



МЕТОД ОПТИМАЛЬНОГО СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ

(Самарский университет)

Введение

Для многих областей применения цифровой обработки сигналов критично пространственное разрешение [1]. К таким областям можно отнести медицину [2], дистанционное зондирование земли [3], машинное обучение [4] и т.д. Одним из перспективных подходов к получению сигналов высокого разрешения является сверхразрешение [5] – использование методов обработки сигналов для формирования сигналов высокого разрешения на основе наблюдаемых сигналов низкого разрешения.

В данной работе описывается метод оптимального линейного сверхразрешающего восстановления одномерных цифровых сигналов. Предлагаемый метод обеспечивает минимизацию ошибки восстановления сигнала и эффект сверхразрешения. Заметим, что предлагаемый метод может быть обобщен на случай двухмерных сигналов.

Модель наблюдения сигнала

Используемая в методе модель линейная наблюдения сигнала предполагает, что исходный сигнал претерпевает искажения в непрерывной области, после чего дискретизируется, далее к сигналу примешивается аддитивный шум. Формально модель наблюдения можно записать следующим образом:

$$y_o(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau)x(nT - \tau)d + v(n),$$

где $y_o(n)$ - искаженный дискретизированный сигнал,

$x(\tau)$ - исходный сигнал

$h(\tau)$ - импульсная характеристика искажающей системы,

$v(n)$ - аддитивный шум,

T - период дискретизации сигнала.

Стоит отметить, что исходный сигнал считается вещественным стационарным случайным процессом с нулевым средним и известной автокорреляционной функцией (АКФ) [1]. Искажающая система является линейной, инвариантной к сдвигу (ЛИС) [1] и устойчивой. Таким образом, искаженный непрерывный и искаженный дискретизированный сигналы будут являться стационарными случайными процессами.

Оптимальное восстановление значений непрерывного сигнала

Вместо задачи синтеза единственной вычислительной процедуры восстановления непрерывного сигнала по дискретным значениям, предлагается рассмотреть набор ЛИС-систем, каждая из которых формирует



восстановленное значение исходного сигнала с некоторым сдвигом Δ . В рамках цифровой обработки сигналов сверхразрешение сводится к уменьшению шага дискретизации сигнала. Таким образом, для увеличения разрешения сигнала в K раз, необходимо реализовать набор из K восстанавливающих систем:

$$\bar{x}_g(\bar{n}) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g_{\Delta}(\bar{m} - k) \bar{y}_{\delta}(\bar{n} - \bar{m}),$$

где $g_{\Delta}(\bar{n})$ - импульсная характеристика элемента набора восстанавливающих систем,

$\bar{x}_g(\bar{n})$ - восстановленный со сверхразрешением сигнал, черта над символами обозначает уменьшение шага дискретизации.

В ходе минимизации дисперсии ошибки восстановления для восстановленного сигнала и анализа в частотной области были получены следующие выражения для частотной характеристики восстанавливающей системы (связанной с импульсной характеристикой преобразованием Фурье):

$$G_{\Delta}(e^{i\Omega T}) = \frac{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} H\left(-\Omega - \frac{2\pi k}{T}\right) \Phi_x\left(\Omega + \frac{2\pi k}{T}\right) e^{i\left(\Omega + \frac{2\pi k}{T}\right)\Delta}}{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left|H\left(\Omega + \frac{2\pi k}{T}\right)\right|^2 \Phi_x\left(\Omega + \frac{2\pi k}{T}\right) + TD_v},$$

где $G_{\Delta}(e^{i\Omega T})$ - частотная характеристика восстанавливающей системы,

$H(e^{i\Omega T})$ - частотная характеристика искажающей системы,

$\Phi_x(e^{i\Omega T})$ - энергетический спектр исходного сигнала,

D_v - дисперсия шума.

А также для ошибки такого восстановления:

$$\Phi_{\varepsilon}(e^{i\Omega T}) = \Phi_x(e^{i\Omega T}) - G_{\Delta}(e^{i\Omega T}) \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Phi_{xy}\left(\Omega + \frac{2\pi k}{T}\right) e^{-i\left(\Omega + \frac{2\pi k}{T}\right)\Delta},$$

где $\Phi_{\varepsilon}(e^{i\Omega T})$ - энергетический спектр ошибки восстановления,

$\Phi_{xy}(e^{i\Omega T})$ - взаимный энергетический спектр исходного и искаженного сигналов.

Экспериментальное исследование средней дисперсии ошибки

В ходе экспериментального исследования были получены зависимости средней дисперсии ошибки восстановления сигнала от параметров сигнала и искажающей системы – коэффициента корреляции сигнала, среднеквадратического отклонения искажающей системы и аддитивного шума. Для экспериментального исследования рассматривался экспоненциально коррелированный сигнал. В качестве импульсной характеристики искажающей системы была взята функция Гаусса. Аддитивный шум полагался белым.

Полученные зависимости приведены на рисунках 1-3.

