



2. Байесовский вывод [Электронный ресурс] –  
[https://ru.wikipedia.org/wiki/Байесовский\\_вывод](https://ru.wikipedia.org/wiki/Байесовский_вывод)

3. Сильвер, Н. Сигнал и шум [Текст] / пер. с англ. – М.:2015 – 608 с. – ISBN 978-5-389-05916-0

Г.А. Саитова, А.В. Елизарова

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ МСАУ МЕТОДОМ ДЕКОМПОЗИЦИИ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Современные сложные динамические объекты (СДО) разнообразной физической природы представляют собой комплекс подсистем, взаимосвязанных и взаимодействующих друг с другом. Примерами таких объектов являются газотурбинные двигатели, летательные аппараты, энергетические комплексы, синхронные генераторы и т.д. сложные динамические объекты, как правило, являются нелинейными, многосвязными и многофункциональными, а в процессе их функционирования изменяются динамические свойства, как самих сепаратных подсистем, так и связей между ними на различных режимах работы. Таким образом, для обеспечения требований по управляемости современные системы автоматического управления СДО необходимо разрабатывать в классе многосвязных систем автоматического управления (МСАУ).

Системы, в которых одновременно осуществляется регулирование нескольких взаимосвязанных координат, называют многосвязными системами автоматического управления. В системах такого рода, на базе классической теории автоматического управления, тяжело изучать в полной мере процессы самой системы, так как существует тесная взаимосвязь между процессами регулирования отдельных координат [1].

В статье рассматривается линейная разомкнутая многосвязная система автоматического управления с запаздыванием одновременно в прямых и перекрестных связях, состоящая из множества идентичных (гомогенных) сепаратных подсистем и связей через многомерный объект управления.

Объектом исследования является многосвязная система автоматического управления с запаздыванием, где  $W(s, \tau)$  – передаточная функция (МПФ) объекта,  $\tau$  – постоянное запаздывание в прямых каналах и связях,  $R(s)$  – МПФ регулятора (рис.1).

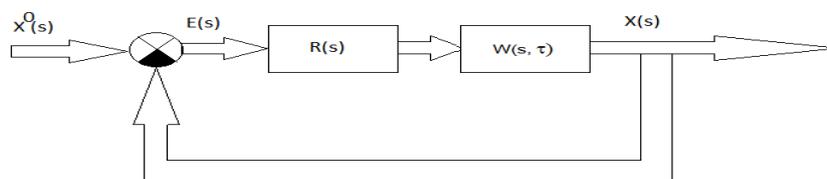


Рисунок 1 – Структурная схема МСАУ



Задача исследования: оценить устойчивость и критическое значение запаздывания в прямых и перекрестных связях МСАУ методом декомпозиции на основе описания системы через характеристики связей и характеристики подсистем [3].

Рассмотрим решение задачи на примере двухсвязной САУ с одинаковыми подсистемами. Характеристическое уравнение МСАУ имеет вид:

$$D(\Phi, h) = 1 + H_2(s)\Phi^2(s) + H_3(s)\Phi^3(s) + \dots + H_n(s)\Phi^n(s) = 0$$

Для двухсвязной системы:

$$D(\Phi, h) = 1 + h_2(s)\Phi^2(s) = 0, \text{ где}$$

$$\Phi = \frac{R_1 W_{11} e^{-\tau s}}{1 + R_1 W_{11} e^{-\tau s}} = \frac{R_2 W_{22} e^{-\tau s}}{1 + R_2 W_{22} e^{-\tau s}} - \text{передаточная функция подсистем с запаздыва-$$

$$\text{нием, } h_2(s) = \frac{\det \begin{vmatrix} 0 & W_{12} e^{-\tau s} \\ W_{21} e^{-\tau s} & 0 \end{vmatrix}}{\det \begin{vmatrix} W_{11} & 0 \\ 0 & W_{22} \end{vmatrix}} = -\frac{W_{21} W_{12} e^{-2\tau s}}{W_{11} W_{22}} - \text{передаточная функция ха-}$$

рактеристики связи с запаздыванием

(1)

Введем переменную  $W_p = R_1 W_{11} e^{-\tau s} = R_2 W_{22} e^{-\tau s}$ , обозначающую разомкнутую систему и перепишем относительно нее характеристическое уравнение. Тогда оно примет вид:

$$1 + 2W_p + (1 + h_2 e^{-2\tau s})W_p^2 = 0 \quad (2)$$

Характеристическое уравнение связи относительно комплексной переменной  $W_p = x$  имеет вид (3):

$$1 + 2x + (1 + h_2 e^{-2\tau s})x^2 = 0 \quad (3)$$

Построив на комплексной плоскости годограф разомкнутых подсистем  $W_p(j\omega)$  и корневой годограф уравнения связи (3)  $x_i(j\omega) = \overline{1,2}$ , можно найти устойчивость системы [1] и критическое значение запаздывания  $\tau_{кр}$  (рис.2).

