



9. Barbour N., Madden P., Socha M. Development of a micromechanical gyro package with GPS for small pointing Satellites //Gyroscopy and Navigation - 1996.- № 2(13).- С.7-15.

10. Джашитов В.Э., Панкратов В.М. Применение метода элементарных балансов для анализа и синтеза системы терморегулирования на модулях Пельтье для БИНС на ВОГ //Гироскопия и навигация", изд-во ГНЦ РФ ОАО "Концерн "ЦНИИ "Электроприбор", №2 (81), 2013. с. 84-103.

11. Барулина М.А., Джашитов В.Э., Панкратов В.М. Математические модели систем терморегулирования микромеханических гироскопов //Гироскопия и навигация", изд-во ГНЦ РФ ЦНИИ "Электроприбор", №3, 2002. с. 46-58.

12. Дульнев Г.Н., Парфенов В.Г., Сигалов А.В. Методы расчета теплового режима приборов. М.: Радио и связь, 1990. -312 с.

13. Ингберман М.И., Фромберг Э.М., Грабой Л.П. Термостатирование в технике связи. М.: Связь, 1979. 144с.

Д.И. Завершинский, Н.Е. Молевич

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕНЕРАЦИИ СЕРИИ АВТОВОЛНОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕЙ ПЛАЗМЕННОЙ СРЕДЕ

(Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика
С.П. Королёва (национальный исследовательский университет),
Самарский филиал Учреждения Российской академии наук
Физического института им. П.Н. Лебедева РАН)

Процессы, происходящие в плазме, находящейся в магнитном поле, вызывают активный интерес в связи с большим количеством фундаментальных и прикладных приложений. Среды такого типа естественным образом возникают в межзвездном пространстве и звездных атмосферах, а также являются рабочими средами перспективных образцов термоядерных реакторов, в которых нагрев и удержание плазмы осуществляется магнитным полем. В подобных средах возможно распространение следующих типов волн: альфвеновских, быстрой и медленной магнитоакустических. В альфвеновских волнах давление, плотность и продольная компонента скорости остаются неизменными, а возмущение претерпевают поперечные составляющие скорости и напряженности магнитного поля. В магнитоакустических волнах наряду с поперечными компонентами поля и скорости изменение претерпевают также плотность, давление и продольная компонента скорости. Продольная же составляющая вектора напряженности магнитного поля остаётся постоянной. В [1-3] показано, что в тепло выделяющей плазме альфвеновские волны устойчивы, а магнитоакустические волны могут стать неустойчивыми. Акустическая неустойчивость магнитоакустических волн была подробно рассмотрена в работе [4], также было показано, что эта неустойчивость приводит к формированию сильно асиммет-



ричного автоволнового импульса с разрывным передним и экспоненциальным задним фронтом. Этот импульс описывается обобщенным нелинейным уравнением. В работе [4] было показано, что в случае, когда угол внешнего магнитного поля перпендикулярен направлению распространения волн, в среде может распространяться только быстрая магнитоакустическая волна, при этом в случае изоэнтропической тепловой неустойчивости возможен распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. В случае же когда угол внешнего магнитного поля параллелен направлению распространения волн, в среде может распространяться только медленная магнитоакустическая волна, которая может стать неустойчивой и устойчивая альфвеновская волна.

В данной работе показаны результаты численного моделирования процесса генерации серии автоволновых импульсов в тепловыделяющей плазменной среде для случаев параллельного и перпендикулярного внешнего магнитного поля.

В качестве базовой системы уравнений была использована одномерная система уравнений магнитной гидродинамики. Для численного моделирования использовалась основная система уравнений магнитной гидродинамики в безразмерном виде. За основные размерные величины взяты координата, время, плотность и температура, соответственно z_0, t_0, ρ_0, T_0 .

