



Рис.3. Изменение кручения траектории полёта мяча от времени

Заключение

В работе произведён численный анализ характеристик траектории футбольного мяча при ударе «Сухой лист» и получены зависимости кривизны траектории от времени и кручения мяча от времени. Из результатов работы следует, что максимальное кручения траектория мяча достигает в конце полёта, а максимальная кривизна траектории имеет место в самом начале своего пути полёта мяча. Следует отметить, что при численном моделировании не учитывалось изменение аэродинамических сил лобового сопротивления и силы Магнуса. Действительно, учёт переменности аэродинамических сил приводит невозможности аналитического интегрирования системы (1). В этом случае для получения описанных геометрических характеристик требуется производить численное интегрирование системы (1). Данные результаты выходят за рамки представленной работы, но могут быть рассмотрены в последующих публикациях.

Литература

1. Данко П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб. пособие для вузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова, С. П. Данко. — 7-е изд., испр. М.: ООО «Издательство АСТ», 2014. 816 с.

А.И. Матвеев

АЛГОРИТМ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНИРОВАНИЯ РЕСУРСОВ (НА ПРИМЕРЕ МЕТОДА ОТЖИГА)

(СНИУ Самарский университет)

Оптимизация функционирования любой системы, в том числе и социальной, является актуальной проблемой в различных областях жизнедеятельности. К настоящему времени накоплен огромный опыт решения оптимизационных задач, как для конкретных приложений, так и в обобщенном виде. Существующие



щие методы оптимизации можно разделить на детерминированные, эвристические и комбинированные.

Детерминированные методы дают точную оценку исследуемому процессу и однозначно определить функциональные связи между «входами» и «выходами». Если такая связь является вероятностной, то мы имеем дело с детерминистическими вероятностными методами. Противоположными детерминистическим методам являются эвристические, в частности методы самоорганизации, использующие генераторы случайных комбинаций (гипотез) и интегральные самоотборы лучших из них по эвристическим критериям. Подход самоорганизации является общим, интегральным и не требует глубокого исследования каждого элемента системы в отдельности [3].

Заметим, что детерминистическое направление эффективно при решении действительно небольших, специфических задач, и непригодно для решения трудноформализуемых и сложных многоуровневых задач. К таким задачам относятся, например, те в которых нельзя все исходные данные задать в числовом виде или вообще их получить (задачи психологии, социологии, экономики, решение задач экстремального управления, экономического прогнозирования, задачи оценки надежности и т.д.). Таким образом, существует класс задач (экономических и технических) для которых детерминистические методы решения не приемлемы или не обеспечивают необходимой точности результатов.

Альтернативный детерминистическому метод состоит в использовании эвристических методов: самоорганизующихся и генетических алгоритмов. Генетические алгоритмы в каком-то смысле являются аналогом самоорганизующихся. В настоящее время они исследуются более интенсивно и находят свое приложение в обработке изображений, системах управления принятия решений. Различие генетических и самоорганизующихся алгоритмов состоит в определении исходных данных и интерполяции процедуры самоорганизации. Известны примеры самоорганизующихся алгоритмов в системах управления.

Одним из методов, доказавших свою эффективность при решении оптимизационных задач является метод отжига [2].

Этот метод основан на идее, заимствованной из статической механики. Он отражает поведение материального тела при отвердевании с применением процедуры отжига (управляемого охлаждения) при температуре, последовательно понижаемой до нуля. Метод имитации отжига представляет собой алгоритмический аналог физического процесса управляемого охлаждения [1].

Рассмотрим данный метод применительно к задаче составления расписания процесса обучения на кафедре вуза. Переходя к математической модели, определим, что в данной задаче может играть роль энергии, и состояние какого объекта такая энергия может характеризовать. Один из возможных вариантов – это рассмотрение в качестве энергии целевой функции, основанной на штрафах, добавляемых к текущему расписанию за каждый неудобный в нём момент, а в качестве низкоэнергетического состояния – корректное (хотя и неизвестное) расписание.



Классический алгоритм имитации отжига можно описать следующим образом:

1. Запустить процесс из начальной точки ω при заданной температуре $T = T_{\max}$
2. Пока $T > 0$, повторить L раз следующие действия:
 - Выбрать новое решение ω' из окрестности ω ;
 - Рассчитать изменение целевой функции $\Delta = E(\omega') - E(\omega)$;
 - Если $\Delta \leq 0$, принять $\omega = \omega'$; в противном случае (при $\Delta > 0$) принять, что $\omega = \omega'$ с вероятностью $e^{-\frac{\Delta}{T}}$ путем генерации случайного числа R из интервала $(0, 1)$ с последующим сравнением его со значением $e^{-\frac{\Delta}{T}}$; если $e^{-\frac{\Delta}{T}} > R$, принять $\omega = \omega'$, в противном случае проигнорировать его.
3. Уменьшить температуру ($T \leftarrow rT$) с использованием коэффициента уменьшения r , выбираемого из интервала $(0, 1)$, и вернуться к п. 2.
4. После снижения температуры до нулевого уровня провести поиск минимума любым детерминированным методом. Данный минимум будет являться глобальным.

Огромное влияние на эффективность метода имитации отжига оказывает выбор таких параметров, как начальная температура T_{\max} , коэффициент уменьшения температуры r и количество циклов L , выполняемых на каждом температурном уровне. Максимальная температура подбирается по результатам многочисленных предварительных имитационных экспериментов. На их основе строится распределение вероятности стохастических изменений текущего решения при конкретных значениях температуры (зависимость $A = f(T)$). В последующем, задаваясь процентным значением допустимости изменений в качестве порогового уровня, из сформированного распределения можно найти искомую начальную температуру. Глобальной проблемой остается определение порогового уровня, оптимального для каждой реализации процесса имитации отжига. Для отдельных практических задач этот уровень может иметь различные значения, однако общий диапазон остается неизменным. Как правило, начальная температура подбирается так, чтобы обеспечить реализацию порядка 50% последующих случайных изменений решения. Поэтому знание предварительного распределения вероятностей таких изменений позволяет получить приблизительную оценку начальной температуры.