Линейная многосвязная САУ с запаздыванием и одинаковыми подсистемами устойчива, если годограф амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) подсистем  $W_p(j\omega)$  для всех  $\omega \in (-\infty, +\infty)$ , построенный на плоскости корней уравнения связи  $x_i(j\omega) = \overline{1,2}$ , не охватывал ни один из его корней [2].

Для нахождения значения критического запаздывания  $\tau_{кр}$  необходимо, чтобы годограф разомкнутой системы  $W_p(j\omega)$  проходил через ближайший из корней  $x_i(j\omega) = \overline{1,2}$  характеристического уравнения связи, не охватывая при этом другие, то есть МСАУ оказалась на границе устойчивости [2]. Из выражения

$$x_i^*(j\omega, \tau) = W_p(j\omega, \tau) \quad (4)$$



определяется значение  $\omega_{icp}$  и  $\tau_{ikp}$ .

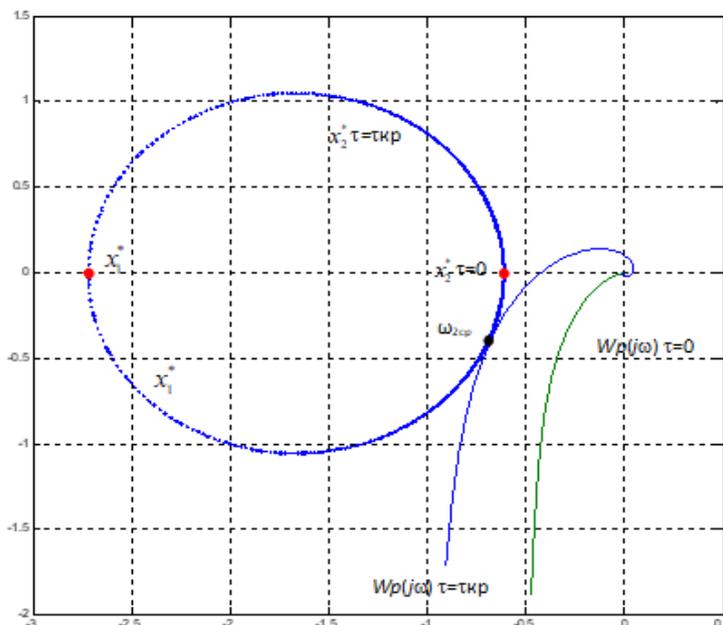


Рисунок 2 - Годограф МСАУ с запаздыванием в прямых и перекрестных связях

**Пример.** Передаточная функция разомкнутой подсистемы равна

$$W_p(s) = \frac{e^{-\tau s}}{0.8s^2 + s}, \text{ характеристика связи } h_{12}(s) = 0.2e^{-2\tau s}. \text{ Найти } \tau_{кр}.$$

Характеристическое уравнение двусвязной САУ (2)

$$1 + 2x + (1 + 0.2 * e^{-2\tau s})W_p^2 = 0$$

Уравнение связи (3)

$$1 + 2x + (1 + 0.2 * e^{-2\tau s})x^2 = 0$$

В точке пересечения значение корня  $x_1(j\omega)$  равно:

$$x_1 = -0.5967 - 0.4467i \text{ (рис.3).}$$

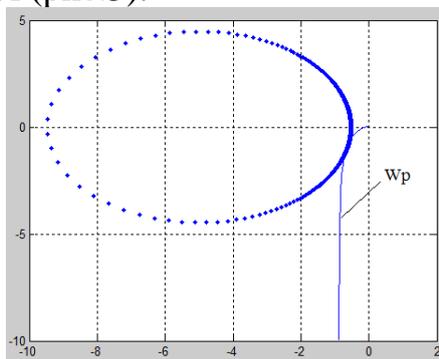
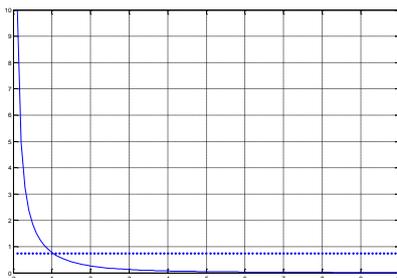


Рисунок 3 - Годограф МСАУ с запаздыванием в прямых и перекрестных связях

Для нахождения значения критического запаздывания  $\tau_{кр}$  построим амплитудно-частотные характеристики подсистем и корневого годографа выражения  $x_1(j\omega)$  в точке пересечения (рис.4) и определим значение  $\omega_{icp}=1$ .