Масштабы измерения остальных величин выражаются через параметры следующим образом

$$V_{z_0} = z_0 t_0^{-1}; P_0 = \rho_0 V_{z_0}^2 = \rho_0 z_0^2 t_0^{-2}; \varepsilon_0 = V_{z_0}^2 = z_0^2 t_0^{-2}; B_0 = \sqrt{P_0} = z_0 t_0^{-1} \rho_0^{1/2} \quad (1)$$

С учетом сделанного выбора масштабов система уравнений магнитной гидродинамики в безразмерном виде выглядит следующим образом

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + V_z \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial V_z}{\partial z} &= 0; \\ \rho \left(\frac{\partial V_z}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{1}{4\pi} \left(B_y \frac{\partial B_y}{\partial z} + B_x \frac{\partial B_x}{\partial z} \right); \rho \left(\frac{\partial V_x}{\partial t} + V_z \frac{\partial V_x}{\partial z} \right) = \frac{B_z}{4\pi} \frac{\partial B_x}{\partial z}; \\ \rho \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + V_z \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) &= -P \frac{\partial V_z}{\partial z} + Q(\rho, T) \quad (2) \\ \frac{\partial B_x}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z} (V_z B_x - V_x B_z); B_z = const; P = \frac{k_B \cdot T \cdot \rho}{m} = \rho RT; \varepsilon = \frac{RT}{(\gamma - 1)} \end{aligned}$$

В (2) ρ, T, P, ε , это плотность, температура, давление и внутренняя энергия в плазменной среде, соответственно, V_x, V_z, B_x, B_z это x-вые и z-вые компоненты вектора скорости и магнитного поля соответственно, k_B - постоянная Больцмана, γ - показатель адиабаты, R - универсальная газовая постоянная, m - $1/2$ молекулярной массы, $Q(\rho, T)$ - обобщенная функция тепловых потерь, широко применяемая при исследовании тепловых неустойчивостей, начиная с пионерских работ [5] В стационарных условиях она равна 0. В системе (2) ионизованный газ является идеальным, пренебрежено влиянием диссипативных



процессов, обусловленных наличием вязкости, теплопроводности и конечной проводимости.

Численное моделирование проводилось по неявной полностью консервативной схеме в Лагранжевых массовых координатах, полученной из системы уравнений (2). При моделировании использовался ряд приближений. Рассмотрение динамики распространения волн ведется в декартовой системе координат x, y, z . Считается, что возмущения распространяются в положительном направлении оси z . Вектор магнитного поля направлен под некоторым углом α в плоскости x - z . Зависимостью функций от x, y пренебрегается $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$. Уравнение энергии взято в недивергентной форме. Рассматриваемый газ считается идеально проводящим $\sigma = \infty, E = 0$. Коэффициенты диэлектрической и магнитной проницаемости считаются равными 1. $D = \varepsilon E, B = \mu H; \quad \varepsilon = \mu = 1 \rightarrow B = H$.

Для расчета ударной волны без явного выделения на сетке ее фронта применялся метод «размывания» фронта за счет введения в систему разностных уравнений некоторых диссипативных членов (так называемой псевдовязкости ω , или искусственной вязкости).

Для наглядности в качестве базовой модели источника тепловыделения использовались простейшие степенные функции.

$$\mathfrak{Z}(\rho, T) = \rho^{a1} T^{b1} - \rho^{a2} T^{b2}; a1 := 0.38; b1 := -0.2; a2 := 0.1; b2 := 0.1 \quad (3)$$

При заданном таким образом источнике тепловыделения, в среде выполняется условие акустической (изоэнтропической неустойчивости), изобарической и изохорической устойчивости. В среде существует положительная обратная связь и возможно образование предсказанных структур.

Ниже на рисунках 1 и 2 показаны результаты численного моделирования для случаев параллельного и перпендикулярного внешнего магнитного поля, соответственно. Для случая когда динамическое давление плазмы в два раза больше магнитного давления плазмы (бета плазмы $\beta = 2$)

На рисунке 1а) показано изменение плотности, на рисунке 1б) показано изменение x -вой компоненты магнитного поля. Показан распад начального возмущения на серию автоволновых импульсов. Аналитическое значение значения амплитуды 0.17, посчитано на основе результатов представленных в работе [4].

На рисунке 2а) показано изменение плотности, на рисунке 2б) показано изменение x -вой компоненты магнитного поля. Показан распад медленной магнитоакустической волны на серию автоволновых импульсов. Альфвеновская волна остается устойчивой. Аналитическое значение значения амплитуды импульса медленной магнитоакустической волны 0.33.

Как можно видеть из полученных результатов численного моделирования, процесса эволюции быстрых, медленных магнитоакустических волн и альфвеновской волны в случае, когда угол внешнего магнитного поля перпендикулярен направлению распространения волн, быстрая магнитоакустическая



волна, распадается на серию автоволновых импульсов с аналитически предсказанным значением амплитуды (Рисунок 1).

