статочно сложным по реализации и в значительной мере избыточным. Преимуществом метода является получение пользователем полного контроля работы модели запоминающего устройства, возможности свободного создания, модификации и загрузки прошивки в любом удобном формате. В случае грамотно разработанного программного кода модель будет потреблять минимальное процессорное время для обработки матрицы памяти произвольного объема и организации. Серьезными недостатками являются сложность отладки и возможность вызвать крах системы моделирования при программных сбоях. Рекомендовать к использованию данный метод можно только для очень опытных пользователей, хорошо представляющих себе функционирование системы моделирования и взаимосвязь её компонентов.

В качестве заключения следует отметить, что Multisim предоставляет весьма широкий набор инструментов и средств, позволяющий пользователю, пусть и не всегда очевидным образом, адаптировать возможности системы под решение конкретных задач.

Литература

1. XSPICE Software User's Manual. Computer Science and Information Technology Laboratory, Georgia Tech Research Institute, 1992.
2. NI Multisim™ User Manual, 374483D-01, National Instruments Corporation.
3. Multisim™ MCU Module User Guide, 374486A-01, National Instruments Corporation.
4. Multisim™ SPICE Reference Manual, 374845A, National Instruments Corporation.
5. Cox F.L., Kuhn W.B., Murray J.P., Tynor S.D. Code-level modeling in XSPICE Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1992 (ISCAS '92), Volume 2 , pp. 871-874, 10-13 May 1992.

Д.А. Рыбаков

МОДЕЛЬ СВЯЗАННОСТИ СОБЫТИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДОВ БАЙЕСА

(Epam systems)

Допустим, требуется разместить инвестиции в нескольких предприятиях, которые могут обанкротиться с вероятностью 5%. Если имеется 2 предприятия, тогда вероятность того, что они оба обанкротятся, и мы потеряем все вложения $P = 0.05 \cdot 0.05 = 0.0025$. Так учит стандартная теория вероятности. Но что будет, если предприятия связаны, и банкротство одного ведет к банкротству другого? Крайним случаем является ситуация, когда предприятия полностью зависимы. Для полностью зависимых предприятий вероятность двойного банкротства и потери всех вложений остается равной $P = 0.05$. Получается, что наивная методика оценки риска имеет большой разброс P от 0.05 до 0.0025, и реальное значение зависит от того, насколько правильно мы умеем оценивать связанность двух событий. Попробуем разобрать эту проблему, решив простую математическую задачу с двумя монетами.

Пусть имеются 2 монеты M_1 и M_2, которые выдают 0 или 1 при бросании и возможна одна из 4х комбинаций на один бросок. По условию задачи пусть первая монета независима, то есть $P_1(0) = P_1(1) = 0.5$. А вторая может быть зависима, но мы не знаем, насколько сильно. То есть P_2 как-то зависит от P_1.

Чтобы оценить связанность, нужен фактический материал и модель, параметры которой будем оценивать. Давайте используем самые простые допущения, чтобы прочувствовать тему. Если монеты несвязны, то все четыре комбинации будут равновероятны. Тут возникает поправка из стандартной теории вероятности — такого результата можно добиться при бесконечном количестве бросаний. Но так как на практике количество бросаний конечно, то мы можем попасть в отклонение от среднего. Например, можно получить нечаянно серию трёх или пяти орлов при подбрасывании монеты, хотя в среднем при бесконечном бросании будет точно 50% орлов и точно 50% решек. Отклонение можно интерпретировать как проявление связанности, а можно интерпретировать как обычное отклонение статистики от среднего. Чем меньше выборка, тем возможно большее отклонение, и поэтому можно спутать разные допущения.

На помощь приходит теория Байеса, которая дает возможность оценить вероятность той или иной гипотезы по конечному набору данных. Изначально формула Байеса описывает вероятность наступления событий при уже известных свершившихся событиях. Но в современной интерпретации она используется для ранжирования предположений, гипотез, идей в рамках некого набора этих самых идей. Он производит обратный процесс от того, с которым мы привыкли иметь дело при частотном подходе. Его метод позволяет оценить, какое из предположений более всего совпадает с реальным положением дел. В отличие от других методов, типа копула-распределения или корреляционной функции, метод Байеса работает, начиная уже с небольшого количества данных. Даже одного примера будет достаточно, чтобы начать применять метод.

