

При ламинарном режиме течения расход через дросселирующий элемент с каналом произвольного поперечного сечения определяется по формуле [8]

$$Q = v \cdot F = \frac{k_c \Delta p}{\mu l_0}, \quad (17)$$

где k_c — геометрическая характеристика канала дросселя,

Δp — перепад давления на нем,

μ — динамический коэффициент вязкости рабочей жидкости.

Эффективную длину дросселирующего элемента l_0 можно определить только методом последовательных приближений. В качестве первого приближения среднерасходная скорость v определяется из уравнения (17), где вместо l_0 стоит геометрическая длина дросселя l , по ней ищется число Re и параметр $X = \frac{1}{Re} \frac{1}{d_r}$, по найденным Re и X определяется $\xi_{вх}$ и $\xi_{вр}$. Далее по формуле (16) или по рис. 1 находим l_0 , по нему снова Re и X и т. д. до достижения необходимой точности.

Предложенная методика позволяет рассчитывать дросселирующие элементы ограниченной длины с различным поперечным сечением канала с учетом дополнительных потерь на входе, выходе и в начальном гидродинамическом участке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лундгрен, Сперроу, Стар. Падение давления, обусловленное влиянием начального участка в каналах произвольного поперечного сечения. Тр. ASME, сер. Д, № 3, 1964.
2. Маккомас. Длина начального участка для каналов произвольного поперечного сечения. Тр. ASME, сер. Д, № 4, 1967.
3. Карев В. Н. Потери напора при внезапном сужении трубопровода. «Нефтяное хозяйство», № 8, 1953.
4. Карев В. Н. Потери напора при внезапном расширении трубопровода. «Нефтяное хозяйство», № 11, 12, 1952.
5. Белоусов А. И. Течение вязкой несжимаемой жидкости в коротких подшипниковых щелях. Сб. «Исследование вибраций, прочности и конструкции деталей авиадвигателей». М., «Машиностроение», 1968.
6. Белоусов А. И. Расчет дросселирующих элементов. Тезисы докладов межотраслевого совещания 1969 г. «Вопросы применения гидравлических приводов в машинах». Киев, 1971.
7. Ржевский В. П., Белоусов А. И. Исследование дросселирующих элементов гидростатических устройств. «Гидропривод в авиационных конструкциях». (Тезисы докладов). Киев, 1972.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М., «Наука», 1973.

А. И. Белоусов, Ю. А. Равикович, В. П. Ржевский, А. Б. Макушин

ВРЕМЯ СРАБАТЫВАНИЯ ДРОССЕЛИРУЮЩИХ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Одной из важнейших характеристик дросселирующего элемента является время инерционного запаздывания (время сраба-

тывания). Под временем срабатывания понимается интервал времени t_c , необходимый для стабилизации поля скоростей в канале дросселя (например, с отклонением на 5% относительно установившегося потока) при скачкообразном изменении перепада давления Δp_0 на величину δp . Считаем, что скачок давления δp создается в момент времени $t=0$. Зная время срабатывания, можно судить о работоспособности опоры, так как если возмущающая сила будет действовать на опору с частотой, превышающей частоту срабатывания дросселирующего элемента, то дроссель не будет «успевать следить» за возмущающей силой.

В литературе имеется решение подобной задачи при ламинарном режиме течения рабочей жидкости без учета явлений в начальном гидродинамическом участке и местных потерь [1, 2]. Однако использование полученных формул к расчету дросселирующих элементов, имеющих небольшие отношения длин к гидравлическим диаметрам, приводит к существенным погрешностям.

Необходимо определить время срабатывания дросселирующих элементов ограниченной длины с различным поперечным сечением канала с учетом дополнительных потерь в начальном участке и местных.

До скачка

$$\Delta p_0 \cdot F = T_0, \quad (1)$$

где F — площадь поперечного сечения канала;

$T_0 = \tau_0 S$ — полная касательная сила, действующая по поверхности S дросселирующего элемента до скачка;

τ_0 — касательное напряжение на стенках дросселя до скачка.

