



К.И. Глазачев, А.Н. Коварцев

## РАЗРАБОТКА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

(ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)»)

**Введение.** Одним из наиболее часто встречающихся на практике типов задач, являются задачи оптимизации целевых функций. Обычно поиск решения таких задач требует большого числа вычислений и существенных затрат времени. Решение данной проблемы можно искать на пути распараллеливания уже существующих алгоритмов, что в общем случае является нетривиальной задачей. В настоящее время одним из наиболее исследуемых и популярных направлений в области глобальной оптимизации целевых функций являются генетические алгоритмы (ГА).

Генетический алгоритм – это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач оптимизации путём случайного подбора, комбинирования и вариации искомым параметров с использованием механизмов, напоминающих биологическую эволюцию [1].

К основным преимуществам ГА относят: отсутствие ограничений на оптимизируемую функцию, способность эффективно решать задачи оптимизации для функций больших размерностей. К недостаткам ГА можно отнести: длительное время работы, возможность вырождения решений и невысокую точность.

Существует ряд проблем, затрудняющих использование ГА при решении практических задач. Во-первых, не существует единообразия в существующих описаниях данного алгоритма. Обычно даны лишь общие рекомендации, которые допускают разночтение в процессе программирования. Во-вторых, эффективность работы алгоритма очень чувствительна к настройке его параметров. Как показали эксперименты, не существует таких настроек, которые бы были бы одинаково хорошими для всех задач. В работе приводятся результаты анализа эффективности существующих ГА и предлагаются способы их совершенствования.

### Основные понятия

Рассмотрим следующую постановку задачи глобальной оптимизации [2].

Пусть необходимо найти:  $\bar{x}_{\min} = \arg \min_{\bar{x}_k \in X} f(\bar{x}_k)$ , где:  $X$  – допустимое множество решений;  $f(\bar{x}_k)$  – функция, определенная на множестве  $X$ ;  $\bar{x}_k \in X$  имеет вид  $\bar{x}_k = (x_1, \dots, x_n)^T$ ,  $x_i \in [0,1]$ .

Введем следующие обозначения:



Точка  $\bar{x}_k = (x_1, \dots, x_n)^T$  – особь; множество точек  $\{\bar{x}_k\}_{k=1}^N$  – популяция;  $f(\bar{x}_k)$  – количественная характеристика приспособленности особи, называемая фитнес–функцией; числа  $x_1, \dots, x_n$  в своем десятичном представлении определяют фенотип особи, а в двоичном – генотип. Строка, полученная конкатенацией двоичных представлений этих чисел, – хромосома; каждая цифра (бит) в хромосоме – ген.

Несколько упрощая ситуацию, выделим две основные части ГА – принцип селекции и генетические операции.

В ГА под селекцией понимается выборка особей из популяции на основе значений их фитнес–функций. Именно селекция обеспечивает сходимость ГА. Селекция в ГА применяется при отборе особей для генетических операций и при отборе получившихся от этих операций потомков. Как правило, реализация селекции состоит в том, что чем лучше показатель фитнеса каждой особи, тем выше ее шансы породить потомков. Из потомков выживают те особи, у которых лучше показатель фитнес–функции. В результате из популяции постепенно отсеиваются худшие решения.

К основным генетическим операциям относятся:

- *Скращивание*. Является основной операцией. Это оператор случайного формирования новой особи из двух выбранных родителей с сохранением признаков обоих родителей.
- *Мутация*. Применяется к одной особи и заключается в том, что в хромосоме выбранной особи один или несколько бит, случайно выбранных, либо заранее заданных, меняются на противоположные значения.
- *Инверсия*. Также применяется к одной особи. В результате этой операции часть бит «срезается» с конца хромосомы и «пришивается» к началу.

### **Последовательная и параллельная схемы ГА**

На Рисунке 1 а) представлена последовательная схема ГА.

