погрешности и устойчивости разделения от соответствия реальных свойств сигналов априори предполагаемым свойствам [3].

Результаты моделирования показывают, что разделение сигналов этими алгоритмами производится с точностью до масштабного множителя и перестановки, т.е. решение задачи примет вид

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{W}\mathbf{x} = \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{x},$$

где $\mathbf{P}$ - матрица перестановки, $\mathbf{A}$ – диагональная масштабирующая матрица, диагональными элементами которой являются масштабные множители.

Разделение сигналов с точностью до масштабного множителя означает, что амплитуды разделенных сигналов $\hat{\mathbf{s}}$ могут быть произвольными и не соответствовать их вкладам в аддитивные смеси $\mathbf{x}$ (в наблюдаемые сигналы), кроме того фазы сигналов источников $\mathbf{s}$ и разделенных сигналов $\hat{\mathbf{s}}$ могут отличаться. Другими словами, в разделенных сигналах $\hat{\mathbf{s}}$ достоверна только их форма, а амплитудные и фазовые параметры произвольны.

Разделение с точностью до перестановки означает, что в процессе разделения позиция разделенных сигналов на выходах разделяющей матрицы $\mathbf{W}$ может меняться: сигнал от первого источника s_1 может быть на втором выходе $\hat{s}_2$, а сигнал второго источника s_2 может перейти на первый выход $\hat{s}_1$ и т.д.

Литература

1. Засов В.А. Алгоритмы и вычислительные устройства разделения и восстановления сигналов в многомерных динамических системах: монография. – Самара: СамГУПС, 2012. – 233 с.; ил.

2. Cichocki A., Amari S. Adaptive blind signal and image processing: Learning algorithms and applications. - John Wiley & Sons, Ltd, 2002. - 587 p.

3. Ромкин М.В. Особенности статистических методов разделения и восстановления сигналов. Труды межд. науч-техн. конф. «Современные информационные технологии». - Пенза: ПГТУ, 2014г., вып. 20. – С. 9-13.

А.И. Заико

ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ЛИНЕЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ. ЭКСТРАПОЛЯЦИЯ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Задача измерения плотности вероятности случайных сигналов актуальна. Традиционный метод гистограмм пригоден для равномерно распределенного случайного процесса со ступенчатой корреляционной функцией при экстраполяции сигнала между отсчетами, шаге дискретизации равном интервалу корреляции и равномерном распределении погрешности квантования [1]. Другие случаи приводят к появлению погрешностей, комплексный подход к оценке которых приведен в [1, 2].

В данной работе изложено решения этой задачи с линейной корреляционной функцией случайного процесса.

Реализация $x(t)$ случайного процесса, равномерно дискретизируются во времени с шагом T_0 и квантуется по уровню с шириной кванта $2\Delta_к$. Получаются дискретные отсчеты x_{il}, где i – номер отсчета, датируемого моментом времени t_i, а l – номер кванта, соответствующий уровню квантования x_l. Количество уровней квантования L, а номера уровней квантования $l = 1, 2, ..., L$ [2].

Оценка одномерной плотности вероятности при *экстраполяции в будущее* реализации процесса по последнему отсчету

$$\langle w_1[X]\rangle_э = \frac{1}{T_0}\langle P(x_l)\rangle \int_0^{T_0} w_1[X|\lambda; x_l]d\lambda, \tag{1}$$

где $\langle P(x_l)\rangle$ – *частость* появления отсчетов x_{il}, равных уровню квантования x_l и определяющих условную плотность распределения вероятности $w_1[X|\lambda; x_l]$; λ – текущее время между соседними отсчетами, $0 \le \lambda \le T_0$.

Аналогично оценка одномерной плотности вероятности при *интерполяции* реализации процесса между уровнями квантования x_l и x_k

$$\langle w_1[X]\rangle_и = \frac{1}{T_0}\langle P(x_l, x_k)\rangle \int_0^{T_0} w_1[X|\lambda; x_l, x_k]d\lambda, \tag{2}$$

где $\langle P(x_l, x_k)\rangle$ – частость появления отсчетов, следующих друг за другом и соответствующих уровням квантования x_l и x_k, определяющих плотность вероятности $w_1[X|\lambda; x_l, x_k]$.

