В.П. Иосифов

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОБРАБОТКИ ОТКЛИКОВ С НЕКОРРЕЛИРОВАННЫМИ ДАННЫМИ ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ДАТЧИКАХ

(Институт сервиса и технологий
(филиал Донского государственного технического университета), Пятигорск)

В докладе рассматриваются параметрический метод спектрального анализа с целью их применения в интеллектуальных датчиках в подсистеме определения динамических характеристик.

При применении МНК в регрессионной модели предполагается, что случайные ошибки не коррелированны между собой и имеют постоянную дисперсию[1]. Но такое допущение не всегда реалистично. В общем случае дисперсии зависимых величин не постоянны. Значение исследуемой величины в текущий момент времени статистически зависит от ее значений в прошлом. Поэтому необходимо разработать методику, рассматривающую модели регрессии без предположения, что $\mathbf{V}(e)=\sigma^2\mathbf{I}$. Представим, что входной сигнал неслучаен и имеет полный ранг, математическое ожидание ошибки равно нулю (M(e) = 0), и дисперсия ошибки есть V(e) = Q, где Q – матрица положительно определена. Метод основан на применении теоремы Айткена.

В классе несмещенных оценок вектора A для обобщенной регрессионной модели оценка

$$\overline{\mathbf{A}}=\left(\mathbf{X}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{X}\right)^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{Q}^{-1}\mathbf{Y} \qquad (1)$$

имеет наименьшую матрицу ковариаций. Причем $\mathbf{Q}=\mathbf{M}(e^2)$, частный случай которого при $\mathbf{V}(e)=\sigma^2\mathbf{I}$ и есть стандартный МНК.

Матрицы Q и Q^{-1} положительно определены и симметричны, поэтому существует такая невырожденная матрица n×n C, что $\mathbf{C}^T\mathbf{T}\mathbf{C}=\mathbf{Q}^{-1}$. Так как Q–1 симметрична, то существует матрица B такая, что $\mathbf{Q}^{-1}=\mathbf{B}^T\mathbf{D}\mathbf{B}$, где D – диагональная матрица, на главной диагонали которой стоят собственные числа $\lambda_i,\ i=1,\dots,N$ матрицы $\mathbf{Q}^{-1}$. В силу положительности $\mathbf{Q}^{-1}$ все собственные числа положительны, поэтому можно определить диагональную матрицу D1, на главной диагонали которой стоят $\sqrt{\lambda_i},\ i=1,\dots,n$. Далее в соотношении $\mathbf{XA}+\mathbf{E}=\mathbf{Y}$ умножим левую и правую части на B, получим $\mathbf{B}\cdot\mathbf{XA}+\mathbf{BE}=\mathbf{BY}$ и, произведя замену переменных, окончательно получим

$$\mathbf{X}_1\mathbf{A}+\mathbf{E}_1=\mathbf{Y}_1.$$

Причем M(E1) = 0, V(E1) = I и ранг X1 равен p, так как **B** невырождена. Поэтому для вновь полученной системы можно применить теорему Гаусса – Маркова

$$\mathbf{A}^{*} = \left(\mathbf{X_1}^T \mathbf{X_1}\right)^{-1} \cdot \mathbf{X}_1^T \cdot \mathbf{Y}_1 = \left(\left(\mathbf{XB}\right)^T \mathbf{BX}\right)^{-1} \left(\mathbf{XB}\right)^T \mathbf{BY} =$$

$$= (\mathbf{X}_1^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{X}_1)^{-1} \mathbf{X}_1 \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{Y}_1 = (\mathbf{X}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Y}. \quad (2)$$

Для применения этого метода необходимо знание матрицы оценок Q, что на практике невыполнимо. Для нахождения Q применим сначала стандартный метод наименьших квадратов и найдем остатки e. Далее диагональную матрицу Q получаем, присваивая ее диагональным элементам квадраты ошибок. И на втором этапе применяем полученные соотношения

$$\mathbf{A}^{*} = (\mathbf{X}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{Y}. \quad (3)$$

Предложено в качестве матрицы ковариаций использовать диагональную матрицу Q, элементам которой присваиваются квадраты ошибок элементов вектора E, вычисленные на основе МНК. Результаты моделирования показывают, что при применении этого метода, если порядок модели берется равным априорно известному расчетному значению, параметры модели определяются с погрешностями, не превышающими 2 %. Этот метод наиболее применим при экспресс-анализе параметров математической модели средств измерений, в частности датчиков механических величин.

Положительная сторона применения модифицированного рекурсивного метода заключается в том, что этот метод основан на использовании рекурсивного алгоритма с возможностью поиска параметров отклика.

Литература

1. Иосифов, В. П. Рекуррентная процедура МНК в задачах гидрогеологического моделирования / В. П. Иосифов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2007. – № 3. – С. 31–32.

2. Иосифов, В. П. Разработка методик обработки откликов с датчиков с короткой длительностью / М. А. Щербаков, В. П. Иосифов // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. – 2006. – № 6. – С. 245–252.

3. Иосифов, В. П. Разработка методов синтеза СИ с требуемыми динамическими характеристиками / В. П. Иосифов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2006. – № 12. – С. 21–23.

4. Иосифов, В. П. Обобщенный анализ математических моделей измерительных преобразователей в форме разностных уравнений / В. П. Иосифов // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2006. – № 8. – С. 19–23.

5. Иосифов, В. П. Метод аппроксимации импульсных сигналов с короткой длительностью дробно-рациональными функциями / В. П. Иосифов // Датчики и системы. – 2002. – № 6. – С. 19–20.