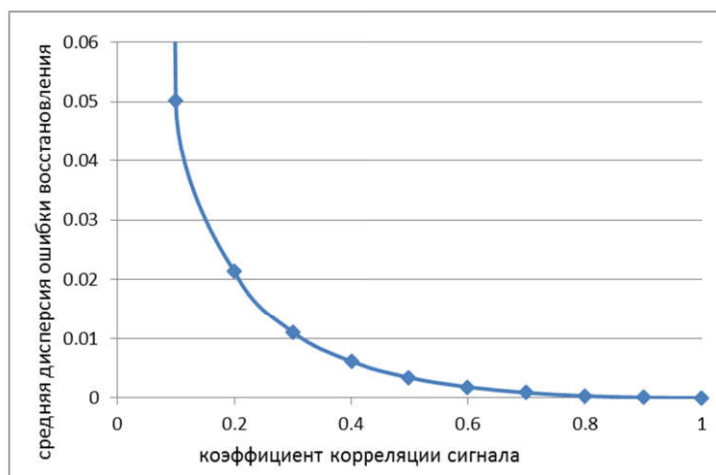


Рис. 1. Зависимость средней дисперсии ошибки восстановления от коэффициента корреляции сигнала

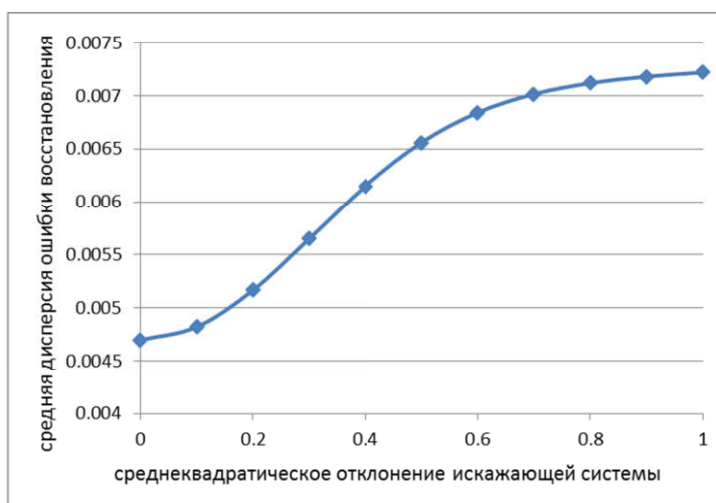


Рис. 2. Зависимость средней дисперсии ошибки восстановления от среднеквадратического отклонения искажающей системы

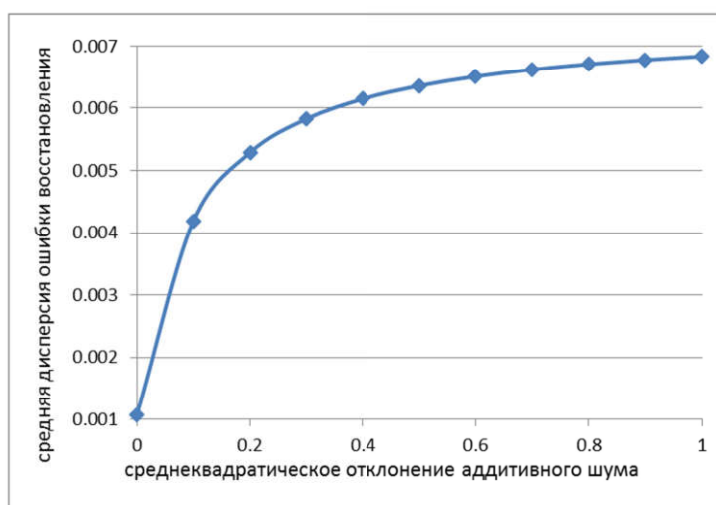


Рис. 3. Зависимость средней дисперсии ошибки восстановления от среднеквадратического отклонения аддитивного шума



Заключение

В работе предложен метод оптимального сверхразрешения одномерных цифровых сигналов, описана соответствующая модель наблюдения сигналов, а также представлены результаты экспериментального исследования зависимостей средней дисперсии ошибки восстановления от параметров модели наблюдения. Для дальнейшего развития предложенного метода планируется обобщить полученные результаты на двухмерных случай, а также исследовать представленные зависимости для частных случаев, такие как отсутствие динамических искажений, отсутствие шума или ограничение спектра сигнала.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90113.

Литература

- 1 Гашников, М.В. Методы компьютерной обработки изображений, под ред. В.А. Сойфера – 2 изд., испр. / М.В. Гашников, Н.И. Глумов, Н.Ю. Ильясова, В.В. Мясников, С.Б. Попов, В.В. Сергеев, В.А. Сойфер, А.Г. Храмов, А.В. Чернов, В.М. Чернов, М.А. Чичева, В.А. Фурсов. – М.: Физматлит, 2003. – 784 с.
- 2 Sano, Y., Mori, T., Goto, T., Hirano, S., Funahashi, K. Super-resolution method and its application to medical image processing / IEEE 6th Global Conference on Consumer Electronics, GCCE, 2017. Vol. 2017, pp. 1-2.
- 3 Shen, H., Ng, M.K., Li, P., Zhang, L. Super-resolution reconstruction algorithm to MODIS remote sensing images / Computer Journal, 2009. Vol. 52, No. 1, pp. 90-100.
- 4 Shi, F., Yuan, J., Zhu, X. Fast super-resolution reconstruction for video-based pattern recognition / Proceedings - 4th International Conference on Natural Computation, ICNC, 2008. Vol. 4, No. 4667264, pp. 135-139.
- 5 Park, S.C., Park, M.K., Kang, M.G. Super-resolution image reconstruction: a technical overview / IEEE Signal Processing Magazine, 2003. Vol. 20, No. 3, pp.21-36.