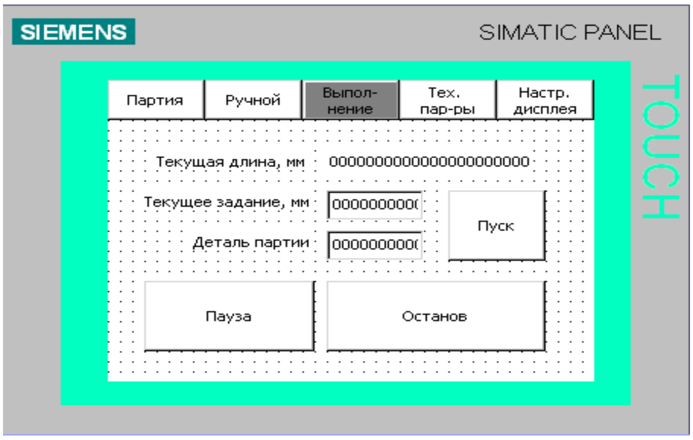

Рис.4 Панель оператора

Будучи однократно введенными, данные значения могут сохраняться в памяти контроллера неограниченно долго без подачи питающего напряжения на схему управления до следующей перезаписи параметров.

В качестве технологических параметров используются следующие величины:

а) длина изделия в партиях,

б) количество изделий в партиях,

г) зона торможения – расстояние от конца отрезаемой полосы, при достижении которого отключается повышенная скорость перемещения полосы и осуществляется переход на малую скорость.

К технологическим параметрам относятся также установки некоторых основных таймеров программируемого логического контроллера, участвующих в формировании алгоритма работы линии в автоматическом режиме.

Литература

1. Терехов В.М. Системы управления электроприводов [Текст]/ В.М. Терехов. – М.: Издательский центр «Академия», 2006 – 304 с.

И. В. Бойков, П. В. Айкашев

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КРЫЛА

(Пензенский государственный университет)

Аннотация. Работа посвящена построению и обоснованию приближенных методов решения уравнения крыла. Рассматриваются одномерные и многомерные линейные и нелинейные уравнения.

1. Введение

Теория гиперсингулярных интегральных уравнений (ГИУ) и численные методы их решения непрерывно связаны с задачами аэродинамики. Одной из первых работ, в которых нашли практическое применение ГИУ, была книга А. И. Некрасова [1].

Позднее было опубликовано большое число работ, в которых гиперсингулярные интегралы применялись к задачам механики и аэродинамики. Достаточно полный обзор методов решения ГИУ и их приложений к аэродинамике содержится в [2].

В последнее время внимание исследователей привлекают нелинейные уравнения типа Прандтля следующего вида [3]:

$$\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{x(\tau)}{(\tau-t)^2}d\tau+g(t,x(t))=f(t),\ -1\le t\le 1, \tag{1}$$

$$x(\pm 1)=0. \tag{2}$$

Задача (1) - (2) эквивалентна интегро-дифференциальному уравнению

$$-\frac{1}{\pi}\int_{-1}^{1}\frac{dx(\tau)}{d\tau}\frac{d\tau}{\tau-t}+g(t,x(t))=f(t),\ -1\le t\le 1. \tag{3}$$

Аналитическим и численным методам решения уравнения (3) при $g(t,x(t))\equiv x(t)$ посвящено большое число работ. Отметим, что исследование обтекания крыла (без линеаризации) приводит [4] к нелинейному сингулярному интегро-дифференциальному уравнению, эквивалентному (1).

В пространственном случае уравнение крыла описывается уравнением [2]

$$\int_{\Omega}\frac{h(M,M_0)x(M)}{|MM_0|^3}d\sigma_M=f(M_0), \tag{4}$$

где $M,M_0\in\Omega,\quad h(M,M_0),f(M_0)$ – известные функции.

В [3] получена оценка в пространстве C погрешности приближенного решения уравнения (3), где G – ограниченная плоская область.

В известных авторам работах представлены численные методы решения уравнения крыла на плоских областях. В противном случае, последние предварительно трансформируются в плоские.

Представляет значительный интерес построение и обоснование приближенных методов решения нелинейных уравнений крыла произвольной формы.

Этим вопросам посвящена данная работа.

2. Крыло конечного размаха

Рассмотрим уравнение

$$\frac{1}{\pi}\int_{\gamma}\frac{x(\tau)}{(\tau-t)^2}d\tau+g(t,x(t))=f(t),\ t\in\gamma, \tag{5}$$

где γ - дуга, $g(t,u)$, $f(t)$ - известные непрерывные функции.

