М.А. Верхотуров, Г.Н. Верхотурова, Г.А. Ситников

ОБ ОБЪЕДИНЕНИИ ФИГУРНЫХ ЗАГОТОВОК ПРИ РАСКРОЕ ПЛОСКОГО МАТЕРИАЛА

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

1.1. Введение

Неотъемлемой частью каждой автоматизированной системы раскроя плоского материала на фигурные заготовки является объединение исходных геометрических объектов (ГО) по "общей линии" (ОЛ). Суть этого объединения заключается в таком расположении ГО, при котором режущий инструмент в процессе обработки контура одного ГО, автоматически обрабатывает часть контура другого ГО (экономия энергии, времени работы станка, т.п.) (рис.1).

Следует отметить, что в качестве ОЛ используются прямолинейные сегменты исходных ГО, дуги окружностей в общем случае для этого не применяются (из-за проблем с точностью совпадения соответствующих эквидистант).

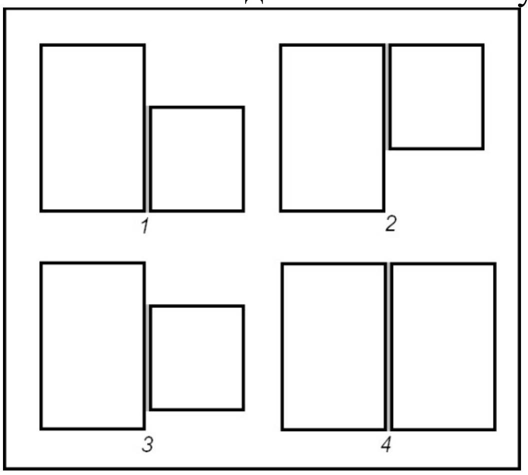

Рис. 16. Примеры объединения объектов "общей линией"

1. Постановка задачи

1.2. Подбор ГО для объединения ОЛ (ООЛ)

Рассматривается следующая постановка задачи подбора ГО для ООЛ. Необходимо объединить ГО так, чтобы получить максимальную суммарную длину общих линий. Пусть $C, |C| = n$ множество ГО, L^i множество линейных сегментов i-го ГО. Определим $L^i_{ОЛ} = \{l^i_s : l^i_s \in L^i, |l^i_s| \ge l_{\min}\}$, где $l_{\min}$ - минимальная длина сегмента, пригодного для ОЛ.

Определим также отображение: $CL : L^i_{ОЛ} \times L^j_{ОЛ} \to \{0,1\}$,

$$CL(l^i_s, l^j_t) = \begin{cases} 1, если\ l^i_s, l^j_t - ОЛ \\ 0, иначе \end{cases}.$$

Задача объединения ГО ОЛ сводится к следующей задаче максимизации:

$$\frac{1}{2}\sum_i \sum_j \sum_s \sum_t CL(l^i_s, l^j_t) \min\{|l^i_s|, |l^j_t|\} \xrightarrow{CL} \max$$

при следующих ограничениях:

1) $\sum_{s}\sum_{t} CL\left(l_s^i, l_t^i\right) = 0$, ГО не может иметь ОЛ с самим собой;
2) $\sum_{s}\sum_{t} CL\left(l_s^i, l_t^j\right) \le 1$, между двумя ГО не может пройти более одной ОЛ;
3) $\sum_{j}\sum_{t} CL\left(l_s^i, l_t^j\right) \le 1$, одному сегменту соответствует не более одной ОЛ;
4) условия взаимного непересечения ГО.

1.3. Поиск траектории режущего инструмента для ГО ООЛ

Рассмотрим следующую постановку задачи поиска оптимальной траектории режущего инструмента для ГО ООЛ. Считаем, что ГО ООЛ окончательно уложены друг относительно друга. Сумма длин сегментов постоянна, поэтому требуется найти траекторию с минимальной суммой углов поворотов режущего инструмента.

Пусть ГО с ОЛ определяются неориентированным графом $G = (V, E)$, V - множество вершин, E - множество ребер. Для этого необходимо определить однозначные преобразования: ГО с ОЛ $\to$ граф, последовательность элементов графа $\to$ траектория инструмента. Потребуем, чтобы множество вершин ГО$\in V$, множество сегментов ГО$\in E$, траектория режущего инструмента определяется через последовательность $Path$ ребер графа.

Определим функцию угла поворота режущего инструмента при переходе от сегмента, соответствующего ребру A, к сегменту, соответствующему ребру B (обозначим угол между этими сегментами ang_{AB}):

$$a(A,B) = \begin{cases} (\pi - ang_{AB}), если\ A \cap B \ne \varnothing \\ a_{\max}, иначе \end{cases}.$$

Определим отображение:

$$f : E \times \{1,\ldots,|E|\} \to \{0,1\},\ f(A,i) = \begin{cases} 1, если\ A\ в\ Path\ на\ i - ом\ месте \\ 0, иначе \end{cases}.$$

Тогда задача поиска траектории сводится к следующей задаче минимизации:

$$\sum_{\substack{i \\ i \ne |E|}} \sum_{A} \sum_{B} f(A,i) f(B,i+1) a(A,B) \xrightarrow{f} \min$$

при следующих ограничениях:

1) $\sum_{A}\sum_{i}\sum_{\substack{j \\ j \ne i}} f(A,i) f(A,j) = 0$, каждое ребро входит в $Path$ один раз;
2) $\sum_{i}\sum_{A}\sum_{\substack{B \\ B \ne A}} f(A,i) f(B,i) = 0$, два ребра не могут оказаться i-ми в $Path$;
3) $\sum_{A}\sum_{i} f(A,i) = |E|$, в $Path$ должны входить все ребра.