Случайный процесс опишем моделью Заико с равномерным законом распределения плотности вероятности $w_1[X]$ [3, 4]. Такая модель проста, требует минимума априорной информации и позволяет получить пригодные для инженерной практики результаты. Она описывается тремя параметрами: нижней $X_н$ и верхней $X_в$ границами изменения случайного процесса и нормированной корреляционной функцией $\rho(\tau)$, которую положим равной

$$\rho(\tau) = \begin{cases} 1 - |\tau|/\tau_0, & 0 \le |\tau| \le \tau_0; \\ 0, & |\tau| \ge \tau_0, \end{cases} \tag{3}$$

где τ – временной сдвиг; τ_0 – интервал корреляции.

Для него распределение плотности вероятности процесса

$$w_1[X] = \begin{cases} (X_в - X_н)^{-1} = (2\Delta_к L)^{-1}, & X_н \le X \le X_в; \\ 0, \text{ в остальных случаях,} \end{cases}$$

где $\Delta_к$ – погрешность квантования по уровню случайна, стационарна и независима от отсчетов и процесса. Опишем её для $l = 1, 2, ..., L$ равномерной плотностью вероятности на интервале $x_l - \Delta_к \le X \le x_l + \Delta_к$.

Экстраполяция. При *экстраполяции в будущее* реализацию $x(t)$ процесса восстанавливаем по предыдущему отсчету x_l. При равномерных распределениях случайного процесса и погрешности квантования условная плотность вероятности $w_1[X|\lambda; x_l]$, также равномерна [2]

$$w_1[X|\lambda; x_l] = \frac{1}{2\Delta_к}\begin{cases} [1+(L-1)\lambda/\tau_0]^{-1}, & x_l - \Delta_к - (x_l - \Delta_к - X_н)\lambda/\tau_0 \le X \le x_l + \Delta_к + \\ & +(X_в - x_l - \Delta_к)\lambda/\tau_0, \quad 0 \le \lambda \le \tau_0; \\ L^{-1}, & X_н \le X \le X_в, \quad \tau_0 \le \lambda \le T_0; \\ 0, \text{ в остальных случаях.} & \end{cases} \qquad (4)$$

Возможны два варианта экстраполяции реализации случайного процесса и получения оценки $\langle w_1[X]\rangle_э$ одномерной плотности вероятности: $T_0 \le \tau_0$ и $T_0 \ge \tau_0$. При $T_0 \le \tau_0$ экстраполяция по последнему отсчету x_l осуществляется с шагом T_0, и интервал корреляции τ_0 накладывается на соседний шаг дискретизации. Поэтому оценка $\langle w_1[X]\rangle_э$ (1) для $l = 1, 2, ..., L$ примет вид

$$\langle w_1[X]\rangle_э = \frac{1}{2\Delta_к}\frac{\tau_0}{T_0}\frac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\begin{cases} \ln\dfrac{1+(L-1)T_0/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{x_l - \Delta_к - X}{x_l - \Delta_к - X_н}}, & x_l - \Delta_к - (x_l - \Delta_к - X_н)T_0/\tau_0 \le \\ & \le X \le x_l - \Delta_к; \\ \ln[1+(L-1)T_0/\tau_0], & x_l - \Delta_к \le X \le x_l + \Delta_к; \\ \ln\dfrac{1+(L-1)T_0/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{X - x_l - \Delta_к}{X_в - x_l - \Delta_к}}, & x_l + \Delta_к \le X \le \\ & \le x_l + \Delta_к + (X_в - x_l - \Delta_к)T_0/\tau_0; \\ 0, \text{ в остальных случаях.} & \end{cases}$$

