средняя ошибка кластеризации, равная усредненному значению вероятности непопадания в “нужный” кластер.

В качестве предметной области для исследования алгоритмов используется область медицинской диагностики, в частности, определение группы здоровья человека, учитывая его возраст, пол, ранее имеющихся диагнозов, региона проживания и других факторов.

И.У. Шарофутдинов

ЦИФРО-АНАЛОГОВАЯ ЛИНЕАРИЗАЦИЯ НА ОСНОВЕ АППРОКСИМАЦИИ НЕПРЕРЫВНЫМИ СПЛАЙНАМИ

(Ферганский государственный университет)

В настоящее время имеется ряд работ посвященных исследованию свойств сплайн - функций и их возможностей для технических приложений. Широкая популярность методов сплайн - аппроксимации объясняется тем, что они служат универсальным инструментом моделирования функций и по сравнению с другими математическими методами при равных с ними информационных и аппаратных затратах обеспечивают большую точность вычислений.

Актуальными являются задачи разработки методов, алгоритмов аппаратных и программных средств для быстрого поиска и выявления локальных особенностей сигналов. Анализ и восстановления сигналов составляет основу процессов решения задач обработки геофизических и сейсмических сигналов, обработки результатов стендовых испытаний, обработки изображений и других.

Требования высокой производительности вычислительных систем, применяемых в этих областях, могут быть удовлетворены как за счет разработки новых методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС), так и с помощью многопроцессорных средств параллельно – конвейерных вычислений.

Для решения задач анализа и восстановления сигналов широко применяются обобщенные спектральные методы и методы сплайн-функций.

Сплайн-функция — гладкая кусочно-полиномиальная функция, используемая для выравнивания временных рядов. Применение сплайн-функция вместо обычных функций тренда эффективно, когда внутри анализируемого периода меняется тенденция, направление ряда. С.-ф. помогает выделить под периоды, внутри которых динамика показателя не претерпевает существенного изменения. Любой сплайн достаточной гладкости может быть представлен через базисные сплайны. В частности, при d=1 для разложения используются так называемые “нормализованные” базисные сплайны степени m (B - сплайны).

Известно что в области оптоэлектроники впервые исследованы свойства равномерного приближения функций сплайнами, построены вычислительные алгоритмы для нахождения параметров, приведены практические задачи с использованием равномерного приближения сплайнами а также предложена структурная схема кусочно-линейного аппроксиматора изменения длин участков аппроксимации. При этом звенья сплайнов могут быть многочленами, рациональными многочленами или функциями от нелинейно входящих параметров.

При построении цифровых средств измерения с непосредственными отсчётами в единицах измеряемой величины необходимо осуществлять линеаризацию тракта аналого-цифрового преобразования. Наиболее широко применяются аналоговые, цифровые и цифро-аналоговые (гибридные) методы линеаризации, для реализации которых заданная табличная функция преобразования аппроксимируется аналитической зависимостью. Выбор вида аппроксимирующего выражения обычно обусловливает не только заданную погрешность, но и возможность несложной практической реализации с минимальными аппаратурными затратами

Цифро-аналоговая линеаризация, базирующаяся на аппроксимации непрерывными сплайнами обладает достоинствами аналоговой и цифровой линеаризации. При практической реализации цифро-аналоговой линеаризации удобно синтезировать аппроксимирующее выражение минимизируя количество звеньев сплайна и обеспечивая отношение длин звеньев краткое $2^к$ (*к*-целое число). Выполнение последнего условия схему управление задающую длину звеньев аппроксимирующего выражения и значительно сократит аппаратурные затраты на их реализацию. В качестве примера на рис 1 приведена структурная схема кусочно-линейного аппроксиматора с указанным выше законом изменения длин участков аппроксимации. Он состоит из двоичного умножителя ДУ, управляемого делителя частоты УДЧ, регистра сдвига $Р_2$, счетчика результата СчУ, счетчика участков аппроксимации СЧД и постоянного запоминающего устройства ПЗУ.

Число-импульсной код числа N_x, пропорциональный значению термо ЭДС, поступает на вход ДУ, с выхода которого импульсы проходят на входы СЧУ и УДЧ. После поступления на вход УДЧ $N_i=2^{ki}$ импульсов с выхода ДУ импульс переполнения поступает на входы СЧД и $Р_2$, увеличивая значение кода его числа N_i в два раза, т.е. $N_{i+1}=2N_i=2^{Ri+1}$, что соответствует сдвигу кода $Р_2$ на один двоичный разряд и выбору нового участка аппроксимации длиной 2^{Ri+1}. При этом на входе ПЗУ одновременно формируется значение параметра аппроксимации, соответствующее новому (I+1)-му участку аппроксимации.

