10. Бойков И. В. Восстановление характеристик нестационарных динамических систем по трем тестовым сигналам / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Измерительная техника. − 2020. − № 3. − С. 9−15.

11. Бойков И. В. Идентификация параметров нелинейных динамических систем, моделируемых полиномами Вольтерра / И. В. Бойков, Н. П. Кривулин // Сибирский журнал индустриальной математики. − 2018. − Том XXI, 2(74). − С. 17-31.

Н.А. Кузнецов, А.А. Смагин

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ РАСШИРЕНИЯ ВРЕМЕННОГО ДИАПАЗОНА ОБМЕНА ДАННЫМИ В КАНАЛАХ СПУТНИКОВОЙ СВЯЗИ

(Ульяновский государственный университет)

Выделяемые в настоящее время диапазоны для обмена информацией являются фиксированными и определяются средой функционирования и характеристиками используемого оборудования. Дестабилизирующие факторы космического пространства, как среды передачи сигналов, а также не санкционируемые вмешательства в передаваемые сообщения задают границы временного диапазона обмена данными, передаваемыми по каналам спутниковой связи [1]. Ко всему прочему применяемая аппаратура является достаточно уязвимой в условиях динамической и быстро изменяющейся обстановки. Временной диапазон обмена сообщениями включает в себя выполнение множества емких сеансовых операций, таких как прием-передача данных, анализ состояния каналов связи, обнаружение нарушений целостности получаемых данных, наличие ошибок (их местоположений), постоянный мониторинг присутствия абонентов в системе обмена данными, контроль работоспособности оборудования.

Аппаратура на борту спутника должна своевременно идентифицировать признак нестандартной ситуации не позднее чем через 16 часов, а дискретность передачи этого признака составляет 2,5 минуты [1]. Величина этого диапазона крайне важна, особенно в случае одновременного воздействия нескольких отрицательно влияющих факторов. В целом границы временного диапазона определяют перечень всех операций обмена данными и влияют как на ее скорость, так и на выбор решения в случае возникновения сбоя или необходимости восстановления работоспособности системы спутниковой связи.

Расширение границ этого диапазона позволяет также увеличить возможности по обработке большего количества информации, а также позволяет использовать дополнительные ресурсы для обнаружения и исправления аддитивных ошибок различной кратности и нарушений процесса корректной передачи данных. Решение этой задачи требует построения модели обеспечения целостности данных, циркулирующих в каналах спутниковой связи, описывающей с необходимой точностью процессы и события, существующие в системах обмена информацией бортовых спутниковых ретрансляторов.

Для построения математической модели системы обмена данными использован аппарат теории массового обслуживания. Отличительной особенностью разработанной модели является применение вероятностного подхода с использованием точечных процессов, индикаторных функций и их компенсаторов в семимартингальной терминологии [2]. Это позволяет осуществлять переходы от единичных параметров модели к комплексным (интегральным) и своевременно выявлять пакеты данных с признаками нарушений целостности.

В предложенной математической модели абстрактному понятию «заявка» из теории систем массового обслуживания (СМО) на практике в бортовых спутниковых ретрансляторах соответствует пакет информации, представленный в виде структурированного массива бит в соответствии с Госстандартом телеметрии пакетной передачи информации ГОСТ Р 56096 - 2014. Основным объектом анализа специализированных бортовых спутниковых ретрансляторов, используемых для приема-передачи сообщений, является дискретный канал связи [3]. В качестве модели системы связи предложено использовать одноканальную систему массового обслуживания с интенсивностью обслуживания λ и простейшим потоком заявок.

Уравнение СМО имеет вид: $Q_t = Q_0 + A_t + R_t - D_t$, где Q_t – число пакетов данных в момент времени $t \in [0,T]$, $Q_0 = Q_{t=0}$ – число пакетов данных в момент времени $t=0$ ($Q_0 \in N = \{0,1,2,...\}$), A_t – число поступивших за время t пакетов данных, R_t – число пакетов данных поступивших в очередь за время t, D_t – число обслуженных за время t пакетов данных. Рассмотрены точечные процессы A_t, D_t, R_t, которые определяются своими компенсаторами. Справедливы выражения: $A_t = \lambda \cdot t$, $D_t = \int_0^t \mu \cdot Q_s \, ds$, $R_t = \int_0^t \rho \cdot Q_s \, ds$, где λ – интенсивность поступающих в систему пакетов данных, μ – интенсивность принятых к обработке пакетов данных, ρ – интенсивность находящихся в очереди и ожидающих обслуживания пакетов данных, Q_s – число пакетов данных в момент времени s [2]. Для получения оценок параметров модели введены фиксированные моменты времени, которые описываются интегральной зависимостью вида:

$$X_t^m = \int_0^t I(Q_s = m)\, ds, \tag{1}$$

где $I(Q_s = m)$ – индикаторная функция, которая задает состояние системы в момент времени m и представима в виде $I(Q_t = 0) = I(Q_s = 0) - \int_0^t I(Q_s = 0)\, dA_s + \int_0^t I(Q_s = 1)\, dD_s$.