К модели связанности предъявим требование, – она должна охватывать возможные варианты. В нашем случае крайними вариантами являются полная связанность или полная независимость монет. То есть модель должна иметь как минимум один параметр, описывающий связанность. Опишем её в виде коэффициента $k \in [0,1]$. И определим такой смысл так что, если вторая монета всегда полностью совпадает с первой, то $k = 1$. Если вторая монета всегда имеет противоположные значения, то $k = 0$. Если монеты несвязны, тогда они совпадают только половине случаев, тогда $k = 0.5$. Таким образом мы кодируем непрерывный набор предположений о степени связанности двух событий. То есть k имеет вероятностную природу и тем самым содержит наше незнание.

Попробуем оценить k по фактическим данным и тем самым выделить среди нашего набора наиболее вероятное предположение. Пусть имеется конкретный набор данных D, который состоит из $N = 5$ исходов.

Таблица 1

Номер исхода	Значение M_1	Значение M_2
1	0	0
2	0	1
3	1	1
4	0	0
5	1	1
6	*получим позже*	*построим прогноз*

У нас уже свершившиеся события описываются набором данных D, а набор гипотез описывает параметром k. Знак | означает условную вероятность при известных данных.

Формула Байеса выводится очень легко и записывается так:
$P(k \mid D) = P(D \mid k) \cdot P(k) / P(D)$.

Чтобы решить задачу, надо найти, при каком k условная вероятность максимальна, то есть:
$k = \arg\max P(k \mid D)$.

Здесь мы имеем комбинацию непрерывных и дискретных распределений. $P(k|D)$ и $P(k)$ являются непрерывными распределениями. А $P(D|k)$ и $P(D)$ являются дискретными. В правой части имеем 3 члена, которые нужно оценить. Проанализируем их.

1) Для решения требуется знать или вычислить вероятность получения таких данных при той или иной гипотезе $P(D|k)$. Даже если объекты несвязны $k = 0.5$, то получить серию 00,00,00 можно, хотя весьма сложно. Намного вероятнее получить такую комбинацию, если монеты связаны $k = 1$. То есть для каждого k мы должны знать вероятность получения таких данных.

2) Необходимо знать $P(k)$. Вот тут натыкаемся на тонкий момент моделестроения. Мы не знаем эту функцию и остается полагать, что k равновероятно в диапазоне от 0 до 1. То есть полагаем $P(k) = const$. Если бы мы имели инсайдерскую информацию, то больше знали бы о $P(k)$ и строили бы более точный прогноз.

3) $P(D)$ — это вероятность иметь такой набор данных, учитываются все возможные пути получения набора D в рамках нашего набора предположений.

Для этого надо проинтегрировать $P(D) = \int_0^1 P(D \mid k) P(k) dk$.

Для нашего простого случая получается $P(k \mid D) = const \cdot P(D \mid k)$, поэтому можно работать напрямую с $P(D|k)$.

Разберем, как вычислять значение $P(D|k)$. Помним, что первая монета независима, а вторая зависима. Поэтому вероятность наблюдать определённое значение для первой монеты будет выглядеть так: $P(M_1 = 0)$. А для второй монеты так: $P(M_2 = 0 \mid M_1 = 0)$. Для краткости обозначим вероятность комбинаций через $P(00), P(01), P(10), P(11)$. Если внимательно посмотреть на семантику k, то он еще определяет вероятность совпадения с первой монетой.

Запишем вероятность каждого исхода:

$P(00) = P(M_1 = 0) \cdot P(M_2 = 0 \mid M_1 = 0) = 0.5k$,

$P(01) = P(M_1 = 0) \cdot P(M_2 = 1 \mid M_1 = 0) = 0.5(1-k)$,

$P(10) = P(M_1 = 1) \cdot P(M_2 = 0 \mid M_1 = 1) = 0.5(1-k)$,

$P(11) = P(M_1 = 1) \cdot P(M_2 = 1 \mid M_1 = 1) = 0.5k$.

Теперь можно перейти к поиску наиболее вероятного значения k по вымышленному набору данных. Вероятность иметь такой набор D определяется через конъюнкцию:

$P(D \mid k) = P(00) \cdot P(01) \cdot P(11) \cdot P(00) \cdot P(11)$.

Раскрываем, упрощаем и обобщаем для произвольного набора данных. Обозначим количество совпадений $A = N(00) + N(11)$, а количество несовпадений $B = N(01) + N(10)$. Получаем такую обобщенную формулу

$P(D \mid k) = 0.5^N \cdot k^A \cdot (1-k)^B$.