Разгон массы несжимаемой жидкости с плотностью ρ в канале длиной l с жесткими стенками определяется уравнением (скачок произошел)

$$(\Delta p_0 + \delta p) \cdot F = \rho F l \frac{d(v_0 + v)}{dt} + T, \quad (2)$$

где v_0 — скорость течения жидкости через дроссель до скачка;

v — текущее приращение скорости после скачка;

$T = (\tau_0 + \tau) S$ — полная касательная сила, действующая по поверхности канала после скачка давления;

τ — текущее значение приращения касательного напряжения в связи со скачком.

При ламинарном течении жидкости расход через дроссель можно представить в виде [3]

$$Q = \frac{k_i \Delta p}{\mu l_3},$$

где Δp — перепад давления на дросселе;

k_i — геометрическая характеристика канала дросселя;

μ — динамический коэффициент вязкости жидкости;

l_3 — эффективная длина дросселирующего элемента.

Для различной формы канала k_i определяется по следующим формулам:

для цилиндрического канала диаметром d

$$k_{\text{цил}} = \frac{\pi d^4}{128},$$

для прямоугольного канала высотой h и шириной b

$$k_{\text{пря}} = \frac{bh^3}{64} \cdot f \left(\frac{b}{h} \right),$$

где

$$f \left(\frac{b}{h} \right) = 2,253 \text{ при } b=h, \quad f \left(\frac{b}{h} \right) = 5,333 \text{ при } b \gg h \quad [3],$$

для кольцевого канала с внешним r_2 и внутренним r_1 радиусами

$$k_{\text{кольц}} = \frac{\pi}{8} \left[r_2^4 - r_1^4 - \frac{(r_2^2 - r_1^2)^2}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \right],$$

для треугольного канала с сечением в виде равнобедренного треугольника с углом при вершине 2β и высотой h

$$k_{\text{треуг}} = \frac{\text{tg}^3 \beta \cdot h^4 (x-2)}{6(1 - \text{tg}^2 \beta)(x+2)}, \quad x = \sqrt{4 + \frac{5}{2} \left(\frac{1}{\text{tg}^2 \beta} - 1 \right)}.$$

Итак, для любой формы канала расход до скачка

$$Q_0 = \frac{k_i \Delta p_0}{\mu l_3} = v_0 \cdot F,$$

откуда

$$\Delta p_0 = \frac{\mu l_3}{k_i} \cdot F v_0. \quad (3)$$

Подставив уравнение (3) в выражение (1), получим

$$\tau_0 = \frac{\mu l_3}{k_i S} \cdot F^2 v_0. \quad (4)$$

Используя зависимости (3) и (4), запишем выражения для $\Delta p + \delta p$, и $\tau_0 + \tau$:

$$\Delta p_0 + \delta p = \frac{\mu l_3'}{k_i} F (v_0 + \Delta v) = \frac{\mu l_3''}{k_i} F v_y, \quad (5)$$

$$\tau_0 + \tau = \frac{\mu l_3''}{k_i S} F^2 (v_0 + v), \quad (6)$$

где l_3' — эффективная длина дросселя при установившейся после скачка скорости v_y протекающей жидкости;

l_3'' — эффективная длина при скорости $v_0 + v$;

Δv — прирост скорости жидкости в связи со скачком давления.

Подставив зависимости (5) и (6) в уравнение (2), получим

$$\frac{\mu I_3^i}{k_i} \cdot F^2 v_y = \rho F l \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{\mu I_3^i}{k_i} F^2 (v_0 + v). \quad (7)$$

В начале выведем зависимости для определения времени срабатывания без учета местных потерь. Значения t_c по полученным формулам легко просчитываются на ЭВМ типа «Проминь» и могут служить в качестве ориентировочных, прикидочных. Учет местных потерь приводит к более сложным зависимостям времени срабатывания. Расчеты приходится вести на более мощных ЭВМ или же считать поэтапно.

