О.П. Солдатова, Д.З. Иваев

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МОДЕЛИ ГИБРИДНОГО НЕЙРОНЕЧЕТКОГО КЛАССИФИКАТОРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КЛАССИФИКАЦИИ

(Самарский университет)

Целью данной работы является использование модели гибридного нейронечеткого классификатора для решения задачи классификации. Ввиду того, что в имеющихся публикациях [1] не приводятся соотношения для расчёта частных производных параметров выходного слоя и слоя фуззификации, в данной работе был сделан расчёт производных для алгоритма обратного распространения ошибки, используемого для обучения нейронной сети.

Традиционный подход к классификации образов основан на предварительной кластеризации обучающих примеров. Однако, существуют сложности и ограничения, обусловленные недостаточной эффективностью определения границ между кластерами. Нечёткая классификация допускает непрерывность границы между двумя соседними классами с наложением областей, в каждой из которых классифицируемый объект характеризуется своей степенью принадлежности.

Для гибридного нейронечеткого классификатора нечеткие правила классификации при заданных P образах в виде n-мерных четких векторов $x^{(t)} = \left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \dots, x_n^{(t)}\right)$, $t = 1..P$, относящихся к K классам, имеют следующий вид:
ЕСЛИ $x_1^{(t)}$ есть A_1 И $x_2^{(t)}$ есть A_2 И … И $x_n^{(t)}$ есть A_n, ТО $x^{(t)} = \left(x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \dots, x_n^{(t)}\right)$ принадлежит к классу C_{iu}, $i = 1..m, u = 1..K$ [2].

A_j – лингвистические термы, характеризующие соответствующие функции принадлежности компонентов входного вектора нечётким множествам.

Задача нечеткой классификации заключается в выполнении соответствующего нечеткого разделения признакового пространства.

На рисунке 1 представлена структура гибридного нейронечеткого классификатора.

Нейронечёткая сеть состоит из четырёх слоёв.

1. Элементы первого слоя реализуют операцию фуззификации:

$$\mu_{A_{ji}}(x_j') = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_j' - c_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right], \qquad (1)$$

где c_{ij}, σ_{ij} – параметры функции принадлежности колоколообразного типа.

2. Начальные значения этих параметров установлены таким образом, чтобы функции принадлежности удовлетворяли свойствам полноты, нормальности и выпуклости. Каждый элемент второго слоя является нечётким нейроном «И», выходной сигнал которого, представляет «силу» срабатывания нечёткого правила относительно классифицируемого объекта. Они выполняют агрегирование

степеней истинности предпосылок каждого правила базы в соответствии с интерпретацией операции Т-нормы по формуле (1):

$$\alpha_1 = \min\{\mu_{A_{11}}(x_1), \mu_{A_{12}}(x_2), \dots, \mu_{A_{1n}}(x_n)\};$$
$$\dots \quad (2)$$
$$\alpha_m = \min\{\mu_{A_{m1}}(x_1), \mu_{A_{m2}}(x_2), \dots, \mu_{A_{mn}}(x_n)\};$$