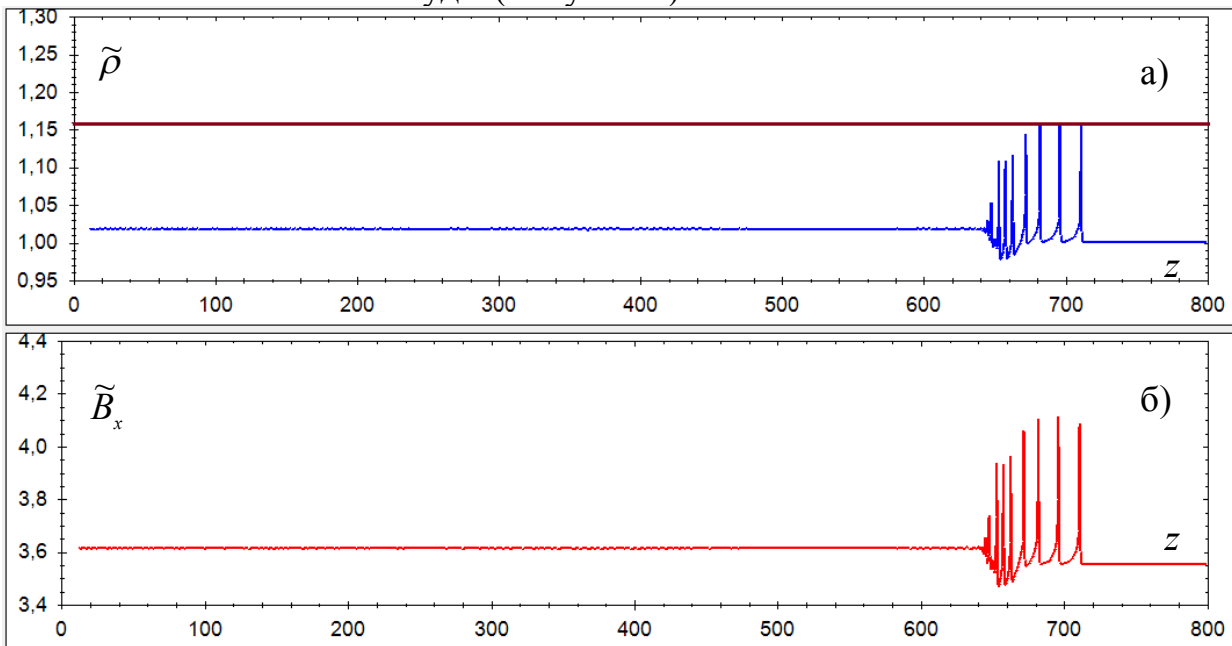


Рис. 1. Результат моделирования эволюции быстрой магнитоакустической волны с начальным распределением в виде «ступеньки».