Без учета местных потерь эффективная длина дросселирующего элемента запишется так [4]:

$$l_3 = l + K_x \frac{\text{Re}}{A} dr.$$

Функцию K_x можно представить в виде [4]

$$K_x = \frac{X K_\infty}{0,0057 K_\infty - 0,003 + X} = \frac{1}{A_1 (v_0 + v) + B},$$

где

$$A_1 = \frac{(0,0057 - 0,003B) d_r^2}{A l}, \quad B = \frac{1}{k_\infty}.$$

И тогда

$$l_3 = l + \frac{1}{A_1 (v_0 + v) + B} \cdot \frac{(v_0 + v) d_r^2}{v A} = l \left(1 + D \frac{v_0 + v}{v_0 + v + \frac{B}{A_1}} \right), \quad (8)$$

здесь

$$D = \frac{d_r^2}{A \cdot l \cdot A_1}.$$

Используя полученное выражение (8), перепишем уравнение (7)

$$\frac{\mu F^2 v_y l}{k_i} \left(1 + D \frac{v_y}{v_y + \frac{B}{A_1}} \right) = \rho F l \frac{dv}{dt} + \frac{\mu F^2 (v_0 + v) l}{k_i} \left(1 + D \frac{v_0 + v}{v_0 + v + \frac{B}{A_1}} \right) \quad (9)$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение (9), получим формулу для определения времени срабатывания. При этом считаем движение установившимся, если $\frac{v}{\Delta v} = 0,95$. По полученной зависимости на ЭВМ «Проминь-2» было просчитано время срабатывания для круглого, прямоугольного, кольцевого и треугольного каналов.

Для построения зависимостей в безразмерных параметрах необходимо найти критерии подобия [5].

Имеющиеся $n=6$ величин ($t_c, l, d_r, v, v_0, \Delta v$), характеризующие процесс, $r=2$ основных единиц измерения (м, сек) дают $n-r=4$ критериев подобия:

$$\pi_1 = \frac{t_c v}{d_r^2}, \quad \pi_2 = \frac{l}{d_r}, \quad \pi_3 = \frac{v_0 d_r}{v} = \text{Re}_0, \quad \pi_4 = \frac{\Delta v}{v_0}.$$

Расчеты и эксперименты показывают, что для бесконечно длинных каналов π_2 исчезает, а для коротких π_2 и π_3 можно заменить одним критерием $X_0 = \frac{\pi_2}{\pi_3} = \frac{1}{\text{Re}_0} \cdot \frac{l}{d_r}$. Строим графики зависимости

$$\frac{t_c v}{d_r^2} = f\left(X_0, \frac{\Delta v}{v_0}\right), \quad (10)$$

так как согласно π — теореме подобия функциональная зависимость между характеризующими процесс величинами может быть представлена в виде зависимости между составленными из них критериями подобия [5].

На рис. 1 штриховыми линиями представлены зависимости (10) для различной формы канала.

В безразмерном виде зависимость для определения времени срабатывания запишется так:

$$\frac{t_c v}{d_r^2} = \frac{\bar{k}_l}{X_0} \left[\frac{1}{\bar{L}} \left(1 + \frac{B}{\bar{A}_1} + \frac{\bar{K}}{2\bar{N}} \right) \ln \bar{M} - \frac{1}{2\bar{N}} \ln \bar{R} \right], \quad (11)$$

где

$$\bar{R} = 1 + 0,95 \frac{\Delta v}{v_0} \cdot \frac{\bar{K}}{\bar{F}_1} - \left(0,95 \frac{\Delta v}{v_0} \right)^2 \cdot \frac{\bar{N}}{\bar{F}_1},$$

$$\bar{M} = \frac{2\bar{F} + 0,95 \frac{\Delta v}{v_0} (\bar{K} + \bar{L})}{2\bar{F} + 0,95 \frac{\Delta v}{v_0} (\bar{K} - \bar{L})},$$

