

Рис.4 Результаты вычислительного и натурального экспериментов

### Литература

1. Гречишников В.М., Бутько А.Д., Ерилкин А.А. Методика поиска мерцающих дефектов пайки микросхем в процессе виброиспытаний // Труды международного симпозиума «Надежность и качество 2016» / Под ред. Н.К. Юркова.- Пенза: изд-во ПензГУ, т.2, С.62-64.

В.Е. Зотеев, Е.В. Башкинова, П.В. Староквашева

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ КАПИТАЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ДЛЯ ЗАДАЧИ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА ЭНЕРГОСИСТЕМЫ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ

(Самарский государственный технический университет)

Одной из важнейших проблем развития промышленного комплекса Самарской области является проблема повышения эффективности функционирования региональной энергетической системы, которая входит в первую десятку отраслей промышленности по доле вклада в валовый региональный продукт. Эта проблема может быть решена только на основе системного анализа эффективности региональной энергетики и разработки систем поддержки принятия решений, построенных с использованием математических моделей [1,2]. В этих работах исследовалось влияние капитальных  $K(t)$ , трудовых  $L(t)$  и топливных  $B(t)$  ресурсов на величину выпуска продукции энергосистемой  $Y(t)$  на основе трехфакторной степенной производственной функции Кобба-Дугласа:

$$Y(t) = A \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^\beta \cdot B(t)^\gamma, \quad (1)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  – коэффициенты эластичности по соответствующему фактору.



В работе [3] указываются на недостатки выбранной формы модели (1), связанные с тем, что в ней принципиально не учитывается изменение факторных эластичностей  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  за период времени с 1990 по 2017 год. В этой же работе для анализа эффективности функционирования энергетических производств предлагается полиномиальная трехфакторная регрессионная модель вида  $Y(t) = 0,360 + 0,113 \cdot K(t) - 0,990 \cdot L(t) + 1,731 \cdot L(t) \cdot B(t)$ , которая в отличие от модели (1) позволяет для каждого из факторов построить временную зависимость соответствующей факторной эластичности.

Применение той или иной формы модели в системе управления энергосистемой Самарской области требует достоверных прогнозных значений используемых капитальных, трудовых и топливных ресурсов. Поэтому актуальной становится задача построения на основе статистических данных математических моделей динамики этих ресурсов. В данной работе рассматривается построение и статистический анализ математической модели динамики капитальных ресурсов на основе данных, публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний за период времени с 1990 по 2017 год.

При построении модели динамики капитальных ресурсов  $K(t)$  были решены следующие основные задачи: первоначальный выбор вида функциональной зависимости, лежащей в основе математической модели; среднеквадратичное оценивание параметров этой модели и статистический анализ результатов вычислений; анализ и построение модели временного ряда остатков в форме разностного уравнения второго порядка; корректировка математической модели динамики капитальных ресурсов и оценка её параметров на основе методов нелинейной регрессии.

По характеру расположения точек на рисунке 1 в качестве первоначальной математической модели – функциональной зависимости  $K(t)$  была выбрана полиномиальная зависимость в виде многочлена второй степени:

$$K(t) = \beta_1 + \beta_2 t + \beta_3 t^2 \quad (2)$$

С учетом найденных среднеквадратичных оценок коэффициентов этой модели соответствующая дискретная функция принимает вид:

$$\hat{y}_k = 3658,1 - 3,675t_k + 0,00092t_k^2, \quad k = \overline{0,27}. \quad (3)$$

Проведенные численно-аналитические исследования показали, что увеличение степени многочлена (2) статистически не оправдано. График зависимости (3) представлен на рисунке 1 сплошной кривой линией.

Статистический анализ результатов построения модели (3) на основе графического и аналитического исследования остатков, изображенных на рисунке 2 в виде точек:  $e_k = y_k - \hat{y}_k$ ,  $k = \overline{0,27}$ , где  $y_k$  – результаты наблюдений – статистические данные, публикуемые в ежегодной отчетности энергетических компаний, показал не только наличие существенной корреляции между ними, но и существование тренда в форме периодической составляющей. В частности,  $d$  –



статистика Дарбина-Уотсона составила величину  $d = 0,69$ , что свидетельствует о наличии положительной корреляции. В то же время анализ графика остатков, представленного на рисунке 2, позволяет выдвинуть гипотезу о том, что в модели (3) пропущена аддитивная периодическая составляющая (тренд) с последовательно коррелированными значениями. Пропуск такого члена в модели (3) эквивалентен включению его в составляющую  $\varepsilon_k$ , описывающую разброс результатов наблюдений  $y_k$  относительно модели (3). Поэтому была поставлена задача выявления периодической составляющей, уравнение которой имеет вид  $z(t) = \exp(\alpha t)(C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t)$ , в остатках  $e_k = \hat{z}_k + v_k$ , где  $v_k$  взаимно независимые случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми дисперсиями.