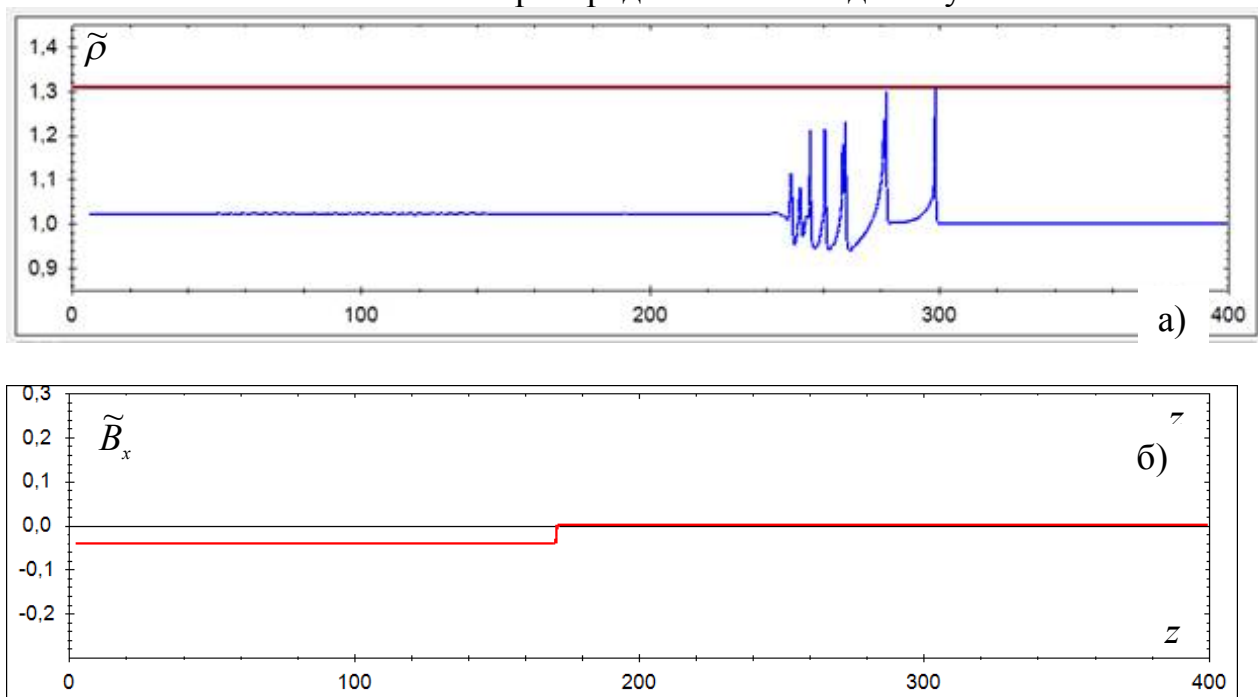


Рисунок 2– Результат моделирования эволюции медленной магнитоакустической волны и альфвеновской волны с начальным распределением в виде «ступеньки».

В случае же когда угол внешнего магнитного поля параллелен направлению распространения волн, медленная магнитоакустическая волна распадается на серию автоволновых импульсов с аналитически предсказанным значением амплитуды (Рисунок 2). В ходе дальнейших исследований будет проведено исследование динамики волн при произвольном значении угла наклона внешнего



магнитного поля, когда в среде возможно распространение неустойчивых быстрых и медленных магнитоакустических волн.

Литература

1. Heyvaerts, J. The thermal instability in a magnetohydrodynamic medium [Текст] / J. Heyvaerts // *Astronomy and Astrophysics*. 1974. - V. 37, N. 1. - P. 65-73
2. Nakariakov, V M. Magnetoacoustic Waves of Small Amplitude in Optically Thin Quasi-isentropic Plasmas [Текст] / V M. Nakariakov, C A. Mendoza-Briceño, S. Ibáñez, H. Miguel // *The Astrophysical Journal*. - 2000. - V. 528, I.2. P. 767-775.
3. Chin, R. Self-organization of magnetoacoustic waves in a thermally unstable environment [Текст] / R. Chin, E. Verwichte, G. Rowlands, V. M. Nakariakov // *Physics of Plasmas*. - 2010. - V. 17, I.3. - P. 032107-032107-12.
4. Zavershinskii, D.I., Molevich, N.E. A magnetoacoustic autowave pulse in a heat-releasing ionized gaseous medium // *Technical Physics Letters*, - 2013, - V. 39, I. 8, P 676-679
5. Field, G.B. Thermal instability [Текст] / G.B. Field // *Astrophysical journal*. 1965. - V. 142, P. 531-567.

Ю.М. Заболотнов, А.А. Лобанков

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

(Самарский государственный аэрокосмический университет им. академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет))

Целью работы является разработка метода синтеза оптимального регулятора для колебательной системы с двумя степенями свободы, описывающей малые колебания относительно ее программного движения или состояния покоя. Для решения данной задачи используются принцип динамического программирования Беллмана и теория аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) Летова [1]. Рассматриваемые методы предлагается использовать совместно с методом усреднения [2]. Такой подход позволяет понизить размерность задачи и, тем самым, значительно упростить ее решение.

Рассматриваются колебательные системы, поведение которых описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$A \frac{d^2 x}{dt^2} + C x = \varepsilon Q \left(x, \frac{dx}{dt} \right) + \varepsilon m u, \quad (1)$$

где x - n -мерный вектор переменных состояния системы, A и C - известные квадратные симметричные матрицы, ε - малый параметр задачи, $Q \left(x, \frac{dx}{dt} \right)$ - вектор-функция возмущений, действующих на систему; m - матрица, опреде-