



2. Временные методические рекомендации. Профилактика, диагностика и лечение новой коронавирусной инфекции (COVID-19). Министерство здравоохранения Российской Федерации. [Электронный ресурс]. – URL: <https://static-0.minzdrav.gov.ru/system/attachments/attaches/000/058/211/original/BMP-13.pdf> (дата обращения 09.04.2022).

3. Основы и принципы лучевой диагностики: Учеб-метод. пособие /А.И. Алешкевич [и др.]. – Минск: БГМУ, 2015 – 86 с.

4. Covid-19 Dataset. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.kaggle.com/datasets/updater/covid19-dataset> (дата обращения 09.04.2022).

5. COVID-19 and Pneumonia Chest X-Rays Dataset. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.kaggle.com/lepresidente/covid19-and-pneumonia-chest-xrays-dataset?select=train> (дата обращения 09.04.2022).

И.Г. Воробьев, И.П. Болодурина, Е.Л. Борщук, Л.С. Гришина

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ ПАНДЕМИИ

(Оренбургский государственный университет,  
Оренбургский государственный медицинский университет)

Прогнозирование демографических процессов – одно из важнейших приложений методов математического моделирования к исследованию явлений социального характера. Прогнозируемая численность населения и её динамика являются одними из основополагающих характеристик необходимых для проведения адекватной региональной политики. В зависимости от демографических данных могут быть приняты или отклонены рассматриваемые инфраструктурные, промышленные, сельскохозяйственные, образовательные и т.д. проекты, как на региональном, так и на муниципальном уровнях. Предсказываемая общенациональная демографическая динамика может также качественно влиять на принимаемые государством цели и характер их исполнения [3].

В связи с продолжающейся пандемией COVID-19 особенно актуальным является развитие методов моделирования демографической динамики, позволяющих учитывать эпидемиологическую обстановку и оценивать значимость её влияния. В рамках данной работы будет построена модель демографической динамики региона в условиях пандемии в предположении незначимости миграционных процессов и постоянного значения суммарного коэффициента рождаемости. Она применима для всякой популяции, относительно которой известен вид её функции интенсивности смертности при нормальных условиях обитания данной популяции. Модель позволяет оценить суммарное влияние всех неординарных факторов.

В первую очередь рассмотрим вид общедоступных демографических данных, на основе которых будут строиться предсказания модели:



- $n_{m_i}$  и  $n_{ж_i}$ ,  $i = \overline{1, N}$  – численности возрастных категорий соответствующих полов с возрастными границами  $[t_{0i}, t_{1i}]$  на начало некоторого года;
- $m_{m_i}$  и  $m_{ж_i}$ ,  $i = \overline{1, N}$  – количество умерших в течение года в  $i$ -х возрастных категориях соответствующих полов;
- Значения суммарного коэффициента рождаемости за последние несколько, определяемого как среднее число детей, которых родила бы одна женщина в возрасте от 15 до 50 лет;
- Значения коэффициента младенческой смертности за последние несколько лет;
- Данные о миграции общего вида.

На основе этих сведений удобно наложить следующие ограничения на практическое применение модели динамики численности населения:

- В регионе, к которому применяется модель, миграция должна быть незначительной, относительно общей численности региона, либо же должны быть общедоступны детальные данные о миграции в моделируемый период;
- Для удобства расчёта модельного коэффициента рождаемости, вычисляемого как произведение суммарного коэффициента рождаемости и коэффициента младенческой смертности в текущий момент времени, оба исходных коэффициента за последние несколько лет должны быть линейно приближаемы, так как иначе сложно явно оценить будущее количество рожденных детей;
- В структуре возрастно-половой пирамиды региона не должно наблюдаться сильных скачков численности в рамках одной возрастной категории, так как иначе построить точную аппроксимацию исходного распределения численности населения по имеющимся данным представляется крайне сложной, если не невозможной задачей.

Перейдём к построению модели, предварительно укажем этапы ее построения:

1. Определение базовой динамической модели на основе классической модели Гомпертца для одного поколения;
2. Обобщение базовой модели для выделения возрастных групп (переход к дифференциальным уравнениям в частных производных);
3. Замена базиса системы для вычисления текущего возраста и разделение популяции по половому признаку;
4. Переход к модели оптимального управления численностью населения [2] в условиях пандемии.

Рассмотрим случайную величину  $X$  – «Вероятность умереть в возрасте  $t$ »,  $t \in [0; t_{max}]$ . В соответствии с законом Гомпертца её распределение имеет вид:

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{\alpha}{\beta} e^{\beta t}}, \#(1)$$

где  $\alpha$  – начальная интенсивность смертности,  $\beta$  – относительная скорость нарастания интенсивности смертности [1].

Установим значения параметров  $\alpha, \beta$  функции распределения Гомпертца путём аппроксимации методом наименьших квадратов функции (1) следующими значениями:



$$F_i = F(t_{1i}) = \frac{1}{\sum_{s=1}^N m_s} \sum_{k=1}^i m_k . \#(2)$$

Построим функцию интенсивности смертности для распределения Гомпертца:

$$h(t) = -\frac{\frac{d}{dt}(1-F(t))}{1-F(t)} = \alpha e^{\beta t} . \#(3)$$

Тогда при описании динамики численности отдельно взятого поколения, характеризуемого в начальный момент времени численностью  $N_0$  и возрастом  $t_0$ , имеет место следующая задача Коши :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} N(t) = -h(t)N(t) \\ N(t_0) = N_0 \end{cases} \#(4)$$

где  $t \geq t_0$ . Решением данной задачи является функция следующего вида:

$$N(t) = N_0 e^{\frac{\alpha}{\beta}(e^{\beta t_0} - e^{\beta t})} \#(5)$$

Таким образом, в рамках данной работы построена модель демографической динамики региона в условиях пандемии в предположении незначимости миграционных процессов и постоянного значения суммарного коэффициента рождаемости. Дальнейшее направление исследования включает переход к модели оптимального управления численностью населения в условиях COVID-19 и ее идентификация на основе данных численности населения Оренбургской области, предоставленных кафедрой общественного здоровья и здравоохранения ФГБОУ ВО ОрГМУ Минздрава России.

Работа проводилась при поддержке гранта РФФИ в рамках научного проекта № 20-07-01065.

### Литература

1. Токмачев М. С. Моделирование показателей смертности населения // Вестник Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого. – 2016. – №. 6 (97). – С. 19-24.
2. Brokate M. Pontryagin's principle for control problems in age-dependent population dynamics // Journal of Mathematical Biology. – 1985. – Т. 23. – №. 1. – С. 75-101.
3. Westelius M. N. J., Liu Y. The impact of demographics on productivity and inflation in Japan. – International Monetary Fund, 2016.