$$\Delta_э[X]=\frac{1}{2\Delta_к}\frac{\tau_0}{T_0}\begin{cases}\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{x_l-\Delta_к-X}{x_l-\Delta_к-X_н}}-\dfrac{1}{L}, & X_н\le X\le x_l-\Delta_к;\\ \dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln L-\dfrac{1}{L}, & x_l-\Delta_к\le X\le x_l+\Delta_к;\\ \dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{X-x_l-\Delta_к}{X_в-x_l-\Delta_к}}-\dfrac{1}{L}, & x_l+\Delta_к\le X\le X_в;\\ 0,\ \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

Отметим наличие мультипликативной погрешности перед оценкой $\langle P(x_l)\rangle/2\Delta_к$, которая имеет разное значение при $T_0\le\tau_0$ и при $T_0\ge\tau_0$. Кроме того, при $T_0\ge\tau_0$ появилась аддитивная погрешность $(T_0-\tau_0)/2\Delta_к L T_0$, которая при $T_0\le\tau_0$ отсутствовала.

Продолжение статьи в данном сборнике: Заико А. И. Измерение плотности вероятности случайного процесса с линейной корреляционной функцией. Интерполяция.

А. И. Заико

ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ЛИНЕЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Интерполяция. При интерполяции реализацию $x(t)$ случайного процесса восстановим по двум соседним отсчетам x_l и x_k. Для равномерных распределений случайного процесса и погрешности квантования условные плотности вероятности также распределены равномерно. Так, условная плотность вероятности $w_1[X|\lambda;x_l,x_k]$, где $0\le\lambda\le T_0$ [2 – 4]:

$$w_1[X|\lambda;x_l,x_k]=\begin{cases}[X_в(\lambda;x_l,x_k)-X_н(\lambda;x_l,x_k)]^{-1}, & X_н(\lambda;x_l,x_k)\le X\le X_в(\lambda;x_l,x_k);\\ 0,\ \text{в остальных случаях,}\end{cases}$$

где $X_в(\lambda;x_l,x_k)-X_н(\lambda;x_l.x_k)=(X_в-X_н)\left[1-\dfrac{\rho(\lambda)+\rho(T_0-\lambda)}{1+\rho(T_0)}\right]+2\Delta_к\dfrac{\rho(\lambda)+\rho(T_0-\lambda)}{1+\rho(T_0)}.$

Возможны три варианта восстановления реализации: $T_0\le\tau_0$, $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$ и $T_0\ge 2\tau_0$. Результат восстановления на интервале $0\le\lambda\le T_0$ зависит от взаимо-

связи соседних отсчетов x_l и x_k, которая учитывается условной плотностью вероятности $w_1[X|\lambda;x_l,x_k]$.

При $T_0\le\tau_0$ и $l,k=1,2,\ldots,L$

$$w_1[X|\lambda;x_l,x_k]=\frac{1}{2\Delta_к}\begin{cases}1, & x_l-\Delta_к+(x_k-x_l)\lambda/T_0\le X\le x_l+\Delta_к+(x_k-x_l)\lambda/T_0,\ 0\le\lambda\le T_0;\\ 0,\ \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

При $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$ $l,k=1,2,\ldots,L$

$$w_1[X|\lambda;x_l,x_k]=(2\Delta_к)^{-1}\times$$
$$\times\begin{cases}\left[1+(L-1)\dfrac{\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_l-\Delta_к-(x_l-\Delta_к-X_н)\lambda/\tau_0\le X\le x_l+\Delta_к+(X_в-x_l-\Delta_к)\lambda/\tau_0,\\ & 0\le\lambda\le T_0-\tau_0;\\ \left[1+(L-1)\dfrac{T_0-\tau_0}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_l-\Delta_к-(x_k-\Delta_к-X_н)(T_0-\tau_0)/\tau_0+(x_k-x_l)\lambda/\tau_0\le X\le x_l+\Delta_к+\\ & +(X_в-x_k-\Delta_к)(T_0-\tau_0)/\tau_0+(x_k-x_l)\lambda/\tau_0,\ T_0-\tau_0\le\lambda\le\tau_0;\\ \left[1+(L-1)\dfrac{T_0-\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_k-\Delta_к-(x_k-\Delta_к-X_н)(T_0-\lambda)/\tau_0\le X\le x_k+\Delta_к+\\ & +(X_в-x_k-\Delta_к)(T_0-\lambda)/\tau_0,\quad \tau_0\le\lambda\le T_0;\\ 0,\ \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