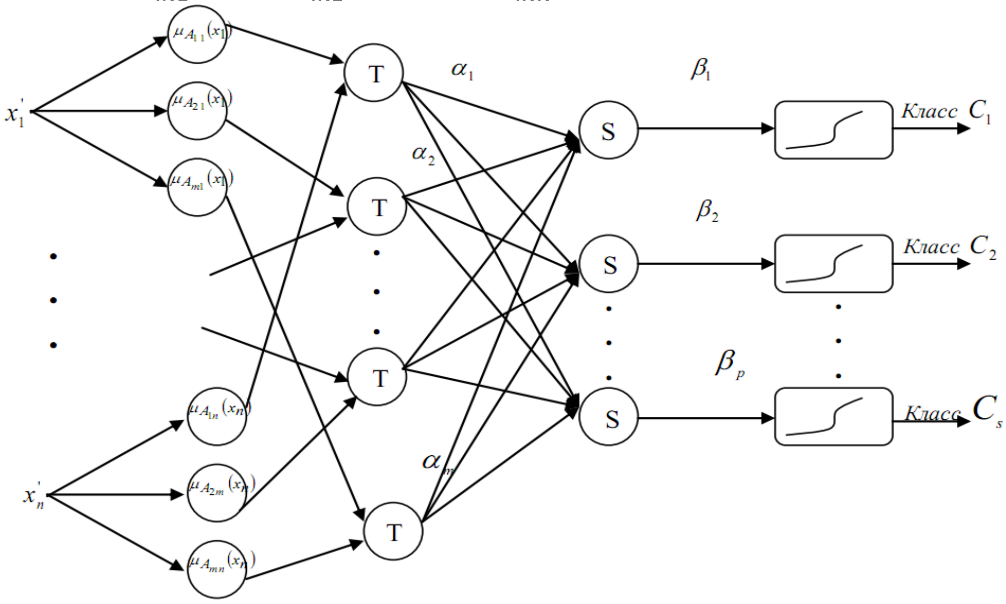

Рисунок 1 – Структура гибридного нейронечеткого классификатора

3. Элементы третьего слоя выполняют нормализацию и вычисляют следующие значения. Они выполняют агрегирование степеней истинности предпосылок правил базы в соответствии с операцией S-нормы по формулам:

$$\beta_1 = \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m};$$
$$\dots \quad (3)$$
$$\beta_s = \sum_{i=1}^{m} \frac{\alpha_i}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_m};$$

4. Элементы четвертого слоя вычисляют значения заключений по каждому правилу с использованием функций активации сигмоидного типа. Эти выходы трактуются как степени принадлежности предъявленного объекта к соответствующему классу:

$$y_1 = \frac{1}{1 + \exp\left(b_1(\beta_1 - a_1)\right)};$$
$$\dots \quad (4)$$
$$y_s = \frac{1}{1 + \exp\left(b_s(\beta_s - a_s)\right)};$$

где a_i , b_i – нелинейные параметры функций $\mu_{C_{iu}}(y)$ принадлежности нечетких множеств заключений.

Для обучения нейронечёткого классификатора можно использовать алгоритмы наискорейшего спуска и алгоритм обратного распространения ошибки.

Настраиваемыми параметрами для данной сети являются параметры c_{ij}, σ_{ij} функции принадлежности входных переменных нечётким множествам и параметры a_i, b_i функций принадлежности $\mu_{C_{iu}}(y)$ нечетких множеств заключений (*i=1,2,..,m; j=1,2,…,n*).

Шаг 1. Для каждого примера из обучающей выборки по значениям входных переменных $x_1^{(t)}, x_2^{(t)}, \dots, x_n^{(t)}, t = 1..P$ нечёткая сеть рассчитывает значения выходных переменных $y_1^{(t)}, y_2^{(t)}, \dots, y_s^{(t)}$.

Шаг 2. Вычисляется функция ошибки для всех примеров обучающей выборки:

$$E^{(t)} = \frac{1}{2}(y^{(t)} - d^{(t)})^2, t = 1..P \tag{5}$$

Шаг 3. Корректируются значения c_{ij}, σ_{ij}, a_i, b_i по каждому примеру обучающей выборки по следующим формулам:

$$\begin{aligned} c_{ij}(t+1) &= c_{ij}(t) - \eta \frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial c_{ij}(t)}; \\ \sigma_{ij}(t+1) &= \sigma_{ij}(t) - \eta \frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial \sigma_{ij}(t)}; \\ a_i(t+1) &= a_i(t) - \eta \frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial a_i(t)}; \\ b_i(t+1) &= b_i(t) - \eta \frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial b_i(t)}; \end{aligned} \tag{6}$$

где t – номер итерации обучения, η – коэффициент обучения.

Шаги 1-3 повторяются до выполнения условий завершения: либо значение функции ошибки по каждому примеру обучающей выборки не превышает некоторого установленного порога: $E^{(t)} < \varepsilon, t = 1..P$; либо оценка средней суммарной погрешности по всем примерам обучения не превышает некоторого установленного порога: $E^{(t)} = \frac{1}{P}\sum_{t=1}^{P}(y^{(t)} - d^{(t)})^2 < \varepsilon$.