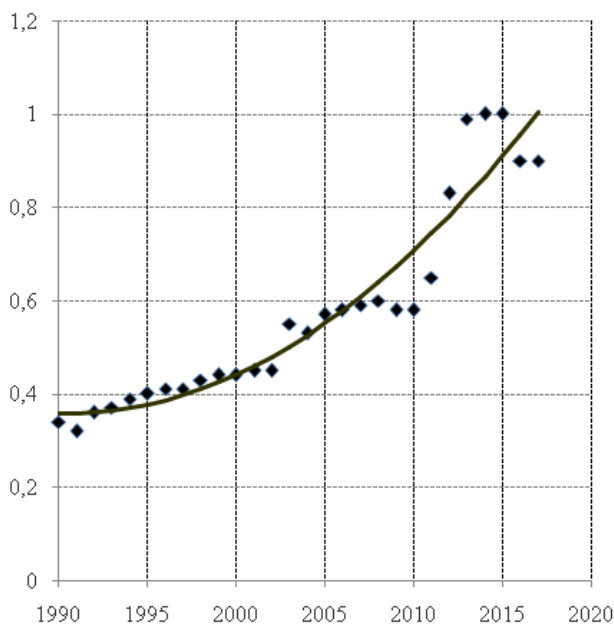


Рис. 1. Изменение объема капитальных ресурсов (в относительных единицах) за период с 1990 по 2017 год

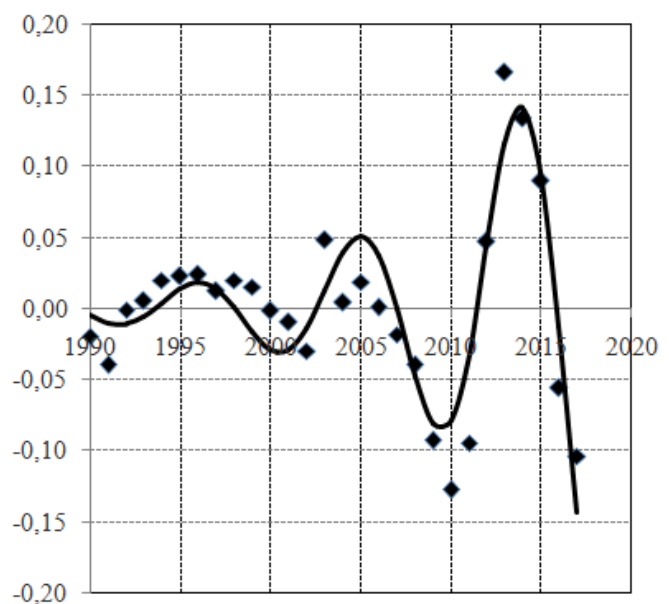


Рис. 2. График зависимости (точки) остатков от времени и график аппроксимации этой зависимости разностным уравнением второго порядка

Эта задача была решена методами, описанными в [4], на основе разностного уравнения второго порядка

$$\hat{z}_k = \lambda_1 \hat{z}_{k-1} + \lambda_2 \hat{z}_{k-2}, \quad k = \overline{2, 27}, \quad \hat{z}_0 = \lambda_3, \quad \hat{z}_1 = \lambda_4, \quad (4)$$

коэффициенты которого известным образом связаны с параметрами периодической составляющей:  $\alpha = \ln \sqrt{-\lambda_2}$ ,  $\omega = \arctg \frac{\sqrt{-D}}{\lambda_1}$ ,  $C_1 = \lambda_3$ ,  $C_2 = \frac{2\lambda_4 - \lambda_1 \lambda_3}{\sqrt{-D}}$ , где

$D = \lambda_1^2 + 4\lambda_2$ . В результате была построена модель периодической составляющей  $z(t)$  в виде разностного уравнения:  $\hat{z}_0 = -0,0051$ ,  $\hat{z}_1 = -0,0099$ ,  $\hat{z}_k = 1,708\hat{z}_{k-1} - 1,258\hat{z}_{k-2}$ ,  $k = \overline{2, 27}$ . График построенной модели для временной последовательности остатков  $e_k$  представлен на рисунке 2.



На заключительном этапе построения математической модели динамики капитальных ресурсов с учетом выявленного периодического тренда в остатках  $e_k$  первоначальная модель (2) корректируется посредством добавления к квадратному трехчлену аддитивной составляющей  $z(t)$ . В формате регрессионного анализа скорректированная модель может быть представлена в виде:

$$\begin{cases} y_k = \beta_1 + \beta_2 t_k + \beta_3 t_k^2 + z_k + \varepsilon_k, & k = 0, 1, 2, \dots, 27; \\ z_0 = \beta_4, & z_1 = \beta_5; \\ z_r = \beta_6 z_{k-1} + \beta_7 z_{k-2}, & k = 2, 3, \dots, 27. \end{cases} \quad (5)$$