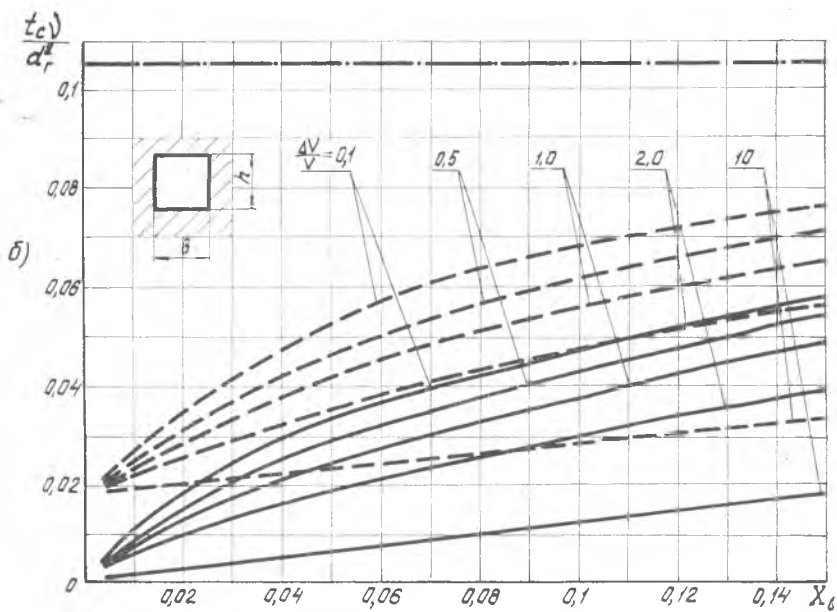
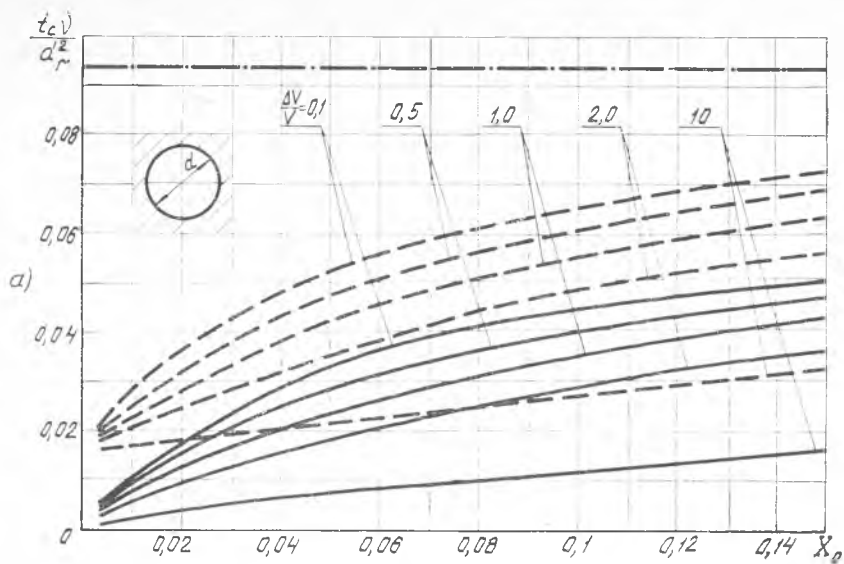
$$\bar{L} = \sqrt{\bar{K}^2 + 4\bar{F} \cdot \bar{N}},$$

$$\bar{F} = \bar{E} \bar{k}_l \cdot \frac{1}{X_0^2} \left(1 + \frac{B}{\bar{A}_1} \right) - \frac{\bar{F}}{X_0} \left(1 + \bar{D} + \frac{B}{\bar{A}_1} \right),$$

$$\bar{E} = \frac{\bar{F} X_0}{\bar{k}_l} \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0} \right) \left(1 + \bar{D} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta v}{v_0}}{1 + \frac{\Delta v}{v_0} + \frac{B}{\bar{A}_1}} \right),$$

$$\bar{D} = \frac{1}{A X_0 \bar{A}_1},$$

$$\bar{K} = \bar{E} \bar{k}_l \cdot \frac{1}{X_0^2} - 2\bar{N} - \frac{\bar{F}}{X_0} \cdot \frac{B}{\bar{A}_1},$$



