



Е.С. Петрова, Ю.М. Кроливецкая

## ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ГОМЕОСТАТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ \*

(Ульяновский государственный университет)

### Введение

В настоящее время в медицине принято считать температуру тела одним из показателей состояния здоровья пациента. Первые исследования в этой области относятся к XIX столетию и принадлежат Vesquereel, Breschet, а также Wunderlich [1]. Уже в то время исследователи стали отмечать циклический характер температурных флуктуаций на поверхности тела человека в зависимости от времени суток. Так в своей работе [2] Wunderlich утверждает, что наибольшее значение температуры тела достигается после полудня, в периоде между 16 и 21 часами, а наименьшее – утром, между 4 и 8 часами.

В наши дни широко распространены электронные приборы для термометрии человека, с помощью которых можно собрать значительный объем данных (за счет частых измерений) и производить мониторинг и анализ динамики температуры. Однако, несмотря на развитие информационных технологий, существует ряд случайных факторов и помех, влияющих на данные и искажающих их. К ним можно отнести температуру окружающей среды, плотность прилегания прибора к телу человека и т.д. На практике постоянный мониторинг температуры тела имеет большое значение, например при работе астронавтов в открытом космосе, для определения первых признаков дисбаланса. Особенно это важно в случае возникновения каких-либо нарушений в системе жизнеобеспечения или при внештатных ситуациях, контрмеры по преодолению которых должны применяться оперативно в крайне ограниченный временной период [4].

Стохастическое моделирование температурных гомеостатических процессов [5], учитывающее вышеприведенные случайные помехи окружающей среды, позволяет улучшить обнаружение и диагностику критического состояния пациента.

В данной статье рассматривается построение адекватных моделей флуктуаций температуры тела человека с целью идентификации и обнаружения аномалий, приводящих к негативным последствиям.

### Постановка задачи

Рассмотрим усреднённый график суточного колебания температуры поверхности тела человека (рис. 1) [1]. На основании этого графика будем считать, что среднее значение  $\bar{\theta}_t$  (математическое ожидание) отклонения температуры тела  $\theta_t$  от среднесуточного уровня  $\theta^* \approx 36,4^\circ\text{C}$ , полученное осреднением

---

\* Работа выполняется при поддержке гранта РФФИ № 13-01-97035.



по всему множеству здоровых взрослых людей, ведёт себя как периодическая функция времени  $\bar{\theta}_t$  вида  $\bar{\theta}_t = A \sin(\omega_n t + \varphi)$  с  $\omega_n = 2\pi/T_n$ ,  $T_n = 24$  час.

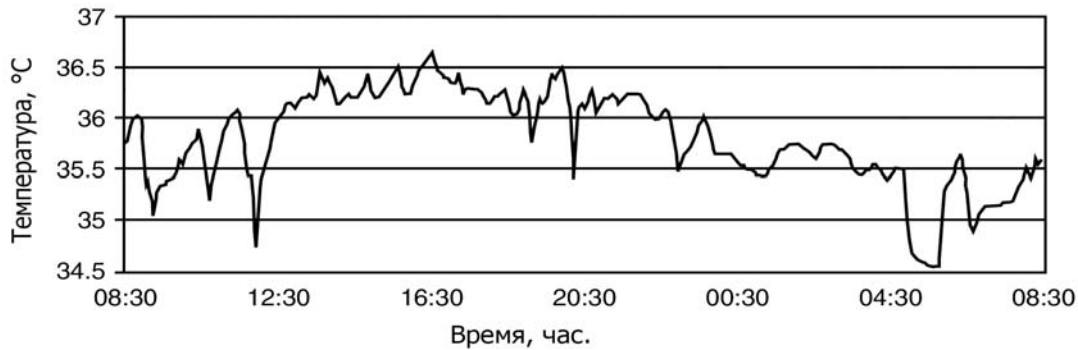


Рис. 1. Суточные колебания температуры тела человека

Для компьютерного моделирования будем рассматривать дискретную стандартную наблюдаемую модель теплового гомеостаза человека третьего порядка, построение которой детализировано в [5]:

$$\begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix}_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_3 & -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix}_t + (1-d) \begin{bmatrix} 1 \\ d \\ d^2 \end{bmatrix} u_t + \sigma \sqrt{1-d^2} \begin{bmatrix} 1 \\ d \\ d^2 \end{bmatrix} w_{dt}, \quad (1)$$

$$y_t^* = [1 \quad 0 \quad 0] x_t^* + v_t, \quad \begin{bmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{bmatrix}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ s \\ g \end{bmatrix},$$

