

3. Зыбарев Ю.М. Спецификация и моделирование распределенных информационных систем на основе сетей Петри / Ю.М. Зыбарев, Е.Ю. Зыбарев, С.П. Чернев // Проблемы информатики. – 2008. – № 1. – с. 17-21.

Д.Т. Якупов, В.В. Мокшин

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ ОБЪЕКТОВ В ГРАФОВЫХ МОДЕЛЯХ

## (Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н.Туполева)

Задачи на графах достаточно разнообразны и имеют широкое практическое применение, в том числе в сложных технических системах. Одной из них является задача размещения объектов в графовых моделях. В рамках данной работы рассматривается вопрос оптимального размещения датчиков давления в водопроводной сети населенного пункта.

Актуальность исследования данного вопроса в следующем. В виду того, что водоразбор различных потребителей в течении суток меняется в широком диапазоне, оптимальное управление системой водоснабжения требует принятия мер по перераспределению потоков между потребителями и регулированию давления по узлам сети. Ввиду экономических соображений, установка датчиков в каждом узле сети затруднительно, поэтому управление системой водоснабжения осуществляется в условиях неполноты информации и на основе вероятностной оценки реального ее состояния [1]. Таким образом, точность управления зависит от оценок давления в узлах, что, в свою очередь, зависит от количества и расположения датчиков в сети.

Среди подходов решения задачи размещения можно выделить алгоритмы, основанные на последовательном поиске, когда каждый последующий датчик располагается с учетом предыдущих; и параллельном поиске, базирующимся на предварительном разделении графа на кластеры. Помимо классических методов кластеризации, хорошо себя зарекомендовали методы спектральной кластеризации [2,3], сочетающие теорию графов и линейную алгебру [4].

Рассматриваемую задачу можно сформулировать следующим образом. Имеется граф G=(N,E), узлы (потребители) которого характеризуются оценками детерминированности давления E<sub>i</sub>, а ребра (трубопроводы) – длинами L<sub>j</sub>. После установки очередного датчика, оценки пересчитываются по формуле:

$$E_{S} = 1$$
  

$$E_{i} = \max(E_{i-1} \cdot \alpha_{yg} \cdot \alpha_{norp}^{2} \cdot f(L_{i,i-1})), \qquad (1)$$

где  $E_S$  - оценка детерминированности значения давления в узле установки датчика,  $E_{i-1}$  - оценка детерминированности значения давления узла-соседа,  $\alpha_{yd}$  – оценка ошибки определения удельного сопротивления трубопровода,  $\alpha_{norp}$  оценка ошибки определения значения водопотребления,  $f(L_{i,i-1})$  – функция от длины участка трубопровода до соседнего узла. Имеется определенное количество S датчиков, необходимо найти такое расположение этих датчиков в узлах, которое обеспечивает минимум среднего значения оценки неопределенности давления в сети:

$$F = 1 - mean(E) \to min \tag{2}$$

Так как решение данной задачи путем полного перебора вариантов затруднительно, в данной работе рассматриваются альтернативные способы решения: метод проб и ошибок, жадный алгоритм, алгоритм на основе спектральной кластеризации Федлера.

В качестве свойства узлов, по которому принимается решение об установке датчиков в жадном алгоритме и алгоритме на основе спектральной кластеризации, в работе используются:

а) оценка неопределенности давления в узле:

$$nGW = max[f(E_i)], \tag{3}$$

смысл которой заключается в том, что в качестве места установки датчика выбирается узел с наибольшим значением функции неопределенности давления. б) топологическая характеристика узла:

$$G_{n}W = max[f(I_{i})], \qquad (4)$$

- в качестве места установки датчика выбирается узел с наибольшим значением функции значимости.

в) комбинированная характеристика:

$$GW = max[f(E_i) * f(I_i)],$$
(5)

смысл которой заключается в том, что в качестве места установки датчика выбирается узел с наибольшим значением функции неопределенности давления при максимальной значимости.

Для оценки эффективности алгоритмов применяются критерии: а) среднее значение целевой функции ( $\bar{F}$ ), б) количество итераций ( $\sum Iter$ ), в) показатель точности ( $1 - \bar{\delta}$ ), где  $\delta$  – относительная ошибка между результатами рассматриваемого алгоритма и наиболее точным из них - алгоритма проб и ошибок, г) наибольшая относительная ошибка ( $max(\delta)$ ).

Алгоритмы опробованы на двух сетях водоснабжения – ZJ и D-Town системы гидравлического моделирования EPANET. ZJ - сеть без насосов, с 114 узлами и 164 трубами, в начальный момент установленных датчиков не имеется. D-Town представляет собой сеть с 11 насосами, 407 узлами и 459 трубами, начальные оценки детерминированности давления рассчитываются исходя из того, что в насосных станциях уже установлены датчики. Для сети ZJ рассмотрены варианты установки датчиков в количестве от 0 до 10, для сети D-Town от 0 до 20.