При $T_0\ge 2\tau_0$ $l,k=1,2,\ldots,L$

$$w_1[X|\lambda;x_l,x_k]=(2\Delta_к)^{-1}\times$$
$$\times\begin{cases}\left[1+(L-1)\dfrac{\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_l-\Delta_к-(x_l-\Delta_к-X_н)\lambda/\tau_0\le X\le x_l+\Delta_к+(X_в-x_l-\Delta_к)\lambda/\tau_0,\\ & 0\le\lambda\le\tau_0;\\ L^{-1},\ X_н\le X\le X_в,\ \tau_0\le\lambda\le T_0-\tau_0; & \\ \left[1+(L-1)\dfrac{T_0-\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_k-\Delta_к-(x_k-\Delta_к-X_н)(T_0-\lambda)/\tau_0\le X\le x_k+\Delta_к+\\ & +(X_в-x_k-\Delta_к)(T_0-\lambda)/\tau_0,\quad T_0-\tau_0\le\lambda\le T_0;\\ 0,\ \text{в остальных случаях.}\end{cases}$$

Подставив эти значения в выражения (2) [1], получим оценку плотности распределения вероятности $\langle w_1[X]\rangle_и$. При $T_0\le\tau_0$ и $l,k=1,2,\ldots,L$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{1}{2\Delta_{\text{к}}}\begin{cases} \dfrac{\langle P(x_l,x_k)\rangle}{x_k - x_l}\begin{bmatrix} (X - x_l + \Delta_{\text{к}}), & x_l - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_l + \Delta_{\text{к}} \\ 2\Delta_{\text{к}}, & x_l + \Delta_{\text{к}} \le X \le x_k - \Delta_{\text{к}} \\ (x_k + \Delta_{\text{к}} - X), & x_k - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_k + \Delta_{\text{к}} \end{bmatrix}, k > l; \\ \langle P(x_l)\rangle(1,\ x_l - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_l + \Delta_{\text{к}}),\ k = l; \\ \dfrac{\langle P(x_l,x_k)\rangle}{x_l - x_k}\begin{bmatrix} (x_l + \Delta_{\text{к}} - X), & x_l - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_l + \Delta_{\text{к}} \\ 2\Delta_{\text{к}}, & x_k + \Delta_{\text{к}} \le X \le x_l - \Delta_{\text{к}} \\ (X - x_k + \Delta_{\text{к}}), & x_k - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_k + \Delta_{\text{к}} \end{bmatrix}, k < l; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При $\tau_0 \le T_0 \le 2\tau_0$, $l,k = 1,2,\ldots,L$ и $k > l$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{T_0 - \tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\frac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\begin{bmatrix} \ln\dfrac{1 + (L-1)(T_0 - \tau_0)/\tau_0}{1 + (L-1)\dfrac{x_l - \Delta_{\text{к}} - X}{x_l - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}}}}, & x_l - \Delta_{\text{к}} - (x_l - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}})(T_0 - \tau_0)/\tau_0 \le \\ & \le X \le x_l - \Delta_{\text{к}}; \\ \ln[1 + (L-1)(T_0 - \tau_0)/\tau_0], & x_l - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_l + \Delta_{\text{к}}; \\ \ln\dfrac{1 + (L-1)(T_0 - \tau_0)/\tau_0}{1 + (L-1)\dfrac{X - x_l - \Delta_{\text{к}}}{X_{\text{в}} - x_l - \Delta_{\text{к}}}}, & x_l + \Delta_{\text{к}} \le X \le \\ & \le x_l + \Delta_{\text{к}} + (X_{\text{в}} - x_l - \Delta_{\text{к}})(T_0 - \tau_0)/\tau_0; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{bmatrix}$$

.