где

$$-a_3 = d, \quad -a_2 = \frac{s + d^3 g - d^2 h}{dg - s(1 + d^2)} = -(1 + 2cd), \quad -a_1 = \frac{dh - g - d^3 s}{dg - s(1 + d^2)} = 2c + d,$$

$$c = \cos \omega_n \tau, \quad g = \sin 2\omega_n \tau, \quad s = \sin \omega_n \tau, \quad d = e^{-\lambda \tau}, \quad h = \sin 3\omega_n \tau.$$

Здесь переменная состояния  $x_1$  определяет среднее значение отклонения температуры тела  $\theta_t$  от среднесуточного уровня  $\theta^*$  в момент времени  $t$ ;  $x_2$  – среднюю скорость изменения температуры тела в момент времени  $t$ ,  $x_3 = \tilde{\theta}_t$  – случайный процесс.

Рассмотрим случай, когда смещение  $\theta^*$  известно. Известное смещение  $\theta^*$  вводится как внешнее воздействие:  $u_t = \theta^*$ . Параметры  $\lambda$  и  $\sigma$  – неизвестные и подлежат идентификации.

Для решения задачи идентификации параметров применим метод вспомогательного функционала качества (ВФК), который заключается в построении среднеквадратичного показателя  $J_{ВФК} = \frac{1}{2} E \{ \|\varepsilon_t\|^2 \}$ .

Строим ВФК (1) по методике, описанной в [6], получим:



$$\varepsilon_t = J(Z_t^{t+s-1}) - \tilde{x}_t, \quad (2)$$

где  $s$  – максимальный индекс наблюдаемости, оценка предсказания  $\tilde{x}_t$  получена от адаптивного фильтра. Специальное матричное преобразование  $J(\cdot)$  находится, согласно [6], следующим образом:

$$J(Z_t^{t+s-1}) = [z_t^{(1)} | z_{t+1}^{(1)} | \dots | z_{t+p_1-1}^{(1)} | z_t^{(2)} | \dots | z_{t+p_m-1}^{(m)}]^T, \quad (3)$$

где  $z_t^{(j)}$  -  $j$ -я компонента вектора  $z_t$ ;  $p_j$  – частные индексы наблюдаемости [7],  $j = 1, \dots, m$ . На практике в качестве оценки ВФК вычисляется выборочное среднее по доступным измерениям  $Z_t^N$ :  $\tilde{J}_{ВФК} = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^n \varepsilon_t^T \varepsilon_t$ .

В качестве алгоритма оценивания рассматривается стандартная реализация фильтра Калмана.

### Результаты вычислений

Вычислительных эксперименты производились с помощью пакетов символьных вычислений Maple® и Matlab®. Табл. 1 содержит список используемых при моделировании значений параметров модели.

Таблица 1. Параметры модели

Период снятия измерений (в мин.)	$\tau = 60$
Погрешность измерений температуры (в °C)	$\sigma = 0.3$
Период времени (в минутах)	$T = 60$
Независимая неизвестная $\lambda$	$\lambda = 1/T$
Время корреляции шума	$\omega_n = 2\pi/T_n, T_n = 24 \cdot 60$
Начальное значение для 4D-ДСНМ	$x_0 = \theta_0 + [0; \sin(\omega_n \tau); \sin(2\omega_n \tau); 4\sin(\omega_n \tau)\cos^2(\omega_n \tau) - \sin(\omega_n \tau)]$
Начальное значение для 3D-ДСНМ	$x_0 = [0; 0.655\sin(\omega_n \tau); 0.655\sin(2\omega_n \tau)]$
Дисперсия шума в измерениях	$R = 0.05$
Среднесуточный уровень колебания температуры	$\theta^* = 36.4$

На рис. 2 представлены графики ВФК по параметрам, подлежащим идентификации. Из графиков видно, что минимум ВФК достигается в точке истинного значения параметров.