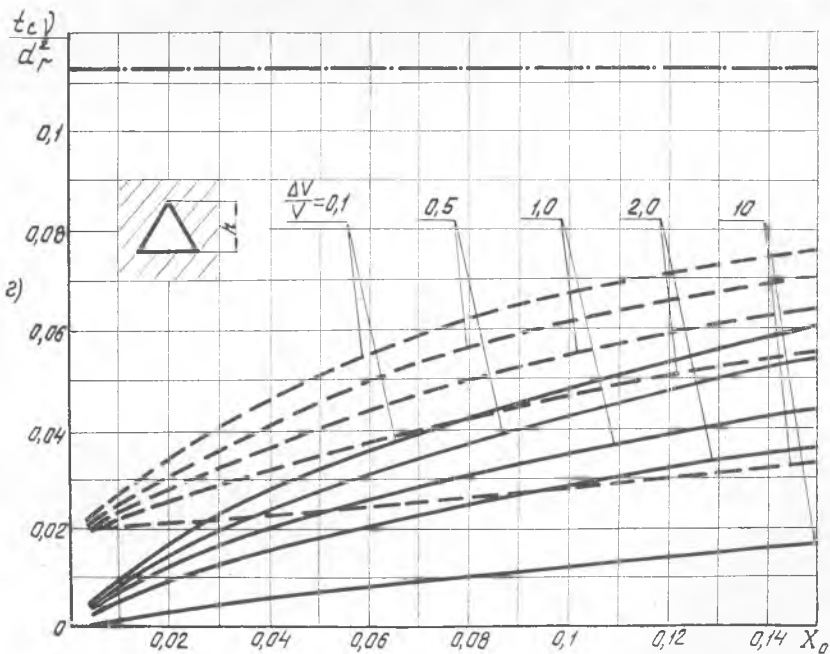
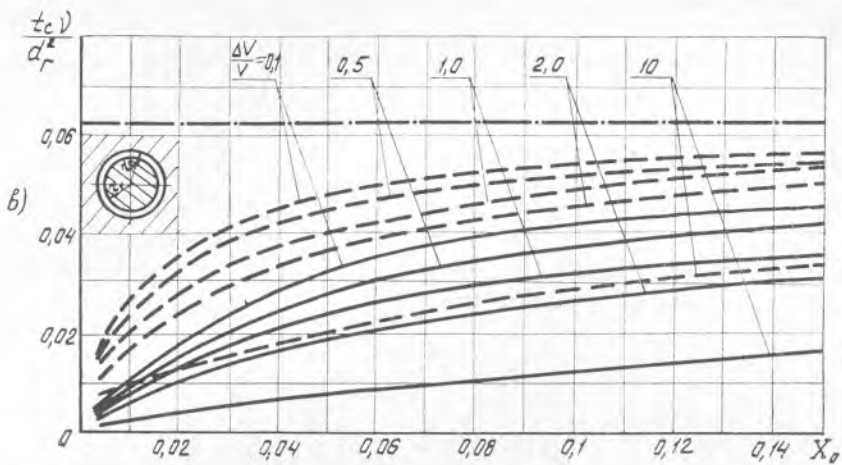


Рис. 1. Зависимость параметра $\frac{t_{cV}}{d_r^2}$ от X для дросселя с

каналами различных поперечных сечений:
 а - круглый ($d_r = d$); б - квадратный ($d_r = b = h$); в - прямоугольный
 ($\frac{b}{h} = 1000$) или кольцевой ($\frac{r_1}{r_2 - r_1} = \frac{500}{\pi}$) ($d_r = \frac{2}{3}h$); г - равносторонний
 треугольник

$$N = \frac{\bar{F}}{X_0} \cdot (1 + \bar{D}),$$

$$A_1 = \frac{0,0057 - 0,003B}{X_0}, \quad B = \frac{1}{K_\infty},$$

$$\bar{k}_l = \frac{k_l}{d_m^4}, \quad \bar{F} = \frac{F}{d_r^2}.$$

Далее перейдем к определению времени срабатывания с учетом местных потерь, считая ξ_m постоянной величиной. Для этого необходимо в уравнение (7) подставить [4]

$$l_3 = l + [K_x + \xi_m] \frac{\text{Re}}{A} d_r$$

или

$$l_3 = l + \left[\frac{1}{A_1(v_0 + v) + B} + \xi_m \right] \frac{v_0 + v}{A_1} \cdot d_r^2 =$$

$$= l \left[1 + \frac{D^*}{A_1} \cdot \frac{v_0 + v}{v_0 + v + \frac{B}{A_1}} + \xi_m D^* (v_0 + v) \right],$$