Вначале опишем построение вычислительной схемы при $\gamma=[-1,1]$. Введем узлы $t_k=-1+k/N,\ \ k=0,1,\dots,2N$. Через Δ_0 обозначим сегмент $[t_0,t_1]$, а через Δ_k – интервалы $\Delta_k=(t_k,t_{k+1}],\ \ k=0,1,\dots,2N-1$. Каждому узлу t_k,

$k=1,2,\dots,2N-1,$ поставим в соответствие базисную функцию $\varphi_k(t)=0, t_{k-1}\le t\le t_{k-1}+N^{-2}; \varphi_k(t)=(N^2(t-t_{k-1})-1)/(N-2), t_{k-1}+N^{-2}\le t\le t_k-N^{-2};$ $\varphi_k(t)=-(N^2(t-t_{k+1})-1)/(N-2), t_k+N^{-2}\le t\le t_{k+1}-N^{-2}; \varphi_k(t)=0, t_{k+1}-N^{-2}\le t\le t_{k+1};$ $\varphi_k(t)=0, t\in[-1,1]\setminus[t_{k-1},t_{k+1}];$

узлу t_0 поставим в соответствие базисную функцию

$\varphi_0(t)=1, -1\le t\le -1+N^{-2}, \varphi_0(t)=-(N^2(t-t_1)+1)/(N-2), -1+N^{-2}\le t\le t_1-N^{-2},$ $\varphi_0(t)=0, t_1-N^{-2}\le t\le t_1; \varphi_0(t)=0, [-1,1]\setminus[t_0,t_1];$

узлу t_{2N} поставим в соответствие базисную функцию

$\varphi_{2N}(t)=0, -1\le t\le t_{N-1}+N^{-2};$

$\varphi_{2N}(t)=(N^2(t-t_{N-1})-1)/(N-2), t_{N-1}+N^{-2}\le t\le 1-N^{-2}, \varphi_{2N}(t)=1, 1-N^{-2}\le t\le 1.$

Приближенное решение уравнения (5) будем искать в виде кусочно-непрерывной функции $x_N(t)=\sum_{k=0}^{2N}\alpha_k\varphi_k(t),$ коэффициенты которой определяются из системы уравнений

$$\frac{1}{\pi}\sum_{l=0}^{2N}\alpha_l\int_{-1}^{1}\frac{\varphi_l(\tau)}{(\tau-t_l)^2}d\tau+g(t_k,x_N(t_k))=f(t_k),\ k=0,1,\dots,2N.$$

Приведем изменения, которые необходимо сделать в вычислительной схеме при переходе от сегмента к дуге. Аппроксимируем дугу γ полигонами γ_N, состоящими из N равных звеньев, и перейдем от уравнения (5) к уравнению

$$\frac{1}{\pi}\int_{\gamma_N}\frac{x(\tau)}{(\tau-t)^2}d\tau+g(t,x(t))=f(t),\ t\in\gamma_N.$$

На каждом k-ом звене полигона функцию $x(t)$ аппроксимируем сплайном $x_N^k(t)=\alpha_N^{k,1}\psi_0^k(t)+\alpha_N^{k,2}\psi_{2N}^k(t),\ k=0,1,\dots,N-1,$

где $\alpha_N^{k,1}$, $\alpha_N^{k,2}$ – искомые константы, $\psi_0^k(t)$, $\psi_{2N}^k(t)$ – функции, полученные отображением функций $\varphi_0(t)$ и $\varphi_{2N}(t)$ на k-ое звено.

В качестве узлов коллокации возьмем точки $t_N^{k,1}$ и $t_N^{k,2}$, полученные отображением точек $-1+\frac{1}{N^2}$ и $1-\frac{1}{N^2}$ с сегмента $[-1,1]$ на k-ое звено полигона. В результате получим вычислительную схему метода коллокации

$$\frac{1}{\pi}\int_{\gamma_N}\frac{x_N(\tau)}{\left(\tau-t_N^{k,i}\right)^2}d\tau+g\left(t_N^{k,i},x_N\left(t_N^{k,i}\right)\right)=f\left(t_N^{k,i}\right), i=1,2, \tag{6}$$

где $k=0,1,\dots,N-1,$ $x_N(\tau)=\sum_{k=0}^{N-1}\left(\alpha_N^{k,1}\psi_0^k(t)+\alpha_N^{k,2}\psi_{2N}^k(t)\right).$

Система уравнений (6) решается непрерывным методом [5]

$$\frac{d\alpha_N^{k,i}(v)}{dv}=\frac{1}{\pi}\int\limits_{\gamma_N}\sum_{l=0}^{N-1}\left(\alpha_N^{l,1}(v)\psi_0^l(\tau)+\alpha_N^{l,2}(v)\psi_{2N}^l(\tau)\right)\frac{d\tau}{\left(\tau-t_N^{k,i}\right)^2}+$$

$$+g\left(t_N^{k,i},\sum_{l=0}^{N-1}\left(\alpha_N^{l,1}(v)\psi_0^l\left(t_N^{k,i}\right)+\alpha_N^{l,2}(v)\psi_{2N}^l\left(t_N^{k,i}\right)\right)\right)-f\left(t_N^{k,i}\right),\ \mathrm{i}=1,2,$$

$k=0,1,...,N-1.$ Численное решение полученной системы дифференциальных уравнений осуществлялось методом Эйлера.

3. Многомерные уравнения крыла

Рассмотрим гиперсингулярное интегральное уравнение (4), Ω – ограниченная замкнутая поверхность, $x(t)$ – искомая функция.