Таким образом, использование длин участков аппроксимации, кратных 2^k , позволяет упростить дешифратор на счёт его реализации на одном УДЧ и регистре $Р_2$ (отпала необходимость в запоминании значение участков аппроксимации)

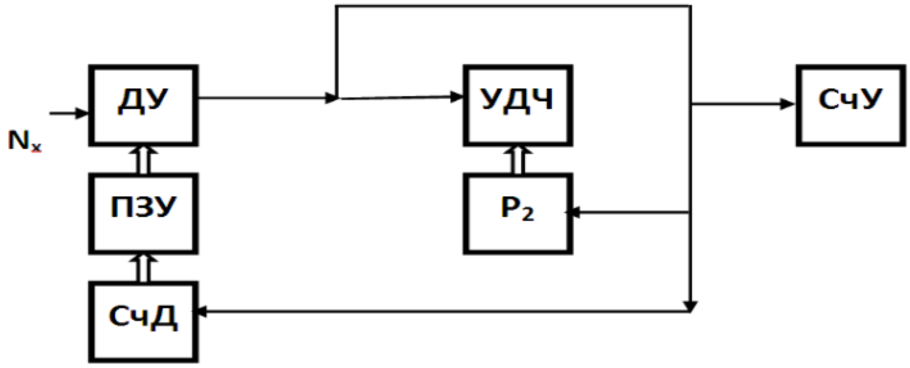

Рис 1. Структурная схема кусочно-линейного аппроксиматора с указанным выше законом изменения длин участков аппроксимации.

Рассмотрим алгоритм вычисления параметров кусочных выражений, приближающих табличные функции преобразования и удовлетворяющие указанным выше условиям.

Пусть характеристика *f(x)* при *x∈[a;b]* приближается непрерывным Чебышевским сплайном со звеньями вида

$$F(A,x) = F(a_0, a_1, \dots, a_m; x), \qquad A \in P$$

где *P* - открытое множество *(m+1)*-мерного пространства. В качестве меры близости функций *f(x)* и *F(A,x)* принимаем норму

$$\|f - F\| = \max_{x \in X} |\rho(A,x)|,$$

где $\rho(A, x) = [f(x) - F(A,x)]/w(x)$. Также здесь *w(x)* - ограниченная функция $N \le w(x) \le M$, заданные на множестве $X = \{x \in X, \quad a \le x \le b\}$. Необходимо найти функцию *F*=F(A*,x)* вида (1), удовлетворяющую равенству

$$\|f - F^*\| = \min\|f - F\| = \mu = \mu(f) \qquad A \in P$$

Теперь общую приближающую функцию записываем в виде

$$S(x) = \sum F(A_i, x)\theta[(z_i - x)(x - z_{i-1})],$$

где *θ(x)* – функция Хевисайда

$$\theta(x) = \begin{cases} 0, \text{при } x < 0 \\ 1, \text{при } x \ge 0 \end{cases}$$

Для упрощения технической реализации длины звеньев сплайна

$$\Delta x_{i+1} = 2^k \Delta x_i, \ k=0,1,2,\dots. \qquad (2)$$

$$\Delta x_{i+1} = 2^k \Delta x_i, \ k=0,\pm1,\pm2,\dots \ (3)$$

При выполнения условия *(2)* реализуется более простые устройства, при выполнении условия *(3)* – более сложные. Эти условия позволяют выбрать параметры сплайна *S(x)* и максимальную длину Δx_1 первого звена сплайна. Длину Δx_1 выбираем из условия простоты реализации, а параметры - с помощью интерполирования.

Интерполяция сплайнами третьего порядка - это быстрый, эффективный и устойчивый способ интерполяции функций. Наравне с рациональной интерполяцией, сплайн-интерполяция является одной из альтернатив полиномиальной интерполяции.

В основе сплайн-интерполяции лежит следующий принцип. Интервал интерполяции разбивается на небольшие отрезки, на каждом из которых функция задается полиномом третьей степени. Коэффициенты полинома подбираются таким образом, чтобы выполнялись определенные условия (какие именно, зависит от способа интерполяции). Общие для всех типов сплайнов третьего порядка требования - непрерывность функции и, разумеется, прохождение через предписанные ей точки. Дополнительными требованиями могут быть линейность функции между узлами, непрерывность высших производных и т.д.

Основными достоинствами сплайн-интерполяции являются её устойчивость и малая трудоемкость. Системы линейных уравнений, которые требуется решать для построения сплайнов, очень хорошо обусловлены, что позволяет получать коэффициенты полиномов с высокой точностью. В результате даже про очень больших N вычислительная схема не теряет устойчивость. Построение таблицы коэффициентов сплайна требует O(N) операций, а вычисление значения сплайна в заданной точке - всего лишь O(log(N)).