При $\tau_0 \le T_0 \le 2\tau_0$, $l,k = 1,2,\ldots,L$ и $k = l$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{2\tau_0 - T_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\frac{\langle P(x_l)\rangle}{1 + (L-1)\dfrac{T_0 - \tau_0}{\tau_0}},\ \begin{bmatrix} x_l - \Delta_{\text{к}} - (x_l - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}})(T_0 - \tau_0)/\tau_0 \le X \le \\ \le x_l + \Delta_{\text{к}} + (X_{\text{в}} - x_l - \Delta_{\text{к}})(T_0 - \tau_0)/\tau_0; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{bmatrix}.$$

При $\tau_0 \le T_0 \le 2\tau_0$, $l,k = 1,2,\ldots,L$ и $k < l$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{T_0 - \tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\frac{\langle P(x_k)\rangle}{L-1}\begin{bmatrix} \ln\dfrac{1 + (L-1)(T_0 - \tau_0)/\tau_0}{1 + (L-1)\dfrac{x_k - \Delta_{\text{к}} - X}{x_k - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}}}}, & x_k - \Delta_{\text{к}} - (x_k - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}})(T_0 - \tau_0)/\tau_0 \le \\ & \le X \le x_k - \Delta_{\text{к}}; \\ \ln[1 + (L-1)(T_0 - \tau_0)/\tau_0], & x_k - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_k + \Delta_{\text{к}}; \\ \ln\dfrac{1 + (L-1)(T_0 - \tau_0)/\tau_0}{1 + (L-1)\dfrac{X - x_k - \Delta_{\text{к}}}{X_{\text{в}} - x_k - \Delta_{\text{к}}}}, & x_k + \Delta_{\text{к}} \le X \le \\ & \le x_k + \Delta_{\text{к}} + (X_{\text{в}} - x_k - \Delta_{\text{к}})(T_0 - \tau_0)/\tau_0; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{bmatrix}$$

При $T_0 \ge 2\tau_0$ $l,k = 1,2,\ldots,L$ и $k > l$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{\tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\frac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\begin{bmatrix} \ln\dfrac{L}{1 + (L-1)\dfrac{x_l - \Delta_{\text{к}} - X}{x_l - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}}}}, & X_{\text{н}} \le X \le x_l - \Delta_{\text{к}}; \\ \ln L, & x_l - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_l + \Delta_{\text{к}}[\\ \ln\dfrac{L}{1 + (L-1)\dfrac{X - x_l - \Delta_{\text{к}}}{X_{\text{в}} - x_l - \Delta_{\text{к}}}}, & x_l + \Delta_{\text{к}} \le X \le X_{\text{в}}; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{bmatrix}$$

При $T_0 \ge 2\tau_0$ $l,k = 1,2,\ldots,L$ и $k = l$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{1}{2\Delta_{\text{к}}}\begin{cases} \dfrac{T_0 - 2\tau_0}{T_0}\dfrac{1}{L},\ X_{\text{н}} \le X \le X_{\text{в}}; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При $T_0 \ge 2\tau_0$ $l,k = 1,2,\ldots,L$ и $k < l$

$$\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}} = \frac{\tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\frac{\langle P(x_k)\rangle}{L-1}\begin{Bmatrix} \ln\dfrac{L}{1 + (L-1)\dfrac{x_k - \Delta_{\text{к}} - X}{x_k - \Delta_{\text{к}} - X_{\text{н}}}}, & X_{\text{н}} \le X \le x_k - \Delta_{\text{к}}; \\ \ln L, & x_k - \Delta_{\text{к}} \le X \le x_k + \Delta_{\text{к}}; \\ \ln\dfrac{L}{1 + (L-1)\dfrac{X - x_k - \Delta_{\text{к}}}{X_{\text{н}} - x_k - \Delta_{\text{к}}}}, & x_k + \Delta_{\text{к}} \le X \le X_{\text{в}}; \\ 0,\ \text{в остальных случаях.} \end{Bmatrix}$$