здесь

$$D^* = \frac{d_r^2}{A_1 l}.$$

Перепишем уравнение (7)

$$\frac{\mu F^2 v_y l}{k_l} \left(1 + \frac{D^*}{A_1} \cdot \frac{v_y}{v_y + \frac{B}{A_1}} + \xi_m D^* v_y \right) = \rho F l \frac{dv}{dt} +$$

$$+ \frac{\mu F^2 (v_0 + v) l}{k_l} \left[1 + \frac{D^*}{A_1} \cdot \frac{v_0 + v}{v_0 + v + \frac{B}{A_1}} + \xi_m D^* (v_0 + v) \right]. \quad (13)$$

Интегрируя уравнение (12), считая движение установившимся, если $\frac{v}{\Delta v} = 0,95$, и записывая полученную зависимость в безразмерном виде, получим формулу для определения времени срабатывания дросселирующих элементов с учетом дополнительных потерь на трение в начальном гидродинамическом участке и местных потерь

$$\frac{t_c v}{d_r^2} = \frac{\bar{k}_l}{G^*} \cdot \frac{1}{X_0} \ln \left[\left(\frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_1 - 0,95 \frac{\Delta v}{v_0}} \right)^{H_1} \cdot \left(\frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_2 - 0,95 \frac{\Delta v}{v_0}} \right)^{H_2} \cdot \left(\frac{\bar{v}_3}{\bar{v}_3 - 0,95 \frac{\Delta v}{v_0}} \right)^{H_3} \right] \quad (13)$$

при следующих обозначениях:

$$\bar{H}_1 = \frac{1 + \frac{B}{A_1}}{v_2 \cdot v_3} - \frac{\bar{v}_1}{v_2} \cdot \bar{H}_2 - \frac{\bar{v}_1}{v_3} \bar{H}_3,$$

$$\bar{H}_2 = \frac{\left(1 + \frac{B}{A_1}\right)(\bar{v}_2 + \bar{v}_3)}{\bar{v}_2 \cdot \bar{v}_3 \cdot \bar{v}_4} + \frac{\bar{v}_5}{\bar{v}_4} \cdot \bar{H}_3 + \frac{1}{\bar{v}_4},$$

$$\bar{H}_3 = \frac{\bar{v}_6}{\bar{v}_7},$$

$$\bar{v}_7 = \frac{\bar{v}_1 \cdot \bar{v}_5}{\bar{v}_2 \cdot \bar{v}_4} + \frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_3} - \frac{\bar{v}_5}{\bar{v}_4} - 1,$$

$$\bar{v}_6 = \frac{1 + \frac{B}{A_1}}{\bar{v}_2 \cdot \bar{v}_3} - \frac{\bar{v}_1(\bar{v}_2 + \bar{v}_3) \left(1 + \frac{B}{A_1}\right)}{\bar{v}_2^2 \cdot \bar{v}_3 \cdot \bar{v}_4} - \frac{\bar{v}_1}{\bar{v}_2 \cdot \bar{v}_4} + \frac{\left(1 + \frac{B}{A_1}\right)(\bar{v}_2 + \bar{v}_3)}{\bar{v}_2 \cdot \bar{v}_3 \cdot \bar{v}_4} + \frac{1}{\bar{v}_4},$$

$$\bar{v}_5 = \bar{v}_1 + \bar{v}_2 - \frac{\bar{v}_1(\bar{v}_2 + \bar{v}_3)}{\bar{v}_3},$$

$$\bar{v}_4 = \frac{\bar{v}_1(\bar{v}_2 + \bar{v}_3)}{\bar{v}_2} - \bar{v}_1 - \bar{v}_3,$$

$$\bar{v}_3 = -2\sqrt{\bar{p}} \cos(\varphi/3 + \pi/3) - \frac{\bar{K}^*}{3\bar{G}^*},$$

$$\bar{v}_2 = -2\sqrt{\bar{p}} \cos(\varphi/3 - \pi/3) - \frac{\bar{k}^*}{3\bar{G}^*},$$