При $T_0 \ge \tau_0$ экстраполяция по отсчету x_l осуществляется на интервале $0 \le \lambda \le \tau_0$ и $w_1[X|\lambda; x_l]$ описывается выражением (4). При $\tau_0 \le \lambda \le T_0$ зависимость от последнего отсчета x_l отсутствует и $w_1[X|\lambda; x_l] = w_1[X]$ [2]. В результате при $T_0 \ge \tau_0$ и $l = 1, 2, ..., L$

$$\langle w_1[X]\rangle_э = \frac{1}{2\Delta_к}\begin{cases} \dfrac{\tau_0}{T_0}\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\left[\begin{array}{ll} \ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{x_l - \Delta_к - X}{x_l - \Delta_к - X_н}}, & X_н \le X \le x_l - \Delta_к; \\ \ln L, & x_l - \Delta_к \le X \le x_l + \Delta_к; \\ \ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{X - x_l - \Delta_к}{X_в - x_l - \Delta_к}}, & x_l + \Delta_к \le X \le X_в; \end{array}\right] + \\ +(T_0 - \tau_0)/T_0\,[1/L,\ X_н \le X \le X_в]; \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Абсолютная погрешность $\Delta_э[X]$ оценки $\langle w_1[X]\rangle_э$ при экстраполяции и комплексном подходе к её определению для $T_0 \le \tau_0$ и $l = 1, 2, ..., L$ [3, 4]

$$\Delta_э[X] = \langle w_1[X]\rangle_э - w_1[X] =$$

$$= \frac{1}{2\Delta_к}\begin{cases} \dfrac{\tau_0}{T_0}\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\left[\begin{array}{ll} \ln\dfrac{1+(L-1)T_0/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{x_l - \Delta_к - X}{x_l - \Delta_к - X_н}}, & x_l - \Delta_к - (x_l - \Delta_к - X_н)T_0/\tau_0 \le \\ & \le X \le x_l - \Delta_к; \\ \ln[1+(L-1)T_0/\tau_0], & x_l - \Delta_к \le X \le x_l + \Delta_к; \\ \ln\dfrac{1+(L-1)T_0/\tau_0}{1+(L-1)\dfrac{X - x_l - \Delta_к}{X_в - x_l - \Delta_к}}, & x_l + \Delta_к \le X \le \\ & \le x_l + \Delta_к + (X_в - x_l - \Delta_к)T_0/\tau_0; \end{array}\right] - \\ -[1/L,\ X_н \le X \le X_в]; \\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

При $T_0 \ge \tau_0$ и $l = 1, 2, ..., L$ [3, 4]

$$\Delta_э[X]=\frac{1}{2\Delta_к}\frac{\tau_0}{T_0}\begin{cases}\dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{x_l-\Delta_к-X}{x_l-\Delta_к-X_н}}-\dfrac{1}{L}, & X_н\le X\le x_l-\Delta_к;\\ \dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln L-\dfrac{1}{L}, & x_l-\Delta_к\le X\le x_l+\Delta_к;\\ \dfrac{\langle P(x_l)\rangle}{L-1}\ln\dfrac{L}{1+(L-1)\dfrac{X-x_l-\Delta_к}{X_в-x_l-\Delta_к}}-\dfrac{1}{L}, & x_l+\Delta_к\le X\le X_в;\\ 0, \text{ в остальных случаях.} \end{cases}$$

Отметим наличие мультипликативной погрешности перед оценкой $\langle P(x_l)\rangle/2\Delta_к$, которая имеет разное значение при $T_0\le\tau_0$ и при $T_0\ge\tau_0$. Кроме того, при $T_0\ge\tau_0$ появилась аддитивная погрешность $(T_0-\tau_0)/2\Delta_к L T_0$, которая при $T_0\le\tau_0$ отсутствовала.

Продолжение статьи в данном сборнике: Заико А. И. Измерение плотности вероятности случайного процесса с линейной корреляционной функцией. Интерполяция.

