



Методика перераспределения трафика на резервные маршруты позволяет контролировать качество обслуживания на должном уровне, так как снижает долю потерь пакетов и обеспечивает эффективное использование пропускной способности сети.

### Литература

1. Карташевский, В. Г. Основы теории массового обслуживания [Текст] : учеб. для вузов / В.Г. Карташевский. – М. : Горячая линия - Телеком, 2013. – 130 с.

А.А. Котенко, А.П. Котенко

## ПОДБОР УПРАВЛЯЮЩИХ ФАКТОРОВ ПРИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ПОСРЕДСТВОМ СИСТЕМЫ РЕГРЕССИЙ

(Самарский государственный технический университет)

Системы регрессий дают инструмент изучения многомерных систем нелинейных стохастических зависимостей. Предложим методику подбора полиномиальных связей взаимозависимых эндогенных переменных, представляющих значения качества многокритериального управления, с экзогенными переменными, выступающими в роли управляющих воздействий.

Рассмотрим систему  $N$  взаимосвязанных полиномиальных регрессий

$$\hat{y}_s = \sum_{i=1; i \neq s}^N a_i^{(s)} \hat{y}_i + \sum_{\vec{j} \in M} \left( b_{\vec{j}}^{(s)} \prod_{i=1}^K x_i^{j_i} \right), \quad s \in \overline{1, N}; \quad N \geq 2, \quad (1)$$

$\hat{y}_s$  – регрессионные значения связанных линейно эндогенных переменных  $y_s$ ;  
 $x_i$ ,  $i \in \overline{1, K}$ ;  $K \geq 1$ , – экзогенные регрессоры, оказывающие полиномиальное воздействие на эндогенные переменные;  
 $\vec{j} := (j_1, \dots, j_K)$  – мультииндекс суммирования, пробегающий заданное множество  $M$ ,  $|M| = N - 1$ , наборов полиномиальных слагаемых:

$$M := \left\{ (j_1, \dots, j_K) \right\}_{j_1, \dots, j_K=0}^L : \sum_{i=1}^K j_i \geq 1;$$

$L$  – заданная максимальная степень регрессоров  $x_i$ .

Без ограничения общности экзогенные переменные считаем центрированными, не требуя этого от эндогенных переменных. Корреляционные связи между всеми степенями регрессоров считаем слабыми при заданном объёме  $T$  выборочных наблюдений.

Методом наименьших квадратов (МНК) найдём множественную линейную регрессию каждой эндогенной переменной в отдельности на все заданные степени экзогенных переменных [1,2]:



$$\hat{y}_s = \sum_{j \in M} \left( \hat{c}_j^{(s)} \prod_{i=1}^K x_i^{j_i} \right) + \hat{Y}_s; \quad s \in \overline{1, N}. \quad (2)$$

Отбор степеней регрессоров  $x_i^{j_i}$  производим, минимизируя коэффициенты детерминации для значимых коэффициентов  $\hat{c}_j^{(s)}$  набора [3,4]

$$R_s^2 := \frac{\sum_{t=1}^T (y_s(t) - \bar{y}_s)^2}{\sum_{t=1}^T (\hat{y}_s(t) - \bar{y}_s)^2}, \quad s \in \overline{1, N}.$$

Здесь  $y_s(t)$ ,  $\hat{y}_s(t)$  - соответственно, наблюдаемое выборочное и регрессионное, значения эндогенной переменной в момент наблюдения  $t \in \overline{1, T}$ . В силу центрированности регрессоров получим асимптотические равенства  $\hat{Y}_s \cong \bar{y}_s$ .