Абсолютная погрешность $\Delta_{\text{и}}[X]$ оценки $\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}}$ плотности вероятности при интерполяции реализации между отсчетами, $T_0 \le \tau_0$ и $l,k = 1,2,\ldots,L$

$$
\Delta_{\text{и}}[X]=\langle w_1[X]\rangle_{\text{и}}-w_1[X]=(2\Delta_{\text{к}})^{-1}\times
$$

$$
\times\begin{cases}
\dfrac{1}{x_k-x_l}\left\{\langle P(x_l,x_k)\rangle\begin{bmatrix}(X-x_l+\Delta_{\text{к}}),\, x_l-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l+\Delta_{\text{к}}\\ 2\Delta_{\text{к}},\, x_l+\Delta_{\text{к}}\le X\le x_k-\Delta_{\text{к}}\\ (x_k+\Delta_{\text{к}}-X),\, x_k-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_k+\Delta_{\text{к}}\end{bmatrix}-\left[\dfrac{1}{L},\, X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}\right]\right\}, k>l;\\
\langle P(x_l)\rangle[1,\, x_l-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l+\Delta_{\text{к}}]-[1/L,\, X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}],\ k=l;\\
\dfrac{1}{x_l-x_k}\left\{\langle P(x_l,x_k)\rangle\begin{bmatrix}(x_l+\Delta_{\text{к}}-X),\, x_l-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l+\Delta_{\text{к}}\\ 2\Delta_{\text{к}},\, x_k+\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l-\Delta_{\text{к}}\\ (X-x_k+\Delta_{\text{к}}),\, x_k-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_k+\Delta_{\text{к}}\end{bmatrix}-\left[\dfrac{1}{L},\, X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}\right]\right\}, k<l;\\
0,\ \text{в остальных случаях.}
\end{cases}
$$

При $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$, $l,k=1,2,\ldots,L$ и $k>l$

$$
\Delta_{\text{и}}[X]=\frac{T_0-\tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\begin{cases}
\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\begin{bmatrix}
\ln\dfrac{1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{x_l-\Delta_{\text{к}}-X}{x_l-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}}}}, & \begin{matrix}x_l-\Delta_{\text{к}}-(x_l-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}})\times\\ \times(T_0-\tau_0)/\tau_0\le X\le x_l-\Delta_{\text{к}}\end{matrix}\\
\ln[1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0], & x_l-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l+\Delta_{\text{к}}\\
\ln\dfrac{1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{X-x_l-\Delta_{\text{к}}}{X_{\text{в}}-x_l-\Delta_{\text{к}}}}, & \begin{matrix}x_l+\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l+\Delta_{\text{к}}+\\ +(X_{\text{в}}-x_l-\Delta_{\text{к}})\dfrac{T_0-\tau_0}{\tau_0}\end{matrix}
\end{bmatrix}-\\
-[1/L,\, X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}];\\
0.\ \text{в остальных случвях.}
\end{cases}
$$

При $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$, $l,k=1,2,\ldots,L$ и $k=l$

$$
\Delta_{\text{и}}[X]=\frac{2\tau_0-T_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\begin{cases}
\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0},\begin{bmatrix}x_l-\Delta_{\text{к}}-(x_l-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}})(T_0-\tau_0)/\tau_0\le X\le\\ \le x_l+\Delta_{\text{к}}+(X_{\text{в}}-x_l-\Delta_{\text{к}})(T_0-\tau_0)/\tau_0\end{bmatrix}-\\
-[1/L,\, X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}];\\
0,\ \text{в остальных случаях.}
\end{cases}
$$