Первая популяция инициализируется случайными числами из интервала  $[0, 1]$  по равномерному закону распределения. После чего рассчитывается фитнес–функция каждой особи и оценивается ее пригодность. Под условием выхода будем понимать, например, достижение определенной точности вычислений, или превышение некоторого количества итераций (поколений).

Скращивание, мутация и инверсия выполняются с некоторыми вероятностями. Если все значения вероятностей меньше единицы, то для получения потомка может потребоваться больше одной итерации. В ГА пополнение популяции обычно организуется комбинированным использованием генетических операций.

Формирование нового поколения может осуществляться двумя способами: новое поколение состоит только из потомков, либо состоит из потомков и лучшей особи из всех поколений (принцип элитизма). На этапе формирования нового поколения оценивается пригодности новых особей с использованием фитнес–функций.



Ввиду того, что генерация каждой особи следующего поколения происходит независимо от остальных, процесс формирования нового поколения можно распараллелить на любое число процессов от двух и до числа особей в популяции. Таким образом, параллельный генетический алгоритм выглядит так, как представлено на Рисунке 1 б). Формирование нового поколения разбивается на  $k$  процессов, работающих параллельно. В результате работы каждый процесс возвращает массив из  $M$  особей так, что  $Mk = N$ , т.е. общее число особей в популяции. По окончании работы всех процессов массивы объединяются в новое поколение.

### Исследование эффективности генетических операций и разработка альтернатив

Генетические алгоритмы упрощенно можно ассоциировать с организованным определенным образом случайным поиском экстремума функции, т.е. методом Монте-Карло. Для любого случайного поиска является важным равномерное распределение случайных точек в допустимой области поиска. Для генетических операций распределение возможных потомков по области неизвестно. Генетические операции сами по себе не обеспечивают эффективный поиск оптимального решения. Целесообразно исследовать их свойства. Рассмотрим отдельно каждую из генетических операций и оценим вариативный ряд потомков, которые они порождают. Для наглядности рассматривался случай, когда размерность задачи  $n = 2$ .