Рисунки 4 – Амплитудно-частотные характеристики подсистем и корневого годографа  $x_1(j\omega)$  точке пересечения

Значения  $\tau_{икр}$  определяется из выражения:

$$\psi_1 = \varphi_0(\omega) - \omega_{1cp} \tau_{икр},$$

$$\tau_{икр} = (\varphi_0(\omega) - \psi_1) / \omega_{1cp},$$

где  $\psi_1 = \arg x_1$ ,  $\varphi_0(\omega_{1cp}) = \arg W_p(j\omega)$  на частоте  $\omega_{1cp} = 1$ .

Критическое значение запаздывания  $\tau_{кр} = \min\{\tau_{икр}\}$ ,  $n=1,2$ , это минимальное из найденных значений  $\tau_i$ . Для нашего примера критическое значение запаздывания равно  $\tau_{кр} = 0.087$  с. Результаты моделирования при  $\tau_{кр} = 0.087$  с представлены на рисунке 5. Видно, что система находится на границе устойчивости.

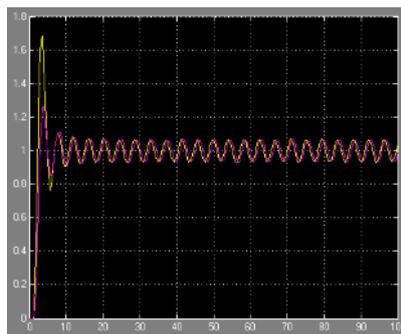


Рисунок 5 - График переходного процесса для МСАУ с критическим значением запаздывания в прямых и перекрестных связях

Показано, что с помощью графо-аналитического метода можно определить устойчивость многосвязной системы с запаздывания в прямых и перекрестных связях, а также найти критическое значение запаздывания в системе. Правильность результатов подтверждена путем моделирования.

#### Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Грант РФФИ №18-08-00702 А «Развитие методов анализа устойчивости многосвязных динамических систем управления сложными техническими объектами»).

#### Литература

1. Ильясов Б.Г., Кабальнов Ю.С. Исследование устойчивости однотипных многосвязных систем автоматического управления с гомономными связями между подсистемами // Автоматика и телемеханика. – 1995. - №7.-С.82-90.



2. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А. Системный подход к исследованию многосвязных систем автоматического управления на основе частотных методов. Автоматика и телемеханика. 2013. № 3. С. 173-191.

3. Ильясов Б.Г., Саитова Г.А. Исследование линейных многосвязных САУ с запаздыванием /Материалы конференции «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах» – СПб.: ГНЦ РФ ОАО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор», 2012, 131-135с.

К.О. Сайгак

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПРОЦЕССА ТОРМОЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА С ПОМОЩЬЮ ПРОВОДЯЩЕГО ТОКА ТРОСА

(Самарский университет)

**Аннотация:** доклад посвящен моделированию движения электродинамической космической тросовой системы, состоящей из связки двух малых космических аппаратов, один из которых является наноспутником, и токопроводящего неизолированного троса. Цель работы: оценить возможности торможения наноспутника с помощью проводящего ток троса.

В настоящее время большой интерес представляет применение электродинамических космических тросовых систем (ЭКТС), имеющих тросы, проводящие ток. Такие системы могут быть использованы для превращения энергии орбитального движения в электрическую мощность [1], что позволяет найти чрезвычайно разнообразные способы применения в космонавтике. Например, в последнее время возродился интерес к данной технологии у ведущих космических агентств из-за потенциального применения для удаления космического мусора. По сравнению с другими технологиями ЭКТС имеют ряд преимуществ. В их числе малая масса, компактные размеры, не требуется ракетное топливо для совершения движения, простота использования.

Под космической тросовой системой понимается комплекс искусственных космических объектов (спутников, кораблей), соединенных длинными тонкими гибкими элементами (тросами, кабелями), совершающий орбитальный полет [2]. В наиболее простом виде — это связка двух космических наноспутников, соединенных неизолированным тросом. Обозначим массы верхнего и нижнего аппаратов как  $m_1$  и  $m_2$ .

Рассмотрим электродинамическую систему с неизолированным тросом, предназначенную для удаления с орбиты малых космических аппаратов. На проводящий неизолированный трос в магнитном поле Земли действует сила Ампера, которая обеспечивает изменение параметров орбиты ЭКТС (уменьшение высоты полета ее центра масс).

В первоначальном состоянии ЭКТС находится в режиме гравитационной стабилизации в развернутом состоянии [3], то есть трос располагается по мест-