Применяя косвенный МНК, подставим разложения (2) в обе части каждого равенства (1) и приравняем коэффициенты при одинаковых полиномиальных слагаемых. При каждом  $s \in \overline{1, N}$  получим систему  $|M|$  линейных алгебраических уравнений

$$\forall \vec{j} \in M \Rightarrow x_1^{j_1} \dots x_K^{j_K} \mapsto \sum_{i=1: i \neq s}^N \hat{c}_j^{(i)} a_i^{(s)} + b_j^{(s)} = \hat{c}_j^{(s)}. \quad (3)$$

Каждая система (3) имеет  $N - 1$  требующий идентификации коэффициент  $a_i^{(s)}$  системы (1) в качестве неизвестных. Устраняя нелинейные зависимости уравнений (1) обнулением коэффициентов  $b_j^{(s)} = 0$  и предполагая линейную независимость столбцов наблюдений эндогенных переменных, получим единственное решение  $\hat{a}_i^{(s)}$  системы (3). Тем самым будет однозначно идентифицирована линейная система, детерминированно связывающая регрессионные значения эндогенных переменных:

$$\hat{y}_s = \sum_{i=1: i \neq s}^N \hat{a}_i^{(s)} \hat{y}_i, \quad s \in \overline{1, N}. \quad (4)$$

Линейный детерминированный характер связей (4) позволяет использовать эндогенные переменные в качестве управлений, если изменять их напрямую без промежуточного нелинейного влияния исходных экзогенных переменных систем (1) или (2).

Из (4) следуют однородные системы линейных алгебраических уравнений, связывающих выборочные точечные оценки математических ожиданий и дисперсий эндогенных переменных:

$$\bar{y}_s = \sum_{i=1: i \neq s}^N \hat{a}_i^{(s)} \bar{y}_i, \quad \hat{\sigma}_{y_s}^2 = \sum_{i=1: i \neq s}^N \left( \hat{a}_i^{(s)} \right)^2 \hat{\sigma}_{y_i}^2, \quad s \in \overline{1, N}. \quad (5)$$

Анализ систем уравнений (3) позволяет найти зависимость задачи линеаризации связей эндогенных переменных от их числа  $N$  и степени  $L$  полилинейной зависимости от экзогенных факторов и их количества  $K$ .



Ключевой оказывается проверка условия  $|M| = N - 1$ . Задача сведения системы (1) к системе (4) разрешима [1,2]:

- стохастически однозначно при  $N < |M| + 1$ ;
- детерминированно однозначно при  $N = |M| + 1$ ;
- не разрешима при  $N > |M| + 1$ .

Соотношения (5) позволяют ставить обратную задачу подбора латентных экзогенных регрессоров по характеристикам наблюдаемых эндогенных переменных [3,4]. Достаточно лишь подобрать необходимое число  $|M|$  полиномиальных слагаемых и воспользоваться уравнениями (2), (3) для включения отобранных степеней в систему (1).

### Литература

1. Котенко А.П., Букаренко М.Б. Геометрия систем линейных регрессионных уравнений / А.П. Котенко, М.Б. Букаренко // Известия Самарского научного центра РАН. – 2013. – т.3, №6(3). – С.820-823.
2. Котенко А.П. Особенности применения косвенного метода наименьших квадратов к системе независимых эконометрических уравнений / А.П. Котенко // Друкеровский вестник. – 2017. – №3. – С.96-102.
3. Котенко А.П., Кузнецова О.А. Применение методов многомерного регрессионного анализа для оптимизации производства битума стандартизованных характеристик / А.П. Котенко, О.А. Кузнецова // Современные информационные технологии и ИТ-образование. Сб. научных трудов. – М.: Изд-во МГУ. – 2015. – С.381-384.
4. Котенко А.П., Котенко А.А. Использование идентифицируемых систем эконометрических уравнений / А.П. Котенко, А.А. Котенко // Математика, статистика и информационные технологии в экономике, управлении и образовании. Сб. трудов V Международной научно-практической конф. – Тверь: Изд-во Тверского гос. ун-та, 2016. – С.51-55.

Д.М. Кусаинов, А.А. Столбова

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА РАСПОЗНАВАНИЯ ТЕКСТА С ТАБЛИЧНЫМИ СТРУКТУРАМИ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ

(Самарский университет)

Во многих сферах деятельности происходит стремительный рост информационных потоков, что влечет за собой необходимость создания систем электронного документооборота [1]. Кроме того, цифровизация является повсеместной тенденцией, что подтверждается развитием таких подходов как «Индустрия 4.0» и «Интернет вещей» [2]. Во многих производственных компаниях и не только распространены бумажные варианты документов, которые требуют перевода в электронный вид. В таких документах данные