Оценка интенсивности поступающих в систему пакетов данных с учетом (1) определяется выражениями [2]:

$$\lambda_t = \frac{A_t}{t}$$
$$E \cdot \lambda_t = E \cdot \frac{A_t}{t} = \frac{\lambda \cdot t}{t} = \lambda \tag{2}$$

Из выражений (1)-(2) можно сделать вывод, что оценка является состоятельной и несмещенной, поскольку величина интенсивности поступающих в систему пакетов данных сохраняется при произвольном времени функционирования системы t [3]. Аналогичным образом, могут быть получены оценки интенсивности принятых к обработке пакетов данных μ и интенсивности, поступивших в очередь и ожидающих обслуживания пакетов данных ρ. Разложение индикаторной функции $I(Q_t = m)$, которая зависит от состояния системы в предыдущие моменты времени, определяется выражением:

$$I\left(Q_t = m\right) = I\left(Q_0 = 0\right)m + \lambda\int_0^t I\left(Q_s = m-1\right)ds + \rho(m-1)\int_0^t I\left(Q_s = m-1\right)ds -$$
$$-(\lambda - \mu \cdot m + \rho \cdot m)\int_0^t I\left(Q_s = m\right)ds + \mu(m+1)\int_0^t I\left(Q_s = m+1\right)ds. \tag{3}$$

Локальное время работы системы определяется выражением: $\lambda\int_0^t I\left(Q_s = 0\right)ds = X_t^m, \quad m = 0,1,2,...$. Введем функциональные моменты системы:

$$a^m = \frac{1}{t} \cdot \lim_{t\to\infty} X_t^m = \frac{1}{t} \cdot \lim_{t\to\infty} \int_0^t I\left(Q_s = m\right)ds, \quad m \geq 1,$$

$$a^{(m)} = \frac{\left(m-1\right)! \cdot \lambda \cdot a^{(0)} \rho^{(m-1)} \prod_{i=1}^{m-1}\left(1 + \frac{\lambda}{i \cdot \rho}\right)}{m! \cdot \mu^{(m)}} = \frac{\lambda \cdot a^{(0)} \rho^{(m-1)} \prod_{i=1}^{m-1}\left(1 + \frac{\lambda}{i \cdot \rho}\right)}{m \cdot \mu^{(m)}}. \tag{4}$$

С учетом выражения (4) получена оценка интенсивности принятых к обработке пакетов данных в системе массового обслуживания:

$$\mu_t = \frac{\lambda \cdot a^{(0)}}{1 - a^{(0)}}. \tag{5}$$

Выражения (2), (5) позволяет построить оценку интенсивности поступивших в очередь и ожидающих обслуживания пакетов данных. Отсюда получим систему для оценки основных параметров модели СМО:

$$\begin{cases} \lambda_t = \dfrac{A_t}{t}, \\ \mu_t = \dfrac{\lambda \cdot a^{(0)}}{1 - a^{(0)}}, \\ \rho_t = \left(\dfrac{m \cdot \lambda^{(m)} \cdot a^{(m)}}{\lambda \cdot a^{(0)}}\right)^{\frac{1}{m-1}}, \end{cases} \tag{6}$$

На основании приведенных выше выражений (6) разработана математическая модель СМО, позволяющая описать функционирование системы космической связи. Построены уравнения (1)-(6), при помощи которых можно вычислить оценки интенсивности поступающих в систему пакетов данных λ_t, оценки интенсивности принятых к обработке пакетов данных μ_t, оценки интенсивности находящихся в очереди и ожидающих обслуживания пакетов данных ρ_t. С помощью предложенных формул (6) выявляется факт нарушения целостности сообщений, путем учета одного из отклонений значений показателей целостности от заданных допустимых значений, которые определены в настоящей работе путем проведения математического моделирования. Анализ построенных оценок позволил высказать предложения о расширении временного диапазона приема и обработки данных, в котором показатель вероятности нарушения целостности является минимальным. Полученные результаты имеют практическое значение и могут быть впоследствии реализованы в виде аппаратных комплексов в бортовых системах спутниковых ретрансляторов. В результате появляется возможность снизить вероятность нарушения целостности данных, повысить точность ее прогнозирования, а также увеличить скорость обработки данных, циркулирующих в системах спутниковой связи.