В таблицах 1 и 2 приведены результаты расчета показателей эффективности алгоритмов для различных значений  $\alpha_{yg}$  и  $\alpha_{norp}$  - (0,95 и 0,95) и (0,90 и 0,70). Лучшие показатели точности выделены жирным шрифтом.

На рисунках 1 и 2 приведены графики значений функции F в зависимости от количества установленных датчиков S. Верхние группы графиков соответствуют значениям  $\alpha_{yg} = 0.95$ ;  $\alpha_{norp} = 0.95$ , нижние -0.9; 0,7.



Несмотря на то, что метод проб и ошибок обеспечивает высокие показатели точности, расчеты требуют значительных ресурсов, которые возрастают с увеличением количества узлов сети. Подходы на основе жадного алгоритма – наиболее быстры, но наименее точны.

Показа-	Алгоритмы						
тели	TE_nGW	SC1_GnW	SC2_nGW	SC3_GW	Gr1_GnW	Gr2_nGW	Gr3_GW
$\alpha_{yg} = 0.95; \ \alpha_{norp} = 0.95$							
$\overline{F}$	0,571	0,570	0,628	0,575	0,654	0,621	0,590
$\sum$ Iter	1140	55	55	55	10	10	10
$1-\bar{\delta}$ , %	100,0	100,2	90,0	99,5	85,6	91,4	96,8
$max(\delta),\%$	0,0	1,0	19,0	3,7	32,8	15,1	7,6
$\alpha_{yg} = 0.90; \ \alpha_{norp} = 0.70$							
$\overline{F}$	0,785	0,784	0,831	0,785	0,823	0,824	0,798
$\sum$ Iter	1140	55	55	55	10	10	10
$1-\bar{\delta}$ , %	100,0	100,0	94,1	100,0	95,1	95,0	98,3
$max(\delta),\%$	0,0	1,1	14,5	0,8	15,0	9,8	3,7
Таблица 2 – Показатели эффективности алгоритмов (сеть D-Town ).							
Показа-	Алгоритмы						
тели	TE_nGW	SC1_GnW	SC2_nGW	SC3_GW	Gr1_GnW	Gr2_nGW	Gr3_GW
$\alpha_{\rm yg} = 0.95; \ \alpha_{\rm norp} = 0.95$							
$\overline{F}$	0,535	0,560	0,624	0,561	0,691	0,638	0,591
$\sum$ Iter	8140	210	210	210	20	20	20
$1-\bar{\delta}$ , %	100,0	95,3	83,4	95,2	70,9	80,7	89,5
max(δ),%	0,0	11,5	27,5	9,8	59,7	30,3	17,4
$\alpha_{\rm yg} = 0,90; \; \alpha_{\rm norp} = \; 0,70$							
$\overline{F}$	0,786	0,797	0,836	0,799	0,850	0,846	0,800
$\sum$ Iter	8140	210	210	210	20	20	20
$1-\bar{\delta}$ , %	100,0	98,6	93,7	98,4	91,9	92,4	98,2
$max(\delta),\%$	0,0	3,0	11,6	3,6	16,9	13,1	4,2

Наилучшие результаты по точности, вслед за методом проб и ошибок, показал алгоритм на основе спектральной кластеризации Федлера с топологической и комбинированной характеристиками (показатели точности не ниже 95%, а в случаях с сетью ZJ – выше метода проб и ошибок), при этом количество итераций не зависит от числа узлов, а определяется лишь количеством устанавливаемых датчиков.

Таким образом, применение для решения задачи размещения алгоритмов на основе спектральной кластеризации позволяет получить квазиоптимальное решение за приемлемое время. Данный вывод подтвержден результатами экспериментов на двух сетях с различными параметрами. В дальнейшем планируется продолжить исследования с применением других известных методов спектральной кластеризации и бионических алгоритмов оптимизации.





Рисунок 1 – Зависимость значения функции F от количества датчиков (ZJ)



Рисунок 2 – Зависимость значения функции F от количества датчиков (D-Town)



## Литература

1. G.I.Galimova, D.T.Yakupov. Statistical analysis of the urban water consumption for administrative-business sector//Amazonia Investiga.Vol 7,No 17 (2018): 414- 425.

2. Мокшин В.В., Якимов И.М., Юльметьев Р.М., Мокшин А.В. Рекурсивно-регрессионная самоорганизация моделей анализа и контроля сложных систем // Нелинейный мир. 2009. Т. 7. № 1. С. 66-76.

3. Сайфудинов И.Р., Мокшин В.В., Тутубалин П.И., Кирпичников А.П. Модель оптимизации графового представления для выделения значимых структур на примере предобработки визуальных данных // Вестник Технологического университета. 2018. Т. 21. № 5. С. 121-129.

4. A.Nardo, C.Giudicianni. Applications of graph spectral techniques to water distribution network management // Water, 2018, 10(45): 1-16.