Вначале изложим метод на примере плоской поверхности Ω. Проведем триангуляции области Ω. Пусть область Ω находится в прямоугольнике G. Покроем прямоугольник G квадратами со стороной h. Обозначим через Ω_N область, состоящую из квадратов, мера пересечения которых с областью Ω не меньше $h^2/2$. Пусть N – число квадратов в области Ω_N. Разделим каждый квадрат на два равных треугольника. В результате получим покрытие области Ω_N $2N$ треугольниками. Обозначим область с таким покрытием через Ω_{2N}^*. Треугольники в Ω_{2N}^* обозначим через $\Delta_k,\ k=1,2,...,2N.$

Обозначим через $\psi_k(t), t=(t_1,t_2,t_3),$ функцию

$$\psi_k(t)=1,\ t\in\Delta_k;\psi_k(t)=0,\ t\in{\Omega^*}_{2N}\setminus\Delta_k,\ k=1,2,...2N.$$

Приближенное решение уравнения (4) будем искать в виде функции

$$x_N(t)=\sum_{k=1}^{2N}\alpha_k\psi_k(t),$$

коэффициенты $\{\alpha_k\}$ которой находятся из системы уравнений

$$\sum_{l=1}^{2N}h(u_k,\mathrm{u}_l)\alpha_l\iint\limits_{\Delta_l}\frac{d\tau_1 d\tau_2}{|\mathrm{u},\tau|^3}=f(u_k),\ k=1,2,...,2N. \qquad (7)$$

Здесь u_k – внутренняя точка треугольника $\Delta_k,\ k=1,2,...,2N.$

Для решения уравнения (7) применяется непрерывный операторный метод:

$$\frac{d\alpha_N^k(v)}{dv}=\sum_{l=1}^{2N}h(u_k,\mathrm{u}_l)\alpha_l(v)\iint\limits_{\Delta_l}\frac{d\tau_1 d\tau_2}{|\mathrm{u},\tau|^3}-f(u_k),\ k=1,2,...,2N.$$

Опишем изменения, которые нужно провести при решении уравнения (4) с произвольной ограниченной, замкнутой областью $\Omega.$ Проведем триангуляции области Ω. В результате триангуляции получаем поверхность Ω_N, состоящую из $2N$ треугольников Δ_k^*. Обозначим эту поверхность через Ω_{2N}^{**} и рассмотрим уравнение

$$\iint\limits_{\Omega_{2N}^{**}} \frac{h(\mathrm{u},\tau)x(\tau)}{|\mathrm{u},\tau|^3} d\sigma_\tau = f(u),\ t\in\Omega_{2N}^{**}, \tag{8}$$

Приближенное решение уравнения (8) ищется в виде $x_N(t)=\sum\limits_{k=1}^{2N}\alpha_k\psi_k^*(t)$,

где $\psi_k^*(t)=1,\ t\in\Delta_k^*;\psi_k^*(t)=0,\ t\in\Omega_{2N}^{**}\setminus\Delta_k^*,\ k=1,2,...2N.$

Коэффициенты $\{\alpha_k\}$, определяются из системы уравнений

$$\sum_{l=1}^{2N} h(u_k,\mathrm{u}_l)\alpha_l \iint\limits_{\Delta_l^*}\frac{d\tau}{|\mathrm{u},\tau|^3} = f(u_k),\ k=1,2,...,2N,$$

которая решается непрерывным операторным методом.

Литература

1. Некрасов, А. И. Теория крыла в нестационарном потоке [Текст] / А. И. Некрасов. - М.: Изд-во АН СССР, 1947. - 258 с.

2. Вайникко, Г. М. Численные методы в гиперсингулярных интегральных уравнениях и их приложения [Текст] / Г. М. Вайникко, И. К. Лифанов, Л. Н. Полтавский. - М: Янус-К, 2001. - 508 с.

3. Capobianco, M. R. On the numerical solution of a nonlinear integral equation of Prandtl's type / M. R. Capobianco, G. Criscuolo, P. Junghanns // Recent Advances in Operator Theory and its Applications, 2005. - Vol 160. P. 53-79.

4. Бойков, И. В. О проекционных методах решения уравнения крыла / И. В. Бойков // Пенза. ПГТУ, 1990. 15 с. Деп. в ВИНИТИ № 5865-90 Деп.

5. Бойков, И. В. Об одном непрерывном методе решения нелинейных операторных уравнений / И. В. Бойков // Дифференц. уравнения, 2012. – Т 49, № 9, - с. 1308–1314.

К.А. Волкова, Е.В. Авдеев, В.Л. Полонский

АНАЛИЗ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПОДВЕСКИ РАЙЗЕРА

(Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Самарский университет)

Разработка морских нефтяных и газовых месторождений является актуальной задачей, решение которой связано с осуществлением сложных в техническом отношении и рискованных операций, с применением дорогостоящего оборудования.

При добыче на плавучих платформах используется морской стояк (райзер), который является одним из важнейших и ответственных узлов общего