При $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$, $l,k=1,2,\ldots,L$ и $k<l$

$$
\Delta_{\text{и}}[X]=\frac{T_0-\tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\begin{cases}
\dfrac{\langle P(x_k)\rangle}{L-1}\begin{bmatrix}
\ln\dfrac{1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{x_k-\Delta_{\text{к}}-X}{x_k-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}}}}, & \begin{matrix}x_k-\Delta_{\text{к}}-(x_k-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}})\times\\ \times(T_0-\tau_0)/\tau_0\le X\le x_k-\Delta_{\text{к}};\end{matrix}\\
\ln[1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0], & x_k-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_k+\Delta_{\text{к}};\\
\ln\dfrac{1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{X-x_k-\Delta_{\text{к}}}{X_{\text{в}}-x_k-\Delta_{\text{к}}}}, & \begin{matrix}x_k+\Delta_{\text{к}}\le X\le x_k+\Delta_{\text{к}}+\\ +(X_{\text{в}}-x_k-\Delta_{\text{к}})(T_0-\tau_0)/\tau_0;\end{matrix}
\end{bmatrix}-\\
-[1/L,\, X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}];\\
0,\ \text{в остальных случаях.}
\end{cases}
$$

При $T_0\ge 2\tau_0$, $l,k=1,2,\ldots,L$ и $k>l$

$$
\Delta_{\text{и}}[X]=\frac{\tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\begin{cases}
\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{x_l-\Delta_{\text{к}}-X}{x_l-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}}}}-\dfrac{1}{L},\ X_{\text{н}}\le X\le x_l-\Delta_{\text{к}};\\
\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln L-\dfrac{1}{L},\quad x_l-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_l+\Delta_{\text{к}};\\
\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{X-x_l-\Delta_{\text{к}}}{X_{\text{в}}-x_l-\Delta_{\text{к}}}}-\dfrac{1}{L},\ x_l+\Delta_{\text{к}}\le X\le X_{\text{в}};\\
0,\ \text{в остальных случаях.}
\end{cases}
$$

При $T_0\ge 2\tau_0$, $l,k=1,2,\ldots,L$ и $k=l$ $\Delta_{\text{и}}[X]=0$, $X_{\text{н}}\le X\le X_{\text{в}}$.

При $T_0\ge 2\tau_0$, $l,k=1,2,\ldots,L$ и $k<l$

$$
\Delta_{\text{и}}[X]=\frac{\tau_0}{2\Delta_{\text{к}}T_0}\begin{cases}
\dfrac{\langle P(x_k)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{x_k-\Delta_{\text{к}}-X}{x_k-\Delta_{\text{к}}-X_{\text{н}}}}-\dfrac{1}{L},\ X_{\text{н}}\le X\le x_k-\Delta_{\text{к}};\\
\dfrac{\langle P(x_k)\rangle}{L-1}\ln L-\dfrac{1}{L},\quad x_k-\Delta_{\text{к}}\le X\le x_k+\Delta_{\text{к}};\\
\dfrac{\langle P(x_k)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{X-x_k-\Delta_{\text{к}}}{X_{\text{н}}-x_k-\Delta_{\text{к}}}}-\dfrac{1}{L},\ x_k+\Delta_{\text{к}}\le X\le X_{\text{в}};\\
0,\ \text{в остальных случаях.}
\end{cases}
$$

Отметим, что для $k=l$ при $T_0 \le \tau_0$ и $\tau_0 \le T_0 \le 2\tau_0$ по отношению к $\langle P(x_l)\rangle / 2\Delta_к$ имеют место мультипликативные погрешности равные соответственно 1 и $(2\tau_0 - T_0)/T_0[1+(L-1)(T_0-\tau_0)/\tau_0]$, При этом отсутствуют аддитивные погрешности. При $T_0 \ge 2\tau_0$ мультипликативная погрешность пропадает и появляется аддитивная $(T_0 - 2\tau_0)/2\Delta_к L T_0$.

Выводы

При линейной корреляционной функции $\rho(\tau)$ традиционная гистограмма увеличивает погрешность измерения распределений $\langle w_1[X]\rangle$, поскольку столбцы гистограмм «расплываются» и налагаются друг на друга. Так, при переходе от экстраполяции к интерполяции процесса мультипликативная погрешность при $T_0 \le \tau_0$ и $k=l$ уменьшается в $\ln\left[1+(L-1)\frac{T_0}{\tau_0}\right] \Big/ (L-1)\frac{T_0}{\tau_0}$ раз, а аддитивная погрешность при $T_0 \ge 2\tau_0$ и $k=l$ в $\frac{T_0-\tau_0}{T_0-2\tau_0}$ раз. Это позволяют не только оценить достоверность измерений плотности распределения вероятности $\langle w_1(X)\rangle$ эргодических случайных процессов, но и оптимизировать их.

