



Д.Н. Долгих

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКИМ МОМЕНТОМ МИКРОСПУТНИКА НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ БЕЛЛМАНА

(ФГБОУ ВПО «Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет)»)

Введение

В современной космонавтике при управлении вращательным движением спутников широко применяются пассивные и полупассивные системы управления, основанные на взаимодействии магнитного поля спутника с геомагнитным полем [1]. Основным преимуществом таких систем управления по сравнению с активными системами является тот факт, что они не требуют расхода рабочего тела в процессе своего функционирования. Существенным недостатком магнитных систем управления являются относительно небольшие управляющие моменты изначительное время, затрачиваемое на процесс управления. Задачу управления кинетическим моментом спутника можно разделить на две подзадачи: уменьшение величины кинетического момента до малых значений и стабилизация величины кинетического момента в известном малом диапазоне значений.

Постановка задачи

Рассмотрим решение задачи стабилизации кинетического момента микроспутника в малом диапазоне своих значений. Пусть w_i - компоненты кинетического момента относительно жестко связанной с микроспутником системы координат, оси которой совпадают с главными центральными осями инерции тела, а I_i - компоненты центрального момента инерции I . Уравнения движения Эйлера имеют вид:

$$dw_x = \left(\frac{I_y - I_z}{I_y * I_z} * w_y * w_z + u_x \right) dt \quad (1)$$

Управление u_i подчинено ограничению $|u_i| \leq b_i$; где b_i - заданная постоянная. Движение системы (1) начинается в момент времени $t=0$ с кинетическими моментами, установившимися после уменьшения их величины (заданная ограниченная область Q). Задача заключается в выборе управлений u_i , максимизирующих вероятность пребывания системы (1) в области Q в течение отрезка времени $[0, T]$, где $T > 0$ задано.

Оптимальное по быстродействию управление кинетическими моментами микроспутника можно получить из решения уравнения в частных производных Беллмана [2]:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \left(\frac{I_y - I_z}{I_y * I_z} * w_y * w_z \right) * \frac{\partial V}{\partial w_x} + \left(\frac{I_z - I_x}{I_z * I_x} * w_z * w_x \right) * \frac{\partial V}{\partial w_y} +$$



$$+ (I_x - I_y) w_x w_y + I_x w_x w_y + I_y w_x w_y + \sum_{i=1}^3 b_i \left[\frac{\partial V}{\partial w_i} \right] = 0, \text{ где } b_i - \text{ заданная}$$

постоянная, I_x, I_y, I_z - главные центральные моменты инерции микроспутника, $w = (w_x, w_y, w_z)$ - вектор кинетического момента, V - функция, указывающая вероятность того, что кинетические моменты находятся в малом диапазоне значений.

Граничные условия: $V(w) = 0, 0 \leq t \leq T, V(w) = 1, w \in Q$, где Q - диапазон малых значений кинетического момента.

Оптимальный закон управления, являющийся решением уравнения Беллмана, задается соотношениями: $u_{0i} = b_i \text{sign} \frac{\partial V}{\partial w_i}, i=x,y,z$.

Уравнение Беллмана было решено методом конечных разностей с шагами дискретизации 0.1с. и 0.01рад/с, соответственно, по времени и составляющим кинетического момента.

Результаты численного моделирования

Рассмотрим результаты вычислений для микроспутника, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда. Рисунок 1 был построен при следующих исходных данных и параметрах микроспутника: $T = 0, w_x = 0, b = 0.001, I_x = 1 \text{ кгм}^2, I_y = 1.5 \text{ кгм}^2, I_z = 2 \text{ кгм}^2$. На рисунке видно, что чем меньше кинетический момент, тем больше вероятность пребывания микроспутника в заданной области его значений.

На рисунке 2 показана зависимость функции $V(t, w_x, w_y, w_z)$ от времени для двух начальных точек: 1 (при $w_y = w_z = -0.1$) и 2 (при $w_y = w_z = 0.1$). В обеих точках было принято начальное значение $w_x = 0$.