Для расчёта частных производных в формулах (6) были выведены следующие соотношения:

Выход нейронной сети вычисляется по формуле: $y_s = \dfrac{1}{1 + \exp\left(b_s(\beta_s - a_s)\right)}$;

Функция ошибки для s-го выхода сети: $E_s = \frac{1}{2}(y_s - d_s)^2$, тогда

$$\frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial a_s(t)} = \frac{\partial E}{\partial y_s}\frac{\partial y_s}{\partial a_s} = (y_s - d_s)\frac{b_s \cdot e^{(-b_s(a_s-\beta_s))}}{(e^{(-b_s(a_s-\beta_s))} + 1)^2} \tag{7}$$

$$\frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial b_s(t)} = \frac{\partial E}{\partial y_s}\frac{\partial y_s}{\partial b_s} = (y_s - d_s)\frac{(a_s - b_s) \cdot e^{(-b_s(a_s-\beta_s))}}{(e^{(-b_s(a_s-\beta_s))} + 1)^2} \tag{8}$$

Выход 2-го слоя рассчитывается как $\alpha_j = \min\left\{\mu_{A_{j1}}(x_1), \mu_{A_{j2}}(x_2), \dots, \mu_{A_{jn}}(x_n)\right\}$ Функцию минимума дифференцируют оставляя только ту связь с предыдущим слоем, по которой пришло минимальное значение. Частная производная будет равна 1, если по ветке i поступает на вход минимальное значение, а иначе равна 0.

$$\frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial \mu_{A_{ji}}(t)} = \frac{\partial E}{\partial y_s}\frac{\partial y_s}{\partial \beta_s}\min_s(\frac{\partial \beta_s}{\partial \alpha_j})\frac{\partial \alpha_j}{\partial \mu_{A_{ji}}} = \\ = (y_s - d_s)\frac{-(b_s \cdot e^{(-b_s(a_s-\beta_s))})}{(e^{(-b_s(a_s-\beta_s))}+1)^2} \\ \cdot \min_s\left(\frac{w_{sj}}{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_m} - \sum_{j=1}^{m}\frac{\alpha_j}{\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_m}\cdot w_{sj}\right) \\ \cdot (1 \vee 0) \tag{9}$$

Выход 1-го слоя представлен в виде: $\mu_{A_{ji}}(x_j') = exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_j'-c_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right]$. Тогда производные для параметров c_{ij} и σ_{ij} рассчитываются по формулам:

$$\frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial \mu_{A_{ji}}(t)} = \frac{\partial E}{\partial y_s}\frac{\partial y_s}{\partial \beta_s}\min_s(\frac{\partial \beta_s}{\partial \alpha_j})\frac{\partial \alpha_j}{\partial \mu_{A_{ji}}}\frac{\partial \mu_{A_{ji}}}{\partial c_{ij}} \tag{10}$$

$$\frac{\partial E^{(t)}(t)}{\partial \mu_{A_{ji}}(t)} = \frac{\partial E}{\partial y_s}\frac{\partial y_s}{\partial \beta_s}\min_s(\frac{\partial \beta_s}{\partial \alpha_j})\frac{\partial \alpha_j}{\partial \mu_{A_{ji}}}\frac{\partial \mu_{A_{ji}}}{\partial \sigma_{ij}} \tag{11}$$

Частные производные рассчитываются по формулам:

$$\frac{\partial \mu_{A_{ji}}}{\partial c_{ji}} = -e^{(\frac{c_{ji}-x_i}{2\sigma_{ji}})} \cdot \frac{c_{ji}-x_i}{2{\sigma_{ji}}^2} \tag{12}$$

$$\frac{\partial \mu_{A_{ji}}}{\partial \sigma_{ji}} = -\frac{e^{\left(\frac{c_{ji}-x_i}{2\sigma_{ji}}\right)}}{2\sigma_{ji}} \tag{13}$$

Результатом работы является расчет формул частных производных для модели гибридного нейронечеткого классификатора и запрограммированная структура данной модели на языке C#. Дальнейшим этапом исследований нечеткой нейросети станет анализ эффективности работы классификатора на модельных и реальных данных.

Литература

1. Круглов, В.В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети [Текст]/В.В.Круглов. – М.: Наука, Физматлит, 2001. – 225 с.

2. Солдатова, О.П. Интеллектуальные системы [Электронный ресурс]/О.П.Солдатова. – Самара: СГАУ, 2012. – 163 с.