Учитывая NP-полноту задачи, для её решения можно попытаться применить имитацию действий диспетчера при составлении расписания. В этом случае алгоритм оперирует непосредственно расписанием и списком занятий, которые необходимо включить в расписание (учебным планом). Процесс составления расписания начинается с пустого расписания, когда все занятия находятся в списке неучтённых занятий. Далее алгоритм переходит от одного незаконченного расписания к другому, стремясь наилучшим образом расставить все занятия, включённые в список. Процесс продолжается до тех пор, пока не будет сформировано полное расписание или выполнится фиксированное количество



итераций. Рассмотрим схему этого алгоритма более подробно. Данный алгоритм состоит из трёх основных действий:

1). Выбирается ещё не включённое в расписание занятие. Выбор делается на основе анализа узких мест. В данном случае узкими местами являются наиболее дефицитные ресурсы: студенты, преподаватели и аудитории. В первую очередь составляются расписания для наиболее дефицитных ресурсов. Это могут быть занятия, использующие дефицитный аудиторный фонд, занятия, проводимые преподавателями, которые ставят жёсткие условия по времени и месту их проведения и т. д.

2). Для выбранного занятия определяются все возможные варианты его размещения в расписании, удовлетворяющие всем жёстким ограничениям. Далее каждая позиция оценивается с помощью специальной эвристической целевой функции, и занятие помещается в лучшую из возможных позиций.

3). Если в случае п. 2 в расписании возникла конфликтная ситуация, то конфликтующие занятия удаляются из расписания и помещаются обратно в список неучтённых занятий.

При реализации алгоритма, основанного на принципах имитационного моделирования, особое внимание уделяется разработке эвристических правил выбора очередного занятия из списка, определения наилучшей для него позиции в расписании и оценке получаемого расписания.

К положительным чертам такого подхода можно отнести возможность детального учёта специфики решаемой задачи в случае составления расписания для конкретного вуза. Однако при этом сильно ограничивается возможность применения разработанной системы в других учебных заведениях. Кроме того, по-видимому, понадобится вносить существенные изменения в алгоритм при незначительных внутренних изменениях в вузе.

Так как алгоритм основан на действиях, совершаемых диспетчером при составлении расписания, то существует возможность организации деятельного диалога между пользователем и системой при поиске оптимального расписания. Однако подобный подход справедлив только для относительно небольших задач, так как в противном случае значительная зависимость алгоритма от пользователя может сделать такой диалог малоэффективным.

Задачу составления расписания можно рассматривать как задачу раскраски графа. Напомним, что задачей раскраски графа называют поиск хроматического числа графа или, другими словами, поиск минимального числа цветов, необходимых для раскраски вершин некоторого графа с использованием для каждой пары соседних вершин различных цветов. Сама задача поиска хроматического числа представляет собой NP-полную задачу, для решения которой в большинстве случаев используются различные жадные алгоритмы.

Для постановки задачи составления расписания как задачи раскраски графа строится граф, в котором каждая вершина представляет собой запланированное учебным планом занятие. В том случае, если между какими-то двумя вершинами возможны конфликты, например, оба занятия проводятся в одной



аудитории или с одним преподавателем, то они соединяются ребром. Это эквивалентно запрету одновременного проведения этих занятий. Тогда задача составления расписания представляется как минимизация числа цветов, необходимых для раскраски графа. Каждый цвет соответствует одному периоду расписания.

Таким образом, в результате применения метода отжига осуществлена оптимизация задачи составления расписания учебных занятий кафедры вуза.

Литература

1. Глушань В.М. Метод имитации отжига // Известия ТРТУ, №2 (31), 2003. – С. 158-150
2. Лопатин А.С. Метод отжига [Электронный ресурс] Режим доступа : <http://www.math.spbu.ru/user/gran/sb1/lopatin.pdf> (Дата обращения 22.03.2018)
3. Сусов Р.В. Модели и методы оптимизации бизнес-процессов для повышения эффективности функционирования организации: автореф. дис.... канд. экон наук. – Москва, 2014. – 25 с.

В.М. Матвеев, И.В. Годовицын, Д.А. Ефимов

АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КРЕМНИЕВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДАВЛЕНИЯ

(Научно-производственный комплекс "Технологический центр", г. Зеленоград)

Конечно-элементный метод реализует итерационный подход к решению системы нелинейных уравнений, описывающих модель исследуемого объекта [1,2]. Широкое распространение конечно-элементный метод получил только в последние десятилетия, когда вычислительная мощность компьютеров стала достаточно высокой. Конечно-элементный метод позволяет получить зависимости характеристик чувствительного элемента от конструктивных параметров без существенных материальных и временных затрат [3,4]. Также, несомненным достоинством конечно-элементного моделирования является возможность использования экспериментальных результатов с целью повышения точности расчета.

В основе конечно-элементного анализа лежит разбиение модели объекта на элементы, размер которых значительно меньше самого объекта. Каждый элемент имеет связь с соседними элементами, испытывает воздействие с их стороны и воздействие нагрузки. Для каждого элемента можно составить уравнение равновесия относительно какой-либо физической величины (сила, ускорение, температура, давление и т.д.). Это уравнение будет иметь N неизвестных, где N - количество элементов, на которое разбит объект. Большинство коэффициентов в этом уравнении равны нулю, так как каждый элемент связан не со всеми оставшимися элементами, а только с ближайшими соседями. Вся мо-