На основе предложенной модели выделены основные этапы функционирования подсистемы обнаружения нарушений целостности пакетов данных в составе аппаратуры бортового спутникового ретранслятора. На начальном этапе осуществляется ввод исходных данных (задается количество пакетов данных, поступающих в приемное устройство ретранслятора, максимальная длина очереди на обслуживание и т.д.). На следующем этапе происходит формирование индикаторных функций и их компенсаторов, необходимых для расчета оценок интенсивностей, поступивших и принятых к обработке сообщений, путем их непосредственного вычисления при помощи соответствующего программного приложения. На завершающих этапах работы системы формируются оценки интенсивностей поступивших сообщений, интенсивностей принятых к обработке сообщений и интенсивностей, находящихся в очереди и ожидающих обработки сообщений, осуществляется сравнение полученных значений с заранее установленными допустимыми значениями интенсивностей (λ^*, μ^*, ρ^*) и статистическая обработка полученных результатов (формирование потоков пакетов данных с признаками нарушений целостности и пакетов данных, целостность которых не была нарушена).

Литература

1. Кузнецов Н.А., Мозоль А.А. Имитационное моделирование системы массового обслуживания с размножением сообщений в очередях // T-COMM. Телекоммуникации и транспорт. - 2019. - №11. - С. 32-37.

2. Рябинин И.А. Надежность и безопасность структурно-сложных систем. СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета, 2007. - 278 с.

3. Бутов А.А., Волков М.А., Макаров В.П., Орлов А.И., Шаров В.Д. Автоматизированная система прогнозирования и предотвращения авиационных

происшествий при организации и производстве воздушных перевозок // Известия Самарского научного центра Российской академии наук, 2012, том 14, № 4-2, с. 380-385.

В.В. Любимов, Д.Д. Удобанг

О СХОДИМОСТИ ОДНОГО ВИДА КОМПЛЕКСНЫХ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ И ИХ ПРИМЕНЕНИИ

(Самарский университет)

Аннотация. В работе исследуется сходимость комплексных степенных рядов одной переменной с постоянными коэффициентами, а также рассматривается применение данных рядов в науке и технике. Найдена область равномерной абсолютной сходимости комплексного степенного ряда, полученная на основе использования двух известных признаков сходимости.

Введение

Определение: Под степенным рядом действительной переменной будем понимать бесконечную сумму следующего вида [1-4]

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-c)^n = a_0 + a_1(x-c) + a_2(x-c)^2 \dots, \tag{1}$$

где a_n представляет собой коэффициент n-го члена ряда, а c является известной постоянной. Степенные ряды играют важнейшую роль в математическом анализе, где они часто рассматриваются как ряды Тейлора от бесконечно дифференцируемых функций. Во многих ситуациях на практике имеем c=0, например, при рассмотрении ряда Маклорена. В этих случаях степенной ряд принимает более компактный вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \dots . \tag{2}$$

Помимо своей важнейшей роли в математическом анализе, степенные действительные ряды также встречаются в производящих функциях комбинаторики, в теории вероятностей, и т.д. Комплексные степенные ряды широко представлены в различных технических приложениях (при использовании Z-преобразования, и т.д.).

Исследование сходимости комплексных степенных рядов одного вида

Рассмотрим комплексный степенной ряд следующего вида:

$$\varepsilon \cdot f_1 \cdot z + \varepsilon^2 \cdot f_2 \cdot z^2 + \varepsilon^3 \cdot f_3 \cdot z^3 + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \cdot f_n \cdot z^n, \ \forall n \in N \tag{3}$$

где $\varepsilon>0$ —малый параметр, f_1 — произвольная известная непрерывная функция действительной переменной, z — комплексная переменная. Пусть данный ряд равномерно сходится в точке $z=0$ и некоторой окрестности.

Из комплексного анализа известно, что z можно выразить в тригонометрической форме и показательной формах:

$$z = r\ (cos\varphi + i\ sin\varphi\ ) = re^{i\varphi}. \tag{4}$$

Тогда, по теореме Муавра получаем: