (i,j) \in N_m \times N_{np} \\ x_{inp+j} \le 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_n \end{cases} \qquad (3)$$

или

$$L(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_{mp} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{mp+ij} \ge a_{mp+i}, \forall i \in N_{m-mp} \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_n \\ x_{ij} \ge 0, \forall (i,j) \in N_m \times N_{np} \\ x_{inp+j} \le 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_n \end{cases} \qquad (4)$$

При $\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j$ математическая модель открытой задачи может иметь вид:

$$L(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_{np} \\ \sum_{i=1}^{m} x_{inp+j} \ge b_{np+j}, \forall j \in N_{n-np} \\ x_{ij} \ge 0, \forall (i,j) \in N_m \times N_{np} \\ x_{inp+j} \le 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_n \end{cases} \qquad (5)$$

или

$$L(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \forall i \in N_{mp} \\ \sum_{j=1}^{n} x_{mp+ij} = a_{mp+i}, \forall i \in N_{m-mp} \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_n \\ x_{ij} \ge 0, \forall (i,j) \in N_m \times N_{np} \\ x_{inp+j} \le 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_n \end{cases} \qquad (6)$$

4 Построение вспомогательной закрытой задачи

Математические модели задач (3)-(6) отличаются от классической открытой транспортной задачи только наличием отрицательных переменных. Поэтому при нарушении условий разрешимости вспомогательные закрытые задачи можно построить по аналогии $[1, c.11]$.

Для построения вспомогательной эквивалентной закрытой задачи для задач (3) и (5) введём фиктивный промежуточный пункт A_{m+1}, с дополнительной потребностью

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i \ . \tag{7}$$

При этом если $a_{m+1} > 0$, то это дополнительная потребность в продукции на складе, а если $a_{m+1} < 0$, то это избыток продукции на складе.

Введём новые переменные для задач (3) и (5):

$x_{m+1j} \geq 0$ – положительная перевозка – объём перевозок продукции от поставщика B_j на фиктивный склад A_{m+1},

$x_{m+1np+j} \leq 0$ – отрицательная перевозка – объём (выраженный отрицательным числом) перевозок продукции с фиктивного склада A_{m+1} к потребителю B_{np+j}.

Для построения вспомогательной эквивалентной закрытой задачи для задач (4) и (6) введём фиктивный конечный пункт B_{n+1}, с объёмом перевозок

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j \ . \tag{8}$$

При этом если $b_{n+1} > 0$, то положительный объём является объёмом поставок, а фиктивный пункт поставщиком, а если $b_{n+1} < 0$, то отрицательный объём является потребностью, а фиктивный пункт потребителем.

Введём новые переменные для задачи (4):

$x_{in+1} \leq 0$ – отрицательная перевозка – объём (выраженный отрицательным числом) перевозок продукции со склада A_i к фиктивному потребителю B_{n+1}.

Введём новые переменные для задачи (6):

$x_{in+1} \geq 0$ – положительная перевозка – объём перевозок продукции от фиктивного поставщика B_{n+1} на склад A_i.

Пусть M – это достаточно большое положительное число.

Для открытой задачи (3) при $a_{m+1} > 0$ введём обозначения:

$$\begin{cases} c_{m+1,j} = 0, \ j \in N_{np} \\ c_{m+1,np+j} = -M, \ j \in N_{n-np} \end{cases} . \tag{9}$$

Для открытой задачи (4) при $b_{n+1} < 0$ введём обозначения:

$$\begin{cases} c_{i,n+1} = -M, i \in N_{mp} \\ c_{mp+i,n+1} = 0, i \in N_{m-mp} \end{cases} \tag{10}$$

Для открытой задачи (5) при $a_{m+1} < 0$ введём обозначения:

$$\begin{cases} c_{m+1,j} = M, \ j \in N_{np} \\ c_{m+1,np+j} = 0, \ j \in N_{n-np} \end{cases} .$$

(11)

Для открытой задачи (6) при $b_{n+1} > 0$ введём обозначения:

$$\begin{cases} c_{i,n+1} = 0, i \in N_{mp} \\ c_{mp+i,n+1} = M, i \in N_{m-mp} \end{cases}. \quad (12)$$

Тогда математическая модель вспомогательной задачи для задач (3) и (5) имеет вид:

$$L^*(X) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_{m+1} \\ \sum_{i=1}^{m+1} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_n \\ x_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in N_{m+1} \times N_{np} \\ x_{inp+j} \leq 0, \forall (i, np+j) \in N_{m+1} \times N_n \end{cases}. \quad (13)$$

Математическая модель вспомогательной задачи для задачи (4) имеет вид:

$$L^*(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_{n+1} \\ x_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in N_m \times N_{np} \\ x_{inp+j} \leq 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_{n+1} \end{cases}. \quad (14)$$

Математическая модель вспомогательной задачи для задачи (6) имеет вид:

$$L^*(X) = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n+1} c_{ij} x_{ij} \to \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n+1} x_{ij} = a_i, \forall i \in N_m \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \forall j \in N_{n+1} \\ x_{ij} \geq 0, \forall (i, j) \in N_m \times (N_{np} \cup \{n+1\}) \\ x_{inp+j} \leq 0, \forall (i, np+j) \in N_m \times N_n \end{cases}. \quad (15)$$

5 Решение вспомогательной закрытой задачи

Так как для вспомогательной закрытой задачи выполняются (по построению) условия баланса, то эта задача решается с помощью разработанных ранее алгоритмов для решения ТЗПП. Для определения начального решения задачи используется метод северо-западного угла из $[3, c.370]$. Для решения задачи применяется метод потенциалов из $[4, c.36]$.

Очевидно, что оптимальное решение вспомогательной закрытой задачи совпадает с оптимальным решением соответствующей открытой задачи, т.к. M -множители и метод потенциалов приводят к нулевым соответствующим перевозкам в оптимальном решении. В оптимальном решении вспомогательной задачи все перевозки через реальные конечные и промежуточные пункты являются оптимальным решением открытой задачи. При этом перевозки, связанные с фиктивным пунктом, являются остатками не перевезённой продукции или неудовлетворёнными потребностями.

Таким образом, получен метод решения открытой транспортной задачи с промежуточными пунктами вида (3)-(6). При изменении вида открытых транспортных задач или при наличии дополнительной информации (например, штрафы за остатки или неудовлетворенные потребности, дополнительные затраты на хранение остатков, упущенная выгода) возможно дальнейшее совершенствование методики решения открытых транспортных задач с промежуточными пунктами.

Все используемые для решения ТЗПП алгоритмы имеют программную реализацию TRANSIT. С помощью комплекса программ TRANSIT, разработанного автором данной статьи, можно за приемлемое время практически решать закрытые и открытые ТЗПП большой размерности ($m > 1000$, $n > 2000$, $mn > 2000000$).

Литература

1. Гольштейн Е. Г., Юдин Д. Б. Задачи линейного программирования транспортного типа. М., 1969. – 383 с.

2. Krivopalov V. Y., Krivopalov Y. A. The potential method for solving the transportation problem with transit points. New Magenta Papers. Magenta Technology, 2013. – Vol.2 – P.31–38.

3. Кривопалов В. Ю., Метод северо-западного угла для нахождения допустимого решения транспортной задачи с промежуточными пунктами. Сборник конференции ПИТ-2014, стр. 369-372.

4. Кривопалов В. Ю., Обобщённый метод потенциалов для решения транспортной задачи с промежуточными пунктами. Сборник X конференции «Наука. Творчество» 2014, том I, стр. 23-29.