Литература

1. Заико А. И., Нагаев О. Н. Измерение плотности вероятности эргодического случайного процесса // Труды междунар. НТК «Перспективные информационные технологии (ПИТ 2015)».– Т.1.– Самара: СНЦ РАН, 2015.– С.54-60.

2. Заико А. И. Случайные процессы. Модели и измерения: учеб. пособие. М.: Изд-во МАИ, 2006.– 207 с.

3. Заико А. И. Случайный процесс Заико с равномерным законом распределения // Вестник УГАТУ.– 2008.– Т.11.– № 1(28).– С. 188-193.

4. Zaiko A. I. Random signal with uniform distribution // Measurement Technigues.– 1999.– v. 42.– Juni.– P. 11-13.

О.А. Заякин[1], В.Н. Белопухов[2], В.Д. Треумов[1]

ПОГРЕШНОСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЯ МАКСИМУМА ОПТОЭЛЕКТРОННОГО ОТКЛИКА КООРДИНАТНО-ЧУВСТВИТЕЛЬНОГО ПРИБОРА

([1]Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва,
[2]Институт проблем управления сложными системами РАН, г. Самара)

Представлены результаты численных расчетов изменения величин информативных параметров двумерного лазерного триангулятора [1] под влиянием электронных шумов. Этот перспективный прибор, предназначенный для контроля качества формы рабочих поверхностей подшипников, разрабатывался

в Самарском филиале Физического института РАН. Результаты расчетов получены с помощью специально созданной компьютерной программы. Программа создана на MathCad 14.

Сущность способа, лежащего в основе действия исследуемого прибора, заключается в сканировании контролируемой поверхности узким сфокусированным пучком света лазера и регистрации местоположения пучка света, зеркально отражаемого при этом данной поверхностью, позиционно-чувствительным (в данном случае матричным) фотоприемником на основе прибора с зарядовой связью (ПЗС). Фотоприемники этого типа широко распространены в настоящее время. Идея способа в чем-то напоминает датчик волнового фронта Шака-Гартмана, только у нас гартманограмма, в виртуальном виде, получается последовательным сканированием с дискретным шагом, что заменяет множество субапертур.

В качестве модельной функции был взят, для простоты, одномерный гауссиан:

$$y_0(n) = \exp\left(-\frac{2\,(x-x_0)^2}{L^2}\right), \qquad (1)$$

где x задается дискретными отсчетами.

Он моделировал распределение мощности лазерного пучка, отраженного контролируемой поверхностью, на позиционно-чувствительном фотоприемнике, то есть входной сигнал в триангуляторе в заданный момент. Информативными параметрами в двумерном лазерном триангуляторе являются координаты центра лазерного пучка на фотоприемнике.

Шумы, возникающие как от электроники, так и от лазера, моделировались, для простоты, белым шумом, имеющим аддитивную и мультипликативную составляющие:

$$y(x) = \left(1 - \frac{A}{2} + A\,\chi\right) y_0(x) - B\,\xi\,. \qquad (2)$$

Первое слагаемое моделировало мультипликативную составляющую шума (неоднородность чувствительности элементов ПЗС-фотоприемника), второе - аддитивную (погрешность амплитудно-цифрового преобразования); χ и ξ- случайные величины с равномерных распределением в интервале значений больше нуля, но меньше единицы; χ и ξ не зависят друг от друга.

Величины коэффициентов A и B, задающих в модели амплитуду шума, были выбраны нами из данных наших же экспериментов [2], а также сведений из литературы [3]: A=0,04, B=0,005.

В нашей программе присутствовали два алгоритма расчета центра пятна. По первому из них этот центр вычислялся как «центр тяжести», или, как говорят оптики, «энергетический центр». Он определялся как первый начальный момент модельной функции. Для статистической оценки искомой величины в программе задавалось количество повторений процедуры этого алгоритма. По выборочной дисперсии рассчитывалась статистическая оценка (в виде С.К.О.).