Область применений равномерного приближения многомерными Чебышевскими сплайнами достаточно широко. Математическое обеспечение для вычисления ряда специальных функций, интерпретация результатов решения дифференциальных уравнений, моделирования процессов, построение спецпроцессоров и аппроксиматоров и многое другое.

Классическим решением данной задачи является выбор из допустимого множества функций такую, которая наилучшим образом приближается к совокупности экспериментальных данных. Чаще всего для оценки меры качества приближения функции к экспериментальным данным используется величина среднеквадратичной ошибки. В этом случае практической реализацией данного подхода является метод наименьших квадратов. Но применение метода наименьших квадратов приводит к решению систем алгебраических уравнений. Для систем функционирующих в реальном масштабе времени, в том числе для многих стендовых испытаний необходима разработка новых эффективных методов, не требующих решение систем уравнений. Одним из путей решения этой проблемы является применение сплайн – методов приближения данных.

В результате анализа сплайн-методов приближения выявлено, что подавляющее большинство практически используемых элементарных функций могут быть успешно аппроксимированы базисными сплайнами. Математический аппарат аппроксимации базисными сплайнами позволяет представить функциональные зависимости в виде сумм парных произведений постоянных коэффициентов на значения базисных функций. Это дает основу для существенного распараллеливания вычислений как аналитически, так и таблично-заданных функциональных зависимостей. Локальное свойство базисных сплайнов определяет ограниченное число (N+1, где N-степень сплайна) слагаемых в аппроксимирующих суммах и минимальный объем таблиц значений базисных функций.

Предлагаемой устройство, которое относится к вычислительной технике и используется в качестве центрального процессорного блока специализированных быстродействующих ЦВМ.

Литература

1. Zaynidinov Hakimjon, Kim Sung Soo, Mirzaev Avaz. Piecewise-Polynominal Bases For Digital Signal Processing. International Journal of Ubiquitous Computing and Internationalization Vol .3,No. 1 April 2011 Korea. p. 59-65.

2. A.E.Mirzaev.J.B.Mirvorisov. Funksiyalarni yaqinlashtirish masalasi modellari. TATU xabarlari jurnali. 3/2011 Toshkent 2011 58-60 bet.

И.У. Шарофутдинов

АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФУЗИОННЫХ ЗАДАЧ

(Ферганский государственный университет, преподаватель)

Рассмотрим в (n+1) мерном пространстве R^{n+1} точек *(y, z, t)*, $y \in R^{k}$, $z \in R^{\iota}$, $t \in R^1$, $k+\iota = n$ уравнение

$$\frac{\partial u(y,z,t)}{\partial t} - (Lu)(y,z,t) = f(y,z,t)$$

с дифференциалным оператором с постоянными коэффициентами $a^{ij}, \beta_j^m, (1 \le ij \le k, 1 \le m \le \iota)$

$$(Lu)(y,z,t) = \sum_{ij=1}^{k} a^{ij} \frac{\partial^2 u(y,z,t)}{\partial y^i \partial y^j} \sum_{j=1}^{k} \sum_{m=1}^{\iota} \beta_j^m y^j \frac{\partial u(y,z,t)}{\partial z^m}$$

Пусть $a = (a^{ij})$ - $k \times k$ - матрица, $\beta = (\beta_j^m) - \iota \times k$ матрица.

Пусть $D \subset R^n$ органиченная область с границей ∂D. Объеденим пространственные переменные (y,z) в одну пространственную переменную
столбец $x = (y^T, z^T) \in R^n$. Рассмотрим в пространстве R^{n+1} переменных $(x,t) = (x_1, x_2, ..., x_n, t)$ цилиндр $\Omega = D \times [0,T]$.

Строятся несмещанные и ε - смещанные оценки решения начально – краевой задачи. Для функций $\phi(x,t) \in c(\partial D * [0,T])$ и $\varphi(\tilde{o}) \in C(\bar{D})$,
найти функцию $u(x,t) \in C(\bar{D} * [0,T]) \cap C^{(2,1)}(\bar{D} * [0,T])$ удовлетворяющую в цилиндре Ω уравнению

$$\frac{\partial u(y,z,t)}{\partial t} - (Lu)(y,z,t) = f(y,z,t) \quad (x,t) \in \Omega, \qquad (1)$$

краевые условия

$$u(x,t) = \phi(x,t) \quad x \in \partial D \;\; t \in [0,T), \qquad (2)$$