



слагаемых в аппроксимирующих суммах и минимальный объем таблиц значений базисных функций.

Предлагаемое устройство, которое относится к вычислительной технике и используется в качестве центрального процессорного блока специализированных быстродействующих ЦВМ.

### Литература

1. Zaynidinov Hakimjon, Kim Sung Soo, Mirzaev Avaz. Piecewise-Polynomial Bases For Digital Signal Processing. International Journal of Ubiquitous Computing and Internationalization Vol .3, No. 1 April 2011 Korea. p. 59-65.
2. A.E.Mirzaev.J.B.Mirvorisov. Funktsiyalarni yaqinlashtirish masalasi modellari. TATU xabarlari jurnali. 3/2011 Toshkent 2011 58-60 bet.

И.У. Шарофудинов

## АППРОКСИМАЦИЯ ДИФФУЗИОННЫХ ЗАДАЧ

(Ферганский государственный университет, преподаватель)

Рассмотрим в  $(n+1)$  мерном пространстве  $R^{n+1}$  точек  $(y, z, t)$ ,  $y \in R^k, z \in R^l, t \in R^1, k+l=n$  уравнение

$$\frac{\partial u(y, z, t)}{\partial t} - (Lu)(y, z, t) = f(y, z, t)$$

с дифференциальным оператором с постоянными коэффициентами  $a^{ij}, \beta_j^m, (1 \leq ij \leq k, 1 \leq m \leq l)$

$$(Lu)(y, z, t) = \sum_{ij=1}^k a^{ij} \frac{\partial^2 u(y, z, t)}{\partial y^i \partial y^j} + \sum_{j=1}^l \sum_{m=1}^l \beta_j^m y^j \frac{\partial u(y, z, t)}{\partial z^m}$$

Пусть  $a = (a^{ij}) - k \times k$  - матрица,  $\beta = (\beta_j^m) - l \times k$  матрица.

Пусть  $D \subset R^n$  органичная область с границей  $\partial D$ . Объединим пространственные переменные  $(y, z)$  в одну пространственную переменную столбец  $x = (y^T, z^T) \in R^n$ . Рассмотрим в пространстве  $R^{n+1}$  переменных  $(x, t) = (x_1, x_2, \dots, x_n, t)$  цилиндр  $\Omega = D \times [0, T]$ .

Строятся несмещанные и  $\varepsilon$  - смещанные оценки решения начально – краевой задачи. Для функций  $\phi(x, t) \in C(\partial D * [0, T])$  и  $\varphi(\delta) \in C(\bar{D})$ ,

найти функцию  $u(x, t) \in C(\bar{D} * [0, T]) \cap C^{(2,1)}(\bar{D} * [0, T])$  удовлетворяющую в цилиндре  $\Omega$  уравнению

$$\frac{\partial u(y, z, t)}{\partial t} - (Lu)(y, z, t) = f(y, z, t) \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

краевые условия

$$u(x, t) = \phi(x, t) \quad x \in \partial D \quad t \in [0, T], \quad (2)$$



и начальные условия

$$u(x, 0) = \varphi(x) \quad (3)$$

При исследовании на ЭВМ динамических систем часто используется метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Применение этого метода для исследования систем, заданных стохастическими дифференциальными уравнениями, требует их замены разностные схемы Эйлера и Рунге-Кутты. Такие замены рассматриваются в работах. Однако известные оценки погрешности разностных методов решения детерминированных уравнений не могут быть использованы при цифровом моделировании стохастических уравнений в виду недифференцируемости почти всюду их решений.

Если имеет в виду приложения метода Монте-Карло, проявляющих свою эффективность в многомерных задачах, то весьма актуальным является развитие методов численного интегрирования в слабом смысле как раз для систем со многими шумами.

Решение общей задачи Дирихле известным образом связано с системой стохастических дифференциальных уравнений. Используя некоторые аппроксимационные методы можно построить Марковскую цепь с поглощением, которая аппроксимирует решения этой системы так, что математическое ожидание определенного функционала от траекторий цепи близко к решению краевых задач для линейного параболического и эллиптического уравнений второго порядка. Если используется вероятностное представление задачи Коши то возможно построить прямые аппроксимации для решения задачи Коши, которые основаны на построенном аппроксимационном методе. Однако, если мы хотим аппроксимировать похожим способом решения параболического или эллиптического уравнения в ограниченной области, тогда необходимо иметь аппроксимацию времени первого выхода диффузии через границы области.

Введем область, зависящую от параметра  $r > 0$

$$B_r(x, t) = \{ (y, \tau) : Z(x, t; y, \tau) > \pi^{-n/2} \|a\|^{1/2} r^{-\gamma}, t > \tau \},$$

которую будем называть шароидой радиуса  $r$  с центром в точке  $(x, t)$  а ее границу  $\partial B_r(x, t)$  сфероидой.

