Ю.Н. Косников, А.И. Афанасьев

РАСШИРЕНИЕ ИЗОБРАЗИТЕЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СРЕДСТВ ВИЗУАЛИЗАЦИИ С ПОМОЩЬЮ УПРАВЛЕНИЯ ГЛАДКОСТЬЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ФОРМ

(Пензенский государственный университет)

Необходимым компонентом многих сложных программно-технических систем являются средства визуализации информации. К таким системам можно отнести геоинформационные системы, системы мониторинга транспортных средств, системы биомедицинского контроля, охранные системы, системы научных исследований, системы военного назначения и другие. В них решение прикладных задач осуществляется с участием человека, который принимает решения на основе визуального анализа ситуации. Следовательно, средства визуализации должны представлять объекты контроля и управления в максимально эргономичном виде. Для этого они, в частности, должны быть способны формировать изображения линий и поверхностей любой требуемой геометрической формы. Форма линий и поверхностей во многих случаях задается набором характерных (опорных) точек. В качестве примеров можно назвать результаты, полученные с помощью топографических замеров на местности, сейсмических измерений или бурения земной коры, объективного медицинского контроля органов человека, задания специалистами характерных точек на поверхности археологических находок. Реконструкция геометрических форм в этих случаях осуществляется интерполяционными методами.

Объекты визуализации, например, рельеф или контуры участков земной поверхности, могут иметь большую протяженность и формироваться по фрагментам. При этом контуры или поверхности в общем случае могут иметь как гладкие, так и негладкие участки. Негладкими назовем участки, на которых функция-интерполянт терпит разрыв первой производной. Первая производная функции, как известно, пропорциональна углу наклона касательной, проведенной к графическому представлению функции через заданную точку. Таким образом, средства визуализации должны иметь инструмент управления гладкостью геометрических форм, или, другими словами, инструмент управления направлениями касательных в заданных точках кривой, поверхности. Очевидно, характер этого инструмента зависит от выбранного метода интерполяции.

В геометрическом моделировании находит применение множество различных методов интерполяции, однако не все они подходят для реконструкции объектов визуализации. Например, известные методы полиномиальной интерполяции Ньютона и Лагранжа на большом множестве узлов интерполяции дают осцилляции формы (феномен Рунге). В компьютерной графике применяются методы интерполяции на основе смешивающих функций (СФ) [1]. К ним, прежде всего, относятся методы сплайновой интерполяции и интерполяции на основе радиальных базисных функций (РБФ) [2,3,4]. Можно выявить возможности методов интерполяции по управлению гладкостью геометрических форм и их недостатки. Анализ проведен на примере плоских кривых, так как интерполяция поверхностей может основываться на плоских криволинейных сечениях [5]. Результаты анализа сведены в таблицу 1.

Таблица 1 Возможности методов интерполяции по получению гладких и негладких кривых

Метод интерполяции	Принцип получения гладкой и негладкой форм	Недостатки
Сплайн Эрмита	Управление направлениями касательных в конечных точках отсека	Нужно иметь количественную информацию о направлениях касательных
Сплайн Кэтмулла-Рома	Использование дополнительных опорных точек, задающих направления касательных в конечных точках отсека [6]	Увеличение количества опорных точек, усложнение алгоритма вычисления промежуточных точек
Сплайн Кочанек-Бартельса	Три дополнительных параметра, подбор которых для каждого отсека дает желаемую форму кривой	Усложненное описание, усложненный алгоритм вычисления промежуточных точек
Сплайн Безье	Выбор местоположения контрольных точек, задающих направления касательных в точке стыковки отсеков	Это невозможно сделать без наложения дополнительных условий, что усложняет алгоритм
В-сплайн	Завершение текущего сегмента и формирование следующего на отдельных опорных точках	Отсеки не проходят через опорные точки, поэтому стыковка негладко сопрягающихся отсеков усложнена
Бета-сплайн	Тот же принцип, что и для В-сплайна	Тот же недостаток, что и для В-сплайна
РБФ-интерполяция	Тот же принцип, что и для В-сплайна	Сегменты точно проходят через опорные точки, поэтому нужен инструмент для задания направлений касательных в точке стыковки сегментов

Анализ показывает, что рациональным приемом получения негладких геометрических форм является применение РБФ. Для протяженных геометрических форм РБФ-интерполяция все равно требует применения сегментации – для уменьшения числа слагаемых функции-интерполянта. В этом случае при необходимости гладкой стыковки сегментов нужно применять алгоритмические приемы, например, метод переноса опорных точек [7], а при необходимости негладкой стыковки нужно рационально расставить опорные точки в зоне стыковки. Для кривых (плоских сечений) этого достаточно для получения желаемой формы, а в случае стыковки сегментов поверхностей между ними могут возникнуть щели. Дело в том, что каждый сегмент строится на своем наборе опорных точек. В результате крайние линии (линии стыка) двух соседних сегментов точно пройдут через общие опорные точки, но между ними могут не совпадать. Возникает разрыв составной поверхности. Для его устранения также нужны алгоритмические приемы. Самым простым является усреднение координат промежуточных точек, лежащих на линии стыковки, при подходе к ним со стороны первого и второго соседних сегментов.