Так как в этом примере $P(k \mid D) = const \cdot P(D \mid k)$, то дифференцируем и приравниваем к нулю формулу без константных множителей:

$0 = k^{A-1} \cdot (1-k)^{B-1} \cdot (A \cdot (k-1) + Bk)$.

Третий множитель указывает на локальный максимум, отсюда:

$k = \frac{A}{A+B} = \frac{A}{N}$.

Полученную формулу можно использовать для прогнозов. То есть после дополнительного броска первой монеты пытаемся предугадать поведение второй через k. Смотри исход №6 в таблице. При получении новых данных формулу корректируем и уточняем. При получении инсайдерских данных мы будем иметь более точное представление о $P(k)$, и можно дополнительно уточнить всю цепочку расчетов. Так же ничто не мешает расширять модель и вводить новые параметры.

Так как мы вычисляем вероятность, то для k можно проанализировать среднее и дисперсию. Про дисперсию можно сказать, что при увеличении количества данных — пик на графике $P(D|k)$ становится более острым, что означает более однозначный прогноз.

В приведенном выше наборе данных имеем 4 совпадения и одно несовпадение. Поэтому наиболее вероятное $k = 4/5$. В дополнительном шестом бросании с вероятностью 80% произойдет совпадение второй монеты с первой. Если мы получили на первой монете $M_1 = 1$, тогда имеем 80%, что «исход 6» будет «11» и остальные 20%, – что «10». После каждых бросков корректируем формулу и прогнозируем вероятность еще несовершенных совпадений на шаг вперед.

Литература

1. Теорема Байеса [Электронный ресурс] – https://ru.wikipedia.org/wiki/Теорема_Байеса

2. Байесовский вывод [Электронный ресурс] – https://ru.wikipedia.org/wiki/Байесовский_вывод

3. Сильвер, Н. Сигнал и шум [Текст] / пер. с англ. – М.:2015 – 608 с. – ISBN 978-5-389-05916-0

Г.А. Саитова, А.В. Елизарова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКОГО ЗНАЧЕНИЯ ЗАПАЗДЫВАНИЯ В ЛИНЕЙНЫХ МСАУ МЕТОДОМ ДЕКОМПОЗИЦИИ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Современные сложные динамические объекты (СДО) разнообразной физической природы представляют собой комплекс подсистем, взаимосвязанных и взаимодействующих друг с другом. Примерами таких объектов являются газотурбинные двигатели, летательные аппараты, энергетические комплексы, синхронные генераторы и т.д. сложные динамические объекты, как правило, являются нелинейными, многосвязными и многофункциональными, а в процессе их функционирования изменяются динамические свойства, как самих сепаратных подсистем, так и связей между ними на различных режимах работы. Таким образом, для обеспечения требований по управляемости современные системы автоматического управления СДО необходимо разрабатывать в классе многосвязных систем автоматического управления (МСАУ).

Системы, в которых одновременно осуществляется регулирование нескольких взаимосвязанных координат, называют многосвязными системами автоматического управления. В системах такого рода, на базе классической теории автоматического управления, тяжело изучать в полной мере процессы самой системы, так как существует тесная взаимосвязь между процессами регулирования отдельных координат [1].

В статье рассматривается линейная разомкнутая многосвязная система автоматического управления с запаздыванием одновременно в прямых и перекрестных связях, состоящая из множества идентичных (гомогенных) сепаратных подсистем и связей через многомерный объект управления.

Объектом исследования является многосвязная система автоматического управления с запаздыванием, где $W(s,\tau)$ –передаточная функция (МПФ) объекта, τ– постоянное запаздывание в прямых каналах и связях, $R(s)$ – МПФ регулятора (рис.1).

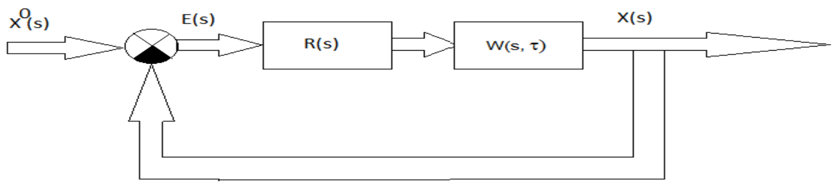

Рисунок 1 – Структурная схема МСАУ