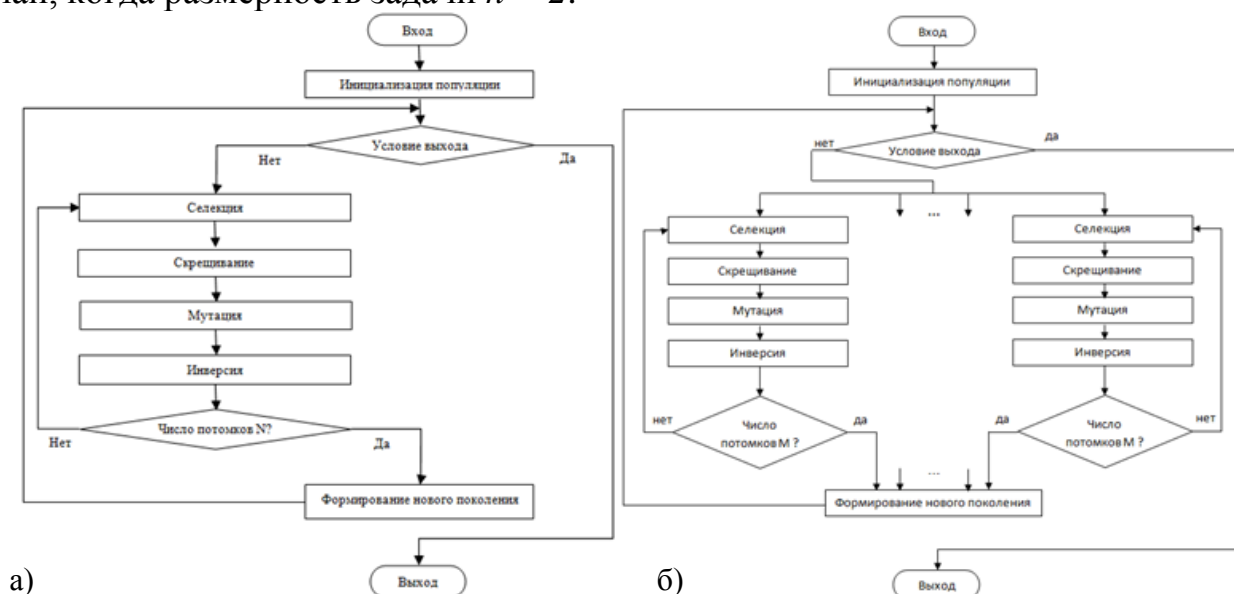


Рис. 1. Схема стандартного генетического алгоритма

В результате исследования было выявлено, что для большинства операций их потомки располагаются либо по координатам родителей, либо, в лучшем случае, в узлах некоторой неравномерной решетки, т.е. генетические операции представляют собой несколько измененный вариант случайного покоординатного поиска. Очевидно, что случайный покоординатный поиск является наименее эффективной стратегией оптимизации. Кроме того, потомки в больших количествах дублировали друг друга.



Рассмотрим альтернативные генетическим, но более эффективные операций. Для операции мутации в качестве альтернативы предлагается использовать розыгрыш случайной точки в окружности (Рисунок 2а), либо в кольце (Рисунок 2б), центрами которых являются родительские особи. Альтернативой скрещивания является розыгрыш случайной точки в эллипсе рассеянья (Рисунок 2в), в фокусах которого расположены родители. Инверсия заменяется на розыгрыш случайной точки в квадрате.

Предложенные операции обладают равномерной областью покрытия и фактически исключают повторение потомков, а поиск лучших решений в окрестности родителей является более логичным, чем по координатный поиск.

Новый математический алгоритм (МА) получается посредством замены генетических операций на альтернативные, т.о. общая схема генетического алгоритма не затрагивается, а следовательно никаких сложностей с распараллеливанием не возникает.

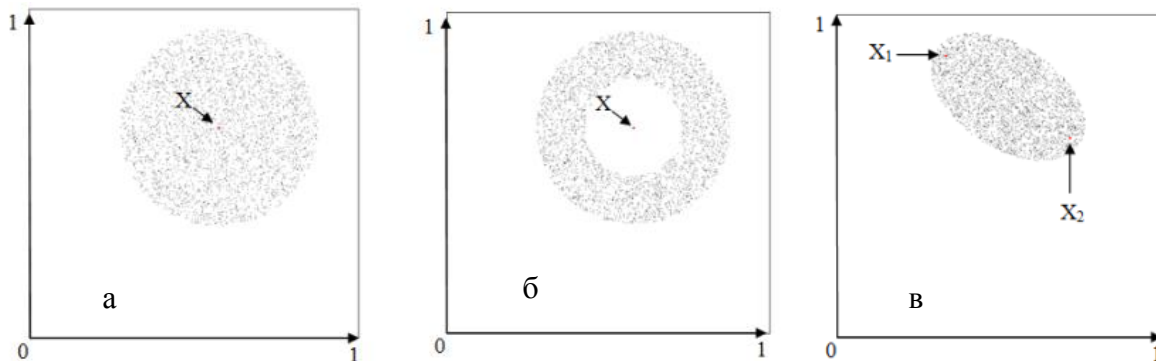


Рис. 2. Альтернативные операции  
**Сравнение ГА и МА**

Сравнение алгоритмов проводилось на задачах размерности  $n \in [2,6]$ . В качестве тестовой функции была выбрана функция Растригина. Это многоэкстремальная функция с одним глобальным минимумом равным нулю в точке  $\bar{x}_{\min} = (0, \dots, 0)^T$ . В качестве критерия останова была выбрана погрешность  $\varepsilon = \|\bar{x} - \bar{x}_{\min}\|$ , а в качестве критерия эффективности – среднее число обращений к функции за серию из 100 – 250 тестов (в зависимости от размерности задачи). Результаты тестирования приведены на Рисунке 3.

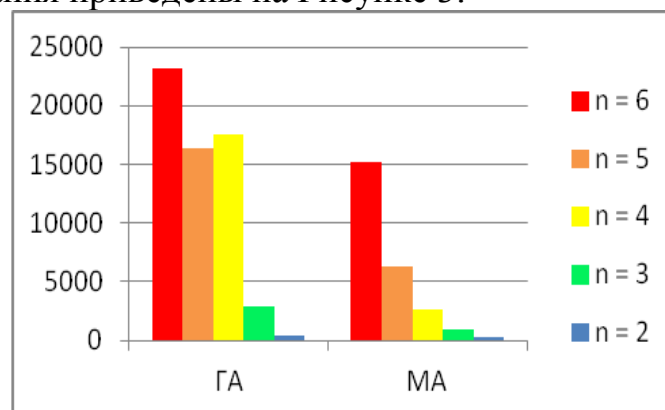




Рис. 3. Сравнительная гистограмма ГА и МА

Кроме того экстремумы функции Растригина располагаются по линиям параллельным осям координат (Рис. 4 а), что дает преимущество ГА ввиду его покоординатного характера поиска. Поэтому были проведены дополнительные тесты на функции с применением различных матриц поворота относительно центра координат (Рис. 4 б), что привело к ожидаемому снижению эффективности ГА и несущественно повлияло на эффективность МА.

### Заключение

Таким образом, было проведено исследование, как отдельных генетических операций, так и всего генетического алгоритма в целом. Был разработан альтернативный алгоритм и проведен его сравнительный анализ со стандартным генетическим алгоритмом на множестве тестовых задач. По результатам тестов альтернативный алгоритм показал существенно лучшие результаты во всех экспериментах, что дает основания к его широкому применению на практике вместо генетических алгоритмов.

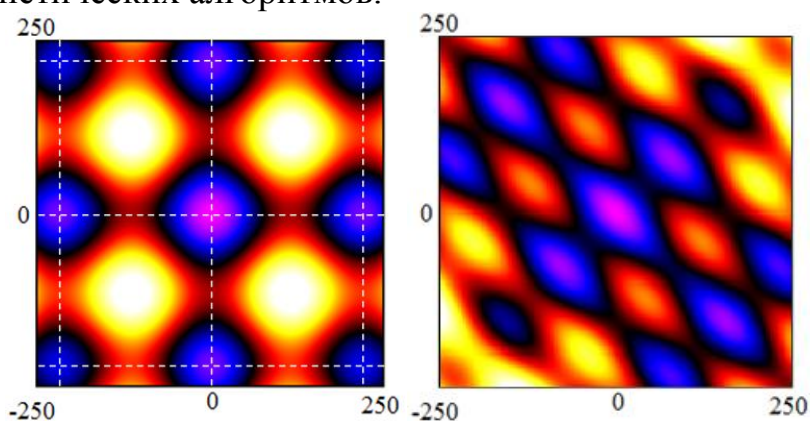


Рис. 4. Расположение экстремумов функции Растригина

### Литература

1. Genetic algorithm / [http://en.wikipedia.org/wiki/Genetic\\_algorithm](http://en.wikipedia.org/wiki/Genetic_algorithm)
2. Жиглявский А.А., Жилинкас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. – М.: Наука, Физматлит, 1991 – 248 с.
3. Сергиенко А.Б., Галушин П.В., Бухтояров В.В., Сергиенко Р.Б., Сопов Е.А., Сопов С.А. Генетический алгоритм. Стандарт. Часть I. Описание стандартного генетического алгоритма (сГА) /[http://www.harrix.org/files/project\\_standart\\_ga/Geneticheskii\\_algoritm\\_Standart\\_v\\_1\\_5\\_Release\\_Candidate.pdf](http://www.harrix.org/files/project_standart_ga/Geneticheskii_algoritm_Standart_v_1_5_Release_Candidate.pdf)
4. Прикладная математика / <http://www.pm298.ru/linp4.php>