РБФ называются радиальными, т.к. опорные точки влияют на текущую точку одинаково по всем направлениям пространства («по радиусам»). Значения функций влияния зависят от величин декартовых расстояний между текущей и опорными точками. При любом законе обхода поверхности для вычисления декартова расстояния нужно каждый раз выполнять операции возведения в квадрат и извлечения корня. Для повышения производительности интерполяции можно предложить вместо РБФ использовать смешивающие функции ортогонального базиса (СФОБ). Особенность СФОБ в том, что их значения зависят раздельно от расстояния между опорной и текущей точками вдоль каждой координаты-аргумента u, v параметрической системы координат, в которой описана поверхность [8]. Тогда интерполяционное описание поверхности в параметрической форме состоит из трех уравнений вида

$$c = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{ic} \Phi(r_u, r_v), \quad c = x, y, z,$$

где λ_{ic} – коэффициент влияния i-й опорной точки на координату c текущей точки;

$\Phi(r_u, r_v)$ – СФОБ, значение которой зависит от расстояний r_u, r_v между опорной и текущей точками, измеренных на поверхности аргументов вдоль координатных линий u, v.

Вариантами СФОБ являются, например, колоколообразная и биквадратная СФ

$$\Phi(r_u, r_v) = (1 - r_u^2) \cdot (1 - r_v^2),$$

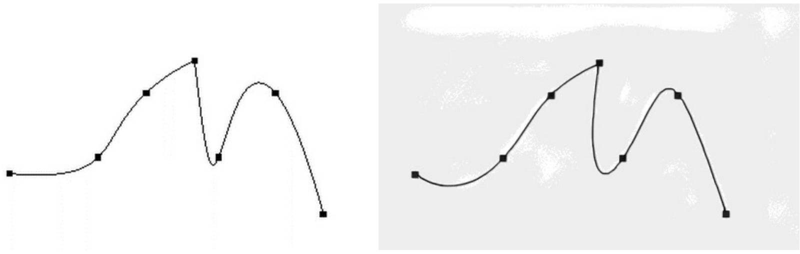
$$\Phi(r_u, r_v) = (r_u^2 - 1)^2 \cdot (r_v^2 - 1)^2,$$

в которых в случае описания плоской кривой используется один параметр.

Приведенный вид смешивающих функций позволяет повысить производительность интерполяции при раздельном движении алгоритма вычисления СФОБ вдоль координатных линий u, v. При переборе значений u от 0 до максимального значения значение v не меняется, следовательно, не меняется и соответствующий компонент СФОБ. При достижении переменной u максимального значения выполняется приращение координаты v и осуществляется переход на следующую координатную линию v. Далее процесс повторяется до достижения параметрами u,v максимальных значений.

Последовательное движение алгоритма вдоль координатных линий позволяет вычислять СФОБ по приращениям, например, по методу конечных разностей [8]. С применением этого метода значения приведенных выше СФОБ для случая кривой вычисляются за две операции суммирования.

На рисунке 1 показаны скриншоты, иллюстрирующие формирование составной кривой с применением часто применяемой РБФ «инверсный мультиквадрик» (рис.1,а) и биквадратной СФОБ (рис.1,б) на одних и тех же опорных точках. Обе разновидности смешивающих функций позволяют получать как гладкие, так и негладкие кривые, точно проходящие через опорные точки, однако СФОБ-интерполяция характеризуется более высокой производительностью.



а б

Рис. 1. Составные кривые с нарушением гладкости, полученные путем РБФ-интерполяции (а) и СФОБ-интерполяции (б)

Литература

1. Александрова Н.В. Смешивающие функции в геометрическом моделировании и визуализации поверхностей свободных форм / Н.В. Александрова, А.П. Зимин, Ю.Н. Косников, Т.Х. Хоанг // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. Научное периодическое издание. Серия: Технические науки. Информационные технологии. – 2015. – №03(25). – Т.1. – С. 51 – 60.

2. Шикин Е.В. Кривые и поверхности на экране компьютера. Руководство по сплайнам для пользователей / Е.В. Шикин, А.И. Плис. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1996. – 240 с.,

3. Kochanek D.H. Interpolating splines with local tension, continuity, and bias control / D.H. Kochanek, R.H. Bartels // SIGGRAPH '84: Proceedings of the 11th annual conference on Computer graphics and interactive techniques, 1984. – pp. 33–41. doi:10.1145/800031.808575.

4. Buhmann M.D. Radial Basis Functions: Theory and Implementations. – Cambridge: Univ.Press, 2008. – 259 p.

5. Фокс А. Вычислительная геометрия. Применение в проектировании и на производстве / А. Фокс, М. Пратт: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 304 с.

6. Косников Ю.Н. Моделирование и визуализация негладких кривых / Ю.Н. Косников, А.П. Зимин, А.В. Новиков // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. – 2019. – № 4 (32). – С. 65-74.

7 Хоанг Т.Х. Кусочно-аналитическое моделирование протяженных поверхностей с использованием радиальных базисных функций / Т.Х. Хоанг, Ю.Н. Косников // Прикладная математика и информатика: современные исследования в области естественных и технических наук: Материалы III научно-практической всероссийской конференции (школы-семинара) молодых ученых. – Тольятти: ТГУ, 2017. – С. 616 – 620.

8 Косников Ю.Н. Особенности применения радиальных базисных функций в геометрическом моделировании трехмерных объектов визуализации // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. Научно-информационный журнал. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2020. – № 4 (36). – С. 55 - 70.