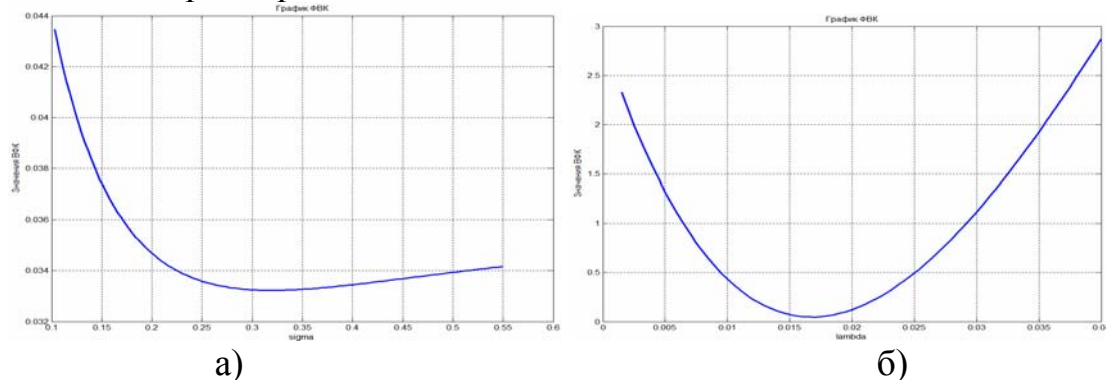


Рис. 2. Значения вспомогательного функционала качества для параметров  $\lambda$  и  $\sigma$



Графики суточного колебания температуры (рис. 3), построенные на основе стандартной наблюдаемой модели (1), и демонстрируют справедливость и актуальность предложенного алгоритма вычисления вспомогательного функционала качества для решения задачи идентификации.

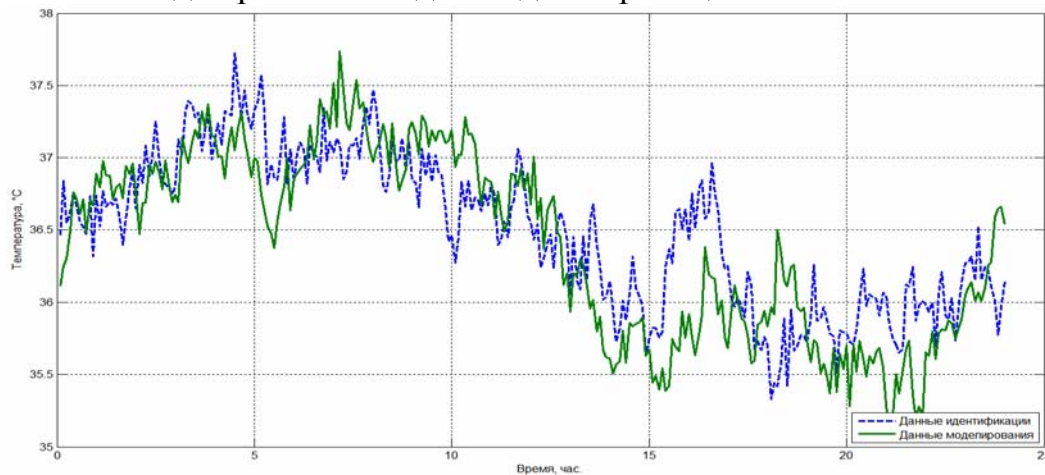


Рис. 3. Графики суточных колебаний температуры тела человека

### Заключение

Построенные модели теплового гомеостаза человека являются упрощенными, однако их линейность относительно переменных состояния даёт возможность применять аппарат и средства теории оптимальной фильтрации с дискретными линейными моделями систем, что существенно расширяет область приложения разработанных моделей.

### Литература

1. Адаптивные системы фильтрации, управления и обнаружения / под ред. проф. И.В.Семущина. – Ульяновск: УлГУ, 2011. – 298 с.
2. Kelly G. Body Temperature Variability (Part 1): A Review of the History of Body Temperature and its Variability Due to Site Selection, Biological Rhythms, Fitness, and Aging / Greg Kelly // *Alternative Medicine Review*. – 2006. – Vol.11(4).- P. 278 – 293.
3. Wunderlich KRA The course of temperature in disease : a guide to clinical thermometry / KRA Wunderlich // *Am J Med Sci*. – 1869. – Vol. 57. – P. 425-447.
4. Информативность температурных параметров различных зон тела человека для коррекции его теплового дисбаланса при выходе в открытое космическое пространство / А.Л. Максимов [и др.] // *Физиология человека*. – 2005. – № 6. – С. 78-86.
5. Liao D. Generalized principles of stochasticity can be used to control dynamic heterogeneity / David Liao, Luis Estevez-Salmeron, Thea D. Tlsty // *Physical Biology*. – 2012. – Vol. 9(6). – 12 p.
6. Semushin I.V. Adaptation in Stochastic Dynamic Systems—Survey and New Results II / I.V. Semushin // *International Journal of Communications, Network and System Science*. – 2011. – Vol. 4, No. 4. – P. 266-285.
7. Maybeck P.S. Stochastic models, estimation and control. Volume 1. / P.S. Maybeck. - N.Y. : Academic press, 1978. – 423 p.