2. Методы решения

2.1. Подбор ГО для ООЛ

Задача подбора ГО для ООЛ является задачей оптимизационного геометрического проектирования [1]. Ее можно решить методами дискретной оптимизации с учетом соответствующих геометрических ограничений.

Задача подбора ГО для ООЛ в том виде, в котором она поставлена, неразрывно связана с оптимизационной задачей раскроя-упаковки (Р-У) ГО. Возникает необходимость решения двух оптимизационных задач, в котором предпочтение часто отдается задаче Р-У. Поэтому подбор ГО для ООЛ выполняют либо перед Р-У, либо после Р-У. Возможный третий вариант - объединение ГО ОЛ в процессе размещения ГО, является наиболее сложным и приводит к необходимости решения двухкритериальной оптимизационной задачи, причем в общем случае эти критерии являются противоречащими друг другу. В данной статье этот вариант не рассматривается.

2.1.1. Подбор ГО для ООЛ перед Р-У

Подбор множества ГО для ООЛ происходит по следующей схеме: детали раскладываются вокруг общего центра C т.о., что ОЛ проходят через этот центр.

На рис.2 видно, что такая схема пригодна для получения, в частности, пары ГО ООЛ (рис.2 вар.1 – рис.1 вар.1,2,4).

Необходимо учитывать возможность задания ОЛ как отрезками (рис.2 вар.2), так и прямыми (рис.2 вар.1,3). Прямые определяют сквозные ОЛ. При использовании отрезков возникает неоднозначность траектории инструмента (рис.2 вар.2б).

Между сегментами ОЛ ГО необходимо выдерживать строго определенное расстояние (диаметр режущего инструмента).

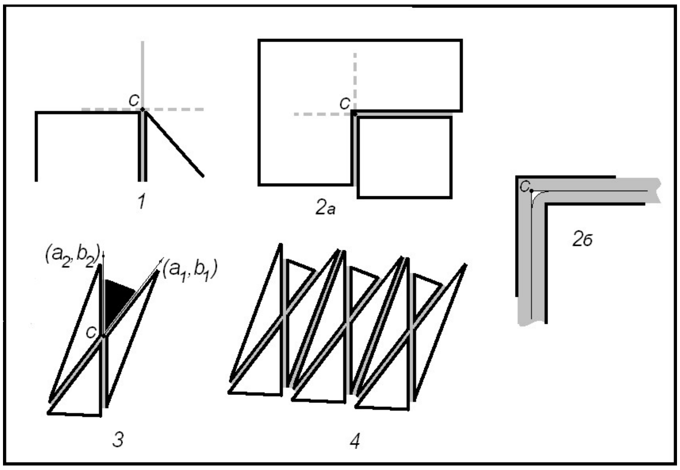

Рис. 17. Подбор ГО для ООЛ перед Р-У

Смещение $(\Delta x, \Delta y)$ ГО относительно C при диаметре инструмента D вычисляется следующим образом. Для одного ГО через C проходит одна ОЛ (рис.2 вар.1) или две ОЛ (рис.2 вар.2,3). Следовательно, смещение $(\Delta x, \Delta y)$ определяется однозначно. Пусть ОЛ (рис.2 вар.3. – ГО закрашен целиком) коллинеарны векторам (a_1,b_1) и (a_2,b_2). Возьмем C в качестве центра локальной системы координат. Тогда прямые, на которых лежат ОЛ можно параметрически задать:

$$\begin{cases} x = b_1D_1 + t_1a_1, \\ y = -a_1D_1 + t_1b_1. \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = b_2D_2 + t_2a_2, \\ y = -a_2D_2 + t_2b_2. \end{cases} \text{, где } D = -D_1 = D_2 .$$

Точка пересечения прямых:

$$\Delta x = D\frac{a_1\left(a_2^{\,2} + b_2^{\,2}\right) + a_2\left(a_1^{\,2} + b_1^{\,2}\right)}{a_1b_2 - a_2b_1}, \quad \Delta y = D\frac{b_1\left(a_2^{\,2} + b_2^{\,2}\right) + b_2\left(a_1^{\,2} + b_1^{\,2}\right)}{a_1b_2 - a_2b_1},$$

(a_1,b_1), (a_2,b_2)-единичные, => $\Delta x = D\dfrac{a_1 + a_2}{a_1b_2 - a_2b_1}, \Delta y = D\dfrac{b_1 + b_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$.

Длина вектора смещения $(\Delta x, \Delta y)$ зависит не только от D. Значит, для одного и того же диаметра режущего инструмента, различные ГО сместятся, в общем случае, на различные расстояния.

$(\Delta x, \Delta y)$ для случая с одной ОЛ получается путем проведения второй, мнимой ОЛ (рис.2 вар.1 пунктиром) перпендикулярно первой: $(\Delta x, \Delta y)$
$\Delta x = D(b - a), \Delta y = -D(a + b)$.

2.1.2. Подбор ГО для ООЛ после Р-У

Объединяются все ГО, расстояние между сегментами которых не больше Δ. Очевидно, что расположение ГО друг относительно друга чаще всего произвольное (рис.1 вар.3).

Заключение

В статье рассмотрены различные вопросы, возникающие в связи с необходимостью объединения ГО с целью экономии материала, энергии, времени изготовления при раскрое плоского материала на фигурные заготовки. В англоязычной литературе и соответствующих автоматизированных системах они встречаются под терминами "common line" и "common cut" ("общая линия" и "общий рез").

Литература

1. Верхотуров М. А. Задача нерегулярного раскроя фигурных заготовок: оптимизация размещения и пути режущего инструмента. // Вестник УГАТУ, 2007. Т. 9, №2 (20). С. 106–118.