А. И. Заико

ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА С ЛИНЕЙНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ. ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

(Уфимский государственный авиационный технический университет)

Интерполяция. При интерполяции реализацию $x(t)$ случайного процесса восстановим по двум соседним отсчетам x_l и x_k. Для равномерных распределений случайного процесса и погрешности квантования условные плотности вероятности также распределены равномерно. Так, условная плотность вероятности $w_1[X|\lambda; x_l, x_k]$, где $0\le\lambda\le T_0$ [2 – 4]:

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k]=\begin{cases}[X_в(\lambda;x_l,x_k)-X_н(\lambda;x_l,x_k)]^{-1}, & X_н(\lambda;x_l,x_k)\le X\le X_в(\lambda;x_l,x_k);\\ 0, \text{ в остальных случаях,}\end{cases}$$

где $X_в(\lambda;x_l,x_k)-X_н(\lambda;x_l.x_k)=(X_в-X_н)\left[1-\dfrac{\rho(\lambda)+\rho(T_0-\lambda)}{1+\rho(T_0)}\right]+2\Delta_к\dfrac{\rho(\lambda)+\rho(T_0-\lambda)}{1+\rho(T_0)}$.

Возможны три варианта восстановления реализации: $T_0\le\tau_0$, $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$ и $T_0\ge 2\tau_0$. Результат восстановления на интервале $0\le\lambda\le T_0$ зависит от взаимо-

связи соседних отсчетов x_l и x_k, которая учитывается условной плотностью вероятности $w_1[X|\lambda; x_l, x_k]$.

При $T_0\le\tau_0$ и $l,k=1,2,\ldots,L$

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k]=\frac{1}{2\Delta_к}\begin{cases}1, & x_l-\Delta_к+(x_k-x_l)\lambda/T_0\le X\le x_l+\Delta_к+(x_k-x_l)\lambda/T_0,\ 0\le\lambda\le T_0;\\ 0, \text{ в остальных случаях.}\end{cases}$$

При $\tau_0\le T_0\le 2\tau_0$ $l,k=1,2,\ldots,L$

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k]=(2\Delta_к)^{-1}\times$$
$$\times\begin{cases}\left[1+(L-1)\dfrac{\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_l-\Delta_к-(x_l-\Delta_к-X_н)\lambda/\tau_0\le X\le x_l+\Delta_к+(X_в-x_l-\Delta_к)\lambda/\tau_0,\\ & 0\le\lambda\le T_0-\tau_0;\\ \left[1+(L-1)\dfrac{T_0-\tau_0}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_l-\Delta_к-(x_k-\Delta_к-X_н)(T_0-\tau_0)/\tau_0+(x_k-x_l)\lambda/\tau_0\le X\le x_l+\Delta_к+\\ & +(X_в-x_k-\Delta_к)(T_0-\tau_0)/\tau_0+(x_k-x_l)\lambda/\tau_0,\ T_0-\tau_0\le\lambda\le\tau_0;\\ \left[1+(L-1)\dfrac{T_0-\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_k-\Delta_к-(x_k-\Delta_к-X_н)(T_0-\lambda)/\tau_0\le X\le x_k+\Delta_к+\\ & +(X_в-x_k-\Delta_к)(T_0-\lambda)/\tau_0,\quad \tau_0\le\lambda\le T_0;\\ 0, \text{ в остальных случаях.}\end{cases}$$

При $T_0\ge 2\tau_0$ $l,k=1,2,\ldots,L$

$$w_1[X|\lambda; x_l, x_k]=(2\Delta_к)^{-1}\times$$
$$\times\begin{cases}\left[1+(L-1)\dfrac{\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_l-\Delta_к-(x_l-\Delta_к-X_н)\lambda/\tau_0\le X\le x_l+\Delta_к+(X_в-x_l-\Delta_к)\lambda/\tau_0,\\ & 0\le\lambda\le\tau_0;\\ L^{-1}, & X_н\le X\le X_в,\ \tau_0\le\lambda\le T_0-\tau_0;\\ \left[1+(L-1)\dfrac{T_0-\lambda}{\tau_0}\right]^{-1}, & x_k-\Delta_к-(x_k-\Delta_к-X_н)(T_0-\lambda)/\tau_0\le X\le x_k+\Delta_к+\\ & +(X_в-x_k-\Delta_к)(T_0-\lambda)/\tau_0,\quad T_0-\tau_0\le\lambda\le T_0;\\ 0, \text{ в остальных случаях.}\end{cases}$$

Подставив эти значения в выражения (2) [1], получим оценку плотности распределения вероятности $\langle w_1[X]\rangle_и$. При $T_0\le\tau_0$ и $l,k=1,2,\ldots,L$