$$\bar{v}_1 = 2\sqrt{\bar{p}} \cos \varphi/3 - \frac{\bar{K}^*}{3\bar{G}^*},$$

$$\varphi = \arccos\left(-\frac{\bar{q}}{\bar{p}\sqrt{\bar{p}}}\right),$$

$$\bar{q} = \left(\frac{\bar{K}^*}{3\bar{G}^*}\right)^3 + \frac{\bar{K}^* \bar{N}^*}{6(\bar{G}^*)^2} - \frac{\bar{F}^*}{2\bar{G}^*},$$

$$\bar{p} = \frac{\bar{N}^*}{3\bar{G}^*} + \left(\frac{\bar{K}^*}{3\bar{G}^*}\right)^2,$$

$$\bar{G}^* = \frac{\bar{F} \cdot \xi_M}{A \cdot X_0^2},$$

$$\bar{K}^* = \frac{\bar{F}}{X_0} \left(1 + \frac{1}{AX_0 \bar{A}_1} + \frac{3\xi_M}{A \cdot X_0} + \frac{\xi_M \cdot B}{A \cdot X_0 \bar{A}_1}\right),$$

$$\bar{N}^* = \frac{1}{X_0} \left[\frac{\bar{E}^* \bar{k}_i}{X_0} - \left(2 + \frac{B}{A_1}\right) \bar{F} - \frac{\bar{F}}{AX_0} \left(\frac{2}{\bar{A}_1} + 3\xi_M + 2\xi_M \cdot \frac{B}{A_1}\right) \right],$$

$$\bar{F}^* = \left(1 + \frac{B}{A_1}\right) \left(\bar{E}^* \bar{k}_i \cdot \frac{1}{X_0^2} - \frac{\bar{F}}{X_0} - \bar{G}^*\right) - \frac{\bar{F}}{AX_0^2 \bar{A}_1},$$

$$\bar{E}^* = \frac{\bar{F}X_0}{k_i} \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) \left[1 + \frac{1}{AX_0 A_1} \cdot \frac{1 + \frac{\Delta v}{v_0}}{1 + \frac{\Delta v}{v_0} + \frac{B}{A_1}} + \frac{\xi_M}{AX_0} \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)\right].$$

Необходимо проверять при расчете условие $\bar{q}^2 - \bar{q}^3 < 0$.

Результаты расчетов по формуле (13) приведены на рис. 1 сплошными линиями. При расчете принимались значения коэффициентов местных потерь $\xi_M = \xi_{вх} + \xi_{вд} = 0,5 + 1,0 = 1,5$.

Анализ полученных в данной работе зависимостей показывает, что время срабатывания дросселя можно уменьшить, уменьшая гидравлический диаметр дросселя, его длину, увеличивая местные потери, а также используя жидкость с большим кинематическим коэффициентом вязкости. При постоянной начальной скорости течения жидкости время срабатывания тем меньше, чем больше скачок скорости, а при постоянном скачке скорости — чем больше начальная скорость жидкости. При решении подобной задачи без учета дополнительных потерь (с учетом только потерь на трение) получаем

$$t_c = K \cdot \frac{d^2 r}{\nu},$$

где K — постоянная величина для конкретной формы поперечного сечения канала, например, для исследуемых каналов (кривые для которых приведены на рис. 1) соответственно $K = 0,0937; 0,1057; 0,0625; 0,113$.

Эти результаты нанесены на рис. 1 штрих-пунктирными линиями. Ясно, что это решение слишком неточно, и им можно пользоваться только в случае большой длины дросселирующего элемента, малых скоростей течения рабочей жидкости, а также при $\frac{\Delta v}{v_0} \ll 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Залманзон Л. А. Теория элементов пневмоники. «Наука», М., 1965.
2. Шиманович М. А. Переходные процессы в дросселях трения, применяемых в гидростатических опорах. Сб. «Исследования металлорежущих станков», «Машиностроение», М., 1968.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. «Наука», М., 1973.
4. Белоусов А. И., Ржевский В. П., Равикович Ю. А. Расчет дросселирующих элементов гидростатических устройств. Статья в настоящем сборнике.
5. Алабужев П. М. и др. Теория подобия и размерностей. Моделирование. «Высшая школа», М., 1968.