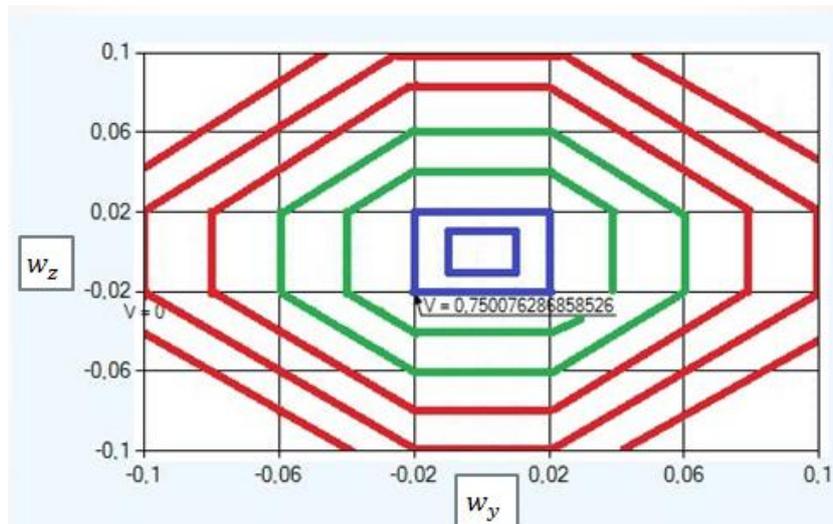


Рис. 1. Расположение поверхностей уровня функции Беллмана при $w_x = \text{const} = 0$

Исходя из рисунка 2, можно сделать вывод, что с ростом времени моделирования увеличивается вероятность поддержания кинетического



момента в рассматриваемом малом диапазоне значений $Q \in [-0.1, 0.1]$ (град/с). Так в случае 1 вероятность того, что кинетический момент находится в рассматриваемом малом диапазоне значений, принимает значение равное единице уже в конце первой секунды управления. В случае 2 вероятность того, что кинетический момент находится в малом диапазоне значений, равна 0,9 в конце первой секунды управления.

На рисунке 3 изображена зависимость критерия качества $p(t) = \sup_{w_y, w_z} V(t, 0, w_y, w_z)$ от времени. Другими словами, график показывает максимальное значение, которое принимает функция V при $w_x = 0, t \in [0, 1]$ в ходе решения задачи.

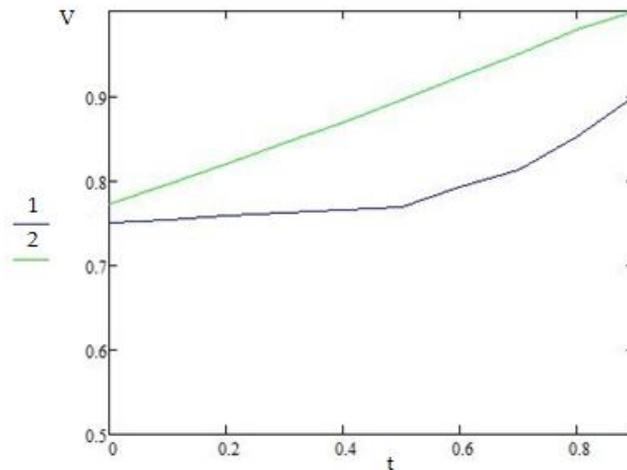


Рис. 2. График максимального значения вероятности V при $w_x = const = 0$

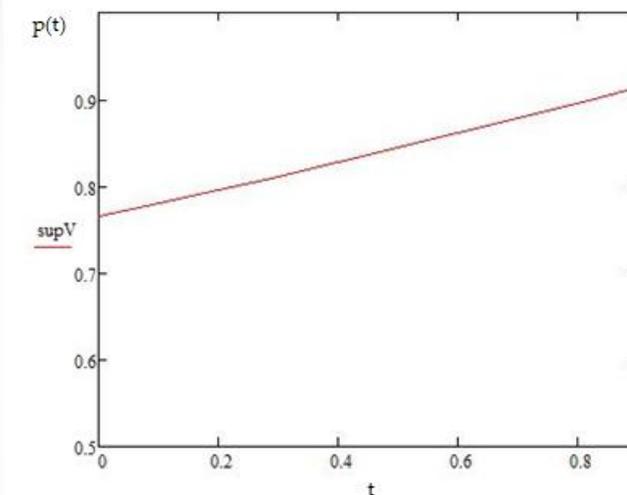


Рис. 3. Зависимость максимума критерия качества от времени

Вывод

Применение оптимального закона управления позволило обеспечить поддержание значений кинетического момента микропутника в заданном малом диапазоне $Q \in [-0.1, 0.1]$ (град/с) с высокой долей вероятности, затратив при этом очень мало времени (≈ 1 секунду), подтвердив тем самым, что оптимальное по быстрдействию управление микропутника можно получить из решения уравнения в частных производных Беллмана. Рассмотренный подход также



может быть применен для стабилизации малых значений кинетического момента на перспективных магнитных микро и наноспутниках.

Литература

1. Коваленко А.П. Магнитные системы управления космическими летательными аппаратами. – М.: Машиностроение, 1975.
2. Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р. Математическая теория конструирования систем управления. – М.: Высшая школа, 1998.
3. Маркеев А.П. Теоретическая механика. – М.: Гриф МО РФ, 2001.