Регрессионная модель (5) содержит семь параметров, причем относительно последних четырех  $\beta_4, \beta_5, \beta_6$  и  $\beta_7$  она не линейна. Особенностью этой модели является то, что она содержит нелинейную зависимость  $z_k(\beta_4, \beta_5, \beta_6, \beta_7)$  рекуррентно, в форме разностного уравнения. Для нахождения среднеквадратичных оценок параметров модели (5) на основе минимизации  $\|\varepsilon\|^2 \rightarrow \min$  применялись известные методы нелинейного оценивания [4]. В результате было построена математическая модель, которая в дискретной форме может быть представлена в виде

$$\begin{cases} y_k = 3887,4 - 3,903t_k + 0,00098t_k^2 + z_k, & k = 0, 1, 2, \dots, 27; \\ z_0 = -0,0072, & z_1 = -0,0147; \\ z_r = 1,674z_{k-1} - 1,213z_{k-2}, & k = 2, 3, \dots, 27. \end{cases} \quad (6)$$

Построенная математическая модель динамики капитальных ресурсов (6) может быть представлена в эквивалентной форме в виде функциональной зависимости

$$K(t) = 3887,4 - 3,903t + 0,00098t^2 + 0,0141e^{0,0965(t-1990)} \cos(0,707t + 1,935), \quad (7)$$

график которой изображен на рисунке 3.

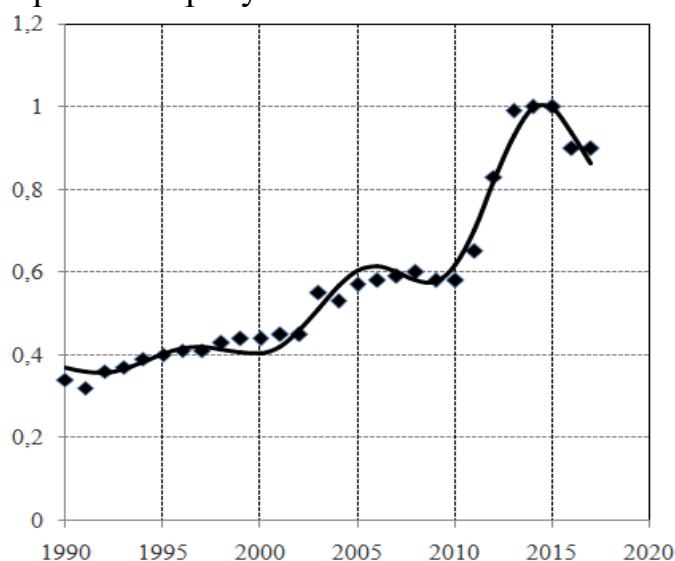


Рис. 3. График построенной модели динамики капитальных ресурсов за период с 1990 по 2017 год



Сумма квадратов отклонений  $Q_{ocm(6)}$  построенной модели (7) от статистических данных  $y_k$ , публикуемых в ежегодной отчетности энергетических компаний, равна  $Q_{ocm(6)} = 0,022$ , в то время, как сумма квадратов отклонений  $Q_{ocm(3)}$  от  $y_k$  для модели (3) составляет величину  $Q_{ocm(3)} = 0,114$ , что в пять раз больше, что свидетельствует о высокой адекватности модели (7) результатам наблюдений.

### Литература

1. Иванова Д.В. Системный анализ и моделирование экологической эффективности региональной энергетики на примере Самарской области // Вест. Сам. гос. тех. ун-та: Сер. Технические науки, 2018. №4(60). С. 6-18.
2. Гаврилова А.А., Салов А.Г., Иванова Д.В. Исследование экономических характеристик регионального промышленного комплекса методами статистического и модельного анализа // М.: Научное обозрение, 2015. №15. С. 327-333.
3. Зотеев В.Е., Башкинова Е.В., Староквашева П.В. Математическое моделирование функционирования энергетической системы Самарской области // В сб.: Перспективные информационные технологии (ПИТ 2020): труды Международной научно-технической конференции, Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2020. С.361-365.
4. Зотеев В.Е. Численный метод нелинейного оценивания на основе разностных уравнений // Вест. Сам. гос. тех. ун-та: Сер. Физ.-мат. науки, 2018. Т. 22, № 4. С. 669-701.

А.И. Зотеева, А.В. Никитин

## ВЫБОР И ОПИСАНИЕ СТРУКТУРНО – ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ СХЕМЫ СИСТЕМЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА ОСНОВЕ НЕПОДВИЖНОГО АЭРОМЕТРИЧЕСКОГО ПРИЕМНИКА С ДИСТАНЦИОННОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ ИНФОРМАЦИИ

(Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева – КАИ»)

В настоящее время экологический мониторинг приобрел высокую степень актуальности из-за увеличенного выброса различными промышленными объектами разнообразных вредных веществ в атмосферу, а также увеличения автотранспорта на основе двигателей внутреннего сгорания. На территории Республики Татарстан (РТ) сосредоточено большое количество теплоэлектроцентралей, предприятий нефтедобычи, нефтегазопереработки и о других отраслей промышленности в результате деятельности, которых, в атмосферу выбрасывается существенное количество различных химических веществ и их соединений.