При  $r \rightarrow 0$   $\partial B_r(x, t)$  и  $\partial B_r(x, t)$  монотонно стягиваются к  $(x, t)$ . По этому существует  $r = r(x, t) > 0$ , что  $\partial B_r(x, t) \subset \bar{\Omega}$  приведем один из способов выбора параметра  $r > 0$ . Пусть  $R(x)$ - расстояние от точки  $x$  до границы области  $D$ ,

$$|x| = \max |x_i|, \mu - 1 \leq i \leq k \text{ наибольшее собственное значение матрицы } a,$$

$$\delta = \leq \{ t^{1/2}, t^{3/2} \}.$$

Пусть  $r = r(x, t) > 0$  такое что  $B_r(x, t) \subset \bar{\Omega}$  Тогда, используя формулы параболического среднего [1], для решения задачи (1)-(3) получаем следующее представление

$$u(x, t) = \int_0^1 P_1(p) \int_{S_1(0)} P_2(H) u(y) (\hat{a}^{-p/\gamma}) d\hat{a} dp + f(x, t),$$



Где 
$$f(x,t) = \int \int_{B_r(x,t)} \left[ Z(x,t; y, \tau) - \pi^{-n/2} \|a\|^{1/2r-\gamma} \right] f(y, \tau) dy d\tau,$$

$S_1(0)$  -  $(n-1)$  – мерная единичная сфера,  $H \in S_1(0)$  единичный  $n$ - мерный вектор,  $P_1(p)$  - плотность гамма распределенной случайно величины с параметром  $(1+n/2)$ ,  $p_2(H) = H^T babH^T / \gamma \sigma_n$  – плотность случайного вектора  $\tau(\lambda) = t - r^2 \lambda^2$ ,  $y(\lambda, H) = a^{-r\lambda\beta} x + (\gamma n(1/\lambda))^{1/2} d(r^2 \lambda^2) b^{-1} H$   
 $\sigma_n$  - поверхность единичной сферы,

Пусть  $\{\xi_j\}_{j=1}^\infty$  - последовательность независимых гамма распределенных случайных величин с параметром  $(1+n/2)$ ,  $\{\xi_j\}_{j=1}^\infty$  последовательность независимых случайных векторов с плотностью распределения  $P_2(H)$ .

Определим в  $\Omega$  цепь Маркова  $\{x^j, t^j\}_{j=0}^\infty$  следующими рекуррент-

ными соотношениями:

$$x^0 = x, t^0 = t, t^j = t^{j-1} - r^2 \exp(-2\xi_j / \gamma)$$

$$x_i^j = x_i^{j-1} + r^2 \exp(-2\xi_j / \gamma) \xi_j^{1/2} \sum_{m=1}^k b_{im} \omega_i^j,$$

$$x_{k+p}^j = x_{k+p}^{j-1} - r^2 \exp(-2\xi_j / \gamma) \xi_j^{1/2} \sum_{\sigma=1}^k \beta_{pc} x_c^j + r^3 \exp(-3\xi_j / \gamma) \xi_j^{1/2} \sum_{v=1}^k b_{k+p} v \omega_i^j$$

Где  $i=1,2,\dots,k, p=1,2,\dots,t, j=1,2,\dots, r_{j-1} = r(x^{j-1}, t^{j-1})$ ,

Определим последовательность случайных величин  $\{\eta_t\}_{t=0}^\infty$  следующим равенством

$$\eta_t = \sum_{j=1}^{t-1} h(x^j, t^j) f(y^j, \tau^j) + u(x^t, t^t),$$

где  $(y^j, \tau^j)$  - случайная точка шароиды  $\partial B_r(x, t)$  при фиксированных  $(\delta^j, \delta^j)$ , имеющая плотность распределения

$$\frac{Z(x,t; y, \tau) - \pi^{-n/2} \|a\|^{1/2r-\gamma}}{r_j^2 \left(\frac{\gamma}{\gamma+1}\right)^{(1+n/2)}}.$$

Пусть  $\{\xi_t\}_{t=0}^\infty$  последовательность  $\sigma$  - алгебр, порожденная случайными величинами  $\xi_1, \xi_1, \dots, \xi_t$  последовательностью векторов  $\omega^0, \omega^1, \dots, \omega^t$  и случайным точками  $(y^0, \tau^0), (y^1, \tau^1), \dots, (y^{t-1}, \tau^{t-1})$ ,  $u_{f, \phi, \phi}(x, t)$  - решение задачи (1)-(3) данным  $f, \phi, \phi$ .



Теорема: Последовательность  $\{\eta_t\}_{t=0}^{\infty}$  образует мартингал относительно последовательности  $\sigma$ -алгебр,  $\{\zeta_t\}_{t=0}^{\infty}$

б) Если  $u_{f^2,0,0}(x,t) < +\infty$  и  $u_{|f|,0,0}(x,t) < +\infty$ , то  $\eta_t$  является квадратично интегрируемой.

### Литература

1. Купцов Л.П. О свойстве среднего для обобщенного уравнения А.Н. Колмогорова I // Дифф. уравнение 1983, т. XIX, № 2.

2. Кушнер Г.Дж. Вероятностные методы аппроксимации в стохастических задачах и теории эллиптических уравнений. Москва. Наука. 1985. 222 с.

А.М. Шокиров

## ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА В MS EXCEL

(Ферганский филиал Ташкентского университета  
 информационных технологий)

Численное вычисление определенного интеграла методом прямоугольников и трапеций. Рассмотрим два разных интеграла

$$I = \int_{-1}^{+1} \sqrt{2+x} dx, \quad (1)$$

$$I = \int_3^7 x^2 \ln x dx. \quad (2)$$

Простейшим методом численного интегрирования является метод прямоугольников. Он непосредственно использует замену определенного интеграла интегральной суммой

$$\int_a^b f(x) dx = S; \quad (3)$$

$$S = s_1 + s_2 + \dots + s_n = \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \cdot \Delta x_i. \quad (4)$$

В качестве точек  $\xi_i$  выберем средние точки элементарных отрезков  $[x_{i-1}, x_i]$ :

$$\xi_i = x_{i-1/2} = (x_{i-1} + x_i) / 2 = x_{i-1} + h_{i/2}; \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (5)$$

Тогда (1) и (2) запишутся так:

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^n h_i \cdot f(x_{i-1/2}); \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

Формула (4) и есть формула прямоугольников. Эта формула использует интерполяцию нулевого порядка (кусочно постоянную) (см. рис. 1).